ESTÁTICA DE FLUIDOS

Contenidos:

En Física el término ***fluido*** hace referencia a sistemas materiales líquidos y gaseosos. Se caracterizan por no poseer forma propia, adquiriendo la del recipiente que los contiene. Las moléculas que los contienen tienen más libertad de movimiento que en los sólidos pudiendo desplazarse entre ellas (líquidos) o libremente (gases).

La estática de fluidos estudia estos sistemas materiales en estado de equilibrio, es decir, sin que existan fuerzas que alteren su movimiento o posición. Si la estática de fluidos se ocupa del estudio de los líquidos, particularmente del agua, se suele llamar *hidrostática*. Si el objeto del estudio son los gases, se denomina *aerostática*.

1.- Presión

El concepto de presión aparece cuando se quiere estudiar el efecto que una fuerza ejerce sobre una superficie.

Ejemplos: si andamos sobre un suelo nevado, el efecto de la fuerza peso no es el mismo si andamos con un calzado normal o si lo o hacemos sobre unas raquetas. Un objeto punzante es capaz de penetrar fácilmente en algunos cuerpos porque la fuerza que ejerce lo hace sobre una superficie muy pequeña.

La presión es la magnitud que relaciona la fuerza con la superficie sobre la que actúa. Es una magnitud escalar (es un número positivo) que se determina mediante la relación entre la fuerza aplicada y la superficie sobre la que actúa.

$$P = \frac{F}{S}$$

donde P = Presión, F = Fuerza, S = Superficie.

Podemos ver que la expresión se ajusta a los hechos observados:

- Para una misma superficie, si la fuerza aumenta, la presión aumenta (relación directa).

- Para una misma fuerza, si la superficie disminuye la presión aumenta (relación inversa).

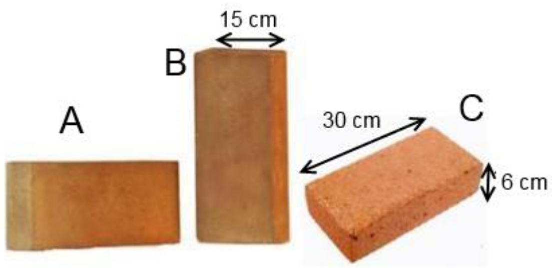
La unidad de la presión en el S.I. es el newton por metro cuadrado, N/m^2, que recibe el nombre de pascal (Pa). Por definición, pues, un pascal es la presión que ejerce una fuerza de un newton sobre una superficie de 1 metro cuadrado.

$$P = \frac{F}{S} \quad \rightarrow \quad 1\,Pascal = \frac{1\,Newton}{1\,metro\ cuadrado} \quad \rightarrow \quad 1\,Pa = \frac{1\,N}{1\,m^2}$$

Problema 1.

Determina la presión que ejerce un ladrillo (prisma rectangular) de 2 kg cuando se apoya por cada una de sus caras. Las medidas del ladrillo son 30 x 15 x 6 cm.

Solución:



En todos los casos la fuerza que ejerce el ladrillo es debida a la atracción que ejerce la Tierra sobre él, es decir, su peso.

$$P = mg = 2 \cdot 9{,}8 = 19{,}6\,N$$

Situación A.

La superficie de contacto del ladrillo es,

$$S = 0{,}30\,x\,0{,}06 = 0{,}018\,m^2$$

$$P = \frac{Peso}{Superficie} = \frac{19{,}6}{0{,}018} = 1089\,Pa$$

Situación B.

La superficie de contacto del ladrillo es,

$$S = 0{,}15\,x\,0{,}06 = 0{,}009\,m^2$$

$$P = \frac{Peso}{Superficie} = \frac{19{,}6}{0{,}009} = 2178\,Pa$$

Situación C.

La superficie de contacto del ladrillo es,

$$S = 0{,}30\,x\,0{,}15 = 0{,}045\,m^2$$

$$P = \frac{Peso}{Superficie} = \frac{19{,}6}{0{,}045} = 436\,Pa$$

Problema 2

Compara la presión que ejercería sobre el suelo el peso de un elefante que se apoya en una única pata y la que ejercería una chica si sólo se apoyase en uno de sus tacones de aguja. La masa del elefante es de 5000 kg y la de la chica es de 60 kg. Considera que la pata del elefante es circular de 40 cm de diámetro y el tacón cuadrado de 1,5 cm de lado.

Solución:

Elefante

m = 5000 kg

Pata circular, diámetro = 40 cm = 0,4 m; radio = 0,2 m

Chica

m = 60 kg

Tacón cuadrado, lado = 1,5 cm = 0,015 m

En los dos casos la fuerza que se ejerce sobre el suelo es el peso de cada cuerpo,

$$Elefante \rightarrow Peso = mg = 5000 \cdot 9{,}8 = 49000\, N$$

$$Chica \rightarrow Peso = mg = 60 \cdot 9{,}8 = 588\, N$$

Las superficies de apoyo son

$$Elefante \rightarrow S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot 0,2^2 = 0{,}1256\, m^2$$

$$Chica \rightarrow S = L^2 = 0{,}015^2 = 2{,}25 \cdot 10^{-4}\, m^2$$

Las presiones son

$$Elefante \rightarrow P = \frac{Peso}{Superficie} = \frac{49000}{0{,}1256} = 390127\, Pa$$

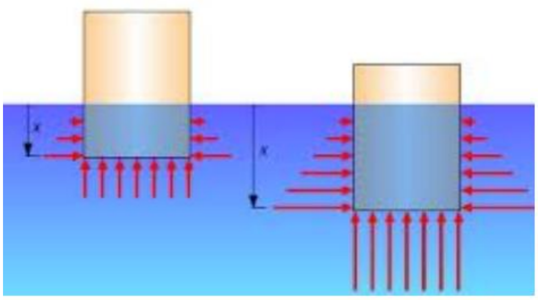
$$Chica \rightarrow P = \frac{Peso}{Superficie} = \frac{588}{2{,}25 \cdot 10^{-4}} = 2613333\, Pa$$

Dividimos ambos números para comparar

$$\frac{2613333}{390127} = 6{,}7$$

La presión que ejerce el tacón es casi siete veces mayor a la que ejerce la pata del elefante.

2.- Presión en el interior de un líquido.

