

## Problemas QFA (Teoría Cinética de los Gases)

**G1.-** Calcular la función de distribución de la componente  $x$  de la velocidad de una muestra de moléculas de  $O_2$  a 300 K en el intervalo  $-1000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1} < v_x < 1000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Representar la función resultante. (Solución:  $g(v_x) = 1.4289 \cdot 10^{-3} \exp(-6.4145 \cdot 10^{-6} v_x^2)$ )

**G2.-** Calcular la probabilidad de que la componente  $x$  de la velocidad de un átomo de neón, en una muestra gaseosa de neón a 300 K, tome valores inferiores a  $500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , independientemente de la dirección en que viaje el átomo (es decir, entre  $+500$  y  $-500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ). Calcular dicha probabilidad para un átomo de argón a 300 K. (Solución: Ne(0.845), Ar (0.9546))

**G3.-** Calcular la fracción de moléculas de un gas que tienen un valor de  $v_x^2$  mayor que la velocidad cuadrática media  $\langle v_x^2 \rangle$ . Demostrar que dicha fracción es la misma para todos los gases y a cualquier temperatura. (Solución: 0.3173)

**G4.-** Calcular el número de átomos de argón que, en una muestra gaseosa de 1 mol de átomos de argón a 273.15 K, tienen una componente  $x$  de la velocidad entre 450 y 460  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Repetir el cálculo para el intervalo  $450 < v_x < 470 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (Solución:  $N(450-460) = 1.626 \cdot 10^{21}$ ,  $N(450-470) = 3.138 \cdot 10^{21}$ )

**G5.-** Calcular la fracción de moléculas que, en una muestra gaseosa de  $O_2$  a 300 K, tienen una velocidad tal que sus componentes se encuentran en los siguientes intervalos:

- a)  $500.0 < v_x < 502.0$ ;  $370.0 < v_y < 375.0$ ;  $420.0 < v_z < 423.0$   
 b)  $473.0 < v_x < 478.0$ ;  $498.0 < v_y < 500.0$ ;  $302.6 < v_z < 305.6$   
 c)  $500.0 < v_x < 503.0$ ;  $-370.0 < v_y < -372.0$ ;  $-420.0 < v_z < -425.0$

Velocidades en  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . (Solución: a)  $2.2986 \cdot 10^{-9}$  b)  $2.2963 \cdot 10^{-9}$  c)  $2.2953 \cdot 10^{-9}$ )

**G6.-** Calcular la densidad de probabilidad para la velocidad de una muestra de moléculas de  $O_2$  a 300 K en el intervalo  $0 < v < 1000 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Representar la función de distribución resultante y compararla con la obtenida en el problema 3. (Solución:  $G(v) = 3.6663 \cdot 10^{-8} v^2 \exp(-6.4145 \cdot 10^{-6} v^2)$ )

**G7.-** Calcular, para el  $O_2$  a  $15^\circ\text{C}$  y 1 atm, el cociente de la probabilidad de que una molécula tenga su velocidad en un intervalo infinitesimal  $dv$  localizado a  $500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  y la probabilidad de que esté en un intervalo infinitesimal  $dv$  localizado a  $1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . ¿A qué temperatura tendrá el  $O_2(g)$  la misma densidad de probabilidad de velocidad para  $v=500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  y  $v=1500 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ ? (Solución: 70705, 1751.6K)

**G8.-** Calcular el porcentaje de moléculas que, en una muestra de  $O_2$  a 300 K, tienen velocidades entre (a) 200 y 400  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ , (b) 400 y 600  $\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Calcular dicho porcentaje en el intervalo  $200 < v < 600 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$  para una muestra de moléculas de  $H_2$  a 300 y a 500K. (Solución: a) 0.3544 b) 0.3597;  $H_2(300K) = 0.0367$ )

**G9.-** ¿Cuál es la proporción de moléculas gaseosas con velocidades menores que la raíz de la velocidad cuadrática media? ¿Cuál es la proporción con velocidades menores que la velocidad media? (Solución: (raíz de la velocidad cuadrática media) 0.6084, (velocidad media) 0.533)

