MATEMÁTICAS II T1a

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & 3xy + yz - xz - 2x^2 - y^2 \\ \text{s.a} & 3x^2 + y^2 + 3z \leq 30 \\ & 5x - y^2 - z \geq 1 \\ & z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Razona si la solución $(1, 0, 0)$ es factible interior, factible de frontera o infactible, y pon ejemplos de soluciones que sean de los otros dos tipos.

   (b) **(*)** Estudia si cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.

   (c) **(*)** Estudia si su conjunto de oportunidades es convexo.

   (d) **(*)** Estudia si cumple las hipótesis del teorema local-global.

   (e) **(0.5 ptos.)** Razona si tiene máximo global.

   (f) **(0.5 ptos.)** Razona si la respuesta a las preguntas anteriores sería distinta si la última restricción fuera $z \geq 20$.

2. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

3. Considera los problemas siguientes:

$$\begin{array}{rl} A)\ \text{Min.} & x + 2y + 3z \\ \text{s.a} & x - y + z \leq 5 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array} \qquad \begin{array}{rl} B)\ \text{Max.} & x^2 + 2y + 3z \\ \text{s.a} & x - y + z \geq 5 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

   Razona para cuál o cuáles de los dos son ciertas las afirmaciones siguientes y para cuál o cuáles son falsas:

   (a) **(0.25 ptos.)** Es de programación lineal.

   (b) **(0.25 ptos.)** Es de programación no lineal.

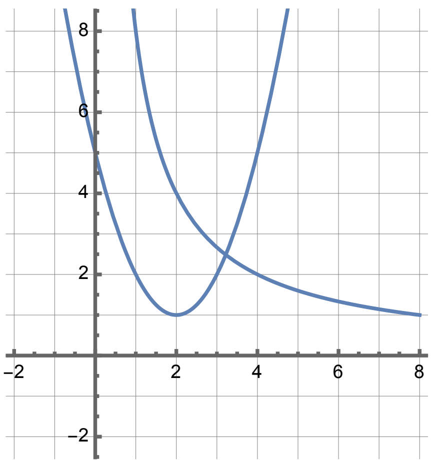
   (c) **(0.5 ptos.)** El conjunto de oportunidades no está acotado.

   (d) **(0.5 ptos.)** El problema es no acotado.

4. **(1.5 ptos.)** Resuelve gráficamente el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & x - 2y \\ \text{s.a} & y - 3x \leq 1 \\ & xy \leq 8 \\ & y + 4x - x^2 \leq 5 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array}$$

   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



5. **(0.5 ptos.)** Pon un ejemplo de problema de optimización que tenga un mínimo local que no sea global.

APELLIDOS: ____________________________________ NOMBRE______________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 3 323.2.

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 130x + 40y + 81z \\ \text{s.a} & 7x + 3y + 3z \geq 182 \\ & 12x + 4y + 9z \geq 352 \\ & x,\, y,\, z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

MATEMÁTICAS II T1b

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & xy+3xz-3yz-x^2-y^2-3z^2 \\ \text{s.a} & 10x-y^2-z^2 \leq 10 \\ & 2x+5y+z \leq 50 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Estudia si el problema cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.
   (b) **(*)** Estudia si la función objetivo es cóncava o convexa.
   (c) **(*)** Estudia si el problema cumple las hipótesis del teorema local global con objetivo de maximizar y/o de minimizar.
   (d) **(0.5 ptos.)** Estudia si el problema tiene máximo o mínimo global.

2. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & x+y+z \\ \text{s.a} & x^3+y^3+z^2 \leq 8 \\ & x+y+z \leq 10 \\ & x, z \geq 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Comprueba si la solución $(100, -100, 0)$ es factible o infactible y, si es factible, si es interior o de frontera.
   (b) **(0.5 ptos.)** Razona si $y \leq 2$ es una cota válida para las soluciones factibles del problema.
   (c) **(0.5 ptos.)** Razona si el problema cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.
   (d) **(0.5 ptos.)** Añade una condición al problema para que ya no sea de programación no lineal.

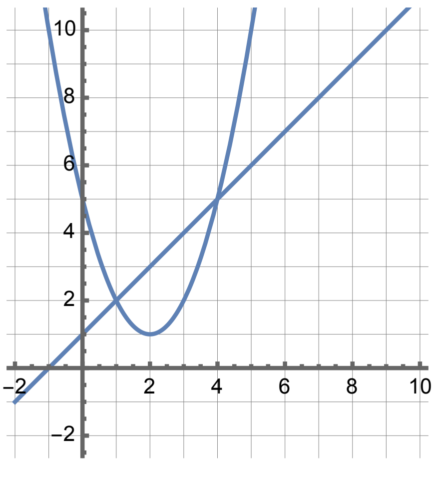
3. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

4. **(0.5 ptos.)** Un problema de maximizar tiene solución óptima $(x, y, z) = (2, 1, 1)$ y el valor óptimo de la función objetivo es $F(2, 1, 1) = 20$. Por otro lado se cumple que $F(5, 3, 8) = 30$. ¿Qué podemos decir de la solución $(5, 3, 8)$?