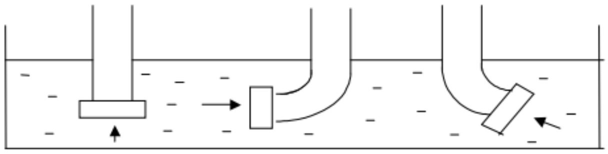


Los fluidos en equilibrio ejercen fuerzas perpendiculares sobre las superficies de los recipientes que los contienen y sobre las superficies de los cuerpos sumergidos en los mismos.

Observaciones e ideas:

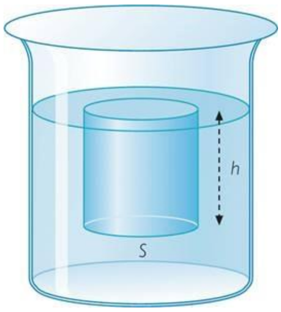
① Se puede observar que a mayor profundidad la fuerza que se ejerce es mayor.

② El recipiente que contiene un líquido soporta una fuerza debido al peso del líquido y, por tanto, sobre él actúa una presión.



③ Esta presión también actúa sobre el propio líquido, ya que las capas superiores del mismo ejercen una fuerza sobre las capas inferiores.

④ Por tanto, en el interior de un líquido también existe una presión, originada por su propio peso, que se llama **presión hidrostática**.



A la hora de obtener una expresión para la presión hidrostática imaginemos un punto cualquiera del interior de un líquido de densidad, *d*.

La presión que hay en todos los puntos de un líquido situados a una profundidad *h*, es debida al peso de la columna de líquido de dicha altura. La presión que ejerce esta columna de líquido sobre la superficie S es,

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S}$$

donde m es la masa de la columna de líquido. Si ponemos esta masa en función de la densidad del líquido y el volumen de la columna,

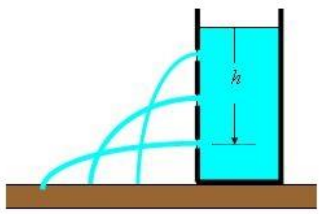
$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{dVg}{S}$$

Ahora bien, el volumen de un cilindro es el producto de la superficie del mismo por la altura,

$$P = \frac{F}{S} = \frac{mg}{S} = \frac{dVg}{S} = \frac{dShg}{S} = dgh$$

$$P = d \cdot g \cdot h$$

Expresión, principio fundamental de la hidrostática, que permite conocer la presión que ejerce un líquido cualquiera a una profundidad determinada. Para que el resultado obtenido sea en *pascales (Pa)* se deben utilizar unidades en el S.I., es decir,

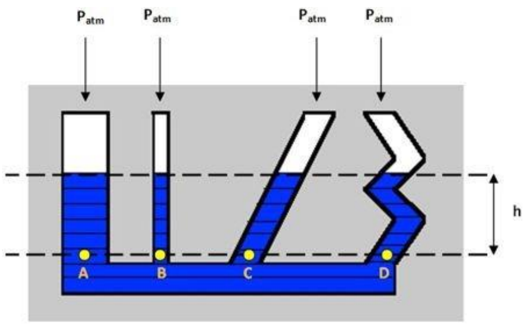


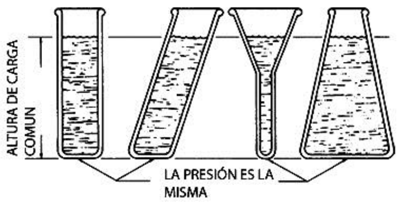
$$densidad, d \rightarrow \frac{kg}{m^3} \qquad gravedad, g \rightarrow \frac{m}{s^2} \qquad profundidad, h \rightarrow m$$

Paradoja hidrostática

Si observamos la expresión del principio fundamental de la hidrostática vemos que la presión que ejerce un líquido determinado en realidad solo depende de la profundidad y es independiente de la forma del recipiente.

Así, en los puntos A, B, C y D de la figura adjunta la presión es la misma ya que están a la misma profundidad. Esto es independiente de que los vasos estén comunicados o no.





Problema 3

Llenamos de agua una bañera hasta una altura de 35 cm. La densidad del agua es de 1 g/cm³.
a) ¿Cuál es la presión hidrostática en el fondo de la bañera?
b) ¿Con qué fuerza se debe tirar del tapón de la bañera para poder vaciarla? Dato: el tapón es circular con un diámetro de 5 cm.
c) ¿Cuál es la diferencia de presión entre dos puntos de la bañera situados a 10 y 35 cm por debajo del nivel del agua?

Solución:

a) En primer lugar pasamos la densidad del agua a unidades del S.I.

$$d = \frac{1\ g}{1\ cm^3} \cdot \frac{1\ kg}{10^3\ g} \cdot \frac{10^6\ cm^3}{1\ m^3} = 1000\ kg/m^3$$

La presión en el fondo de la bañera será:

$$P = d \cdot g \cdot h = 1000\ \frac{kg}{m^3} \cdot 9{,}8 \frac{m}{s^2} \cdot 0{,}35\ m = 3430\ \frac{kg}{m \cdot s^2} = 3430\ Pa$$

b) La fuerza aparece en la expresión de la presión,

$$P = \frac{F}{S}\ \rightarrow\ F = P \cdot S$$

Necesitamos la superficie del tapón, que es circular de radio r = 2,5 cm = $2{,}5 \cdot 10^{-2}$ m

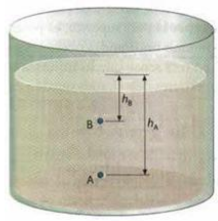
$S = \pi r^2 = 3{,}14 \cdot (2{,}5 \cdot 10^{-2})^2 = 1{,}96 \cdot 10^{-3}\ m^2$

$F = P \cdot S = 3430 \cdot 1{,}96 \cdot 10^{-3} = 6{,}7\ N$

c) La diferencia de presión entre dos puntos, A y B, es

$$P_A - P_B = d \cdot g \cdot h_B - d \cdot g \cdot h_A = d \cdot g \cdot (h_B - h_A)$$

$$P_A - P_B = 1000 \cdot 9{,}8 \cdot (0{,}35 - 0{,}10) = 2450\ Pa$$



Problema 4

¿Qué fuerza soporta un buzo sumergido en el mar a 8 m de profundidad, suponiendo que la superficie del buzo es de unos 150 dm² y que la densidad del agua del mar es de 1030 kg/m³?

