



Programa

Lección 17

Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

- 17.1 Introducción
- 17.2 El concepto de parámetro. Parámetros localizados y parámetros distribuidos
- 17.3 De las ecuaciones de Maxwell a las leyes de Kirchhoff
- 17.4 El caso particular de la corriente continua



Bibliografía

Lección 17

Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

Edminister (Schaum)	Lección	
Serrano	Lección	6
Pomer	Lección	16
Reitz-Milford-Christy	Lección	13



Lección 17

Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos El concepto de parámetro.

Parámetros localizados y parámetros distribuidos

- ◆ Tamaño sistema $L \ll \lambda \rightarrow$ campos E y H casi no cambian sobre L $\rightarrow$ posibilidad de definir R,L,C $\rightarrow$ Parámetros localizados.
- ◆ Tamaño sistema $L \gg \lambda \rightarrow$ campos E y H cambian mucho sobre L $\rightarrow$ aproximación Cuasi-Óptica (basada en la Óptica Geométrica).
 $0.4\mu < \lambda < 0.8\mu$
- ◆ Sistemas de microondas $\rightarrow$ generalmente $L \approx \lambda \rightarrow$ Necesidad de solución directa de las ec. Maxwell $\rightarrow$ obtención de E y H para todo punto del sistema $\rightarrow$ información excesiva $\rightarrow$ Aproximación Teoría de Circuitos de Microondas $\rightarrow$ sistemas como multipuertas $\rightarrow$ conceptos circuitales solo en las puertas.
- ◆ Caso particular de interés $L \geq \lambda \rightarrow$ posibilidad de definición local de R,L,C $\rightarrow$ Teoría de Circuitos de Parámetros Distribuidos (Líneas de Transmisión)



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

El concepto de parámetro.

Parámetros localizados y parámetros distribuidos

$$C = \frac{\int_S \rho_s dS}{\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}} = \frac{\int_S \epsilon \vec{E} d\vec{S}}{\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}} \quad R = \frac{\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}}{\int_S \vec{J} d\vec{S}} = \frac{\int_1^2 \vec{E} d\vec{l}}{\sigma \int_S \vec{E} d\vec{S}} \quad RC = \frac{\epsilon}{\sigma} \quad R = \frac{1}{\sigma S}$$

$$L = \frac{d \int_S \vec{B} d\vec{S}}{di}$$

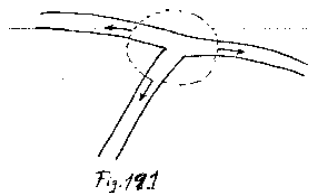


Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

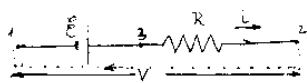
De las ecuaciones de Maxwell a las leyes de Kirchhoff

Ley de los nudos

$$\int_S \vec{J} \cdot d\vec{S} = \sum_k i_k \quad \sum_k i_k = 0$$



Ley de las mallas



$$F_{em} = \int \vec{E} d\vec{l} = \int_1^2 \frac{\vec{J} d\vec{l}}{\sigma} + \int_2^1 \vec{E}_{ef} d\vec{l} \quad \int_1^2 \frac{\vec{J} d\vec{l}}{\sigma} = iR_{12}$$

$$\int_2^1 \vec{E} d\vec{l} = V_2 - V_1 = -V \quad V = iR_{12} - F_{em} \quad V_3 - V_1 = iR - V = F_{em} - i(R_{12} - R) = F_{em} - ir \quad \sum_k v_k = V_1 - V_2$$

$$\sum_k i_k R_k = \sum_k F_{emk}$$



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

El caso particular de la corriente continua

$$\vec{J}(\vec{r}) = \sigma \vec{E}(\vec{r}) \quad \nabla \vec{J}(\vec{r}) = 0 \quad \nabla(\sigma \nabla \phi) = 0$$

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad \phi_- = \phi_+ \quad \sigma_- \left(\frac{\partial \phi_-}{\partial z} \right)_S = \sigma_+ \left(\frac{\partial \phi_+}{\partial z} \right)_S$$

$$i = \int_S \sigma \nabla \phi \, d\vec{S} \quad R = \frac{1}{\sigma S} \quad \phi_1 - \phi_2 = V_1 - V_2 = v = iR$$



V. Muñoz Sanjosé

Electromagnetismo

Curso 2003-2004



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

De las ecuaciones de Maxwell a las leyes de Kirchhoff

Ley de las mallas

$$i_{j,k} = i_j - i_k$$

$$\sum_k (i_j - i_k) R_{j,k} = \sum_k F_{emj,k} \quad j = 1, 2, \dots$$

$$\begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & \dots & r_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ r_{n1} & r_{n21} & \dots & r_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} i_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ i_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_{em1} \\ \cdot \\ \cdot \\ F_{emn} \end{pmatrix}$$

$$r_{j,j} = \sum_k R_{j,k} \quad j = 1, 2, \dots \quad r_{j,k} = -R_{j,k} \quad j \neq k$$

V. Muñoz Sanjosé

Electromagnetismo

Curso 2003-2004



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

De las ecuaciones de Maxwell a las leyes de Kirchhoff

Método de las tensiones de nudo

$$V_j - V_k = i_{j,k} R_{j,k} - F_{em\ j,k} \quad \sum_k \frac{(V_j - V_k)}{R_{j,k}} = - \sum_k \frac{F_{em\ j,k}}{R_{j,k}} \quad j = 1, 2, \dots$$

$$g_{j,j} = \sum_k \frac{1}{R_{j,k}} \quad g_{j,k} = -\frac{1}{R_{j,k}} \quad j \neq k$$

$$I_j = - \sum_k \frac{F_{em\ j,k}}{R_{j,k}} \quad \begin{pmatrix} g_{11} & g_{12} & \dots & g_{1n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ g_{n1} & g_{21} & \dots & g_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ V_n \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I_1 \\ \vdots \\ \vdots \\ I_n \end{pmatrix}$$

V. Muñoz Sanjosé

Electromagnetismo

Curso 2003-2004



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

Teorema de sustitucion

$$V'_n = V_n$$

Teorema de thevenin

$$i_2 = \frac{F_{em}}{R + R_{1,2}} \quad i = \frac{v}{R + R_{1,2}} \quad R_{1,2} = \frac{v}{i_0}$$



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

Teorema de Norton

$$i = \frac{F_{em}}{r + R} \qquad i = \frac{F_{em}}{r} - \frac{F_{em}}{r} \frac{R}{r + R} = i_0 - i_0 \frac{R}{r + R}$$

$$i_0 = \frac{F_{em}}{r} \qquad g = \frac{1}{r}$$



Transición de las ecuaciones de Maxwell a la teoría de circuitos

Teorema de Tellegen

$$\sum_{k=1}^n i_k v_k = 0 \qquad \sum_k v_{l,m}^k = V_l - V_k$$

$$\sum_{l,m} \sum_k v_{l,m}^k i_{l,m} = \sum_{l,m} i_{l,m} V_l - \sum_{l,m} i_{l,m} V_k \qquad \sum_k P_{d,k} = \sum_k P_{g,k}$$