Tema 2

La elección del consumidor

La elección del consumidor: Elementos básicos

La unidad de decisión en Microeconomía: **EL CONSUMIDOR**

Comenzamos el estudio de la demanda del consumidor en una
ECONOMÍA DE MERCADO

- *Economía de mercado*: Un contexto en el que los bienes y servicios que el consumidor puede adquirir están disponibles a precios dados y conocidos (o, de manera equivalente, están disponibles para comerciar con otros bienes a tasas de intercambio conocidas).

- ***ELEMENTOS BÁSICOS DEL PROBLEMA DE DECISIÓN DEL CONSUMIDOR***:
- 1) Bienes (o mercancias): objetos de elección del consumidor
- 2) Restricciones **físicas** y **económicas** que limitan su elección.

- Las restricciones físicas: Conjunto de consumo
- Las restricciones económicas: Conjunto presupuestario Walrasiano o conjunto factible.

La elección del consumidor

- A la decisión del consumidor sujeta a estas restricciones se le denomina "***la función de demanda walrasiana".***

(En términos del enfoque basado en las reglas de elección, la función de demanda sería la regla de elección del consumidor).

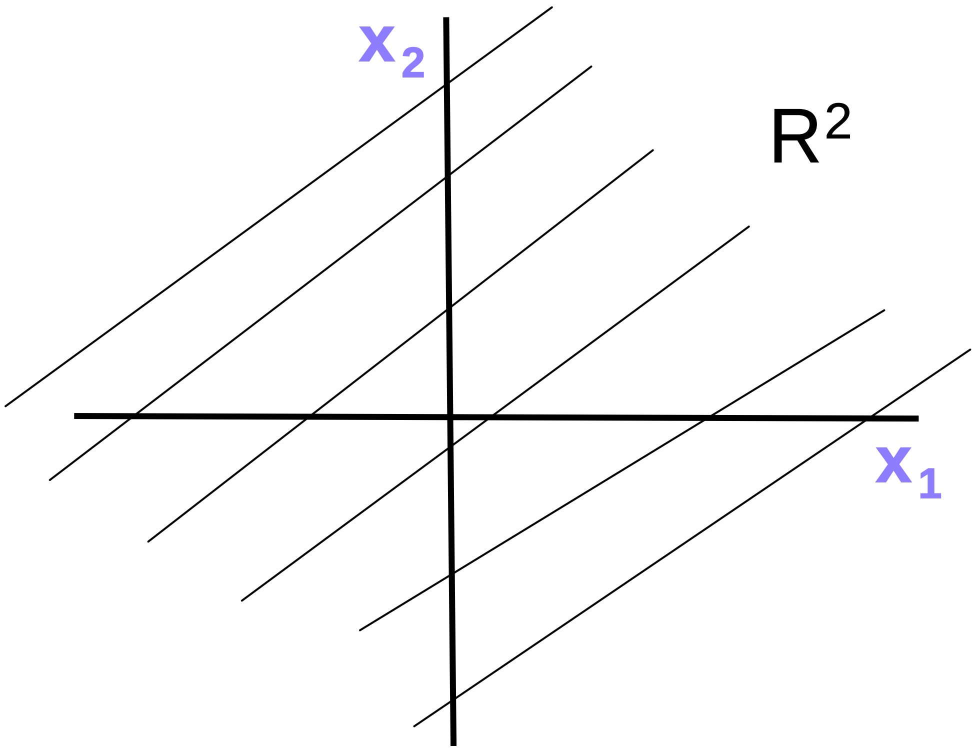
- ***Bienes:***
- El número de bienes es finito e igual a L, indexado por l=1,2,…L, es decir, $x_1, x_2, \ldots, x_l, \ldots x_L$.

- Una cesta de bienes es una lista de los diferentes bienes:
  $x=\{x_1, x_2, \ldots, x_l, \ldots x_L\}^T$ en R^L
  x= vector de consumo o cesta de consumo.

- *Supuesto*: Cada x_l pertenece a R, es decir, los bienes son perfectamente divisibles.
- R^L= espacio de consumo.