Solución:

La fuerza se puede determinar con la expresión,

$$P = \frac{F}{S}\ \rightarrow\ F = P \cdot S$$

donde

$$P = d \cdot g \cdot h = 1030 \cdot 9{,}8 \cdot 8 = 80752\ Pa$$

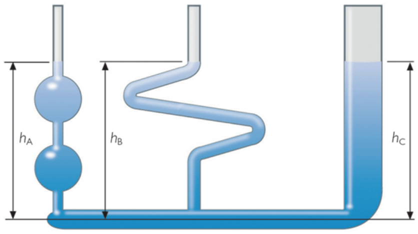
$$S = 150\ dm^2 \cdot \frac{1\ m^2}{100\ dm^2} = 1{,}5\ m^2$$

por tanto,

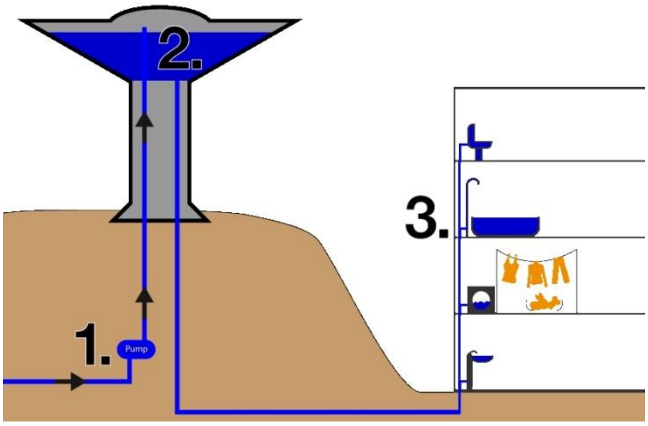
$$F = 80752 \cdot 1{,}5 = \ 121128\ N$$

Vasos comunicantes

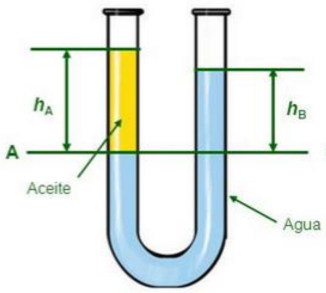
Son recipientes que tienen sus bases comunicadas. En estos recipientes (abiertos por su parte superior) un líquido alcanza siempre la misma altura en todos los vasos comunicados independientemente de la forma de estos.



Como hemos visto en la paradoja hidrostática, la presión en todo el fondo es la misma.



Vasos comunicantes con líquidos no miscibles



Cuando los recipientes de los vasos comunicantes contienen dos líquidos inmiscibles de distinta densidad, la altura alcanzada en cada recipiente no es la misma.

En la figura adjunta se muestra la situación en un tubo en U con dos líquidos inmiscibles (por ejemplo, agua y aceite).

Vemos que el líquido menos denso alcanza más altura (h_A) que el menos denso (h_B).

En un punto situado a la misma distancia desde la base del tubo la presión es la misma, por tanto,

$$P_A = d_A \cdot g \cdot h_A$$

$$P_B = d_B \cdot g \cdot h_B$$

Como $P_A = P_B$, al dividir las expresiones,

$$\frac{P_A}{P_B} = \frac{d_A \cdot g \cdot h_A}{d_B \cdot g \cdot h_B} \quad \rightarrow \quad 1 = \frac{d_A \cdot h_A}{d_B \cdot h_B}$$

$$\frac{h_A}{h_B} = \frac{d_B}{d_A}$$

Problema 5

¿Qué altura debe tener una columna de alcohol (d = 780 kg/m³) para ejercer la misma presión que una columna de mercurio (d = 13600 kg/m³) de 10 cm de altura.

Solución:

$$\frac{h_{alcohol}}{h_{mercurio}} = \frac{d_{mercurio}}{d_{alcohol}}$$

$$\frac{h_{alcohol}}{0{,}10} = \frac{13600}{780}$$

$$h_{alcohol} = \frac{13600}{780} \cdot 0{,}10 = 1{,}74\, m$$

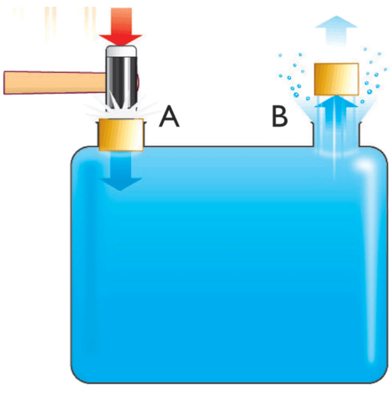
Principio de Pascal

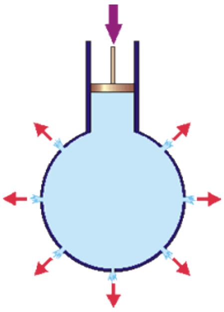
El comportamiento de un líquido difiere del de un gas cuando es sometido a una presión externa. Así, mientras que los gases se pueden comprimir o expandir, los líquidos son incompresibles.

El físico francés Blaise Pascal (1623-1662) demostró el principio que lleva su nombre:

La presión ejercida sobre un líquido en equilibrio se transmite

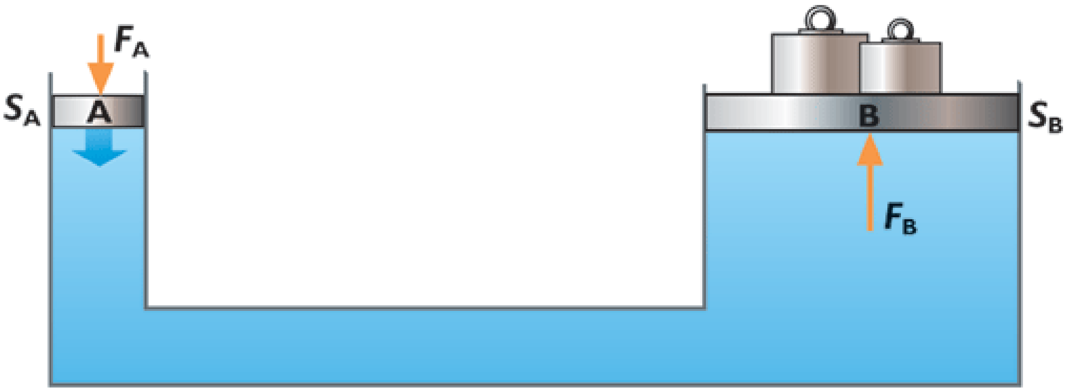
a todos los puntos del mismo con igual intensidad





Dentro de las aplicaciones más importantes de este principio tenemos la utilización de la incompresibilidad de un líquido para transmitir una fuerza desde un punto a otro, como en una prensa hidráulica, en un sistema de frenos hidráulicos, una dirección asistida, etc…

