1.- Dada una pareja formado por un individuo de 25 años de la población X que sigue una ley de De Moivre con ω= 100 y otro individuo de 30 años de la población Y que sigue una ley de De Moivre con ω= 120. Determinar las probabilidades de disolución y extinción en los próximos 20 años.

Para X $l(x) = l_0\left(1-\frac{x}{\omega}\right)\ luego \quad l(25) = l_0\left(1-\frac{25}{100}\right) = 1-0{,}25 = 0{,}75$

Y con n=20 $l(45) = l_0\left(1-\frac{45}{100}\right) = 1-0{,}45 = 0{,}55$

Luego ${}_{20}p_{25} = \frac{l(45)}{l(25)} = \frac{0{,}55}{0{,}75} = 0{,}73$ y ${}_{20}q_{25} = 1-\frac{l(45)}{l(25)} = 1-0{,}73 = 0{,}2666$

Para y $l(y) = l_0\left(1-\frac{y}{\omega}\right)\ luego \quad l(30) = l_0\left(1-\frac{30}{120}\right) = 1-0{,}25 = 0{,}75$

Y con n=20 $l(50) = l_0\left(1-\frac{50}{120}\right) = 1-0{,}41666 = 0{,}5833$

Luego ${}_{20}p_{30} = \frac{l(50)}{l(30)} = \frac{0{,}5833}{0{,}75} = 0{,}777$ y

${}_{20}q_{30} = 1-\frac{l(50)}{l(30)} = 1-0{,}777 = 0{,}222$

Disolución
Supervivencia conjunta

$${}_{20}p_{x=25,y=30} = {}_{20}p_{x=25}\cdot{}_{20}p_{y=30} = 0{,}73\cdot 0{,}77 = 0{,}5703$$

Disolución

$${}_{20}q_{x=25,y=30} = 1-({}_{20}p_{x=25}\cdot{}_{20}p_{y=30}) = 1-0{,}5621 = 0{,}4296$$

No extinción

$${}_{20}p_{\overline{x=25,y=30}} = {}_{20}p_{x=25} + {}_{20}p_{y=30} - {}_{20}p_{x=25}\cdot{}_{20}p_{y=30} = 0{,}73+0{,}77-0{,}73\cdot 0{,}77$$
$$= 0{,}7333+0{,}7777-0{,}5703 = 0{,}9407$$

extinción

$${}_{20}q_{\overline{x=25,y=30}} = 1-{}_{20}p_{\overline{x=25,y=30}} = 1-0{,}9407=0{,}0593$$

2.- Dado un individuo de 35 años de la población X que sigue una ley de De Moivre con ω= 100
Calcular la probabilidad de que fallezca entre los 40 y 50 años.

$$P(40 < x < 50) = \int_{40}^{50} f(x)dx = \int_{40}^{50} \frac{1}{100} dx = \left[\frac{x}{100}\right]_{40}^{50} = 0{,}5 - 0{,}4 = 0{,}1$$

3.- Una persona de una población que sigue una ley de De Moivre con ω= 110 .
Calcular su esperanza de vida a los 45 años

$$g_x(t) = \frac{1}{w - x} \; para \; edad \; 45 \; sería = \frac{1}{65}$$

$\bar{e}_{45} = \int_0^{w-x=65} t \cdot g_x(t)dt = \frac{1}{65 \cdot 2}\left[t^2\right]_0^{65} = \frac{4225}{130} = 32{,}5 = \frac{\omega - x}{2}$

4.- Si un individuo proveniente de una población con ley de Moivre con ω= 100 tiene una edad de 40 años. Comprobar que la probabilidad de fallezca en 10 años es el doble que la probabilidad de lo haga en 5 .

$$l(40) = l_0\left(1 - \frac{40}{100}\right) = 1 - 0{,}4 = 0{,}6$$
$$l(45) = l_0\left(1 - \frac{45}{100}\right) = 1 - 0{,}45 = 0{,}55$$
$$l(50) = l_0\left(1 - \frac{50}{100}\right) = 1 - 0{,}50 = 0{,}5$$

${}_5p_{40} = \frac{l(45)}{l(40)} = \frac{0{,}55}{0{,}6} = 0,91666 \qquad {}_5q_{40} = 1 - 0{,}91666 = 0{,}08334$

$${}_{10}p_{40} = \frac{l(50)}{l(40)} = \frac{0{,}5}{0{,}6} = 0,83333 \quad {}_{10}q_{40} = 1 - 0{,}83333 = 0{,}16666$$

${}_{10}q_{40} = 0{,}16666 = 2 \cdot {}_5q_{40} = 2 \cdot 0{,}08334$

5.- Crear tabla en Excel para el tanto instantáneo de mortalidad para un modelo de Moivre con ω= 110
Comprobar en R ¿
Comprobar Caest 50 años

6.- Dado un individuo de 35 años de la población X que sigue la primera ley de Dormoy con S= 0,998
Calcular la probabilidad de que fallezca entre los 40 y 60 años.