5. **(1.5 ptos.)** Resuelve gráficamente el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & -2x+y \\ \text{s.a} & y-x \leq 1 \\ & xy \leq 20 \\ & y+4x-x^2 \leq 5 \\ & x,\ y \geq 0 \end{array}$$

   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.



6. **(0.5 ptos.)** Resuelve gráficamente el problema que resulta de añadir al anterior la restricción $y - x \geq 4$.

MATEMÁTICAS II T2b

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE________________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 11 730.

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 56x + 60y + 45z \\ \text{s.a} & 3x + 7y + 3z \geq 1109 \\ & y \leq 109 \\ & 4x + 12y + 9z \geq 79 \\ & x,\ y,\ z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

MATEMÁTICAS II T1c

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

1. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & x^2+2y^2+3z^2+2xz+4yz \\ \text{s.a} & 5x-y^2-3z^2 \;\boxed{}\; 10 \\ & 3x+2y+z=100 \end{array}$$

   (a) **(*)** Pon en el recuadro la desigualdad necesaria para que el conjunto de oportunidades sea convexo. Justifica la respuesta.

   (b) **(*)** Razona si el problema cumple las hipótesis del teorema local-global con objetivo de maximizar y/o de minimizar.

   (c) **(0.5 ptos.)** ¿Qué podemos concluir sobre el problema a partir del apartado anterior?

2. Considera el problema siguiente:

$$\begin{array}{rl} \text{Max.} & x^2+y+z \\ \text{s.a} & x^2-y^2\le 1 \\ & y^2+z\le 30 \\ & x^4+2z\le 100 \\ & y,z\ge 0 \end{array}$$

   (a) **(*)** Estudia si la solución $(3,3,0)$ es factible interior, factible de frontera o infactible.

   (b) **(*)** Estudia si el problema cumple las hipótesis del teorema de Weierstrass.

   (c) **(0.5 ptos.)** ¿Podemos asegurar que el problema tiene un máximo global?

3. **(0.5 ptos.)** En esta pregunta no tienes que hacer nada. Estos puntos los tendrás si tus respuestas a las preguntas con (*) están expresadas y razonadas con precisión.

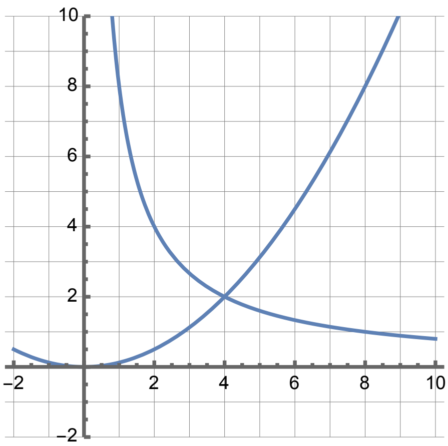
4. Razona si las afirmaciones siguientes son verdaderas o falsas:

   (a) **(0.5 ptos.)** Todo problema de programación lineal es de programación no lineal.

   (b) **(0.5 ptos.)** Un problema es infactible si tiene soluciones infactibles.

5. **(1.5 ptos.)** Resuelve gráficamente el problema:

$$\begin{array}{rl} \text{Opt.} & 4x+2y \\ \text{s.a} & xy\le 8 \\ & x^2-8y\le 0 \\ & x+2y\ge 6 \\ & x,\ y\ge 0 \end{array}$$



   Indica claramente cuál es la solución óptima del problema de maximizar y cuál la del problema de minimizar. Representa en la figura todo lo necesario para llegar a la solución, incluyendo las curvas de nivel óptimas.

6. **(0.5 ptos.)** ¿Tiene el problema anterior un máximo local? ¿Y global?

7. **(0.5 ptos.)** Pon un ejemplo de problema de optimización que tenga conjunto de oportunidades no acotado pero que no sea un problema no acotado.

APELLIDOS: ______________________________________ NOMBRE______________________

Resuelve el problema siguiente por el método de ramificación y acotación usando LINGO para resolver los problemas intermedios. Escribe el árbol correspondiente y razona por qué termina cada rama. En caso de que puedas ramificar varias variables, elige la menor en orden alfabético, y en caso de que puedas ramificar varios nodos elige el de mejor valor de la función objetivo. El valor óptimo de la función objetivo del primer problema debe darte 274.7.

$$\begin{array}{rl} \text{Min.} & 4x + 13y + 8z \\ \text{s.a} & 3x + 7y + 3z \geq 197 \\ & x \leq 58 \\ & 4x + 12y + 9z \geq 251 \\ & x,\, y,\, z \geq 0 \text{ enteras} \end{array}$$