Básicamente todos estos sistemas consisten en dos cilindros de secciones diferentes unidos por un tubo y que contienen un líquido. Dichos cilindros están cerrados por émbolos de diferente tamaño que están en contacto con el líquido.



$$S_A \rightarrow Superficie\ del\ émbolo\ A$$

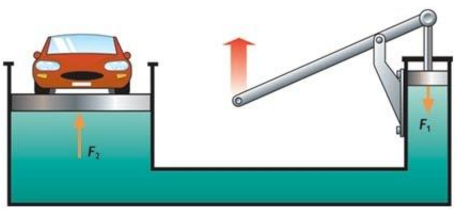
$$S_B \rightarrow Superficie\ del\ émbolo\ B$$

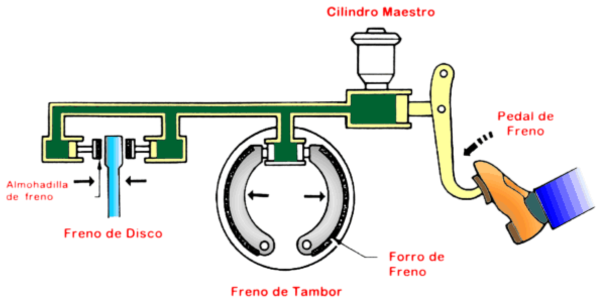
La fuerza ejercida en el émbolo pequeño se transmite por igual, sin variación, a todos los puntos del émbolo grande.

$$P_A = P_B$$

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

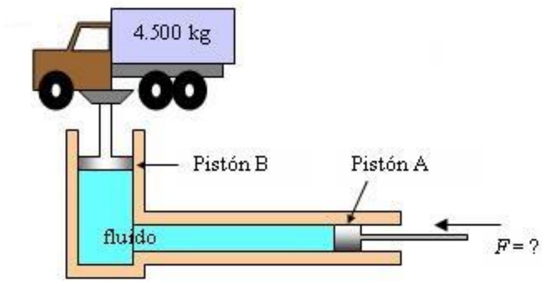
Cuanto mayor es la diferencia entre las superficies del émbolo grande y pequeño, más eficaz es una prensa.





Problema 6

En la máquina hidráulica de la figura, la superficie del pistón B es 60 veces la superficie del pistón A. ¿Cuál es la fuerza que debe aplicarse para poder levantar el camión de 4500 kg?



Solución:

Según hemos visto, como el fluido es incompresible, la presión en el pistón A es igual que en el pistón B.

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

donde,

$$S_B = 60\ S_A$$

$$F_B = mg = 4500 \cdot 9{,}8 = 44100\ N$$

entonces,

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{44100}{60 S_A}$$

$$F_A = \frac{44100}{60} = 735\ N$$

Problema 7

¿Qué sección debe tener el émbolo grande de una prensa hidráulica, para que ejerciendo sobre el pequeño una presión de $2{\cdot}10^4$ Pa, se origine una fuerza de 10^5 N? Si el émbolo pequeño tiene una sección 20 veces menor que el grande, ¿qué fuerza hemos tenido que hacer?

Solución:

Para la primera cuestión, la definición de presión,

$$P = \frac{F}{S} \quad \rightarrow \quad S = \frac{F}{P} = \frac{10^5}{2 \cdot 10^4} = 5\ m^2$$

Para la segunda cuestión,

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{F_B}{S_B}$$

donde utilizaremos el subíndice A para el émbolo pequeño y el subíndice B para el grande. Por tanto, según el enunciado,

$$20 \cdot S_A = S_B$$

$$\frac{F_A}{S_A} = \frac{10^5}{20 \cdot S_A} \quad \rightarrow \quad F_A = 5000\ N$$

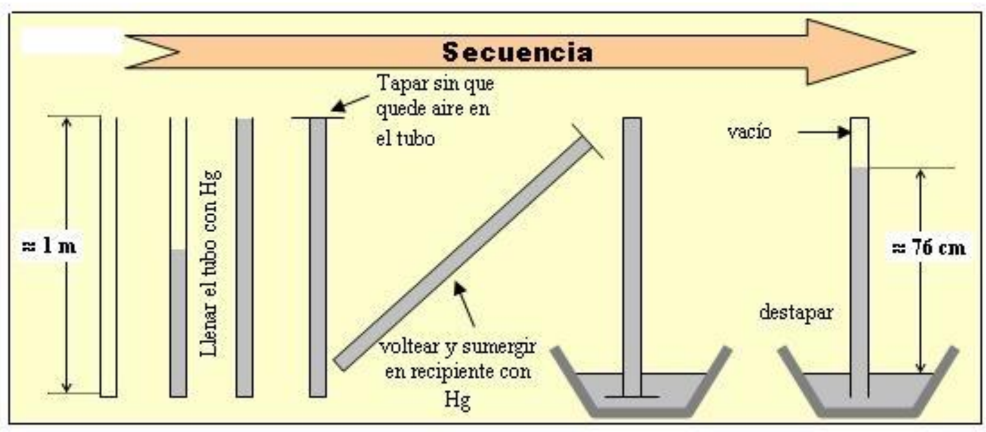
3.- Presión en gases. Presión atmosférica.

Ideas básicas sobre un gas ideal (teoría cinético-molecular de los gases):

- En el estado gaseoso sus partículas (moléculas) están separadas entre sí y se mueven con gran libertad.
- En un gas ideal estas partículas son muy pequeñas en comparación con la distancia que las separa y están en continuo movimiento, pudiendo chocar entre sí y con las paredes del recipiente que contiene al gas.
- No existe atracción ni repulsión entre las partículas del gas ideal. Sus choques son perfectamente elásticos.
- Cada uno de estos choques ejerce una pequeña fuerza, siendo la suma de todas las fuerzas que producen todos los choques en un instante determinado la causa de la presión del gas.
- La velocidad de las partículas está directamente relacionada con la temperatura del gas. Si la temperatura aumenta, aumenta también la velocidad de las partículas del gas.
- Entre los motivos que pueden hacer aumentar la presión de un gas, por separados o todos a la vez:
    - Aumento del número de choques al aumentar la cantidad de gas que hay en el recipiente
    - Aumento de la velocidad de las partículas (temperatura) que hace que los choques sean más violentos.
    - Disminución del espacio disponible (volumen): las partículas están más juntas y el número de choques aumenta.