La elección del consumidor

- Ejemplo: L=2, x_1 y x_2 ; $R^L=R^2$



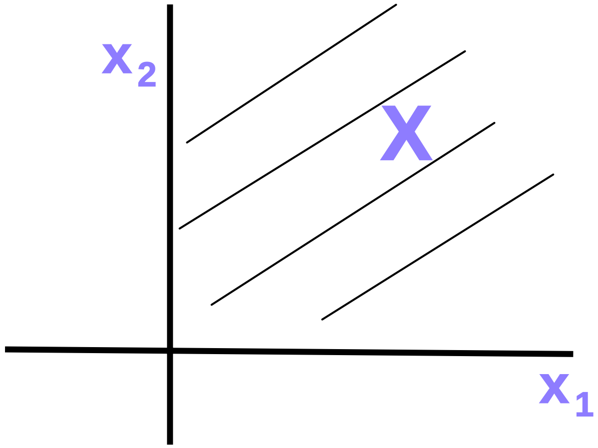
El Conjunto de Consumo

- Las elecciones de consumo están limitadas por un número de restricciones físicas. Por ejemplo, es imposible consumir una cantidad negativa de pan o de agua.
- **X**=conjunto de consumo, $X \subset R^L$, sus elementos son las cestas de consumo que se pueden adquirir dadas las restricciones físicas del entorno. Ejemplo: Mínimo de subsistencia→ $X \subset R_+^L$
- Para facilitar el análisis
- **Supuesto 1:**

$$X = R_+^L = \left\{ x \in R^L : x_l \geq 0, \text{ para todo } l = 1, 2, \ldots L \right\}$$

El Conjunto de Consumo: Supuestos y Propiedades

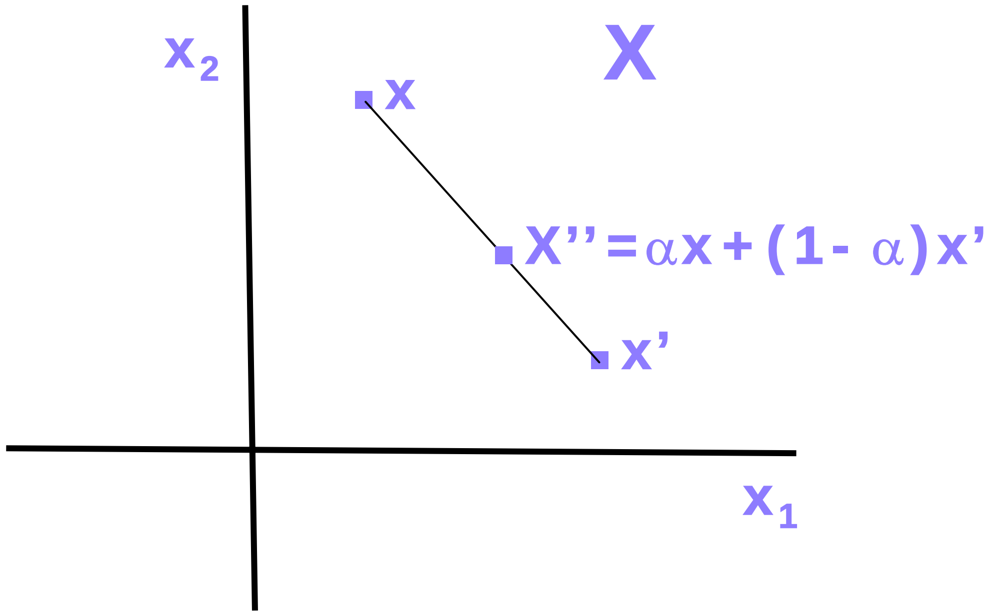
- Ejemplo: L=2$\longrightarrow$ $X = R_+^2$



- **Propiedades de *X***:
- 1) Si los bienes se consumen en cantidades reales (divisibilidad perfecta): **X es convexo.**
- 2) **X es cerrado**: incluye sus fronteras: $(0,x_2)$, $(x_1,0)$ y $(0,0)$.

