

MAT.ES2005  
Sesión especial:  
Teoría de grupos y representaciones  
Resúmenes

Organizadores:

A. Ballester Bolinches  
R. Esteban Romero  
M. C. Pedraza Aguilera  
F. Pérez Monasor

**A. R. Ashrafi** (University of Kashan, Irán)

*Classification of Finite Groups by the Number of Conjugacy Classes of Normal Subgroups*

Let  $G$  be a finite group and  $A$  be a normal subgroup of  $G$ . We denote by  $\text{ncc}(A)$  the number of  $G$ -conjugacy classes of  $A$  and  $A$  is called  $n$ -decomposable, if  $\text{ncc}(A) = n$ . Set  $\mathcal{K}_G = \{\text{ncc}(A) \mid A \triangleleft G\}$ . Let  $X$  be a non-empty subset of positive integers. A group  $G$  is called  $X$ -decomposable, if  $\mathcal{K}_G = X$ .

The author in [1-7], characterized the  $X$ -decomposable non-perfect finite groups, for  $X = \{1, n\}$ ,  $n \leq 8$ ,  $\{1, 2, 3\}$ ,  $\{1, 2, 4\}$ ,  $\{1, 3, 4\}$ . In this talk, we report on this problem.

**2000 Mathematics Subject Classification:** 20E34, 20D10.

**Keywords and phrases:** Finite group,  $n$ -decomposable subgroup, conjugacy class,  $X$ -decomposable group.

## References

- [1] A.R. Ashrafi and H. Sahraei, On Finite Groups Whose Every Normal Subgroup is a Union of the Same Number of Conjugacy Classes, Vietnam J. Math. **30** (2002), no. 3, 289–294.

- [2] A.R. Ashrafi and H. Sahraei, Subgroups which are a union of a given number of conjugacy classes, to appear in London Math. Soc. Lecture Note Series, 2003.
- [3] A.R. Ashrafi and Y. Zhao, On 5– and 6–Decomposable Finite Groups, Math. Slovaca **53**(4)(2003), 373-383.
- [4] A.R. Ashrafi and W.J. Shi, On 7– and 8–Decomposable Finite Groups, to appear in Math. Slovaca, 2004.
- [5] A.R. Ashrafi, On decomposability of finite groups, J. Korean Mat h. Soc., 2004.
- [6] A.R. Ashrafi, On Finite Groups Whose Every Proper Normal Subgroup is a Union of a Given Number of Conjugacy Classes, to appear in Proc. Indian Acad. Sci., Math. Sci., 2004.
- [7] M. Schonert et al., GAP, Groups, Algorithms and Programming, Lehrstuhl D fur Mathematik, RWTH, Aachen, 1992.

**Homer Bechtell** (University of New Hampshire, Estados Unidos de América)

(se anunciará más adelante)

**Antonio Beltrán** (Universitat Jaume I, Castelló) y **María José Felipe** (Universitat Politècnica de València)

*Divisores primos de grados de caracteres  $\pi$ -parciales y de cardinales de clases de conjugación de  $\pi$ -elementos*

Sea  $\pi$  un conjunto de primos y  $G$  un grupo finito  $\pi$ -separable. Consideremos  $I_\pi(G)$  el conjunto de caracteres  $\pi$ -parciales irreducibles de  $G$  y denotemos por  $Con(G_\pi)$  el conjunto de clases de conjugación de  $\pi$ -elementos de  $G$ . Sean  $\rho_\pi(G) = \{p \mid p \text{ divide } \varphi(1) \text{ para algún } \varphi \in I_\pi(G)\}$  y  $\rho_\pi^*(G) = \{p \mid p \text{ divide } |C| \text{ para algún } C \in Con(G_\pi)\}$ .

Se establecen relaciones de inclusión entre estos conjuntos. Si  $G$  es resoluble entonces  $\rho_\pi(G) \subseteq \rho_\pi^*(G)$ . En particular, cuando  $\pi = p'$  obtenemos que si  $G$  es  $p$ -resoluble entonces todo primo divisor de  $\varphi(1)$  para algún  $\varphi \in Irr(G)$  debe dividir al cardinal de alguna clase de conjugación de  $p'$ -elementos.