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

La empresa TRINKET JEWELRY se dedica a la fabricación de joyas y está planificando la compra de materias primas para el próximo año. La empresa mayorista GEWGAW CO. le ofrece cuatro de ellas: alejandrita, espinela, peridoto y turmalina, y TRINKET JEWELRY quiere comprar, con el menor gasto posible, al menos 500 kg de materias primas verdes y 600 kg de rojizas, con los que espera conseguir una producción de al menos 40 000 joyas, pero no quiere que el coste de tallar las materias primas supere los 5 000 € que tiene disponibles para este concepto. El problema siguiente determina los kg que conviene comprar de cada materia prima:

$$\begin{array}{rll} \text{Mín.} & 3A+5E+4P+8T & \text{Gasto} \\ \text{s.a} & P+T \geq 500 & \text{Verdes} \\ & A+E \geq 600 & \text{Rojizas} \\ & 5A+E+6P+2T \leq 5\,000 & \text{Coste de la talla} \\ & 40A+60E+30P+50T \geq 40\,000 & \text{Producción} \\ & A,\ E,\ P,\ T \geq 0 & \end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
A	350.0000	0.000000
E	250.0000	0.000000
P	500.0000	0.000000
T	0.000000	2.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
GASTO	4300.000	-1.000000
VERDES	0.000000	-7.000000
ROJIZAS	0.000000	-5.500000
COSTE_TALLA	0.000000	0.5000000
PRODUCCION	4000.000	0.000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
A	3.000000	2.000000	2.000000
E	5.000000	2.000000	2.000000
P	4.000000	2.000000	7.000000
T	8.000000	INFINITY	2.000000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
VERDES	500.0000	233.3333	66.66667
ROJIZAS	600.0000	1400.000	61.53846
COSTE_TALLA	5000.000	800.0000	1400.000
PRODUCCION	40000.00	4000.000	INFINITY

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1 y la 2, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

Verdes	____________________	$\geq$	____________________
Rojizas	____________________	$\geq$	____________________
Coste	____________________	$\leq$	____________________
Producción	____________________	$\geq$	____________________

2. **(0.1 ptos.)** Di con palabras cuál es la solución óptima del problema (y no digas nada más que la solución óptima del problema).

3. **(0.2 ptos.)** Interpreta los DOS números de la fila `PRODUCCION` de la segunda tabla.

4. **(0.3 ptos.)** Interpreta la fila `VERDES` de la cuarta tabla.

5. **(0.3 ptos.)** Los diseñadores de TRINKET han presentado dos nuevos diseños de joyas, llamadas GREEN TOAD y FIRE BEET. La producción de GREEN TOAD requeriría comprar 6 kg más de materias primas verdes, mientras que FIRE BEET necesitaría 10 kg más de materias primas rojizas. ¿Qué proyecto resultaría más económico? ☐ GREEN TOAD ☐ FIRE BEET

6. **(0.3 ptos.)** En caso de que TRINKET quisiera comprar 50 kg más de materias primas verdes, ¿convendría comprar más peridoto, más turmalina o un poco de cada una? ¿Cómo afectaría esto al coste de la talla? ☐ Más peridoto, ☐ Más turmalina, ☐ Un poco de cada.

7. **(0.3 ptos.)** GEWGAW CO. informa a TRINKET de que ese año escasea la espinela, y que sólo puede vendérsela a 6 € el kg. ¿Le convendría entonces a TRINKET sustituir parte de la espinela que tiene previsto comprar por alejandrita, que es del mismo color? ¿Afectaría en algo al gasto este cambio?

   ☐ Sí convendría. ☐ No convendría. ☐ Sí afectaría. ☐ No afectaría.

8. **(0.4 ptos.)** Un diseñador de TRINKET propone al gerente producir un nuevo modelo de joya al que llama FLEUR DE TOURMALINE, que requeriría comprar 100 kg de turmalina y proporcionaría un beneficio neto de 500 €, pero el gerente rechaza la idea, porque la turmalina le cuesta a 8 € /kg, con lo que el gasto de 800 € no compensaría el beneficio. ¿Es correcta la decisión del gerente?

   ☐ Sí ☐ No

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________

D. Francisco Sivela es un directivo de una empresa publicitaria que tiene en estos momentos cuatro empleados disponibles para encargarse de tres nuevas campañas, la del detergente SOLÓN, la del automóvil SETA LOGROÑO y la del medicamento CYANILÍN. La tabla siguiente muestra una valoración de la experiencia de cada uno de ellos y la prima que recibiría por encargarse de la campaña del detergente. Por la del automóvil cada uno recibiría 100 € más y por la del medicamento 200 € más que por la del detergente:

	Azcárraga	Bugallal	Canalejas	Dato
Experiencia	10	7	4	2
Primas	3 500	2 000	1 900	1 500

Ahora bien, el representante de la farmacéutica que ha encargado la campaña del CYANILÍN había trabajado anteriormente con Bugallal y no había quedado nada satisfecho con él, así que el Sr. Sivela no quiere que se encargue de la campaña del medicamento.

Cada campaña requiere de un equipo de dos publicistas cuya experiencia conjunta esté valorada en al menos 7 unidades. Ahora bien, Azcárraga y Canalejas han llevado muchas campañas de automóviles anteriormente, por lo que si ambos se encargaran de la campaña del automóvil SETA LOGROÑO su experiencia conjunta sería valoraría con una unidad adicional.

