Programa

Lección 3
El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

- 3.1 Introducción
- 3.2 Propiedades diferenciales del campo magnetostático
- 3.3 Propiedades integrales del campo magnetostático. Teorema de Ampère
- 3.4 El potencial vector
- 3.5 Ecuaciones del potencial vector

Programa

Lección 3
El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

BIBLIOGRAFÍA

Griffiths	Lección	5
Pomer	Lección	3
Marshall	Lecciones	4 y 5
Reitz –Milford-Christy	Lección	8

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Propiedades diferenciales del campo magnetostático

$$\boxed{\vec{B} = \frac{m_0}{4p} \int_{V'} (\vec{J}(\vec{r}\,') \, x \, \frac{\vec{R}}{R_3}) \, dv'}$$

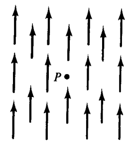
$$\boxed{\nabla \vec{B} = \nabla \left(\frac{m_0}{4p} \int_{V} (\vec{J}(\vec{r}\,') \, x \, \frac{\vec{R}}{R_3}) \, dv' \right)}$$

$$\nabla \left(\vec{A} \, x \, \vec{B} \right) = \vec{B} \left(\nabla \, x \, \vec{A} \right) - \vec{A} \left(\nabla \, x \, \vec{B} \right)$$

$$\frac{\vec{R}}{R_3} (\nabla \, x \, \vec{J}) = 0 \qquad \vec{J} \, (\nabla \, x \, \frac{\vec{R}}{R_3}) = 0$$

$$\boxed{\nabla \, \vec{B} = 0}$$

Campo solenoidal



El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

Propiedades diferenciales del campo magnetostático

$$\boxed{\nabla x\vec{B} = \nabla x\left(\frac{m_0}{4p}\int_V (\vec{J}(\vec{r}\,')\,x\,\frac{\vec{R}}{R_3})\,dv'\right)}$$

$$\nabla x\,(\vec{J}(\vec{r}\,')\,x\,\frac{\vec{R}}{R_3}) = \vec{J}(\vec{r}\,')\nabla(\frac{\vec{R}}{R_3}) - \frac{\vec{R}}{R_3}\,\nabla\vec{J}(\vec{r}\,') + \left(\frac{\vec{R}}{R_3}\,\nabla\right)\vec{J}(\vec{r}\,') - (\vec{J}\,\nabla)(\frac{\vec{R}}{R_3})$$

$$\nabla x\,(\vec{J}(\vec{r}\,')\,x\,\frac{\vec{R}}{R_3}) = \left[\nabla(\frac{\vec{R}}{R_3})\right]\vec{J} - (\vec{J}\,\nabla)(\frac{\vec{R}}{R_3}) \qquad \nabla\left\| f(R)\right\| \Leftrightarrow -\nabla'\left\| f(R)\right\|$$

$$-\int\left[\vec{J}(\vec{r}\,')\,\nabla\right]\frac{\vec{R}}{R^3}\,dv' = \int\left[\vec{J}(\vec{r}\,')\,\nabla'\right]\frac{\vec{R}}{R^3}\,dv'$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Propiedades diferenciales del campo magnetostático

$$\int \left[J_j \, \partial'_j \right] \frac{R_i}{R^3} \, dv' \quad \textit{donde se ha hecho uso de la notación} \quad \partial'_j = \frac{\partial}{\partial x'_j}$$

$$\int \left[J_j \, \partial'_j \right] \frac{R_i}{R^3} \, dv' = \int \partial'_j \left(\frac{J_j R_i}{R^3} \right) dv' - \int \left(\partial'_j J_j \right) \frac{R_i}{R^3} \, dv'$$

$$\int \partial'_j \left(\frac{J_j R_i}{R^3} \right) dv' = \int \frac{R_i}{R^3} \, J_j \, dS_j = 0 \qquad \vec{J}(\vec{r}\,') \left[\nabla \left(\frac{\vec{R}}{R^3} \right) \right] = 4p \; \vec{J}(\vec{r}) \, \partial(\vec{R})$$

$$\boxed{\nabla x \, \vec{B} = m_0 \, \vec{J}(\vec{r})}$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Propiedades integrales del campo magnetostático. Teorema de Ampère

$$\nabla \vec{B} = 0$$

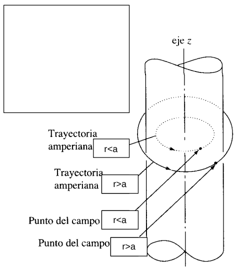
$$\boxed{\int_{S_c} \vec{B}\, d\vec{S} = \int_V \nabla \vec{B}\, dv = 0}$$

