



Programa

Lección 6

Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

- 6.1 Introducción
- 6.2 El campo electromotor. Definición de fuerza electromotriz
- 6.3 Ley de Faraday-Lenz de la inducción electromagnética
- 6.4 Inducción electromagnética en circuitos en movimiento
- 6.5 Coeficientes de inducción. Fórmula de Neumman



Programa

Lección 6 Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

BIBLIOGRAFÍA

Griffiths	Lección	6
Marshall	Lección	8
Pomer	Lección	7
Reitz-;ilford-Christy	Lección	11



Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

El campo electromotor. Definición de fuerza electromotriz

$$\vec{J} = f(\vec{E}_{ef}) \vec{E}_{ef} = \sigma \vec{E}_{ef} \qquad F_{em} = \int \vec{E}_{ef} d\vec{l} = \int \frac{\vec{J} d\vec{l}}{f(\vec{E}_{ef})}$$

$$\vec{E}_{ef} = \vec{E} + \vec{E}_{em} \qquad F_{em} = \int \vec{E}_{ef} d\vec{l} = \int \vec{E}_{em} d\vec{l}$$

$$F_{em} = \int \vec{E}_{em} d\vec{l} = \int_{A_1}^{B_1} \vec{E}_{em} d\vec{l} + \int_{A_2}^{B_2} \vec{E}_{em} d\vec{l} + \dots = F_{em_1} + F_{em_2} + \dots$$

Circuito abierto

$$F_{em} = \int_A^B \vec{E}_{em} d\vec{l} = - \int_A^B \vec{E} d\vec{l} = \phi(B) - \phi(A)$$

Caso general

$$F_{em} \geq \phi(B) - \phi(A)$$

V. Muñoz Sanjosé

Electromagnetismo

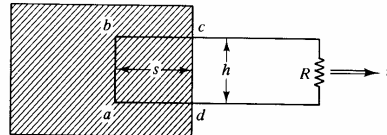


Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

Un ejemplo de campo electromotor

$$\vec{F} = q(\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F_{em} = \mathcal{E} = v B h$$



$$\phi = \int \vec{B} d\vec{S} = B h s \quad \frac{\partial \phi}{\partial t} = B h \frac{ds}{dt} = -B h v = -\mathcal{E} \quad \text{Ley de Lenz}$$



Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

Ley de Faraday-Lenz de la inducción electromagnética

$$F_{em} = \mathcal{E} = -k \frac{d\Phi}{dt} \quad \Phi = \int \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad \mathcal{E} = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\mathcal{E} = - \frac{d}{dt} \int_S \vec{B}(\vec{r}, t) \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}(\vec{r}, t)}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \int_C \vec{E}_{ef} \cdot d\vec{l} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S}$$

$$\int_C \vec{E}_{ef} \cdot d\vec{l} = \int_S \nabla \times \vec{E} \cdot d\vec{S} = - \int_S \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \cdot d\vec{S} \quad \nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

Ley Faraday-Lenz



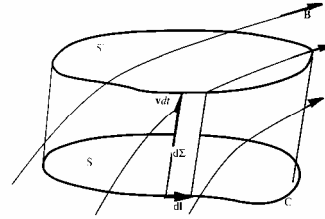


Campos variables con el tiempo.

Inducción electromagnética

Inducción electromagnética en circuitos en movimiento

$$\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \frac{D\vec{B}}{Dt} d\vec{S}$$



$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{\Phi(t+dt) - \Phi(t)}{dt} = \frac{1}{dt} \left[\int_{S'} \vec{B}(t+dt) d\vec{S} - \int_S \vec{B}(t) d\vec{S} \right]$$

$$\vec{B}(t+dt) = \vec{B}(t) + \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} dt + \dots$$

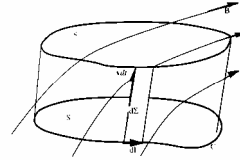


Campos variables con el tiempo.