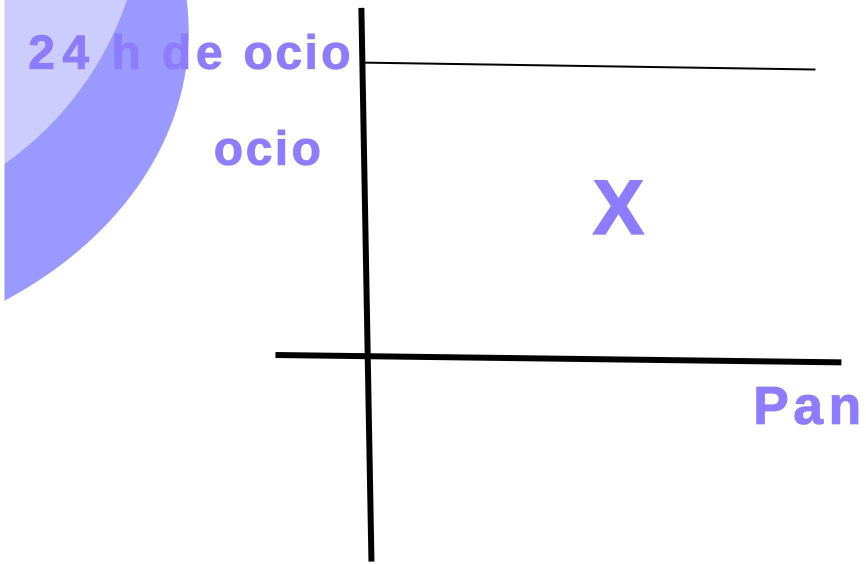
Propiedades del Conjunto de Consumo

- Convexidad: $\text{Si } x, x' \in R_{+}^{L} \rightarrow x'' = \alpha x + (1-\alpha)x' \in R_{+}^{L}, \text{ para todo } \alpha \in [0,1]$



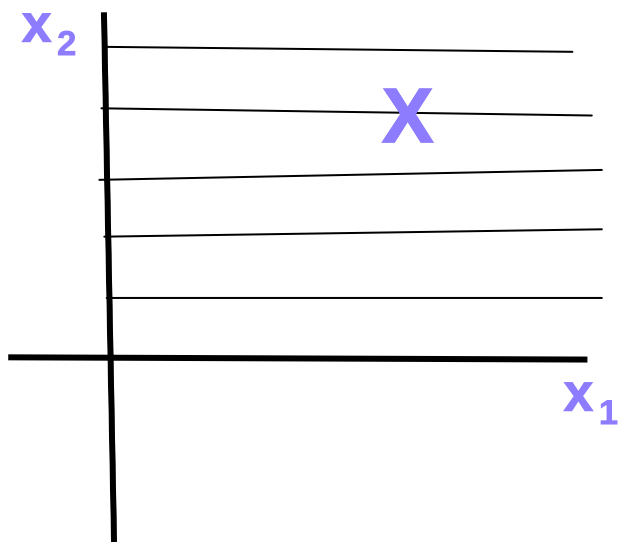
Ejemplos:

- Ejemplo 1



X es convexo

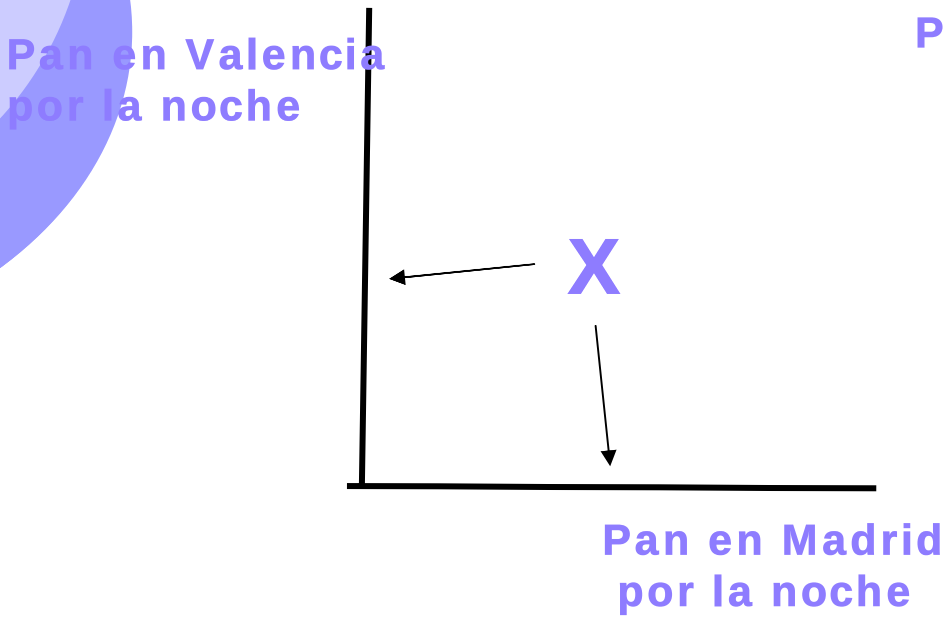
Ejemplo 2: $x_2=\{0,1,2\ldots,n,\ldots.\}$

