

Primer Congreso Conjunto de Matemáticas RSME–SCM–SEIO–SEMA

MAT.ES 2005

Sesión Especial: “Teoría de interpolación, espacios de funciones y aplicaciones”

Organizadores: Fernando Cobos y Guillermo Curbera

Sobre el problema de la inversibilidad cerrada para espacios de aproximación generalizados y espacios de interpolación

José María Almira (Universidad de Jaén)

Sea X un álgebra quasi-Banach y denotemos por GX el conjunto de los elementos invertibles de X . Dado un subespacio $Z \subset X$ nos podemos preguntar si los elementos $f \in Z$ que pertenecen a GX verifican $f^{-1} \in Z$. Este es el denominado problema de inversibilidad cerrada asociado a Z respecto de X . Vamos a estudiar este problema para el caso en que Z es un espacio de aproximación $Z = A(X, S)$ o un espacio de interpolación $Z = (X, Y)_\Phi$. En este contexto, este problema posee una interpretación filosófica interesante, puesto que se sabe que tanto los espacios de aproximación como los espacios de interpolación, cuando se definen en espacios de funciones, producen escalas de espacios cuyos elementos son funciones que poseen cierto grado de suavidad. Así pues, cuando nos preguntamos si $A(X, S)$ o $(X, Y)_\Phi$ son inversamente cerrados en X , lo que estamos inquiriendo es: Asumiendo que $f \in GX$, ¿tienen f y f^{-1} el mismo grado de suavidad? Y nuestra respuesta es: ¡Sí! al menos para una amplia clase de definiciones de suavidad.

Trabajo conjunto con U. Luther (T. U. Chemnitz, Alemania).

Una nota sobre los espacios $L(\infty, q)$ y los teoremas de Sobolev

Jesús Bastero (Universidad de Zaragoza)

Consideramos las clases $L(\infty, q)$ y el teorema de inmersión de Sobolev en dicho contexto.

Trabajo con M. Milman y F. Ruiz, aparecido en Indiana Univ. Math. J. 52(5), (2003).

Expresiones equivalentes para normas en espacios de Lorentz y aplicaciones

Santiago Boza (Universitat Politècnica de Catalunya)

Se expondrán resultados sobre la caracterización de aquellos pesos w para los cuales

$$\int_0^\infty f^*(s)^p w(s) ds \simeq \int_0^\infty (f^{**}(s) - f^*(s))^p w(s) ds,$$

donde f^* y f^{**} denotan, respectivamente, la reordenada decreciente y doble reordenada de una función medible f . Dicha caracterización generaliza un resultado de Bennet, DeVore y Sharpley en el cual la norma del espacio de Lorentz clásico $L^{p,q}$ se reemplaza por una expresión equivalente en la que aparece el funcional $f^{**} - f^*$. El resultado obtenido permite establecer condiciones suficientes para la acotación en espacios de Lorentz de operadores maximales de Calderón-Zygmund asociados a integrales singulares.

Trabajo en colaboración con Joaquim Martín.

Una extensión de la teoría de extrapolación débil

María Jesús Carro (Universitat de Barcelona)

En esta charla revisaremos los puntos más importantes de la teoría de extrapolación débil referente a los espacios de Lebesgue L^p y, por tanto, al par de espacios compatible (L^1, L^∞) y daremos una extensión muy natural al caso de otros pares de espacios. En particular, podremos extender el resultado reciente de Antonov sobre la convergencia de la serie de Fourier en $L\text{Log}L\text{Log}L\text{Log}L$ al contexto de espacios de Sobolev.

Trabajo en colaboración con Joaquim Martín.

q-Variation and Commutators for Fourier Multipliers

Joan Cerdá (Universitat de Barcelona)

Some general cancelation principles of abstract interpolation methods can be used to prove the boundedness of the commutators $[T, \Omega] = T\Omega - \Omega T$ of bounded linear operators T and certain concrete operators, Ω , generally unbounded, associated with the interpolation methods.

A typical application using complex interpolation is the boundedness of $[T, b]$ on L^p when T is a Calderón-Zygmund operator and b the pointwise multiplier which is the multiplication by a BMO function.

By considering real interpolation combined with an improvement of the Marcinkiewicz multiplier theorem due to Coifman, Rubio de Francia and Semmes, we consider the corresponding problem for Fourier multipliers T_μ when μ is any (possibly unbounded) symbol with uniformly bounded q -variation on dyadic coronas. We prove that the commutator $[T, T_\mu] = TT_\mu - T_\mu T$ is bounded on the Besov space $B_p^{s,r}(R^n)$ if T is a bounded linear operator on a couple of Besov spaces $B_p^{s_j, r_j}(R^n)$ ($j = 0, 1$, and $0 < s_1 < s < s_0$).

Trabajo conjunto con Joaquim Martín.