**G10.-** Calcular la velocidad de escape de la superficie de un planeta de radio  $R$ . ¿Cuál es el valor para la Tierra,  $R = 6.37 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,  $g = 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ? ¿Y para Marte,  $R = 3.38 \cdot 10^6 \text{ m}$ ,  $m_{\text{Marte}}/m_{\text{Tierra}} = 0.108$ ? ¿A qué temperaturas tienen el hidrógeno, el helio y el oxígeno velocidades medias iguales a las velocidades de escape? ¿Qué proporción de moléculas tienen suficiente velocidad para escapar cuando la temperatura es (a) 240 K, (b) 1500 K? Este tipo de cálculos es muy importante para explicar la composición de las atmósferas planetarias. (Solución:  $v(\text{esc, tierra}) = 11.18 \text{ km/s}$ ,  $v(\text{esc, marte}) = 5.04 \text{ km/s}$ )

	Temperaturas		$H_2$		He		$O_2$	
	Tierra	Marte	11899	2420	23627	4806	188877	38416
Proporción	240K	240K	240K	240K	1500K	1500K	1500K	1500K
	$H_2$	He	$O_2$		$H_2$	He	$O_2$	
Tierra	$3.7 \cdot 10^{-27}$	$4.6 \cdot 10^{-54}$	0		$1.5 \cdot 10^{-4}$	$1.0 \cdot 10^{-8}$	$3 \cdot 10^{-69}$	
Marte	$1.14 \cdot 10^{-5}$	$4.9 \cdot 10^{-11}$	$5 \cdot 10^{-88}$		0.2499	0.0428	$4.5 \cdot 10^{-14}$	

**G11.-** Calcular  $\langle v^3 \rangle$  para las moléculas de un gas ideal. ¿Es  $\langle v^3 \rangle$  igual a  $\langle v \rangle \langle v^2 \rangle$ ? (Solución: No)

**G12.-** Determinar la proporción entre (a) las velocidades medias, (b) las energías cinéticas traslacionales medias de las moléculas de  $H_2$  y los átomos de Hg a  $20^\circ\text{C}$ . (Solución: a) 9.975 b) 1)

**G13.-** Obtener la energía de traslación molecular media a partir de la distribución de Maxwell expresada como distribución de energías. (Solución:  $3/2 \text{ kT}$ )

**G14.-** La presión de vapor de la plata a 2000 °C es de 170 torr. Calcular los gramos de plata que colisionan por unidad de área ( $\text{cm}^2$ ) y de tiempo (s) con las paredes de un recipiente que contiene plata en equilibrio con su vapor a 2000 °C. (Solución:  $2.169 \text{ g cm}^{-2} \text{ s}^{-1}$ )

**G15.-** Se diseñó un haz atómico para funcionar con: (a) cadmio, (b) mercurio. La fuente es un horno mantenido a 380 K, en el que hay una rendija de  $1 \text{ cm} \times 10^{-3} \text{ cm}$ . La presión de vapor del cadmio a esa temperatura es 0.13 Pa y la del mercurio 152 kPa. ¿Cuál es la corriente atómica (número de átomos por unidad de tiempo) en los haces? (Solución: (Cd)  $1.657 \cdot 10^{14} \text{ s}^{-1}$ ; (Hg)  $1.451 \cdot 10^{20} \text{ s}^{-1}$ )

**G16.-** Para determinar la presión de vapor del germanio a 1000 °C, se utilizó una celda de Knudsen. La pérdida de masa a través de un orificio de 0.5 mm de radio alcanzó el valor de  $4.3 \times 10^{-2} \text{ mg}$  en un tiempo de dos horas. ¿Cuál es la presión de vapor del germanio a 1000 °C? Suponer que el gas es monoatómico. (Solución:  $P = 7.278 \cdot 10^{-3} \text{ Pa}$ )

**G17.-** Un vehículo espacial con un volumen interno de  $3.0 \text{ m}^3$  choca con un meteorito originándose un orificio de 0.1 mm de radio. Si la presión del oxígeno dentro del vehículo es inicialmente de 0.8 atm y su temperatura de 298 K, ¿cuánto tiempo tardará la presión en reducirse a 0.7 atm? (Solución:  $1.14866 \cdot 10^5 \text{ s}$ )