Para que los publicistas puedan tener un rendimiento adecuado, ninguno de ellos debe encargarse de más de dos campañas y, dada la poca experiencia de Azcárraga en el área específica de los detergentes, el Sr. Sivela no quiere asignarle la campaña del detergente SOLÓN si no forma equipo con Dato, que ha llevado muchas campañas similares.

Determina qué publicistas deben ocuparse de cada campaña para minimizar el gasto en las primas.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

Una empresa química planea la producción de tres nuevos productos de caucho sintético. El primero son cajas de embalaje de 0.5 kg que le vende a una fábrica de ordenadores, el segundo es un material aislante y el tercero es espuma de corcho de relleno para el que aprovecha los residuos de los otros dos productos. El coste de elaboración viene dado por la función

$$C(x, y, z) = \sqrt[6]{x^2y^3z},$$

donde x, y, z son las cantidades producidas de los tres productos, a lo que, a efectos de planificación, hay que sumar el coste de sintetizar la principal materia prima, el polibutadieno, que es de 5 u.m./kg. Cada caja requiere 3 kg de esta materia prima, mientras que cada kg de aislante requiere 5 kg y cada kg de espuma de corcho requiere 2 kg. Además, como la espuma requiere restos de los demás productos, es necesario producir al menos el doble de kg de embalajes y el doble de kg de aislante que kg de espuma.

La empresa vende las cajas a 400 u.m. cada una, el aislante a 550 u.m/kg y el precio por kg de la espuma lo fija en función de la producción total, mediante la relación $p = 1000 - (10x + 8y + 5z)$.

La empresa dispone de un presupuesto diario de $1\,000$ u.m., pero está considerando la posibilidad de promocionar su aislante rebajando su precio en 100 u.m., pero, para que esto sea viable, también aumentaría su presupuesto diario en 200 u.m. y tendría que producir al menos 12 kg de espuma.

Determina cuántas cajas y cuántos kg de aislante y espuma debe producir diariamente y cuánto polibutadieno necesita sintetizar la empresa maximizar sus beneficios, así como si conviene llevar adelante la promoción del aislante.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

AYUDA: Para poner una raíz sexta en LINGO escribe `(        )^(1/6)`, con el exponente entre paréntesis.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

El director ejecutivo de una empresa tiene que elegir dos localidades distintas para instalar en ellas dos nuevas fábricas, cuya actividad sería coordinada desde el centro de distribución que la empresa tiene en Écija. Para lo cual, además sería necesario contratar en Écija al menos 5 nuevos directivos y al menos 10 nuevos operarios. Está barajando cuatro posibles localidades, y la tabla siguiente recoge el coste que supondría abrir en cada una de ellas una de las instalaciones, así como una valoración de la eficiencia de la elección:

	Avilés	Badolatosa	Ciudad Real	Daimiel
Coste	15 000	17 500	14 500	16 000
Eficiencia	80	95	60	40

Sin embargo, la proximidad geográfica de Ciudad Real y Daimiel hace que, si las dos fueron elegidas, la eficiencia de la elección aumentaría en 30 unidades.

Cada directivo recibirá $6\,000$ € y aportará una eficiencia de 6 unidades, mientras que cada operario recibirá $3\,000$ € y aportará una eficiencia de 2 unidades.

Por otro lado, hay que tener en cuenta que no convendría situar ninguna fábrica a Avilés si no se sitúa la otra en Daimiel, porque la primera quedaría demasiado alejada de las otras instalaciones que ya tiene la empresa, así como que en caso de instalar una fábrica en Daimiel, sería para hacerse cargo de una concesión del gobierno de Castilla-La Mancha que requeriría contratar al menos 10 directivos y 15 operarios en el centro de Écija.

Determina qué dos localidades conviene elegir para las fábricas y cuántos directivos y operarios hay que contratar Écija para minimizar los gastos garantizando una eficiencia de al menos 300 unidades.

Modeliza el problema indicando claramente el significado de cada variable, de la función objetivo y de cada restricción, resuélvelo con LINGO, indica la solución óptima (con palabras, es decir, de modo que se entienda lo que conviene hacer sin saber programación matemática) y comprueba que la solución que propones cumple todos los requisitos del problema.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

1. Una empresa está planteando usar cuatro posibles materias primas alternativas A, B, C y D con las que mejorar la calidad de su producto. El empleo de las dos primeras aumentaría el coste de la producción, mientras que el empleo de las dos últimas lo reduciría. El problema siguiente determina los kg diarios que conviene emplear de cada una de ellas para que el coste de producción se reduzca lo más posible sujeto a que se cumplan ciertas condiciones:

$$\begin{array}{rrl} \text{Min.} & 20x + y - 4z - 6w & \text{Incremento de coste} \\ \text{s.a} & x + 3y + 2z + 2w \geq 5 & \text{Incremento de la calidad del producto} \\ & 4y + 2z + 3w \leq 7 & \text{Tiempo de procesado de las nuevas materias primas} \\ & 4y + 8z + 2w \leq 11 & \text{Mano de obra disponible para procesarlas} \\ & x,\, y,\, z,\, w \geq 0 & \end{array}$$

   (a) **(*)** Calcula, sin iterar, la tabla del símplex correspondiente a la solución factible básica $(0, 1, 0, 1)$.