Por otra parte, S. Dolfi demostró que si  $G$  es resoluble y  $r$  y  $s$  son primos distintos que dividen a  $\chi(1)$  para algún  $\chi \in Irr(G)$ , entonces la  $\{r, s\}$ -longitud de  $G$  es menor o igual a 1 y  $rs$  debe dividir al cardinal de alguna clase de conjugación de  $G$ . Bajo dicha hipótesis de  $\{r, s\}$ -longitud, se prueba un resultado análogo para caracteres irreducibles  $\pi$ -parciales y cardinales de clases de conjugación de  $\pi$ -elementos. Como consecuencia, se obtiene también para caracteres de Brauer y clases de conjugación de  $p'$ -elementos en grupos  $p$ -resolvibles.

**Clara Calvo** (Universitat de València)

*Productos de formaciones  $\mathfrak{X}$ -saturadas de grupos finitos*

Un resultado clásico de teoría de clases de grupos afirma que el producto de dos formaciones saturadas es una formación saturada. Este resultado no es cierto en general para formaciones resolublemente saturadas. En esta charla se presentan condiciones necesarias y suficientes para que el producto de dos formaciones  $\mathfrak{X}$ -saturadas sea una formación  $\mathfrak{X}$ -saturada, donde  $\mathfrak{X}$  es una clase de grupos simples. Como consecuencia, cuando  $\mathfrak{X}$  es la clase de los grupos simples abelianos, obtenemos un resultado para productos de formaciones resolublemente saturadas.

**Laura Ciobanu** (University of Rutgers, Estados Unidos de América/Centre de Recerca Matemàtica) *On the endomorphism problem in free groups*

The endomorphism problem is solvable for a word  $W$  in a free group  $F$  if it can be decided effectively whether, given  $U$  in  $F$ , there is an endomorphism of  $F$  sending  $W$  to  $U$ . In this talk I present theoretical, as well as computational, aspects of the endomorphism problem in free groups. I discuss the complexity of an algorithm based on C. Edmunds' and C. Sims' approach that solves the endomorphism problem for a few classes of words. In particular, I show that the algorithm runs in polynomial time when  $W$  is a two-generator word.

**Antonio Díaz** (Universidad de Málaga)

*Todos los grupos finitos  $p$ -locales de rango 2 para  $p$  primo impar* (trabajo conjunto con Albert Ruiz y Antonio Viruel)

En este trabajo obtenemos una clasificación de los grupos finitos  $p$ -locales para  $p$  primo impar. Esta clasificación complementa el resultado clásico para grupos finitos simples de 2-rango dos, y se obtiene, en vista del Teorema de Fusion de Alperin para grupos finitos  $p$ -locales, mediante un ingenioso análisis de los grupos de automorfismos externos de los posibles subgrupos  $\mathcal{F}$ -radicales propios. Además se obtienen nuevas familias de grupos resistentes, concepto equivalente al de grupo de Swan en teoría de grupos, y nuevas familias de grupos finitos 3-locales exóticos.

*All rank two  $p$ -local finite groups for odd prime  $p$*  (joint work with Albert Ruiz and Antonio Viruel)

In this work we obtain a classification of rank two  $p$ -local finite groups for odd prime  $p$ . This classification complements the classical result for finite simple groups of 2-rank two, and it is obtained, in view of Alperin's

Fusion Theorem for  $p$ -local finite groups, by means of a neat analysis of the outer automorphisms groups of the possible proper  $\mathcal{F}$ -radical subgroups. New families of resistant groups, the analog concept to the group theoretical concept of Swan group, and new exotic 3-local finite groups are found.

**Arnold Feldman** (Franklin and Marshall College, Estados Unidos de América/National University of Ireland, Galway, Irlanda)

*Characterization of injectors in finite solvable groups*

In *Finite Soluble Groups*, Klaus Doerk and Trevor Hawkes suggest the problem of describing injectors of finite solvable groups without using the definition of a Fitting set. This paper is an attempt to accomplish that task.