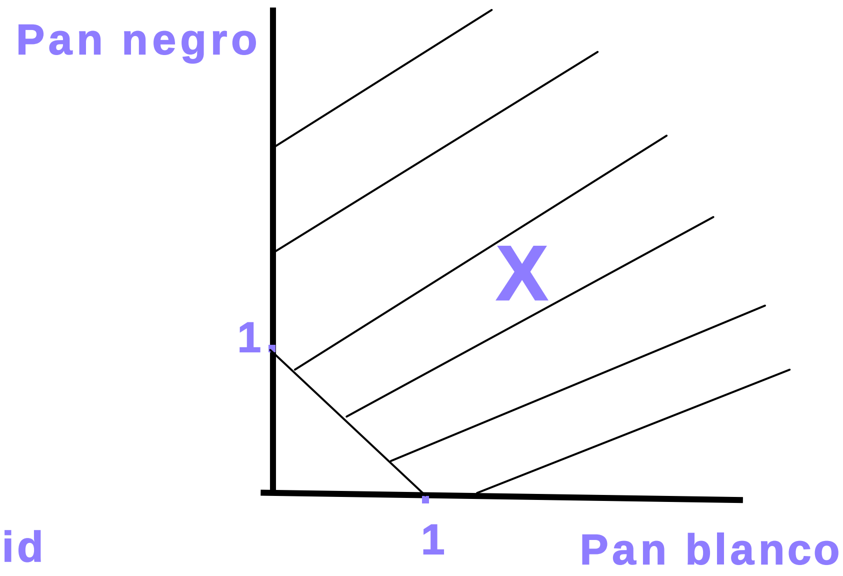


X no convexo

Ejemplos:

- Ejemplo 3: sólo un bien   Ejemplo 4: Mín. subsist. =1 unidad de pan





X no convexo

X es convexo.
El conjunto de consumo refleja las necesidades de subsistencia.

El Conjunto Presupuestario: El consumidor está limitado por su riqueza

Introducimos 2 supuestos:

- 1). Las L mercancias se comercian en un mercado con **precios monetarios**, que se anuncian públicamente (son **conocidos**).
- Los precios se representan por el vector $p=(p_1,p_2,\ldots,p_l,..,p_L)^T$ pertenece a $\mathbf{R}^L$
- Cada p_l representa el coste monetario por unidad de cada mercancia l. Los precios no tiene porque ser positivos. Cada p_l puede ser
  - \+ (bien escaso),
  - \- (bien "nocivo")
  - 0 (bien libre)

  Se supone que cada $p_l>0$, para todo l=1,2,….L (o $p_l>>0$).
- 2). Los consumidores no influyen en el precio: **son precio-aceptantes** (la demanda de un consumidor por cualquier bien es una pequeña fracción de la demanda del bien).

El Conjunto Presupuestario: factibilidad

- La **factibilidad** de una cesta de consumo depende de:
  - Los precios de mercado $(p_1,p_2,\ldots\ldots p_L)$
  - La riqueza del consumidor o renta monetaria:

$X \in R_+^L$ es factible si su coste total no excede a la riqueza del consumidor: $px=p_1x_1+\ldots\ldots+p_Lx_L \leq w$.

La restricción de factibilidad económica junto con la restricción de que $x \in R_+^L = X$

implica que las cestas de **consumo factibles** consisten en elementos del conjunto:

$$\left\{x \in R_+^L : px \leq w\right\}$$

El Conjunto Presupuestario. El problema del consumidor

Definición: El conjunto presupuestario o conjunto factible

$$B_{pw} = \left\{ x \in R_+^L = X : px \leq w \right\}$$

es el conjunto de todas las cestas de consumo, del consumidor que se enfrenta a los precios de mercado p y posee una riqueza o renta monetaria w.