Presión atmosférica. Experimento de Torricelli. Unidades de presión.

La atmósfera es el conjunto de gases que rodean la Tierra y que, por tanto, ejercen presión sobre su superficie y sobre los objetos "sumergidos" en ella. En 1643 Evangelista Torricelli, que fue discípulo de Galileo Galilei, midió la presión atmosférica mediante el experimento que viene representado a continuación.



- La sección del tubo normalmente es de 1 cm². En cualquier caso, la altura alcanzada es independiente del diámetro del tubo, de su longitud (siempre que sea mayor de 760 mm) y de su inclinación.

- La altura de 760 mm de Hg se alcanza a nivel del mar.

- El vacío en el tubo se llama vacío barométrico.

- La presión ejercida por una columna de mercurio de 760 mm de altura se denomina ***presión atmosférica normal.***

$$1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg}$$

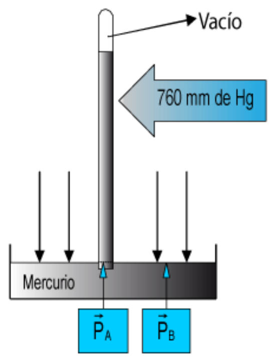
- El instrumento que mide la presión de la atmósfera se llama *barómetro*. El utilizado en el experimento de Torricelli se llama también barómetro de Torricelli o de cubeta. El instrumento que mide la presión de un gas en un recipiente cerrado se llama *manómetro*.

Problema 8

Demuestra que la presión que ejerce una columna de mercurio de 760 mmHg equivale a 101300 Pa.

Dato: densidad del mercurio = 13,6 kg/dm^3

Solución:



$$P_A = d \cdot g \cdot h$$

donde las cantidades deben ir expresadas el S.I.

$$d = \frac{13{,}6\ kg}{1\ dm^3} \cdot \frac{1000\ dm^3}{1\ m^3} = 13600\ kg/m^3$$

$g = 9{,}8\ m/s^2$

$$h = 760\ mmHg = 0{,}76\ m$$

Así,

$$P_A = d \cdot g \cdot h = 13600 \cdot 9{,}8 \cdot 0{,}76 = \ 101293\ Pa \sim 101300\ Pa$$

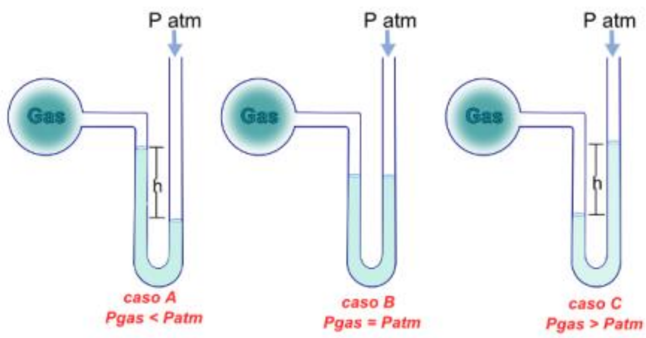
Por tanto, tal como muestra la figura, $P_A = P_B$, siendo B la presión atmosférica,

$$1\ atm = 760\ mmHg = 1{,}013 \cdot 10^5\ Pa$$

Problema 9

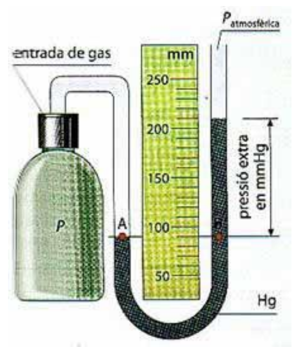
Un manómetro de mercurio abierto está conectado a un recipiente que contiene cierto gas encerrado en su interior. La diferencia de nivel en la rama abierta y la rama conectada al recipiente es de 8 cm. Calcula la presión del gas en el interior del recipiente.

Solución:



La situación descrita en el enunciado no aclara si la diferencia de altura es el caso A o el caso C de la figura adjunta.

En cualquier caso, en un manómetro de mercurio se cumple que la presión es igual en los puntos A y B de la siguiente figura.



La presión extra, sobre la atmosférica, es debida a la diferencia de altura en milímetros de mercurio. Si la diferencia de altura es de 8 cmHg = 80 mmHg, entonces:

- Caso A:

$$P_{gas} = 760 - 80 = 680\ mmHg$$

$$P_{gas} = 680\ mmHg \cdot \frac{1\ atm}{760\ mmHg} = 0{,}89\ atm = 0{,}89\ atm \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 Pa}{1\ atm} = 90157\ Pa$$

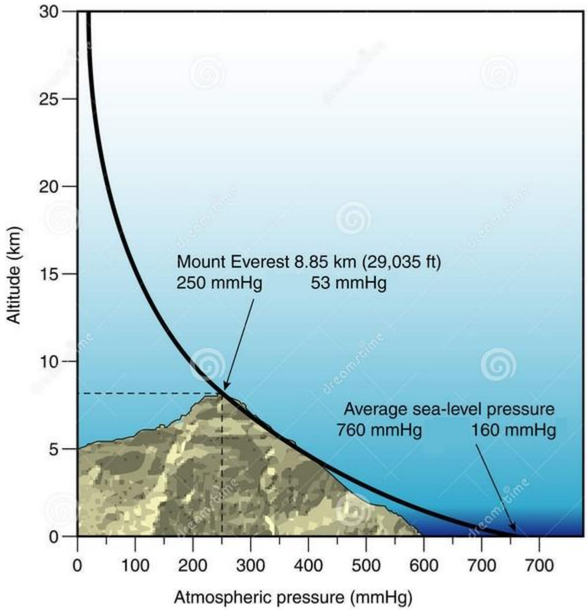
- Caso C:

$$P_{gas} = 760 + 80 = 840\ mmHg$$

$$P_{gas} = 840\ mmHg \cdot \frac{1\ atm}{760\ mmHg} = 1{,}105\ atm = 1{,}105\ atm \cdot \frac{1{,}013 \cdot 10^5 Pa}{1\ atm} = 111937\ Pa$$

<u>Relación de la presión atmosférica y la altitud</u>

- La longitud de la columna de mercurio depende del lugar en que se realice el experimento, más concretamente de la altitud sobre el nivel del mar de dicho lugar.



- Si ascendemos hay menos aire por encima de nosotros, es decir, la presión atmosférica disminuye. Por tanto, la altura de la columna de mercurio es menor.