Given a finite soluble group  $G$  and a subgroup  $H$ , consider the interval between  $\text{Core}_G(H)$  and  $H^G$  of any chief series of  $G$  that passes through those two subgroups, say,  $N_0 = \text{Core}_G(H) < N_1 < N_2 < \dots < N_n = H^G$ . Let  $m$  be the smallest integer such that  $HN_m = H^G$ , and let  $C_{j-1} = \text{Core}_G(HN_{j-1})$  for  $1 \leq j \leq m$ . We prove:

**Theorem.** Suppose  $H \leq G$ . Then  $H$  is an injector of  $G$  if and only if

- (1)  $H$  is a CAP subgroup of  $G$ , and
- (2) Whenever  $N_j C_{j-1} < X$  and  $X$  sn  $HN_j$  for any  $j$ ,  $1 \leq j \leq m$ , such that  $H$  avoids  $N_j/N_{j-1}$ , we have:
  - (a)  $X \cap HN_{j-1}$  is pronormal in  $N_G(X)$ .
  - (b) If also  $X^g$  sn  $HN_j$ , then  $X \cap HN_{j-1}$  and  $X^g \cap HN_{j-1}$  are conjugate in  $G$ .

**M. Asun García Sánchez** (Euskal Herriko Unibertsitatea/Universidad del País Vasco)

*Algunas condiciones necesarias para que exista un conjunto de diferencias*

Sea  $(G, +)$  un grupo abeliano de orden  $v$ . Un subconjunto  $D = \{d_1, \dots, d_k\} \subseteq G$  se dice que es un  $(v, k, \lambda)$ -conjunto de diferencias si para cada elemento  $g \in G - \{0\}$  existen exactamente  $\lambda$  pares  $(d_i, d_j) \in D \times D$  tales que  $g = d_i - d_j$ .

En esta charla, damos algunas condiciones necesarias para que exista un conjunto de diferencias. De hecho, demostramos unas cotas inferiores para  $\lambda$  que se deben cumplir cuando se dan unas condiciones particulares. Para demostrarlas, analizamos la estructura de órbitas que aparecen cuando consideramos la acción de ciertos multiplicadores. Además, aplicamos las cotas obtenidas para demostrar que no existe  $(1975, 141, 10)$ -conjunto de diferencias ni  $(5085, 124, 3)$ -conjunto de diferencias elemental abeliano. Estas dos tuplas corresponden a dos casos en los que un estudio previo de

la existencia de conjuntos de diferencias con  $100 < \lambda \leq 150$  habia dejado abierto.

### *Some necessary conditions for difference sets to exist*

Let  $(G, +)$  be an abelian group of order  $v$ . A subset  $D = \{d_1, \dots, d_k\} \subseteq G$  of size  $k$  is called  $(v, k, \lambda)$ -difference set if for every element  $g \in G - \{0\}$  there exist exactly  $\lambda$  pairs  $(d_i, d_j) \in D \times D$  such that  $g = d_i - d_j$ .

In this talk we give some necessary conditions for a difference set to exist. In fact, we show lower bounds for  $\lambda$  under certain hypotheses. In order to obtain them, we analyze the orbit structure that appear when we consider the action of certain multipliers. Besides, we apply the obtained bounds to prove that there does not exist  $(1975, 141, 10)$ -difference set and  $(5085, 124, 3)$ -difference set in  $G = C_3^2 \times C_5 \times C_{113}$ . These two tuples correspond to two open cases in a previous survey on the existence of difference set with  $100 < k \leq 150$ .