   (b) **(0.2 ptos.)** Razona si emplear 1 kg de las materias primas B y D permite obtener las 5 unidades de calidad requerida con el mejor coste posible o si, por el contrario, conviene usar otras cantidades.

   (c) **(*)** Encuentra la solución óptima del problema mediante el método símplex. Explica con palabras la opción más conveniente para la empresa.

   (d) **(*)** Razona si la solución es de vértice, de arista finita o de arista infinita.

   (e) **(0.4 ptos.)** Un informe indica que, en realidad, cada kg empleado de la materia prima C reduce el coste en 2 u.m. y no en 4, como se había creído. Determina por postoptimización la nueva solución óptima en estas condiciones. ¿La solución óptima sigue siendo del mismo tipo?

   Responde los apartados siguientes con el problema corregido según el apartado anterior.

   (f) **(1 pto.)** Calcula las variables duales e interpreta la de la primera restricción.

   (g) **(0.4 ptos.)** Por razones publicitarias, a la empresa le interesa anunciar que su producto contiene la materia prima A (aunque sea en poca cantidad). ¿Cómo afectaría al coste emplear al menos 100 gramos?

   (h) **(1 pto.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de la calidad mínima requerida. Si hiciera falta aumentar la calidad a un mínimo de 5.2, ¿sería necesario emplear materia prima B?

   (i) **(1 pto.)** Estudia si $(5, 0, 0, 0)$ es una solución factible básica del problema. Razona si es óptima sin calcular su tabla.

2. **(*)** Completa la tabla siguiente y resuelve el problema, tanto con objetivo de maximizar como de minimizar. Indica claramente la solución óptima en cada caso y si es de vértice, de arista finita o de arista infinita:

	4	2	0	0	
	x	y	s	t	
x		-2	0		1
t		-1	-1		3

3. **(0.5 ptos.)** Estos puntos los tendrás si has explicado todo lo necesario en las preguntas de (*) (por qué entra una variable, por qué sale, por qué no iteras más, etc.)

4. Pon un ejemplo (si es posible, y en caso contrario explica por qué no lo es) de las situaciones siguientes:

   (a) **(0.2 ptos.)** Un problema de programación lineal que tenga una solución óptima no factible básica.

   (b) **(0.2 ptos.)** Un problema de programación lineal que tenga solución óptima, pero no tenga soluciones óptimas factibles básicas.

   (c) **(0.1 ptos.)** Un problema de programación lineal sin soluciones factibles básicas.

APELLIDOS: ______________________ NOMBRE______________

Modeliza el problema siguiente usando @SUM y @FOR siempre que sea posible:

La empresa BUZZARD INC ha absorbido la empresa en quiebra SPARROW LTD. y está planeando cerrar sus fábricas y reubicar a parte de sus trabajadores en otras empresas de BUZZARD INC. La plantilla de SPARROW LTD. consta de 800 directivos, 3 000 operarios y 5 000 auxiliares, y BUZZARD INC se plantea, o bien destinarlos a la sección de producción de una de sus fábricas, o bien destinarlos a la sección de transporte, o bien despedirlos. Estima que necesita entre 500 y 600 trabajadores en producción y entre 3 000 y 5 000 en transporte. El número de despidos puede ser cualquiera, pero, por concretar, podemos considerar que tiene que estar entre 0 y 10 000.

La tabla siguiente indica el coste que BUZZARD INC estima que le supondrá destinar a cada trabajador de SPARROW LTD. a cada uno de los tres posibles destinos (por cursos de adaptación, indemnizaciones, etc.):

	Producción	Transporte	Despido
Directivo	500	300	900
Operario	50	100	500
Auxiliar	400	150	400

Pero, para evitar que los sindicatos acusen a BUZZARD INC de tener un trato de favor con los directivos, ésta quiere que algunos de ellos sean despedidos, pero de modo que el gasto en despido de directivos esté entre el 1% y el 2% del gasto total, así como que los directivos destinados a la sección de producción sean al menos el 15% de los destinados a la sección de transporte.

Finalmente, los sindicatos han conseguido que los directivos de BUZZARD INC consideren la posibilidad de mantener abierta una de las fábricas de SPARROW LTD., lo que tendría un coste de 100 000 u.m., pero permitiría aumentar en un 10% las necesidades máximas de trabajadores en cada destino.

Determina cuántos trabajadores de cada categoría deben destinarse a producción, transporte o ser despedidos, así como si conviene aceptar la propuesta sindical de mantener una fábrica, para que el coste total de la reconversión sea el mínimo posible.

