EXAMEN DE MATEMÁTICAS – BIOLÓGICAS

Teoría (20/Enero/2003)

1. Una compañía maderera tala cada año un 5% de los árboles de un bosque y planta 300 nuevos árboles para su reposición. Si inicialmente hay 10000 árboles en ese bosque, determinar el número de árboles del bosque en cualquier año. ¿Cuántos árboles tendrá el bosque al cabo de 12 años? El número de árboles, ¿disminuye, aumenta o se mantiene constante?

2. Encontrar la solución del siguiente sistema de ecuaciones que cumple x(0)=y(0)=z(0)=50

$$\begin{cases} x'(t) = 3x(t) - 2y(t) + 2z(t) \\ y'(t) = y(t) \\ z'(t) = -x(t) + y(t) \end{cases}$$

3. La presencia de toxinas en un cierto medio destruye un cultivo de bacterias. Si no hubiera toxinas las bacterias crecerían con una velocidad proporcional a la cantidad total de bacterias existente, pero la presencia de las toxinas hace que dicha velocidad de crecimiento se vea reducida en una constante. Si el número de bacterias inicial fuera de 1000 y la constante de proporcionalidad fuera 2, ¿cuántas unidades de tiempo tendría que pasar para que hubiera 10000 bacterias, sabiendo que la reducción constante es de 100?

La duración del examen de Teoría es de 2 horas y puntúa 2/3 del total de la nota de la asignatura.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS – BIOLÓGICAS

Prácticas (20/Enero/2003)

1. El siguiente sistema de ecuaciones diferenciales describe la interacción entre los tamaños de tres poblaciones relacionadas:

$$x_1'(t) = x_1(t) + x_3(t)$$
$$x_2'(t) = 2\,x_1(t) + 2\,x_2(t) - x_3(t)$$
$$x_3'(t) = -10\,x_1(t) - 6\,x_3(t)$$

A partir de las expresiones recogidas en la ventana de Álgebra del programa DERIVE,

```
#5:  EXACT_EIGENVECTOR(a, -1)
```

#6: $\left[\; x1 = @1 \quad x2 = -\dfrac{4\cdot @1}{3} \quad x3 = -2\cdot @1 \;\right]$

```
#7:  EXACT_EIGENVECTOR(a, 2)
#8:  [ x1 = 0  x2 = @2  x3 = 0 ]
#9:  EXACT_EIGENVECTOR(a, -4)
```

#10: $\left[\; x1 = @3 \quad x2 = -\dfrac{7\cdot @3}{6} \quad x3 = -5\cdot @3 \;\right]$

```
#11: SOLVE([3·k1 + 6·k3 = 100, - 4·k1 + k2 - 7·k3 = 100, - 6·k1 - 30·k3 = 100], [k1, k2, k3])
```

#12: $\left[\; k1 = \dfrac{200}{3} \quad k2 = 250 \quad k3 = -\dfrac{50}{3} \;\right]$

determina:

1. la matriz de coeficientes **a** y el vector de términos independientes **F(t)**,
2. los valores propios de la matriz **a**,
3. los vectores propios de **a** que se han escogido,
4. la solución general de $x_1(t)$, de $x_2(t)$ y de $x_3(t)$ por separado,
5. el tamaño inicial de las 3 poblaciones,
6. la solución particular de $x_1(t)$, de $x_2(t)$ y de $x_3(t)$ por separado.

2. Indica la expresión que debemos utilizar para resolver las siguientes ecuaciones:

(a) $2\,x_{n+2} + 2\,x_{n+1} = 12\,x_n$, $x_0=1$, $x_1=2$

(b) $x_{n+4} + 6\,x_{n+3} + 9\,x_{n+2} = 0$

(c) $\dfrac{dx}{dt} = 4\,e^{-4t}$, $x(3) = 10$

(d) $\dfrac{dx}{dt} = x\,(\cos t + \operatorname{sen} t)$, $x(0) = 1$

(e) $x'(t) = t^2\,(1 + x^2)$

La duración del examen de Prácticas es de 45 minutos y puntúa 1/3 del total de la nota de la asignatura.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS – BIOLÓGICAS

Teoría (8/Septiembre/2003)

1. Encontrar la solución del siguiente sistema de ecuaciones diferenciales cumpliendo las condiciones x(0)= -100, **y(2)=2*e*^{4}**, z(0)=100.

$$\begin{cases} x'(t) = 6x(t) - 4y(t) + 4z(t) \\ y'(t) = \qquad\qquad 2y(t) \\ z'(t) = -2x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

2. El incremento del número de pinos rojos presentes en el macizo de Penyagolosa en un año es proporcional a la cantidad total de pinos presentes el año anterior, siendo 0.1 la constante de proporcionalidad. Sin embargo este incremento se ve alterado por la presencia de causas externas (tala, enfermedades, etc.), que podemos expresar como una pérdida constante de c pinos anualmente. Determinar el número de pinos que se pierden cada año sabiendo que a comienzos de 2003 hay 1000 pinos y se quiere que haya 1500 en el 2008.