**A. Iranmanesh** (Tarbiat Modarres University, Teherán, Irán)

### *A characterization of $\text{PSU}(p, q)$ for any prime number $p$*

For an integer  $n$ , let  $\pi(n)$  be the set of prime divisors of  $n$ . If  $G$  is a finite group, then  $\pi(G)$  is defined to be  $\pi(|G|)$ . The prime graph  $\Gamma(G)$  of a group  $G$  is a graph whose vertex set is  $\pi(G)$ , and two distinct primes  $p$  and  $q$  are linked by an edge if and only if  $G$  contains an element of order  $pq$ . Let  $\pi_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, t(G)$  be the connected components of  $\Gamma(G)$ . For  $|G|$  even,  $\pi_1$  will be the connected component containing 2. Then  $|G|$  can be expressed as a product of some positive integers  $m_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, t(G)$ , with  $\pi(m_i) = \pi_i$ . The integers  $m_i$ 's are called the order components of  $G$ . The set of order components of  $G$  will be denoted by  $\text{OC}(G)$ . If the order of  $G$  is even, we will assume that  $m_1$  is the even order component and  $m_2, \dots, m_{t(G)}$  will be the odd order components of  $G$ . The following groups are uniquely determined by their order components: Sporadic simple groups,  $\text{PSL}(p, q)$  for any prime number  $p$ ,  $C_2(q)$  where  $q > 5$ ,  $\text{PSU}(n, q)$  for  $n = 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19$ .

In this paper, we prove that  $\text{PSU}(p, q)$  for any prime number  $p$  are also uniquely determined by their order components, that is, we have:

**Main Theorem.** *Let  $G$  be a finite group,  $p$  a prime number and  $M = \text{PSU}(p, q)$ . Then  $\text{OC}(G) = \text{OC}(M)$  if and only if  $G \cong M$ .*

As corollaries of this Theorem, the validity of a conjecture of J. G. Thompson on  $\text{PSU}(p, q)$  is obtained.

**Thompson's Conjecture.** *If  $G$  is a finite group with  $Z(G) = 1$  and  $M$  is a non-abelian simple group satisfying  $N(G) = N(M)$ , where  $N(G) = \{n \mid G \text{ has a conjugacy class of size } n\}$ , then  $G \cong M$ .*

**María Jesús Iranzo, Francisco Pérez Monasor** (Universitat de València) y **Julio La-fuente** (Nafarroako Unibertsitate Publikoa/Universidad Pública de Navarra)

### *Sylowizadores en grupos finitos*

En Math. Z. 122 (1971), no. 4, 319-320, W. Gaschütz definió  $p$ -Sylowizador de un  $p$ -subgrupo  $R$  de un grupo finito  $G$ , como un subgrupo  $S$  de  $G$  maximal con respecto a la condición  $R \in \text{Syl}_p(S)$ . Probó que todos los  $p$ -Sylowizadores de  $R$  son conjugados en  $G$  si  $G$  es resoluble y  $R$  satisface una de las condiciones siguientes:

1.  $R \trianglelefteq P$ ,  $P \in \text{Syl}_p(G)$ ,
2.  $p > 2$ , no es de Fermat y  $|P : R| < p^p$ ,  $P \in \text{Syl}_p(G)$ .

El ejemplo debido a I. M. Isaacs:  $G = \text{GL}(2, 3)$ ,  $p = 2$  y  $R = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ , en el que los 2-Sylowizadores de  $R$  no son conjugados, confirma la necesidad de añadir condiciones a la resolubilidad del grupo  $G$ . Aquí obtenemos algún resultado de tipo aritmético sobre Sylowizadores en grupos finitos cualesquiera y para grupos resolubles, ampliamos la lista de Gaschütz con otras condiciones que contienen tanto propiedades de inmersión de  $R$  en  $G$ , como sobre la estructura de los  $p$ -subgrupos de Sylow de  $G$ . Para  $p = 2$  se prueba que si  $G$  es resoluble con 2-subgrupos de Sylow de tipo cuaternio o de tipo diédrico, entonces se da la conjugación.

**María Jesús Iranzo, Francisco Pérez Monasor** (Universitat de València) y **Julio La-fuente** (Nafarroako Unibertsitate Publikoa/Universidad Pública de Navarra)

### *Clases de Fitting de grupos finitos extensibles por resolubles a derecha*

Todos los grupos tratados se suponen finitos.