Escribe la solución óptima en términos que pueda entender alguien no familiarizado con la programación matemática.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE__________________

Una empresa química tiene previsto cerrar en breve una de sus fábricas, por lo que quiere organizar la última remesa de producto que servirá de modo que la producción requiera el menor tiempo posible, garantizando un beneficio de al menos 50 000 € sin que el coste de la producción exceda los 70 000 €. Los productos que podría sintetizar son Acetato de etilo, Hipoclorito de sodio, Potasa cáustica y Salfumán. El problema siguiente determina cuántos kg conviene elaborar de cada uno en las condiciones indicadas:

$$
\begin{array}{rll}
\text{Min.} & 15A + 12H + 5P + 3S & \text{Tiempo (en minutos)} \\
\text{s.a} & 5A + 6H + 2P + \ \ 4S \geq 50\,000 & \text{Beneficio} \\
 & 10A + 3H + 6P + 12S \leq 70\,000 & \text{Coste} \\
 & A,\ H,\ P,\ S \geq 0 &
\end{array}
$$

Variable	Value	Reduced Cost
A	0.000000	8.750000
H	5333.333	0.000000
P	0.000000	3.500000
S	4500.000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
TIEMPO	77500.00	-1.000000
BENEFICIO	0.000000	-2.250000
COSTE	0.000000	0.5000000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
A	15.00000	INFINITY	8.750000
H	12.00000	26.25000	7.500000
P	5.000000	INFINITY	3.500000
S	3.000000	5.000000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
BENEFICIO	50000.00	90000.00	26666.67
COSTE	70000.00	80000.00	45000.00

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1 y la 2, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

Beneficio	____________________	$\geq$	____________________
Coste	____________________	$\leq$	____________________

2. **(0.1 ptos.)** Expresa con palabras la solución óptima del problema (y no digas nada más que la solución óptima).

3. **(0.2 ptos.)** Interpreta el intervalo de sensibilidad del término independiente de la primera restricción.

4. **(0.4 ptos.)** El gerente de la fábrica considera que habría que diversificar algo más la producción, elaborando, al menos, 10 paquetes de 1 kg de acetato de etilo o bien 10 paquetes de 10 kg de potasa cáustica. ¿Qué opción sería preferible? ☐ Acetato de etilo ☐ Potasa cáustica.

5. **(0.4 ptos.)** ¿Podría la empresa invertir únicamente 60 000 € en la producción sin que el tiempo requerido sobrepase los 80 000 minutos? ☐ Sí ☐ No. ¿En cuánto podría reducirse el capital aportado si la empresa estuviera dispuesta a terminar la producción en un máximo de 80 000 minutos? __________ €

6. **(0.2 ptos.)** Si la empresa se conformara con un beneficio de 40 000 €, ¿en cuánto se reduciría el coste de la producción? _____ €

7. **(0.4 ptos.)** Una máquina se ha averiado y, dado el cierre inminente, la empresa no piensa repararla. Esto hace que la producción de cada kg de Hipoclorito de sodio requiera ahora 22 minutos (más que la elaboración de cualquiera de los otros productos). Entonces el gerente considera que convendría sustituirlo por otro producto. ¿Convendría sustituirlo por potasa cáustica? ☐ Sí ☐ No. ¿Convendría producir más salfumán? ☐ Sí ☐ No.

8. **(0.2 ptos.)** Supongamos que la solución óptima cumpliera

```
      Row     Slack or Surplus      Dual Price
BENEFICIO         60000.00            0.000000
```

   ¿Qué beneficio proporcionaría la producción? __________ €

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

Modeliza el problema siguiente usando @SUM y @FOR siempre que sea posible:

La empresa KNICKKNAK SL fabrica muebles y necesita adquirir tres almacenes. El gerente ha confeccionado una lista de ocho posibles almacenes que serían adecuados. La tabla siguiente muestra su precio, su capacidad, y el gasto mensual que supondría servir desde ellos a los tres puntos de venta de que dispone en las calles Abacería, Basilea y Canalejas:

Almacén	$A1$	$A2$	$A3$	$A4$	$A5$	$A6$	$A7$	$A8$
Precio	300	500	700	900	1 100	1 500	1 600	1 750
Capacidad	2 000	2 500	3 000	3 400	4 000	4 100	4 200	4 500
Coste calle A	80	100	50	40	20	0	5	60
Coste calle B	90	90	60	50	30	6	0	15
Coste calle C	80	120	0	70	6	40	15	10

KNICKKNAK SL necesita que sus nuevos almacenes tengan conjuntamente capacidad para al menos 11 300 muebles, y que el gasto mensual total de servir muebles desde ellos a la tienda de Abacería no supere las 60 u.m., a la de Basilea las 90 u.m. y a la de Canalejas las 100 u.m. Además, el coste total no debe superar las 200 u.m.

Los almacenes 1, 3 y 4 pertenecen a la misma empresa, y no está dispuesta a venderle el 1 si no le vende también el 3 o el 4. Además, si le compra los dos (el 3 y el 4) le hace un descuento de 800 u.m.

Determina qué tres almacenes conviene comprar para que el gasto de la compra sea el mínimo posible.

Escribe la solución óptima en términos que pueda entender alguien no familiarizado con la programación matemática.