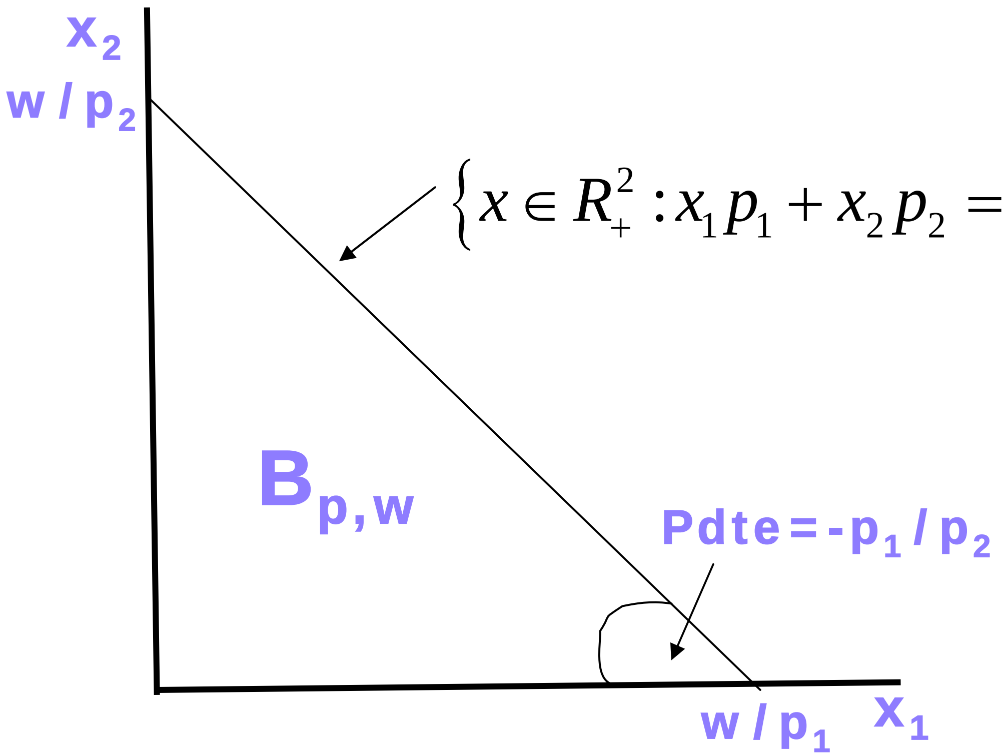
El problema del consumidor dados p y w es elegir una cesta de consumo x en $B_{p,w}$.

Al conjunto $\left\{ x \in R_+^L : px = w \right\}$ se le llama el ***hiperplano Presupuestario*** y determina la frontera superior de B_{pw}.

Cuando L=2, es la recta presupuestaria (o recta de balance)

El problema del consumidor

- L=2 → $$B_{p,w} = \left\{ x \in R^2_+ : x_1 p_1 + x_2 p_2 \leq w \right\}$$



$$\left\{ x \in R^2_+ : x_1 p_1 + x_2 p_2 = w \right\} \longrightarrow x_2 = w / p_2 - (p_1 / p_2)\, x_1$$