Inducción electromagnética

Inducción electromagnética en circuitos en movimiento

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{1}{dt} \left[\int_{S'} \vec{B}(t) d\vec{S} + \int_{S'} \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} dt d\vec{S} - \int_S \vec{B}(t) d\vec{S} \right]$$



$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_{S'} \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} d\vec{S} + \frac{\partial}{\partial t} \left[\int_{S'} \vec{B}(t) d\vec{S} - \int_S \vec{B}(t) d\vec{S} \right]$$

$$\int_V \nabla \vec{B} dv = \int_{S'} \vec{B} d\vec{S} - \int_S \vec{B} d\vec{S} + \int_{S_L} \vec{B} d\vec{S}_L \quad dv = \vec{v} d\vec{S} dt$$

$$dS_L = d\vec{l} \times \vec{v} dt$$



Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

Inducción electromagnética en circuitos en movimiento

$$\int_{S'} \vec{B} d\vec{S} - \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_V \nabla \vec{B} dv - \int_C (\vec{dl} \times \vec{v}) \vec{B} dt \quad \int_{S'} \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} d\vec{S} = \int_S \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} d\vec{S}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \int_S \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} d\vec{S} + \int_C (\vec{B} \times \vec{v}) d\vec{l}$$

$$\frac{d}{dt} \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \left[\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} + \nabla \times (\vec{B} \times \vec{v}) \right] d\vec{S}$$

$$\frac{D\vec{B}}{Dt} = \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} + \nabla \times (\vec{B} \times \vec{v})$$

V. Muñoz Sanjosé

Electromagnetismo



Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

Inducción electromagnética en circuitos en movimiento

$$F_{em} = \int \vec{E} d\vec{l} = - \int_S \left(\frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} + \nabla \times (\vec{B} \times \vec{v}) \right) d\vec{S}$$

$$\nabla \times \vec{E}' = - \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t} - \nabla \times (\vec{B} \times \vec{v}) \qquad \nabla \times (\vec{E}' - \vec{v} \times \vec{B}) = - \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t}$$

$$\vec{F}' = q \vec{E}'$$

$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

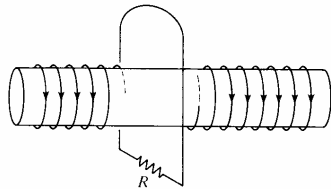
$$\vec{E}' = \vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}$$

$$\nabla \times \vec{E} = - \frac{\partial \vec{B}(t)}{\partial t}$$



Campos variables con el tiempo. Inducción electromagnética

Coeficientes de inducción. Fórmula de Neumann



$$\Phi = \int_S \vec{B} d\vec{S} = \int_S \nabla \times \vec{A} d\vec{S} = \int_C \vec{A} d\vec{l}$$

$$\Phi_{12} = \frac{\mu_0 i}{4\pi} \int_{C_2} d\vec{l} \int_{C_1} \frac{d\vec{l}}{R}$$

$$\Phi_{12} = L_{12} i_1$$

$$L_{12} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{C_1} \int_{C_2} \frac{d\vec{l}_1 d\vec{l}_2}{R} = L_{21}$$

$$\Phi = L i$$



Campos variables con el tiempo.
Inducción electromagnética
Coeficientes de inducción. Fórmula de Neumann
Coeficiente de autoinducción

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_{V'} \frac{\vec{J}(\vec{r}')}{R} dv'$$

$$\Phi = \frac{1}{i} \int_S \left(\int_C \vec{A} d\vec{l} \right) \vec{J} d\vec{S} = \frac{\mu_0}{4\pi i} \int_V dv \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}) \vec{J}(\vec{r}')}{R} dv'$$

$$L = \frac{\mu_0}{4\pi i^2} \int_V \int_V \frac{\vec{J}(\vec{r}) \vec{J}(\vec{r}')}{R} dv dv'$$