- La disminución de la altura de la columna de mercurio no es lineal.

    - Cerca del nivel del mar hay que subir 8 metros para que la presión disminuya en 100 Pa (= 1 milibar).

    - A unos 5000 metros de altura hay que subir hasta 20 metros para que la presión disminuya 1 milibar.

- El instrumento que mide la altura sobre el nivel del mar en base a medir diferencias de presión es el altímetro.

<u>Ley de los gases ideales</u>

Ideas iniciales:

- Situación de partida: Tenemos un gas que se comporta idealmente encerrado en un recipiente hermético, es decir, la cantidad de gas dentro del recipiente no puede cambiar, ni aumentar ni disminuir.

- Las tres variables que rigen el comportamiento físico de un gas ideal son la presión (P), el volumen (V) y la temperatura (T).

Si una de las tres variables cambia, entonces lo hacen las demás de manera que siempre se cumple (***ley de los gases ideales***) que,

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

donde el subíndice 1 indica las condiciones de presión, volumen y temperatura antes del cambio físico y el subíndice 2 indica las mismas condiciones después de dicho cambio.

Importante: En esta expresión la temperatura debe ir necesariamente medida en grados Kelvin, mientras que los datos de presión y volumen deben estar en la misma unidad en los dos miembros de la ecuación.

Normalmente en los cambios físicos que sufre un gas que se analizan, una de las variables se mantiene constante y, por tanto, se puede simplificar en la expresión. Surgen así las tres leyes de los gases ideales.

- Procesos a temperatura constante (isotermos). Ley de Boyle-Mariotte (1662/1676)

A temperatura constante, el volumen de una determinada cantidad de gas es inversamente proporcional a la presión que soporta.

$$Si\ T = cte \ \rightarrow \ T_1 = T_2 \ \rightarrow \ P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

- Procesos a presión constante (isobáricos). Ley de Charles (1787)

A presión constante, el volumen de una determinada cantidad de gas es directamente proporcional a su temperatura.

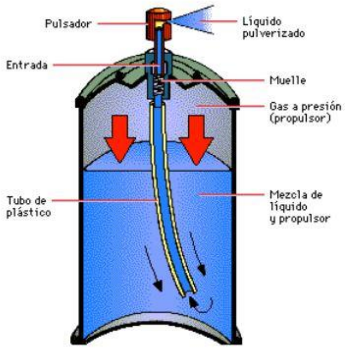
$$Si\ P = cte \ \rightarrow \ P_1 = P_2 \ \rightarrow \ \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

- Procesos a volumen constante (isocórico, isovolumétrico o isométrico). Ley de Gay-Lussac (1802)

A volumen constante, la presión que ejerce una determinada cantidad de gas es directamente proporcional a su temperatura.

$$Si\ V = cte \ \rightarrow \ V_1 = V_2 \ \rightarrow \ \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Problema 10



Es peligroso que los envases de aerosoles se expongan al calor. Si un bote de ambientador a una presión de 4 atmósferas y a una temperatura ambiente de 27 ºC se arroja al fuego y el envase alcanza los 402 ºC ¿cuál será su nueva presión? El límite de resistencia del bote está en 6080 mmHg, ¿puede explotar?

Solución:

El proceso descrito es a volumen constante ya que el gas contenido en el bote se calienta sin salir del mismo (hasta que explote). Está regido por la ley de Gay-Lussac.

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$Si\ V = cte \ \rightarrow \ V_1 = V_2 \ \rightarrow \ \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2}$$

Situación inicial:

$$P_1 = 4\ atm \qquad T_1 = 273 + 27 = 300\ K$$

Situación final

$$P_2 = ¿? \qquad T_2 = 273 + 402 = 675\ K$$

Por tanto,

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \quad \rightarrow \quad \frac{4}{300} = \frac{P_2}{675}$$

de donde

$$P_2 = \frac{4}{300} \cdot 675 = 9\ atm$$

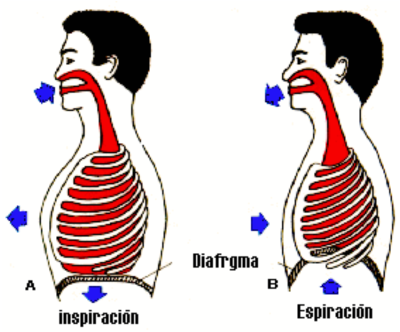
La lata puede explotar si la presión es de

$$P = 6080\ mmHg \cdot \frac{1\ atm}{760\ mm\ Hg} = 8\ atm$$

luego, es muy probable que explote.

Problema 12

Un alpinista inhala 500 mL de aire a una temperatura de –10 ºC ¿Qué volumen puede llegar a ocupar el aire en sus pulmones si su temperatura corporal es de 37 ºC?



Solución:

Este proceso es a presión constante, isobárico. Está regido por la ley de Charles.

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$Si\ P = cte \ \rightarrow \ P_1 = P_2 \ \rightarrow \ \frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2}$$

Situación inicial:

$$V_1 = 500\ mL \qquad T_1 = 273 - 10 = 263\ K$$

Situación final

$$V_2 = ¿? \qquad T_2 = 273 + 37 = 310\ K$$

Por tanto,

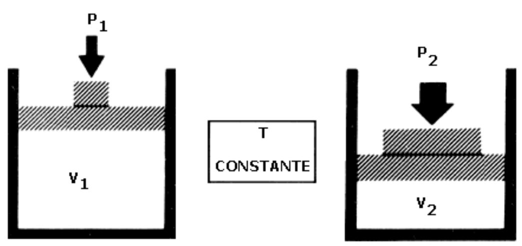
$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \ \rightarrow \ \frac{500}{263} = \frac{V_2}{310}$$

de donde

$$V_2 = \frac{500}{263} \cdot 310 = 589\ mL$$

Problema 13

En un experimento un gas ideal con 25 m³ de volumen y presión de 1,5 atm fue sometido a una presión de 4 atm, manteniéndose la temperatura constante. ¿Qué volumen ocupará?



Solución:

El proceso es isotermo, por tanto, está regido por la ley de Boyle-Mariotte.