$$\downarrow$$

$$dx_2 / dx_1 = -\, p_1 / p_2$$

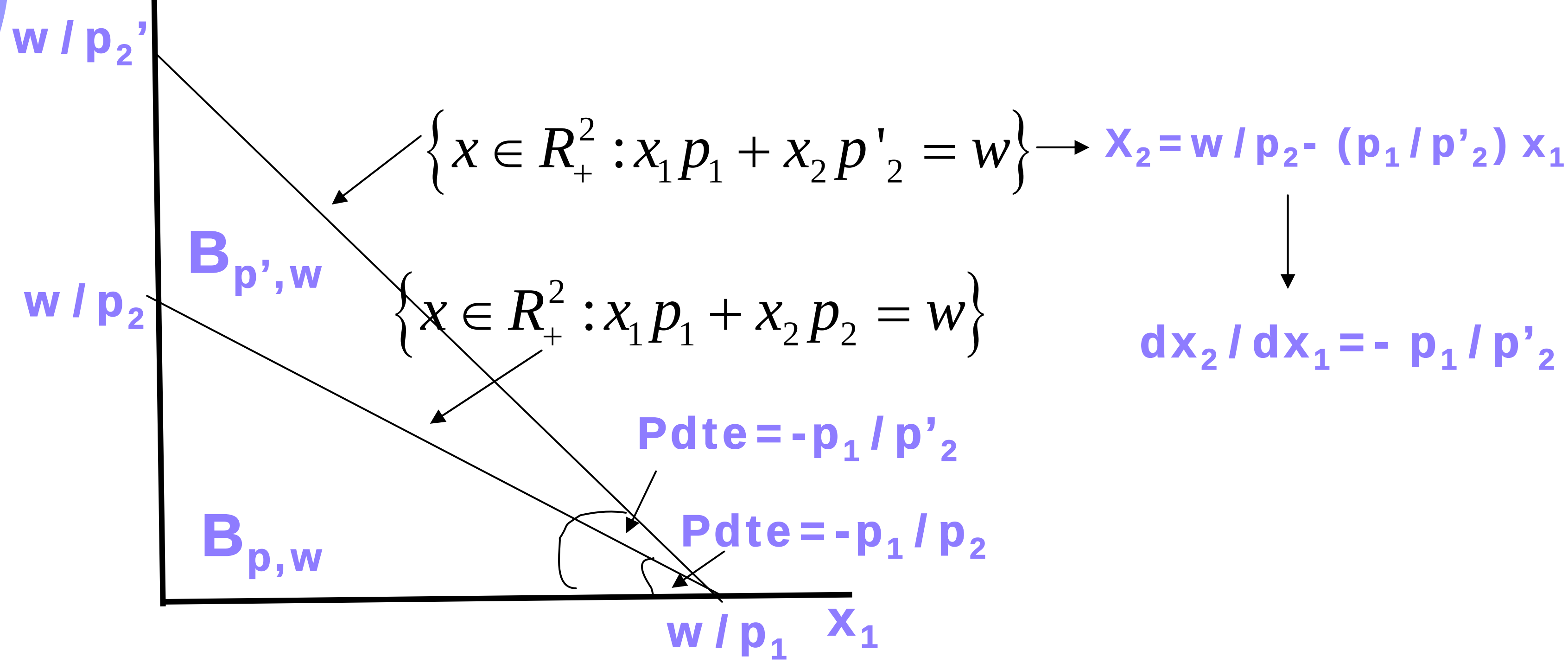
$$\downarrow$$

tasa de intercambio

entre los bienes

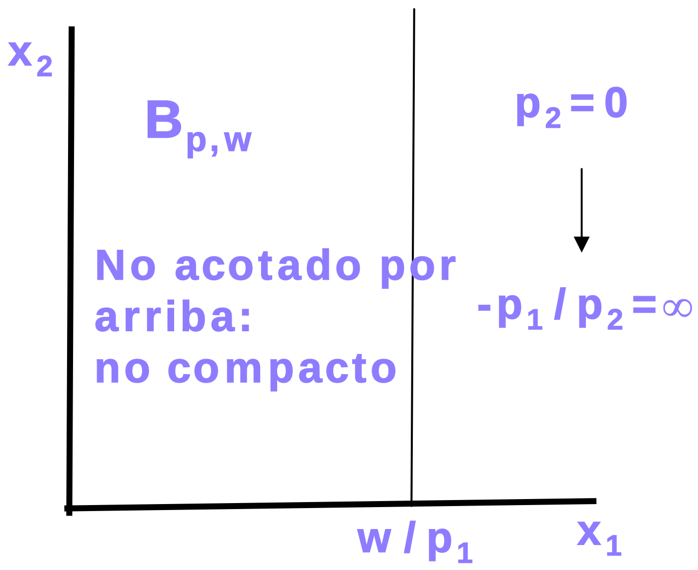
Cambios en el Conjunto Presupuestario.

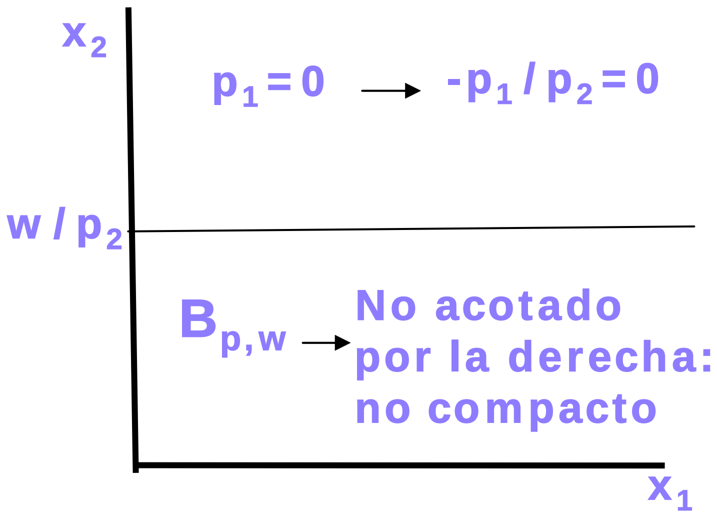
- Si el precio del bien 2 disminuye (con p_1 y w constantes) a $p'_2 < p_2$, el conjunto presupuestario se hace más grande ya que más cestas de consumo son factibles y la recta de balance tiene mayor pendiente.