APELLIDOS: ____ NOMBRE______________________

La empresa PONGASA tiene tres fábricas situadas en Arroyomolinos, Benamarías y Calicasas, con las que tiene que abastecer de un fertilizante que produce a varios agricultores de Donillas, Escuredo y Fuentelcarnero asegurándose de que cada localidad recibe al menos la cantidad demandada sin exceder la capacidad de producción de cada fábrica con el mínimo coste de transporte. Además, para que la empresa de transportes le mantenga sus tarifas, es necesario servir al menos 200 kg de fertilizante desde Benamarías a Donillas. Para ello considera el problema siguiente que determina cuántos kg de fertilizante debe servir desde cada fábrica a cada localidad:

$$\begin{array}{rll}
\text{Min.} & 25AD+47AE+20AF+22BD+8BE+15BF+10CD+30CE+40CF & \text{Coste} \\
\text{s.a} & AD+AE+AF\leq 2\,000 & \text{Arroyomolinos} \\
& BD+BE+BF\leq 1\,800 & \text{Benamarías} \\
& CD+CE+CF\leq 900 & \text{Calicasas} \\
& AD+BD+CD\geq 1\,000 & \text{Donillas} \\
& AE+BE+CE\geq 2\,000 & \text{Escuredo} \\
& AF+BF+CF\geq 1\,500 & \text{Fuentelcarnero} \\
& BD\geq 200 & \text{Requisito transporte} \\
& AD,\ AE,\ AF,\ BD,\ BE,\ BF,\ CD,\ CE,\ CF\geq 0 &
\end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
AD	300.0000	0.000000
AE	0.000000	2.000000
AF	1500.000	0.000000
BD	200.0000	0.000000
BE	1600.000	0.000000
BF	0.000000	32.00000
CD	500.0000	0.000000
CE	400.0000	0.000000
CF	0.000000	35.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
COSTE	71700.00	-1.000000
ARROYOMOLINOS	200.0000	0.000000
BENAMARIAS	0.000000	37.00000
CALICASAS	0.000000	15.00000
DONILLAS	0.000000	-25.00000
ESCUREDO	0.000000	-45.00000
FUENTELCARNERO	0.000000	-20.00000
REQUISITO	0.000000	-34.00000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
AD	25.00000	2.000000	15.00000
AE	47.00000	INFINITY	2.000000
AF	20.00000	32.00000	20.00000
BD	22.00000	INFINITY	34.00000
BE	8.000000	32.00000	INFINITY
BF	15.00000	INFINITY	32.00000
CD	10.00000	15.00000	2.000000
CE	30.00000	2.000000	32.00000
CF	40.00000	INFINITY	35.00000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
ARROYOMOLINOS	2000.000	INFINITY	200.0000
BENAMARIAS	1800.000	300.0000	200.0000
CALICASAS	900.0000	300.0000	200.0000
DONILLAS	1000.000	200.0000	300.0000
ESCUREDO	2000.000	200.0000	300.0000
FUENTELCARNERO	1500.000	200.0000	1500.000
REQUISITO	200.0000	500.0000	200.0000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1 y la 2, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de las restricciones siguientes:

Arroyomolinos	________________	$\leq$	________________
Donillas	________________	$\geq$	________________
Requisito transporte	________________	$\geq$	________________

2. **(0.1 ptos.)** Expresa con palabras la solución óptima del problema (y no digas nada más que la solución óptima).

3. **(0.8 ptos.)** La empresa de transporte informa a PONGASA de que, para que le mantenga las tarifas vigentes, a partir de ahora será necesario transportar al menos 210 kg de fertilizante de Benamarías a Donillas o, si no, transportar al menos 100 kg de Arroyomolinos a Escuredo. ¿Cuál de las dos opciones es preferible? ☐ Donillas, ☐ Escuredo

4. **(0.4 ptos.)** Si PONGASA no acepta ninguna de las dos opciones anteriores, la empresa de transporte pasará a cobrarle 30 u.m. por kg transportado de Arroyomolinos a Donillas. En tal caso ¿PONGASA debería mantener sus planes de transporte o podría reducir el coste con otro plan alternativo? ☐ Debe mantener sus planes, ☐ Puede reducir el coste.

5. **(0.2 ptos.)** Interpreta el intervalo de sensibilidad de DONILLAS.

6. **(0.2 ptos.)** En Donillas se ha cancelado un pedido de 100 kg de fertilizante. ¿De qué fábrica convendrá dejar de enviar dichos 100 kg?
☐ De Arroyomolinos, ☐ De Benamarías, ☐ De Calicasas, ☐ Un poco de cada una.

7. **(0.2 ptos.)** Supongamos que la solución fuera:

Row	Slack or Surplus	Dual Price
CALICASAS	10.00000	0.000000
DONILLAS	20.00000	0.000000

Interpreta el 10 y el 20.

APELLIDOS: ________________________ NOMBRE________________

Modeliza el problema siguiente usando @SUM y @FOR siempre que sea posible:

Una empresa planea dotar a sus cinco fábricas de nuevas máquinas con las que elaborar tres productos. El gerente ha contactado con un comercial de la distribuidora POTSANDPANS LTD. y, con la información que ha obtenido, ha confeccionado la tabla siguiente, que contiene el precio de las máquinas que necesita cada fábrica, así como la cantidad de cada producto que podría elaborar diariamente cada máquina.