f(35)= 0,9323·0,002=0,0019

$$P(40 < x < 60) = \int_{40}^{60} f(x)dx = \int_{40}^{50} 0{,}0019\,dx = [0{,}0019x]_{40}^{60} = 0{,}14 - 0{,}076 = 0{,}038$$

---

7 .-(hecho 2º bloque 6)Hallar la esperanza de vida de una persona de 60 años cuando tenga 65 ,si conocemos que su función de cohorte es $\boldsymbol{l_x = 1000000\left(1 - \frac{x}{100}\right)}$ Es un modelo de Moivre con ω=100 y lo=1000000

Diferida

$$l_{60} = 1000000\left(1 - \frac{60}{100}\right) = 400000$$

$$T_{100} - T_{65} = \int_{65}^{100} 1000000(1 - \frac{x}{100})dx = 1000000\left[x - \frac{x^2}{200}\right]_{65}^{100}$$
$$= 1000000\left[\left(100 - \frac{10000}{200}\right) - \left(65 - \frac{4225}{200}\right)\right] = 1000000 \cdot 6{,}125$$
$$= 6125000$$

$$_{t/}\bar{e}_x = {}_{5/}\bar{e}_{60} = \frac{T_{65}}{l_{60}} = \frac{6125000}{40000} = 15{,}3125$$

Es un modelo de Moivre con ω=100 y lo=1000000

Luego $\bar{e}_{65} = \frac{\omega - x}{2}$ para x=65 $\bar{e}_{65} = \frac{100-65}{2}$= 17,5

$$\mu_{60} = \frac{1}{\omega - x} = \frac{1}{40} = 0{,}025$$

$$_5p_{60} = 1 - 5 \cdot \mu_{60} = 1 - 5 \cdot 0{,}025 = 0{,}875$$

$$_{t/}\bar{e}_x = {}_{5/}\bar{e}_{60} = \bar{e}_{65} \cdot {}_5p_{60} = 17{,}5 \cdot 0{,}975 = 15{,}31$$

Comprobar Caest

8.-Se conoce que una población tiene como ley de mortalidad una ley de Sang con b=0,97434 y w=115 . Calcular el tanto instantáneo de mortalidad de una persona de 59 años.

El tanto instantáneo será .

$$\mu_x = \frac{\ln(b)}{(b^{\omega-x}-1)}$$

Luego $\mu_{59} = \frac{LN(0,97434)}{0,97434^{115-59}-1} = \frac{-0,025994}{0,23323-1} = 0,0339$

Comprobar con Caest

9.- Una persona X de 30 años de un país y generación sigue una ley de dormoy de supervivencia con parámetro S=0,98 , mientras que otra Y de 40 se presupone que sigue la misma ley pero de parámetro S=0,997 . En base a ello y si se establece un vínculo actuarial entre ellas , calcular la probabilidad de que dicho vínculo se haya disuelto antes 20 años.

Tomamos lo=1000

$$l_x = l_0 S^x$$

Para X=30 como $l_{30} = 1000 \cdot 0,98^{30} = 545,48$

Y

$l_{50} = 1000 \cdot 0,98^{50} = 364,16$ luego ${}_{20}p_{30} = \frac{l_{50}}{l_{30}} = \frac{364,16}{545,48} = 0,6675$

Como se trata de una ley de dormoy . Más fácil ${}_{n}p_{x} = S^n$

Luego ${}_{20}p_{30} = 0,98^{20} = 0,6675$

$$l_x = l_0 S^x$$

Para X=40 como $l_{40} = 1000 \cdot 0,997^{40} = 886,76$

Y

$l_{60} = 1000 \cdot 0,997^{60} = 835,0443$ luego ${}_{20}p_{40} = \frac{l_{60}}{l_{40}} = \frac{835,04}{886,76} = 0,9416$

Como se trata de una ley de dormoy . Más fácil ${}_{n}p_{x} = S^n$

Luego ${}_{20}p_{40} = 0,997^{20} = 0,94167$

Hasta la disolución

Disolución

$$ {}_{20}q_{x=30,y=40} = 1 - ({}_{20}p_{x=30} \cdot {}_{20}p_{y=40}) = 1 - (0{,}667 \cdot 0{,}94160) $$
$$ = 1 - 0{,}627 = 0{,}3728 $$

Comprobar Caest

10.- Hallar la esperanza de vida de una persona de 10 años cuya supervivencia sigue una ley de Sang de b=0,96 con w=100 . Tomar lo=1000 si procede. Después comprobar con Caest y tabla.

Conocemos $e_x = -\frac{(\omega - x)b^{\omega-x}}{1-b^{\omega-x}} - \frac{1}{\ln(b)}$

Luego $e_{10} = -\frac{90 \cdot 0{,}96^{90}}{1-0{,}96^{90}} - \frac{1}{\ln(0{,}96)} = -\frac{2{,}28377}{0{,}9746} - \frac{1}{-0.0408} = -2{,}3432 + 24{,}496 = 22{,}153$