Propiedades del Conjunto Presupuestario $B_{p,w}$

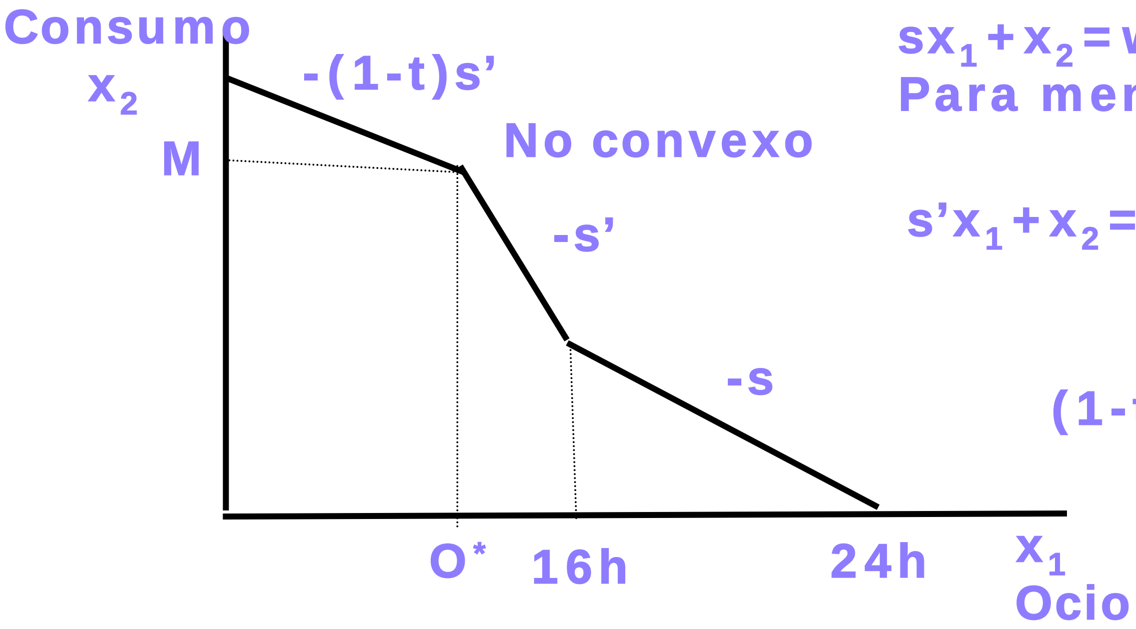
- $B_{p,w}$ es un conjunto convexo y si los precios son estrictamente positivos ($p_l>0$,para todol=1,2,…,L) es un conjunto compacto (cerrado y acotado).
- Ejemplo: L=2





Ejemplo: Elección entre ocio y consumo: Mas-Colell, página 22. Capítulo 2.

- $p_1x_1 + p_2 x_2 = w$, con x_1=ocio y x_2=consumo, p_1=salario y $p_2=1$
- Para 8h de trabajo el salario es s, si se trabaja más de 8h el salario es s'>s. Para rentas mayores que M, se pagan impuestos t.



$sx_1 + x_2 = w$; $dx_2/dx_1 = -s$
Para menos de 8h trabajo

$s'x_1 + x_2 = w$; $dx_2/dx_1 = -s'$

$(1-t)s'x_1 + x_2 = w$

Funciones de Demanda y Estática Comparativa

- La **correspondencia de demanda** del consumidor (ordinaria o walrasiana) se denota por x(p,w) y asigna un conjunto de cestas de consumo a cada par precio-riqueza (p,w).
- Cuando x(p,w) consta de un solo elemento se le denomina **función de demanda.**
- Se imponen **dos supuestos** sobre la correspondencia de demanda x(p,w): **homogeneidad de grado cero** y **satisfacer la Ley de Walras.**