Fábrica	F_1	F_2	F_3	F_4	F_5
Precio	500	600	300	450	650
Producto 1	50	70	20	30	90
Producto 2	70	65	30	20	80
Producto 3	80	10	40	50	30

El objetivo es producir diariamente al menos $5\,000$ unidades del producto 1, $5\,500$ del producto 2 y $4\,000$ del producto 3, para lo cual la empresa está dispuesta a comprar un máximo de 90 máquinas, de modo que cada fábrica reciba un máximo de 30. Además, las máquinas de la fábrica F_4 llevan ya tiempo funcionando mal, por lo que esta fábrica debe recibir al menos el 20% de las nuevas máquinas que se adquieran.

Por otra parte, un comercial de la distribuidora BEWARY & CO se ha enterado de los planes de la empresa y le ofrece al gerente unas máquinas un 10% más baratas con una productividad un 5% menor. El gerente considera que, en caso de comprar estas máquinas más baratas, podría comprar hasta un total de 100 de ellas, y en tal caso compraría al menos 2 para cada fábrica.

Determina cuántas máquinas conviene comprar para cada fábrica para alcanzar la producción diaria deseada con el menor gasto posible, así como si conviene comprárselas a la distribuidora BEWARY & CO. o no.

Escribe la solución óptima en términos que pueda entender alguien no familiarizado con la programación matemática.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

La empresa GASES desea promocionar sus modelos de audífonos mediante campañas publicitarias por Televisión, Radio, Buzoneo, Internet y mediante Promociones especiales (reuniones demostrativas, etc.) El problema siguiente determina qué cantidad conviene invertir en cada uno de estos medios para maximizar las ventas esperadas, sin exceder el presupuesto disponible para publicidad, asegurando que una medida del alcance de las campañas (del número de individuos que se familiarizan con el producto, aunque no lo compren) no es inferior a 31 000 unidades y asegurando una inversión mínima en los medios más específicamente adecuados para el sector de población objeto de la campaña (personas mayores con problemas de audición):

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 1500T + 500R + 600B + 1100I + 600P & \text{Ventas} \\ \text{s.a} & T + R + B + I + P \leq 5\,000 & \text{coste} \\ & 5T + 3R + 10B + 15I + 8P \geq 31\,000 & \text{Alcance} \\ & B + P \geq 1\,000 & \text{Específicos} \\ & T,\ R,\ B,\ I,\ P \geq 0 & \end{array}$$

Variable	Value	Reduced Cost
T	3900.000	0.000000
R	0.000000	1080.000
B	1000.000	0.000000
I	100.0000	0.000000
P	0.000000	80.00000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
VENTAS	6560000.	1.000000
COSTE	0.000000	1700.000
ALCANCE	0.000000	-40.00000
ESPECIFICOS	0.000000	-700.0000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
T	1500.000	INFINITY	400.0000
R	500.0000	1080.000	INFINITY
B	600.0000	700.0000	80.00000
I	1100.000	400.0000	1400.000
P	600.0000	80.00000	INFINITY

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
COSTE	5000.000	200.0000	2600.000
ALCANCE	31000.00	39000.00	1000.000
ESPECIFICOS	1000.000	200.0000	1000.000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1 y la 2, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

Coste	____________________	$\leq$	____________________
Alcance	____________________	$\geq$	____________________
Específicos	____________________	$\geq$	____________________

2. **(0.1 ptos.)** Expresa con palabras la solución óptima del problema (y no digas nada más que la solución óptima).

3. **(0.2 ptos.)** Interpreta el intervalo de sensibilidad del término independiente de la última restricción.

4. **(0.8 ptos.)** ¿Cómo afectaría a las ventas que GASES decidiera destinar 100 u.m. más a la publicidad? ☐ aumentarían ☐ disminuirían en __________ ¿Y si decidiera mantener el presupuesto, pero dedicar 100 u.m. a promociones especiales? ☐ aumentarían / ☐ disminuirían en __________

5. **(0.2 ptos.)** Si la solución de LINGO dijera:

```
         Row    Slack or Surplus      Dual Price
 ESPECIFICOS          900.0000         0.0000000
```

¿Eso significaría que LINGO recomienda invertir 100 u.m. menos en medios específicos en lugar de las 1 000 requeridas? ☐ Sí ☐ No.

6. **(0.4 ptos.)** GASES está pensando en cambiar la compañía que le organiza las promociones especiales por otra que le promete 650 nuevas ventas por cada unidad monetaria invertida. En caso de contratar sus servicios, ¿cuánto convendría invertir en promociones especiales? __________ u.m. ¿Habría que invertir menos en algún otro medio a cambio? ☐ Sí ☐ No.

7. **(0.2 ptos.)** Si GASES quisiera destinar 100 u.m. adicionales en medios específicos, ¿convendría invertirlas en ☐ buzoneo, ☐ promociones especiales o ☐ repartirlas entre ambos medios? ¿Qué índice de alcance conseguiría con ellas en total? __________ unidades.