El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

Propiedades integrales del campo magnetostático.
Teorema de Ampère

$$\nabla x\,\vec{B} = \mu_0\,\vec{J}(\vec{r}) \qquad \int_S \nabla x\,\vec{B}\,d\vec{S} = \mu_0 \int_S \vec{J}(\vec{r})\,d\vec{S} = \mu_0 i(C) \qquad \boxed{\oint_C \vec{B}\,d\vec{l} = \mu_0 i(C)}$$

Teorema de Ampère



$$B = \frac{\mu_0 i}{2\pi\,r} \qquad \vec{B} = \frac{\mu_0 i(r)}{2\pi\,r}\,\vec{u}_\varphi \qquad i(r) = \int_0^r J(r')\,2\pi\,r'dr'$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

El potencial vector

$$\nabla \vec{B} = 0 \qquad \nabla(\nabla x ...) = 0 \qquad \boxed{\vec{B} = \nabla x \, \vec{A}} \qquad \vec{A}' = \vec{A} + \nabla c$$

$$\vec{B} = \frac{m_0}{4p} \int_{V'} (\vec{J}(\vec{r}\,') \; x \; \frac{\vec{R}}{R_3}) \, dv' \qquad \nabla \, x\left(a \, \vec{V}\right) = a \; \nabla x \vec{V} - \vec{V} \; x \nabla \, a$$

$$\nabla x\left(\frac{1}{R}\vec{J}\right) = \frac{1}{R}\nabla x \vec{J} - \vec{J} x \nabla \frac{1}{R} = 0 + \vec{J} x \frac{\vec{R}}{R^3}$$

$$\boxed{\vec{A} = \frac{m_0}{4p} \int \frac{\vec{J}(\vec{r}\,')}{R} dv'} \qquad \nabla \, \vec{A} = 0$$

El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

Ecuaciones del potencial vector

$$\boxed{\nabla x \vec{B} = \nabla x\left(\nabla x\vec{A}\right) = \nabla(\nabla\vec{A}) - \Delta\vec{A} = m_0 \vec{J}} \qquad \nabla(\nabla\vec{A}) - \Delta\vec{A} = m_0 \vec{J}$$

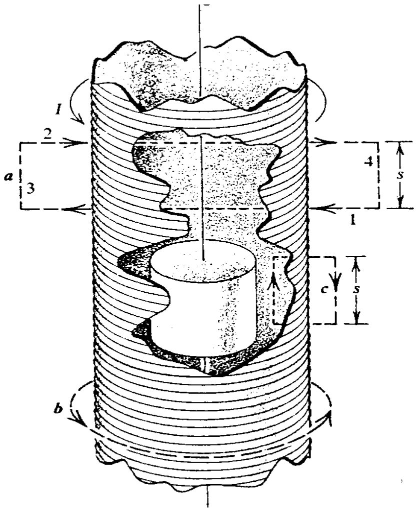
$$\boxed{\Delta\vec{A} = -m_0 \vec{J}} \qquad \boxed{\vec{A} = \frac{m_0\, i}{4p}\int \frac{d\vec{l}'}{R}}$$

$$\int_{S_a} \nabla x\vec{V}\, d\vec{S} = \oint \vec{V}\, d\vec{l} \qquad \vec{V} = \vec{u}\, f \qquad \oint f\, d\vec{l} = \int_{S_a} d\vec{S}\, x\, \nabla f$$

$$f = \frac{1}{R} \qquad \boxed{\vec{A} = \frac{m_0\, i}{4p}\int d\vec{S}' x\, \nabla'\left(\frac{1}{R}\right) = \frac{m_0\, i}{4p}\int d\vec{S}' x\, \frac{\vec{R}}{R^3}}$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Solenoide infinito



$$B \neq f(z, \varphi)$$

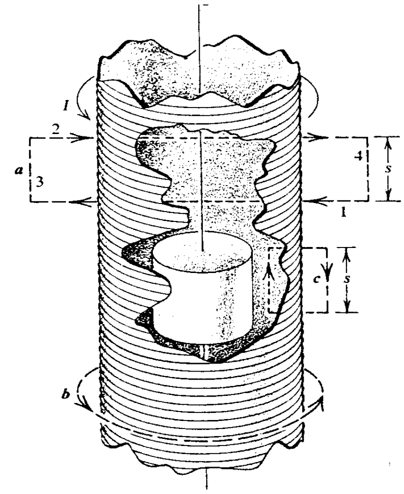
B_r

B_φ

B_z

El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

Solenoide infinito



$$\int_{SC} \vec{B}\, d\vec{S} = 0 = \int_{v} \nabla \vec{B}\, dv$$

$$\vec{B}\, d\vec{S}\ \Big|_{Clat.} = B_r\, dS = 0 = 2\pi\, l\, \rho\ \ B_r$$

$$\boxed{B_r = 0}$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Solenoide infinito