Consideremos  $\mathcal{T} = \{\mathfrak{T} \mid \mathfrak{T} \text{ es una clase de Fitting tal que } \mathfrak{T} = \mathfrak{T}\mathfrak{S}\}$ ,  $\mathfrak{S}$  la clase de los grupos resolubles. Las clases en  $\mathcal{T}$  tienen un particular interés en la teoría de clases de Fitting de grupos finitos no necesariamente resolubles. Por ejemplo, en anteriores trabajos los autores demuestran que todas las clases de Fitting intermedias entre  $\mathfrak{T}_*$  y  $\langle \mathfrak{T}, b((T)) \rangle$  son inyectivas (en particular cada clase de Fitting en Locksec( $\mathfrak{S}$ ) es inyectiva, en concordancia con una conjectura de Shemetkov), siendo clases de Fitting normales exactamente las pertenecientes a la sección de Lockett de  $\langle \mathfrak{T}, b((T)) \rangle$ . Por otra parte, estas clases  $\langle \mathfrak{T}, b((T)) \rangle$ , al variar  $\mathfrak{T}$  en  $\mathcal{T}$ , proporcionan todas las clases de Fitting normales definidas por Blessenohl y Laue.

Aquí consideramos el conjunto ordenado  $(\mathcal{T}, \subseteq)$ . Demostramos que es un retículo completo, distributivo y atómico, pero que no tiene coátomos. De hecho, probamos que, si  $\mathfrak{T} \in \mathcal{T}$ , el conjunto de átomos de  $\{\mathfrak{H} \in \mathcal{T} \mid \mathfrak{T} \subseteq \mathfrak{H}\}$  está en correspondencia biyectiva con  $b(\mathfrak{T})$ , y que el de coátomos de  $\{\mathfrak{H} \in \mathcal{T} \mid \mathfrak{T} \subseteq \mathfrak{H}\}$  lo está con el conjunto de los elementos maximales del conjunto de los grupos perfectos y comonolíticos pertenecientes a  $\mathfrak{T}$  ordenado por la relación “estar subnormalmente inmerso”. El conjunto de las clases de Fitting normales del tipo de Blessenohl y Laue resulta ser un retículo isomorfo a  $(\mathcal{T}, \subseteq)$ .

Por otra parte, las clases en  $\mathcal{T}$  siempre son definibles como las de los grupos  $G$  tales que  $G_{\mathfrak{F}} \in \mathfrak{X}$ , para adecuadas clases de Fitting  $\mathfrak{F}$  y  $\mathfrak{X}$  (en la misma manera que la clase de los grupos constrictos  $\mathfrak{C}$  es la de los grupos  $G$  tales que  $F_*(G) \in \mathfrak{N}$ , la clase de los grupos nilpotentes). Fijada una clase de Fitting  $\mathfrak{F}$ , el conjunto de las clases  $\mathfrak{T} \in \mathcal{T}$  definibles a partir de  $\mathfrak{F}$  de esta forma constituyen un retículo completo, distributivo, complementado y atómico (que no es subretículo de  $\mathcal{T}$ ). La particularización a  $\mathfrak{C}$  definida a través de  $\mathfrak{N}$  o de  $\mathfrak{S}$  y la consideración de los correspondientes complementos proporciona nuevas clases de Fitting con interesantes propiedades.

**Delaram Kahrobaei** (University of St Andrews, Escocia)

*Residual solvability of groups*

Residual Properties of groups is a term introduced by Philip Hall in 1954. Let  $\mathfrak{X}$  be a class of groups; a group  $G$  is residually- $\mathfrak{X}$  if and only if for every non-trivial element  $g$  in  $G$  there is an epimorph of  $G$  to a group in  $\mathfrak{X}$  such that the element corresponding to  $g$  is not the identity. In the literature, studying the residual solvability of groups was pioneered by G. Baumslag in his celebrated paper in 1971; when he showed that positive one-relator groups are residually solvable. In my thesis, I have studied the notion of residual solvability and verified this property for several classes of groups. In this talk I will give an overview of some of these results; particularly I will talk about residual solvability of non-positive one-relator groups.

**Elizabeth Kimber** (University of St Andrews, Escocia)

*Rank 3 abelian groups with minimum cyclic generating sets (poster)*

A generating set for a finite group is said to be cyclic if there is an automorphism of the group that cyclically permutes the set. Every finite abelian group has a cyclic generating set and under certain conditions we can find a cyclic generating set of minimum size. Necessary and sufficient conditions are given for a finite abelian group of rank three to have a cyclic generating set of minimum size.