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

$$Si\ T = cte \ \rightarrow \ T_1 = T_2 \ \rightarrow \ P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2$$

Situación inicial:

$$V_1 = 25\ m^3 \qquad P_1 = 1{,}5\ atm$$

Situación final

$$V_2 = ¿? \qquad P_2 = 4\ atm$$

Por tanto,

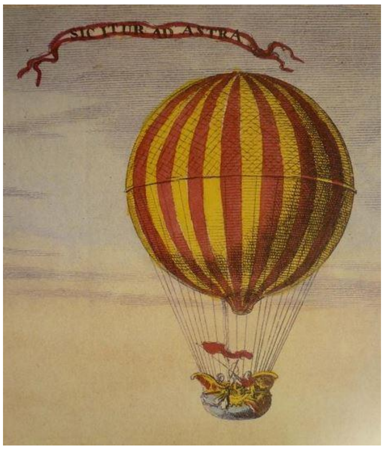
$$P_1 \cdot V_1 = P_2 \cdot V_2 \quad \rightarrow \quad 1{,}5 \cdot 25 = 4 \cdot V_2$$

de donde,

$$V_2 = \frac{1{,}5 \cdot 25}{4} = 9{,}4\ m^3$$

Problema 14

Un globo de aire caliente tiene un volumen de 500 m^3 a la presión atmosférica normal y una temperatura del aire de 40 ºC. Cuando está en ascensión, la presión es de 0,8 atm y con el quemador de gas aumentamos la temperatura hasta los 70 ºC. ¿Cuál será el nuevo volumen?



Solución:

En este caso están cambiando las tres variables de estado del gas.

Situación inicial:

$$P_1 = 1\ atm \qquad V_1 = 500\ m^3 \qquad T_1 = 273 + 40 = 313\ K$$

Situación final:

$$P_2 = 0{,}8\ atm \qquad V_2 = ¿? \qquad T_2 = 273 + 70 = 343\ K$$

La ley de los gases ideales es

$$\frac{P_1 \cdot V_1}{T_1} = \frac{P_2 \cdot V_2}{T_2}$$

Por tanto,

$$\frac{1 \cdot 500}{313} = \frac{0{,}8 \cdot V_2}{343}$$

de donde

$$V_2 = \frac{1 \cdot 500 \cdot 343}{313 \cdot 0{,}8} = 684{,}9\ m^3$$

4.- Fuerza de empuje. Principio de Arquímedes.

Cuando se sumerge un cuerpo en un líquido nos parece que este pesa menos. Esto es debido a que todo cuerpo sumergido recibe una fuerza de abajo hacia arriba que llamamos *empuje*.

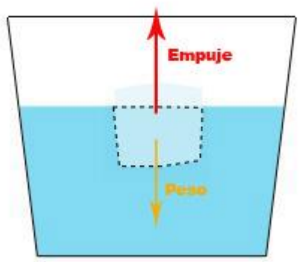
La explicación correcta de este hecho, sobre un cuerpo sumergido en un fluido actúa una fuerza, la *fuerza de empuje*, fue dada por Arquímedes (287-212 a. C.).

Las características de la fuerza de empuje son:

- Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje dirigido hacia arriba.

- El empuje (E) que recibe un cuerpo es igual al peso del volumen de fluido que desaloja. Es decir, es necesario conocer el volumen del cuerpo sumergido porque un el peso de un volumen igual de fluido es igual al empuje.

- La fuerza de empuje no depende del material que esté hecho el cuerpo que se sumerge. Depende del volumen del material sumergido y del tipo de fluido en el que se sumerge.



Todas estas características se pueden redactar en un principio, que recibe el nombre de principio de Arquímedes:

Todo cuerpo sumergido en un fluido experimenta un empuje vertical hacia arriba

igual al peso del fluido desalojado

Matemáticamente,

$$E = m_L \cdot g = V_L \cdot d_L \cdot g$$

donde, V_L es el volumen de fluido que corresponde al volumen del cuerpo que está sumergido (m^3); d_L es la densidad del fluido (kg/m^3) y g es la aceleración de la gravedad (m/s^2).

Importante: nótese que la fuerza empuje existe siempre que un cuerpo esté sumergido en un fluido, sea este un líquido o un gas. Por tanto, al estar todos "sumergidos" en la atmósfera, también sufrimos un pequeño empuje que, sin embargo, será muy pequeño por ser la densidad del aire (de los gases en general) muy pequeña. Sin embargo esta fuerza de empuje puede llegar a ser apreciable si el volumen del cuerpo "sumergido" en el aire es muy grande (globos aerostáticos).

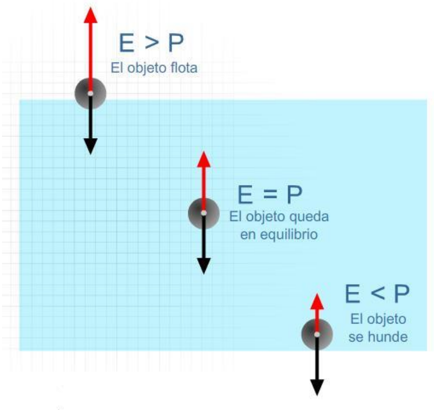
Peso aparente

Cuando un cuerpo se sumerge en un fluido su peso aparente es la diferencia entre el peso gravitatorio y el empuje.

$$P_a = P - E = mg - E$$

Flotabilidad de los cuerpos

Por tanto, según hemos visto, cuando un sólido se sumerge en un fluido, está sometido a dos fuerzas en la misma dirección (vertical), pero en sentido opuesto, el peso del cuerpo y su empuje. Se pueden dar tres situaciones diferentes:



- Si el empuje es menor que el peso (E < P), entonces el peso aparente va dirigido hacia abajo. El cuerpo cae hasta el fondo del recipiente.

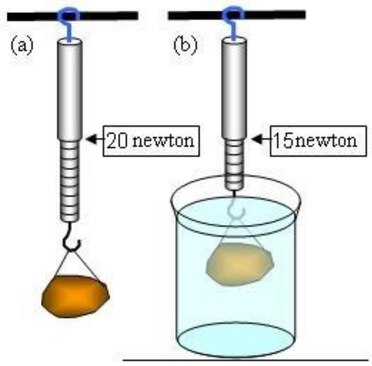
- Si el peso es igual que el empuje (P = E), entonces el peso aparente es cero. El cuerpo se sumerge en el fluido sin llegar al fondo pues se encuentra en equilibrio en el seno del fluido.

- Si el empuje es mayor que el peso (E > P) el cuerpo se sumerge solo parcialmente. El cuerpo flota en la superficie y estará tanto más o menos hundido según sea la diferencia entre peso y empuje. Es importante destacar aquí que esta situación es de equilibrio y en realidad el peso sí es igual al empuje, pero al empuje de la parte sumergida (no al empuje que generaría todo el cuerpo que es la situación representada en la figura).