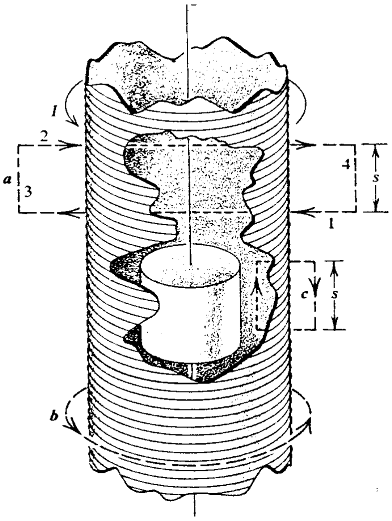
$$\nabla \ x \, \vec{B} \ = \ 0$$

$$\vec{u}_r \left(\frac{1}{r} \frac{\partial B_z}{\partial j} - \frac{\partial B_j}{\partial z} \right) + \vec{u}_j \left(\frac{\partial B_r}{\partial z} - \frac{\partial B_z}{\partial r} \right) + \vec{u}_z \frac{1}{r} \left(\frac{\partial}{\partial r} \left(r \ B_j \right) - \frac{\partial B_r}{\partial j} \right)$$

$$\boxed{\frac{\partial B_z}{\partial r} = 0} \qquad \boxed{\frac{\partial}{\partial r} \left(r \ B_j \right) = 0}$$

El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

Solenoide infinito



$$\oint \vec{B}\, d\vec{l} = 0$$

$$B_r = 0$$

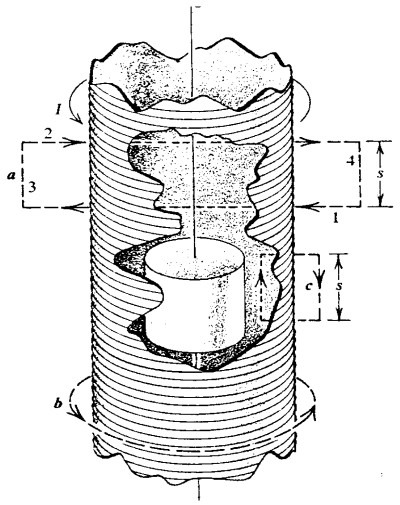
$$B_z(3) = B_z(4)$$

$$B_z S_1 = B_z S_2$$

$$\boxed{B_z = 0}$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Solenoide infinito

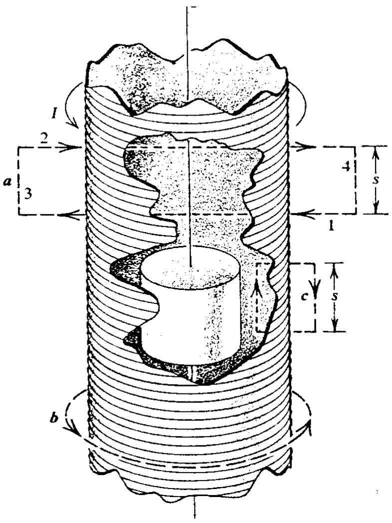


$$\oint \vec{B}d\vec{l} = 0$$

$$\boxed{B_j = 0}$$

El campo de las corrientes estacionarias. El campo magnetostático

Solenoide infinito

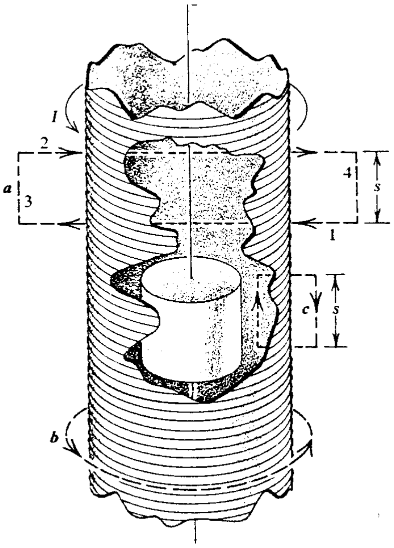


$$\oint \vec{B} d\vec{l} = m_0 \frac{n}{L} l I = B_z l$$

$$\boxed{B_z = m_0 \frac{n}{L} I}$$

El campo de las corrientes estacionarias.
El campo magnetostático

Solenoide infinito



$$\oint \vec{B} d\vec{l} = m_0 I = 2p\ r B_j$$

$$\boxed{B_j = \frac{m_0 I}{2p\ r}}$$