



Programa

Lección 13 La energía magnética

- 13.1 Introducción
- 13.2 Aspectos energéticos de las corrientes eléctricas
- 13.3 Energía magnética
- 13.4 Energía de un sistema de corrientes filiformes estacionarias
- 13.5 Energía de una distribución de corrientes. Densidad de energía magnética
- 13.6 Energía de un dipolo magnético
- 13.7 Energía de imanación en los medios materiales



Bibliografía

Lección 13 La energía magnética

Cheng	Lección	5
Pomer	Lección	10
Reitz-Milford-Christy	Lección	12
Wangsness	Lección	18



La energía magnética

Aspectos energéticos de las corrientes eléctricas

Trabajo sobre las cargas en movimiento que constituyen un corriente eléctrica

$$\vec{F} = \int_V \rho (\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}) dV$$

$$\vec{F} = \int_V (\rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}) dV$$

$$\frac{dW}{dt} = \int_V (\rho \vec{E} + \vec{J} \times \vec{B}) \cdot \vec{v} dV$$

$$\frac{dW}{dt} = \int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV$$

$$\int_V \vec{E} \cdot \vec{J} dV = - \int_V \nabla \cdot (\phi \vec{J}) dV + \int_V \phi \nabla \cdot \vec{J} dV$$

$$\vec{E}_{ef} = \vec{E} + \vec{E}_{em} \quad \text{con} \quad \vec{E} = -\nabla \phi$$



La energía magnética

Aspectos energéticos de las corrientes eléctricas

Balance energético para una corriente estacionaria

$$\frac{dW}{dt} = \int_V \vec{E}_{ef} \vec{J} dv = \int_V (\vec{E} + \vec{E}_{em}) \vec{J} dv = \int_V \vec{E}_{em} \vec{J} dv$$

$$\int_V \vec{E}_{em} \vec{J} dv = \int_V \vec{J} \left(\frac{\vec{J}}{\sigma} - \vec{E} \right) dv = \int_V \frac{J^2}{\sigma} dv$$

$$\frac{dW_g}{dt} = \int_C i \vec{E}_{em} d\vec{l} = F_{em} i \quad \int_V \frac{J^2}{\sigma} dv = \int_V \frac{i^2 S}{S\sigma} dv = \int_V \frac{dl}{S\sigma} = i^2 R$$



La energía magnética

La energía magnética

Balance energético para una corriente no estacionaria

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} \quad \nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \vec{J} = \sigma (\vec{E} + \vec{E}_{em})$$

$$\int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dv = \int_V \vec{E} (\nabla \times \vec{H}) dv = \int_V [\vec{H} \cdot \nabla \times \vec{E} - \nabla \cdot (\vec{E} \times \vec{H})] dv$$

$$\int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dv = \int_S (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot d\vec{S} + \int_V \vec{H} \cdot (\nabla \times \vec{E}) dv$$

$$\int_V \vec{J} \cdot \vec{E} dv = \int_V \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dv \quad \int_V \vec{J} \cdot \vec{E}_{em} dv = \int_V \frac{J^2}{\sigma} dv + \int_V \vec{H} \cdot \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dv$$

V. Muñoz Sanjosé

Electromagnetismo

Curso 2003-2004



La energía magnética

La energía magnética

$$\delta U = \int_V \vec{H} \delta \vec{B} dv$$

$$U = \int_V dv \int_0^B \vec{H} \delta \vec{B}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \vec{H} \vec{B} dv$$

$$u = \frac{1}{2} \vec{H} \vec{B}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V (\nabla \times \vec{A}) \vec{H} dv = \frac{1}{2} \int_V (\nabla \times \vec{H}) \vec{A} dv - \frac{1}{2} \int_V \nabla (\vec{H} \times \vec{A}) dv$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \vec{J} dv - \frac{1}{2} \int_{S_\infty} \vec{H} \times \vec{A} d\vec{S}$$

$$U = \frac{1}{2} \int_V \vec{A} \vec{J} dv$$



La energía magnética

Energía de un sistema de corrientes filiformes estacionarias

Circuito único

$$\frac{dW}{dt} = -\varepsilon \quad i = \frac{d\phi}{dt} i = L \frac{di}{dt} i \qquad W = \frac{1}{2} LI^2$$

Conjunto de circuitos

$$i_1 \phi_{2,1} = i_2 \phi_{1,2} = \frac{1}{2} (i_1 \phi_{2,1} + i_2 \phi_{1,2})$$

$$W = \frac{1}{2} \sum_j i_j \phi_j$$



La energía magnética

Energía de un dipolo magnético en un campo B_0

$$U_m = -\vec{m} \cdot \vec{B}_0$$

$$\delta W = i \int (d\vec{l} \times \vec{B}_0) \cdot \delta \vec{r} = i \int (\delta \vec{r} \times d\vec{l}) \cdot \vec{B}_0$$

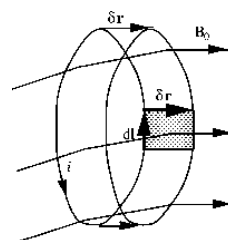
$$\delta \vec{S} = \delta \vec{r} \times d\vec{l}$$

$$\delta W = i \delta \phi_0$$

$$W = i(\phi_{02} - \phi_{01})$$

$$W = i(\phi_0 - 0)$$

$$W = -i\vec{S} \cdot \vec{B}_0$$





La energía magnética

Energía de imanación en los medios materiales

$$\delta U = \int_V \vec{H} \delta \vec{B} dv \quad \delta U_m = \int (\vec{H} \delta \vec{B} - \vec{H}_0 \delta \vec{B}_0) dv \quad \vec{H} \delta \vec{B} = \vec{B} \delta \vec{H}$$

$$\vec{H} \delta \vec{B} - \vec{H}_0 \delta \vec{B}_0 = (\vec{H} - \vec{H}_0) \delta \vec{B}_0 + (\delta \vec{H} - \delta \vec{H}_0) \vec{B} - \vec{H} \delta \vec{B}_0 + \vec{B}_0 \delta \vec{H}$$

$$- \vec{H} \delta \vec{B}_0 - \vec{B} \delta \vec{H}_0 = \left(\frac{\vec{B}}{\mu_0} - \vec{H} \right) \delta \vec{B}_0 = \vec{M} \delta \vec{B}_0 \quad \delta U_m = \int \vec{M} \delta \vec{B}_0 dv$$

$$U_m = \frac{1}{2} \int \vec{M} \cdot \vec{B}_0 dv$$

$$U_m = \int_V dv \int_0^{B_0} \vec{M} \delta \vec{B}_0$$