Dominios óptimos para operadores con núcleo sobre $[0, \infty) \times [0, \infty)$

Olvido Delgado (Universidad de Sevilla)

Sea X un espacio de Banach de funciones sobre $[0, \infty)$ invariante por reordenamiento. Dado un operador con núcleo T definido para funciones simples sobre $[0, \infty)$ de soporte acotado y con valores en X , si el núcleo y el espacio X cumplen las condiciones apropiadas obtenemos una identificación del dominio óptimo para T en términos de espacios de interpolación. Las técnicas utilizadas se basan en la relación entre operadores lineales y medidas vectoriales.

Índices de inclusión de espacios de funciones

Luz M. Fernández-Cabrera (Universidad Complutense de Madrid)

Los índices de un espacio de Banach de funciones E sobre $[0, 1]$ describen la posición de E respecto de los espacios $L_p[0, 1]$ para $1 \leq p \leq \infty$. Si E es invariante por reordenamiento, los índices se pueden calcular usando la función fundamental de E . En esta conferencia estudiamos el caso en que E es cuasi-Banach y los índices se definen empleando toda la escala de los espacios $L_p[0, 1]$.

Interpolación de la medida de no-compacidad por el método real

Pedro Fernández Martínez (Universidad de Murcia)

El concepto de medida de compacidad de un conjunto fue introducido por Kuratowski en el año 1930. Esta idea ha tenido importantes aplicaciones a distintas ramas de las matemáticas. Describiremos el comportamiento de la medida de no compacidad de un operador interpolado y mostraremos aplicaciones.

Operadores Asplund y Teoría de Interpolación

Antonio Manzano Rodríguez (Universidad de Burgos)

Un operador T actuando entre dos espacios de Banach se denomina operador Asplund si T^* se factoriza a través de un espacio de Banach que posee la propiedad de Radon-Nikodým.

Nosotros establecemos resultados sobre la interpolación de los operadores Asplund por el método complejo, así como por el K -método general y el J -método general.

Trabajo conjunto con Fernando Cobos, Luz M. Fernández-Cabrera y Antonio Martínez.

Symmetrization inequalities and Sobolev embeddings

Joaquim Martín (Universitat Autònoma de Barcelona)

We prove extended forms of the Pólya-Szegő symmetrization principle. New sharp embedding theorems for generalized Besov spaces are proved including a sharpening of the limiting cases of the classical Sobolev embedding theorem.

Interpolación de operadores compactos

Antonio Martínez (Universidad de Vigo)

Si $\bar{A} = (A_0, A_1)$, $\bar{B} = (B_0, B_1)$ son pares compatibles de espacios de Banach y $T \in \mathcal{L}(\bar{A}, \bar{B})$ tal que $T : A_0 \rightarrow B_0$ es compacto, entonces $T : \bar{A}_{\theta, q} \rightarrow \bar{B}_{\theta, q}$ es compacto, pero todavía es un problema abierto lo que ocurre cuando interpolamos por el método complejo. El objetivo de esta conferencia es analizar situaciones donde el operador interpolado deja de ser compacto. Mostraremos también condiciones necesarias y suficientes para la compacidad del operador interpolado por los métodos K y J generales.

Trabajo conjunto con Fernando Cobos y Luz M. Fernández-Cabrera.

Puntos fijos para el operador maximal de Hardy-Littlewood

Javier Soria (Universitat de Barcelona)

Estudiamos la existencia de puntos fijos para el operador maximal de Hardy-Littlewood en espacios invariantes por reordenamientos y demostraremos que existe un espacio minimal que posee esta propiedad. Este problema está relacionado con la existencia de funciones positivas superarmónicas y la acotación de la integral fraccionaria de orden 2.

HORARIO DE LA SESIÓN

Lunes 31 de enero

11:30–11:50	Joan Cerdá	<i>q-Variation and Commutators for Fourier Multipliers</i>
12:00–12:20	Jesús Bastero	<i>Una nota sobre los espacios $L(\infty, q)$ y los teoremas de Sobolev</i>
12:30–12:50	María Jesús Carro	<i>Una extensión de la teoría de extrapolación débil</i>
13:00–13:20	Antón Martínez	<i>Interpolación de operadores compactos</i>

Martes 1 de febrero

11:30–11:50	Joaquim Martin	<i>Symmetrization inequalities and Sobolev embeddings</i>
12:00–12:320	Pedro Fernández	<i>Interpolación de la medida de no-compacidad por el método real</i>
12:30–12:50	Luz Fernández-Cabrera	<i>Índices de inclusión de espacios de funciones</i>
13:00–13:20	José María Almira	<i>Sobre el problema de la inversibilidad cerrada para espacios de aproximación generalizados y espacios de interpolación</i>

Jueves 3 de febrero

11:30–11:50	Javier Soria	<i>Puntos fijos para el operador maximal de Hardy-Littlewood</i>
12:00–12:20	Santiago Boza	<i>Expresiones equivalentes para normas en espacios de Lorentz y aplicaciones</i>
12:30–12:50	Olvido Delgado	<i>Dominios óptimos para operadores con núcleo sobre $[0, \infty) \times [0, \infty)$</i>
13:00–13:20	Antonio Manzano	<i>Operadores Asplund y Teoría de Interpolación</i>