**Leire Legarreta** (Euskal Herriko Unibertsitatea-Universidad del País Vasco)

*Cota inferior en el numero de clases de conjugacion de normalizadores de un p-grupo finito de clase maximal*

El objetivo de este trabajo es encontrar una cota inferior para el número de clases de conjugación de normalizadores para  $p$ -grupos finitos de clase maximal.

Para cualquier grupo  $G$ , denotamos por  $w(G)$  el número de clases de conjugación de subgrupos de  $G$  que sean normalizadores de algún subgrupo de  $G$ .

Claramente, para cualquier clase de conjugación  $K$  de subgrupos no normales de  $G$ , existe una clase de conjugación  $\rho(K)$  del normalizador de un representante de  $K$ . La desigualdad  $\nu(G) \geq p(k - 1) + 1$ , donde  $\nu(G)$  denota el número de clases de conjugación de subgrupos no-normales de  $G$  con  $|G'| = p^k$ , está ya probada para cualquier  $p$ -grupo finito con  $p$  impar. A pesar de que la función  $\rho$  no es inyectiva, existe una evidencia computacional, con muy pocas excepciones, de que para un  $p$ -grupo finito con  $p$  impar, el número  $w(G)$  satisface la siguiente equivalente desigualdad:  $w(G) \geq p(k - 1) + 2$ .

Se prueba la mencionada desigualdad  $w(G) \geq p(k - 1) + 2$  para cualquier  $p$ -grupo  $G$  de clase maximal no isomorfo a  $Q_{2^n}$  y se da un ejemplo en el que la desigualdad corresponde a una ecuación.

**Ana Martínez Pastor** (Universitat Politècnica de València)

*Productos de grupos  $\pi$ -descomponibles*

Es bien conocido el teorema de Kegel-Wielandt que establece la resolución del producto de grupos nilpotentes. Nosotros consideramos grupos que son producto directo de subgrupos de Hall correspondientes a conjuntos de primos disjuntos, como una extensión de los grupos nilpotentes, y analizamos la estructura de los grupos que son producto de subgrupos de esta forma.

**Conchita Martínez** (Universidad de Zaragoza)

*Cohomología de funtores de Mackey para grupos infinitos* (trabajo conjunto con B. Nucinkis)

Sea  $G$  un grupo discreto arbitrario. La dimensión cohomológica de Bredon de  $G$ ,  $\underline{\text{cd}} G$ , se define como en menor entero no negativo  $n$  tal que para algún functor de Bredon  $B$  el  $n$ -ésimo grupo de cohomología con coeficientes en  $B$  no se anula. La conjectura de Brown afirma que si  $G$  es virtualmente libre de torsion, entonces  $\underline{\text{cd}} G = \text{vcd } G$  (dimensión cohomológica virtual), pero I. Leary y B. Nucinkis han provado que esto es falso en general. Sin

embargo probaremos que sí es cierto si se toman funtores de Mackey en lugar de funtores de Bredon como coeficientes.

*Cohomology of Mackey functors for infinite groups* (joint work with B. Nucinkis)

Let  $G$  be an arbitrary discrete group. The Bredon cohomological dimension of  $G$ ,  $\underline{\text{cd}} G$ , is the biggest integer such that for some Bredon module  $B$  the  $n$ -th Bredon cohomology functor with coefficients in  $B$  is not trivial. Brown has conjectured that if  $G$  is virtually torsion free, then  $\underline{\text{cd}} G = \text{vc}\text{d} G$  (virtual cohomological dimension) but this conjecture has been proved to be false by I. Leray and B. Nucinkis. Here we prove that it is true if we take Mackey functors instead of Bredon functors as coefficients.