**G18.-** La temperatura media de la superficie de Marte es 220 K y la presión es 4.7 torr. La atmósfera marciana está compuesta principalmente por  $\text{CO}_2$  y  $\text{N}_2$ , con pequeñas cantidades de Ar,  $\text{O}_2$ , CO,  $\text{H}_2\text{O}$  y Ne. Considerando sólo los dos componentes principales, se puede aproximar la composición de la atmósfera marciana como  $x(\text{CO}_2) \approx 0.97$  y  $x(\text{N}_2) \approx 0.03$ . Los diámetros de colisión son 4.6 Å para el  $\text{CO}_2$  y 3.7 Å para el  $\text{N}_2$ . Para la atmósfera de la superficie marciana, calcular: (a) la frecuencia de colisión de una determinada molécula de  $\text{CO}_2$  con otras moléculas de  $\text{CO}_2$ ; (b) la frecuencia de colisión de una determinada molécula de  $\text{N}_2$  con moléculas de  $\text{CO}_2$ ; (c) el número de colisiones por segundo de una determinada molécula de  $\text{N}_2$ ; (d) el número de colisiones  $\text{CO}_2$ - $\text{N}_2$  por segundo en  $1.0 \text{ cm}^3$ ; (e) el número total de colisiones por segundo en  $1 \text{ cm}^3$ . (Solución: a)  $6.12 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  b)  $5.65 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  c)  $5.80 \cdot 10^7 \text{ s}^{-1}$  d)  $3.51 \cdot 10^{23} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  e)  $6.48 \cdot 10^{24} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ )

**G19.-** Calcular el número total de colisiones por segundo y por  $\text{cm}^3$  en la atmósfera terrestre a 25 °C y 1 atm entre: (a) moléculas de oxígeno; (b) moléculas de nitrógeno; (c) moléculas de oxígeno y de nitrógeno. Utilizar los siguientes radios moleculares  $r(\text{O}_2) = 178 \text{ pm}$  y  $r(\text{N}_2) = 185 \text{ pm}$ . (Solución: a)  $3.31 \cdot 10^{27} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  b)  $5.32 \cdot 10^{28} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$  c)  $2.66 \cdot 10^{28} \text{ cm}^{-3} \text{ s}^{-1}$ )

**G20.-** Para el  $\text{N}_2(\text{g})$  con un diámetro de colisión de 3.7 Å, calcular el recorrido libre medio a 300 K y: (a) 1.00 bar; (b) 1.00 torr; (c)  $1.0 \times 10^{-6}$  torr (presión típica de “vacío”). (Solución: a)  $6.81 \cdot 10^{-8} \text{ m}$  b)  $5.11 \cdot 10^{-5} \text{ m}$  c) 51.1 m)

**G21.-** La velocidad de la reacción  $\text{H}_2 + \text{I}_2 \leftrightarrow 2\text{HI}$  depende de las colisiones entre las distintas especies en la mezcla de reacción. Calcular las frecuencias de colisión para los encuentros: (a)  $\text{H}_2 + \text{H}_2$ ; (b)  $\text{I}_2 + \text{I}_2$ ; (c)  $\text{H}_2 + \text{I}_2$ , para un gas a 400 K y 1 atm con cantidades equimoleculares de ambos componentes. Las secciones eficaces de colisión son  $\sigma(\text{H}_2) \approx 0.27 \text{ nm}^2$  y  $\sigma(\text{I}_2) \approx 1.2 \text{ nm}^2$ . (Solución: a)  $3.29 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  b)  $1.30 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  c)  $1.13 \cdot 10^{35} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$ )

**G22.-** (a) Calcular Z (frecuencia total de colisión) para el  $\text{N}_2$  a 1 atm y 300 K, suponiendo que la molécula es esférica y que su diámetro es 3.7 Å. (b) Calcular el tiempo medio entre colisiones. (c) En este tiempo, ¿cuántas oscilaciones realiza la molécula de  $\text{N}_2$ ? Suponer que las moléculas de nitrógeno se comportan como osciladores armónicos con frecuencia  $2360 \text{ cm}^{-1}$ . (d) ¿Cuántas rotaciones realiza la molécula durante ese tiempo? La longitud de enlace de equilibrio es 1.0976 Å. (Solución: a)  $8.67 \cdot 10^{34} \text{ m}^{-3} \text{ s}^{-1}$  b)  $1.41 \cdot 10^{-10} \text{ s}$  c) 9981 d) 1084)