A la hora de representar el empuje se suele dibujar desde el centro de gravedad del cuerpo. Sin embargo, generalmente el centro de gravedad del cuerpo no coincide con el punto de aplicación del empuje motivo por el cual el cuerpo flotando se mueve (cabeceo). Para que el equilibrio sea total de debe cumplir que el empuje y el peso estén en la misma vertical pues de lo contrario el cuerpo giraría. El equilibrio estable se da cuando el centro de gravedad está más bajo que el centro de empuje.

Problema 15

Un cuerpo suspendido de un dinamómetro pesa 20 N, sumergido en el agua 15 N y en otro líquido 12 N (ver la figura adjunta). Calcula la densidad del líquido desconocido.



Solución:

Peso del cuerpo, P = 20 N
Peso aparente en el agua, P_a = 15 N
Empuje en el agua: E = 20 – 15 = 5 N

Peso aparente en el otro líquido, P'_a = 12 N
Empuje en el otro líquido: E’ = 20 – 12 = 8 N
Las expresiones de los empujes son:

$$agua \quad \rightarrow \quad E = V_L \cdot g \cdot d$$

$$otro\ líquido \quad \rightarrow \quad E' = V_L \cdot g \cdot d'$$

el volumen sumergido, V_L, es el mismo en los dos líquidos, por tanto, comparando,

$$\frac{E}{E'} = \frac{V_L \cdot g \cdot d}{V_L \cdot g \cdot d'} \quad \rightarrow \quad \frac{5}{8} = \frac{d}{d'} \quad \rightarrow \quad d' = \frac{8}{5} d \ = 1{,}6\, d$$

La densidad del otro líquido es 1,6 veces la densidad del agua.

Problema 16

Un cilindro sólido de aluminio (d_{Al} = 2,7 g/cm^3) tiene una masa de 7 kg. Cuando lo sumergimos en un líquido pesa 45 N. ¿Qué densidad tiene el líquido?

Solución.

Con los datos de la densidad del aluminio y el peso del cilindro vamos a averiguar el volumen del mismo.

$$d_{Al} = \frac{2{,}7\ g}{1\ cm^3} \cdot \frac{10^6 cm^3}{1\ m^3} \cdot \frac{1\ kg}{10^3 g} = 2700\ kg/m^3$$

$$d_{Al} = \frac{m_{Al}}{V_{Al}} \quad \rightarrow \qquad V_{Al} = \frac{m_{Al}}{d_{Al}} = \frac{7}{2700} = 2{,}59 \cdot 10^{-3} m^3$$

El cilindro de aluminio debe estar totalmente sumergido en el líquido (V_{Al} = V_L). Entonces, conocido su peso aparente y su peso gravitatorio, podemos determinar el empuje del cilindro en ese líquido:

$$P_a = P - E \quad \rightarrow \quad E = P - P_a = mg - P_a = 7 \cdot 9{,}8 - 45 = 23{,}6\ N$$

Conocido el empuje y el volumen sumergido, podemos determinar la densidad del líquido:

$$E = d_L \cdot V_L \cdot g \quad \rightarrow \quad d_L = \frac{E}{V_L \cdot g} = \frac{23{,}6}{2{,}59 \cdot 10^{-3} \cdot 9{,}8} = 929{,}8\ kg/m^3$$

Problema 17

Una esfera de madera (d_m = 0,6 g/cm^3) tiene una masa de 240 g. Se introduce completamente en agua. Calcula: a) el empuje que sufrirá; b) la fuerza que hará ascender hacia arriba; c) aceleración que experimentará durante la subida; d) empuje que experimentará cuando flota; e) Volumen de la esfera fuera del agua cuando flota.

Solución.

a) Calculamos primero el volumen de la esfera a partir de los datos de densidad y masa. En el S. I.,

$$d_m = \frac{0{,}6\ g}{1\ cm^3} \cdot \frac{10^6 cm^3}{1\ m^3} \cdot \frac{1\ kg}{10^3 g} = 600\ kg/m^3$$

$$m_m = 240\ g = 0{,}24\ kg$$

$$d_m = \frac{m_m}{V_m} \quad \rightarrow \quad V_m = \frac{m_m}{d_m} = \frac{0,24}{600} = 4 \cdot 10^{-4} m^3$$

Como la esfera está totalmente sumergida, $V_L = V_m$. El líquido es agua, d_L = 1000 kg/m^3. El empuje será,

$$E = V_L \cdot \ d_L \cdot g = 4 \cdot 10^{-4} \cdot 1000 \cdot 9,8 = 3,92\ N$$

b) Como el empuje es mayor que el peso gravitatorio de la esfera (P = m·g = 0,24 · 9,8 = 2,35 N), el cuerpo ascenderá desde donde se mantiene sumergido. La fuerza que lo hará ascender será su peso aparente, resultante de las dos fuerzas verticales que actúan sobre el cuerpo,

$$P_a = P - E = 2,35 - 3,92 = \ -1,57\ N$$

donde el signo "-" indica que E > P, es decir, que el cuerpo asciende hasta la superficie donde flotará.

c) Si tomamos el peso aparente del cuerpo como la fuerza resultante que actúa sobre el mismo en vertical,

$$\sum F = P_a = m_m \cdot a$$

entonces,

$$a = \frac{P_a}{m_m} = \frac{1,57}{0,24} = 6,54\ m/s^2$$

d) Una vez que el cuerpo llega a la superficie y flota, el empuje disminuye ya que parte del cuerpo ya no se encuentra sumergido. Cuando el cuerpo está en equilibrio flotando, el peso del cuerpo y el nuevo empuje se igualan:

$$P = E$$

$$E = \ m \cdot g = 2,35\ N$$

e) El volumen sumergido cuando la esfera está flotando se determina a partir de la expresión del empuje en esa situación:

$$E = V_L \cdot \ d_L \cdot g$$

$$2,35 = V_L \cdot 1000 \cdot 9,8$$

$$V_L = \frac{2,35}{1000 \cdot 9,8} = 2,40 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

este es el volumen sumergido. El volumen no sumergido será:

$$V_{no\ sumergido} \ = 4 \cdot 10^{-4} - 2,4 \cdot 10^{-4} = 1,6 \cdot 10^{-4}\ m^3$$

Estos apuntes se finalizaron el 23 de febrero de 2015

Realizados por: Felipe Moreno Romero

fresenius1@gmail.com

http://www.escritoscientificos.es