**Alexander Moretó** (Universitat de València)

*Grupos de permutaciones transitivos cuyos elementos sin puntos fijos son involuciones*

Se ha dedicado bastante trabajo a estudiar los grupos de permutaciones transitivos cuyos elementos sin puntos fijos satisfacen ciertas propiedades (por ejemplo, que ninguno de ellos sea de orden primo). En esta charla clasificamos los grupos que satisfacen la propiedad indicada en el título. Esto es un trabajo en preparación con M. Isaacs, T. Keller y M. Lewis.

**Tatiana Pedraza** (Universitat Politècnica de València)

*Transitividad de la normalidad en una clase de grupos localmente finitos*

Un grupo  $G$  se dice que es un  $T$ -grupo si cada subgrupo subnormal de  $G$  es normal, es decir, si la normalidad es una relación transitiva en  $G$ . Esta clase de grupos fue analizada por Gaschütz en [4]. Este autor consigue describir la estructura de los  $T$ -grupos resolvibles finitos mostrando que estos grupos son exactamente los grupos con un subgrupo de Hall  $L$  de orden impar normal y abeliano tal que  $G/L$  es un grupo Dedekind y los elementos de  $G$  inducen automorfismos de potencia en  $L$ . Posteriormente Robinson [6] y, más recientemente Bryce y Cossey [3], han caracterizado esta misma clase de grupos mediante aproximaciones locales. Respecto a los  $T$ -grupos infinitos la situación es más compleja. Avances importantes en el universo no finito y resoluble aparecen en el artículo de Robinson [5].

En este trabajo nos hemos centrado en el estudio de los  $T$ -grupos en el universo  $c\bar{\mathfrak{L}}$  de todos los grupos radicales localmente finitos con min- $p$  para todo primo  $p$ . Estos grupos coinciden en el universo  $c\bar{\mathfrak{L}}$  con los grupos en los que cada subgrupo descendente es normal. Nuestro objetivo en este caso ha sido obtener una caracterización de esta clase de grupos análoga a la caracterización local de Bryce y Cossey para  $T$ -grupos finitos resolvibles.

## Referencias

- [1] A. Ballester-Bolinches and T. Pedraza. “*On a class of generalized nilpotent groups*”. J. Algebra **248** (2002), 219-229.
- [2] A. Ballester-Bolinches and T. Pedraza. “*A class of generalized supersoluble groups*”. Preprint.
- [3] R. A. Bryce and J. Cossey. “*The Wielandt subgroup of a finite soluble group*”. J. London Math. Soc. **40** (1989), 244-256.
- [4] W. Gaschütz, “*Gruppen in denen das Normalteilerseins transitiv ist*”. J. Reine Angew. Math. **198** (1957), 87-92.
- [5] D. J. S. Robinson, “*Groups in which normality is a transitive relation*”. Proc. Camb. Phil. Soc. **60** (1964), 21-38.
- [6] D. J. S. Robinson, “*A note on finite groups in which normality is transitive*”. Proc. Amer. Math. Soc. **19** (1968), 933-937.

**M. Dolores Pérez Ramos** (Universitat de València)

*Normalizadores de subgrupos de Sylow*

Se presentarán resultados relacionados con la influencia en la estructura de un grupo de los normalizadores de sus subgrupos de Sylow.

**Josu Sangroniz Gómez** (Euskal Herriko Unibertsitatea-Universidad del País Vasco)

*Grados de caracteres de un  $p$ -grupo y de sus subgrupos normales*

Si  $G$  es un  $p$ -grupo y  $N$  un subgrupo normal de  $G$ , ¿hay alguna relación entre los grados de los caracteres irreducibles de  $G$  y  $N$ ? Demostraremos que, salvo la relación obvia (el grado máximo de los caracteres irreducibles de  $N$  no puede ser mayor que el grado máximo de los caracteres irreducibles de  $G$ ), la respuesta es que no.

**Lucía Sanus** (Universitat de València)

*Grafos de grados de caracteres. Subgrupos normales y bloques*

Introducimos dos nuevos grafos asociados a ciertos subconjuntos de grados de caracteres. Probamos que verifican ciertas propiedades que también son verificadas por los grafos previamente estudiados.

Este trabajo se ha realizado conjuntamente con Alexander Moretó.