3. En cierta zona de cultivo se ha establecido una población de langostas cuyo índice de crecimiento en cada instante es igual al 10% de la población en ese instante. Se ha aplicado un insecticida que elimina las langostas a una velocidad igual a e^{t}, siendo t el tiempo transcurrido, en horas, desde la aplicación del insecticida. Si en el momento de la aplicación había 10000 langostas, calcular la población de langostas en cualquier instante. Determinar si la población desaparecerá y, en caso afirmativo, en qué momento.

La duración del examen de Teoría es de 2 horas y puntúa 2/3 del total de la nota de la asignatura.

EXAMEN DE MATEMÁTICAS – BIOLÓGICAS

Prácticas (8/Septiembre/2003)

1. Considera la siguiente ecuación diferencial: $\frac{dx}{dt}+\frac{1}{4}x = x\sqrt{t}$

Las expresiones #1 y #2 corresponden a su planteamiento y solución general con ayuda de DERIVE.

#1: DSOLVE1_GEN($x(\frac{1}{4}-\sqrt{t}), 1, t, x, c$)

#2: $LN(x)-\frac{t(8\sqrt{t}-3)}{12}=c$

Completa la expresión #3 para resolver la misma ecuación como “lineal”:

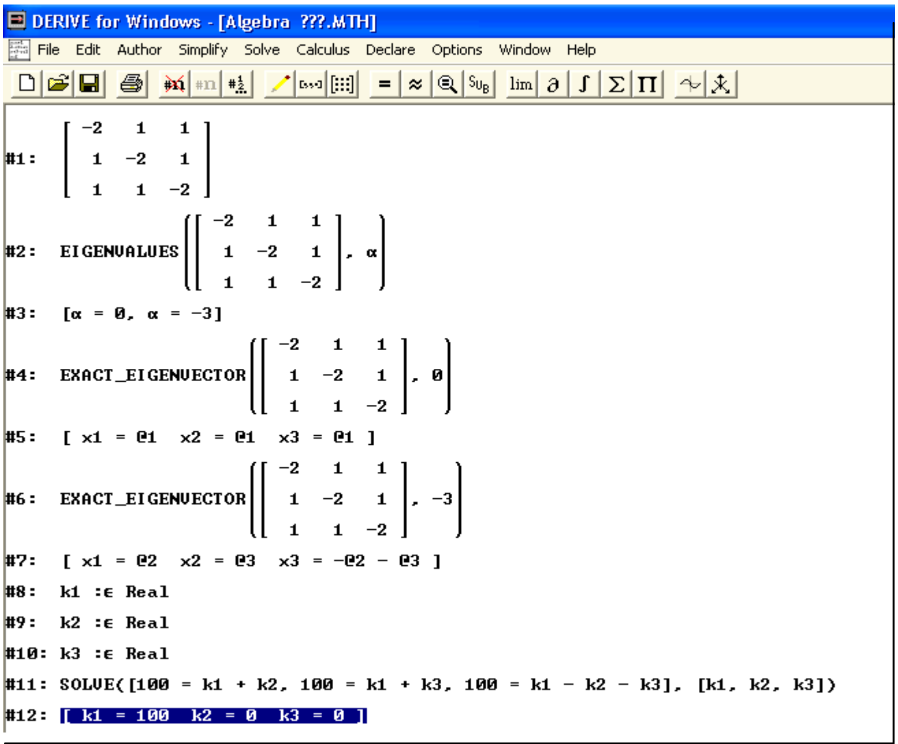
#3: LINEAR1_GEN(, , t, x, c)

Completa la expresión #4 para resolver la misma ecuación como “separable”:

#4: SEPARABLE_GEN(, , t, x, c)

Utilizando una única instrucción de DERIVE, ¿cómo obtendrías la solución particular que cumple x(3)=20?

2. La expresión #1 corresponde a la matriz de coeficientes, A, de un sistema de tres ecuaciones diferenciales, lineal, con coeficientes constantes y homogéneo, que se ha resuelto con ayuda de DERIVE.



Escribe las ecuaciones del sistema original y las de su solución general. Escribe las condiciones iniciales y las soluciones particulares correspondientes. ¿Qué puedes decir de la evolución en el tiempo de las tres poblaciones representadas por $x_1(t)$, $x_2(t)$, $x_3(t)$?

Nota: La duración del examen es de 45 minutos y puntúa 1/3 del total de la nota de la asignatura.