**Xaro Soler i Escrivà** (Universitat d'Alacant)

*On the  $\mathfrak{F}$ -hypercentre of a finite group*

Let  $G$  be a finite group and let  $\mathfrak{F}$  be a saturated formation of finite groups. The  $\mathfrak{F}$ -hypercentre  $Z_{\mathfrak{F}}(G)$  of  $G$  is the largest normal subgroup of  $G$  such that every chief factor of  $G$  below  $Z_{\mathfrak{F}}(G)$  is  $\mathfrak{F}$ -central in  $G$ . A subgroup  $T$  of  $G$  is said to be  $\mathfrak{F}$ -hypercentrally embedded in  $G$ , if every chief factor of  $G$  between the core of  $T$  in  $G$  and its closure  $T^G$ , is  $\mathfrak{F}$ -central in  $G$  or, in other words,  $T^G/T_G \leq Z_{\mathfrak{F}}(G/T_G)$ .

In this talk we will see that, if  $\mathfrak{F}$  contains all supersoluble groups, then  $Z_{\mathfrak{F}}(G)$  is the subgroup of  $G$  generated by all elements  $g$  of  $G$  such that  $\langle g \rangle$  is  $\mathfrak{F}$ -hypercentrally embedded in  $G$ . We also describe  $Z_{\mathfrak{F}}(G)$  in terms of  $\mathfrak{F}$ -hypercentrally embedded subgroups. Finally, we obtain a relationship between the  $\mathfrak{F}$ -hypercentre and some minimal subgroups which give us a lot of information about the structure of the whole group.

**M. Yavari** (University of Kashan, Irán)

*Construction of some Join Spaces from Hypervector Spaces*

M.S. Tallini [3], introduced the notion of hypervector space over a field. In this article, we constructing some join spaces from hypervector spaces.

*1991 Mathematics Subject Classification:* 20N20

*Keywords and phrases:* Hypervector space, join space, hypergroup.

## References

- [1] F. Marty, Sur une generalization de la notion de groupe, *8<sup>iem</sup> Congres Math Scandinaves*, Stockholm (1934) 45-49.
- [2] M.S. Tallini, A-Ipermoduli e spazi ipervettoriali, *Rivista Mat. Pur a Appl. Univ. di Udine*, n. 3, (1988), 39-48.
- [3] M.S. Tallini, Hypervector Spaces, *Fourth International Congress on AHA*, Xanthi, Greece, (1990) 167-174.
- [4] M.S. Tallini, Spazi ipervettoriali fortemente distributivi a sinistra, *Rend. Mat. Roma*, (VII) 11 (1991), 1-16.
- [5] P. Corsini, Prolegomena of Hypergroup Theory, Second Edition, Aviani Editore, 1993.
- [6] P. Corsini, Hypergraphs and Hypergroups, *Algebra Universalis*, 35(1996) 548-555.
- [7] T. Vougiouklis, Hyperstructures and their Representations, Hadronic Press, Inc. 1994.

**Alex Zalesski** (University of East Anglia, Reino Unido)

*Hurwitz groups and representation theory*

A group is called Hurwitz if it is finite and can be generated by two elements  $x, y$  satisfying the conditions  $x^2 = y^3 = (xy)^7 = 1$ . The problem of classification of simple Hurwitz groups is still open but significant progress has been achieved during last decade. The talk will discuss the aspects of the machinery related with representation theory.

**Pavel Zalesskii** (Universidade de Brasilia, Brasil) *Profinite surface groups and the congruence kernel of arithmetic lattices in  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$*  Let  $X$  be a proper, nonsingular, connected algebraic curve of genus  $g$  over the field  $\mathbf{C}$  of complex numbers. The algebraic fundamental group  $\Gamma = \pi_1(X)$  in the sense of Grothendieck SGA-1 [1971] is the profinite completion of the fundamental group  $\pi_1^{top}(X)$  of a compact oriented 2-manifold. We present a description of projective normal (respectively, characteristic, accessible) subgroups of  $\Gamma$ . We use this description to give a complete solution of the congruence subgroup problem for arithmetic lattices in  $\mathrm{SL}_2(\mathbb{R})$ .