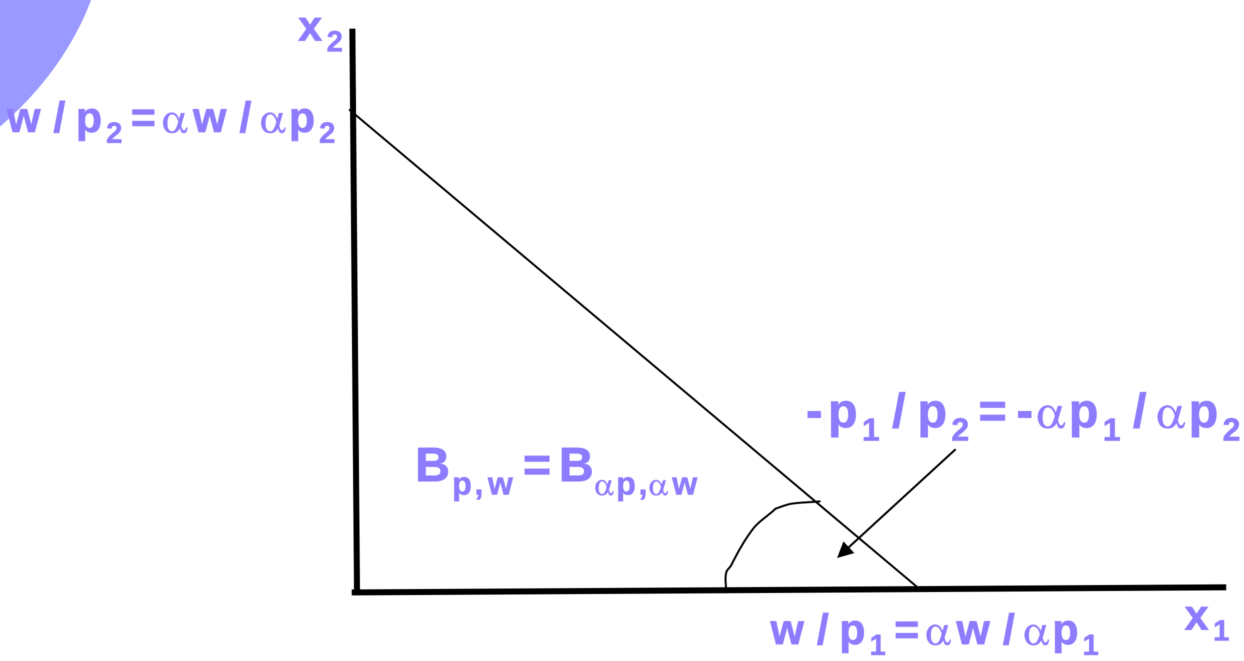
- ***Definición:*** La correspondencia de demanda x(p,w) es homogénea de grado cero si:

  $x(\alpha p,\alpha w)= x(p,w)$,para todo par (p,w) y para todo $\alpha>0$.

Homogeneidad de grado cero: Si los precios y la renta cambian en la misma proporción, la elección de consumo del individuo no cambia→sólo importan los precios y renta relativos y no los absolutos.

Homogeneidad de grado cero

- Para entender la homogeneidad de grado cero, nótese que un cambio de renta y precios de (p,w) a (αp,αw), no produce ningún cambio en el conjunto de consumos factibles,es decir $B_{p,w}=B_{\alpha p,\alpha w}$



Ley de Walras

- ***Definición***:La correspondencia de demanda x(p,w) satisface la Ley de Walras si para todo p>>0 y w>0, se cumple que $px=\Sigma_l p_l x_l=w$, para todo x en x(p,w).
- La Ley de Walras significa que el individuo consume totalmente su renta. Este supuesto es razonable siempre que exista algún bien deseable.
- En contextos dinámicos intertemporales, la Ley de Walras significa que el consumidor gasta enteramente su renta a lo largo de su vida.

Ejemplo

- L=3 y las funciones de demanda x(p,w) vienen definidas por:

$$x_1 = \frac{p_2}{p_1 + p_2 + p_3} \times \frac{w}{p_1}$$

$$x_2 = \frac{p_3}{p_1 + p_2 + p_3} \times \frac{w}{p_2}$$

$$x_3 = \frac{\beta p_1}{p_1 + p_2 + p_3} \times \frac{w}{p_3}$$

- ¿Satisfacen estas funciones de demanda la homogeneidad de grado cero y la Ley de Walras cuando $\beta=1$? ¿Y si β pertenece a (0,1)?

Implicación de la homogeneidad de grado cero.

- En el tema 3, se derivará la demanda del consumidor x(p,w) de la maximización de las preferencias y se verá que estos dos supuestos se dán de manera bastante general. En este tema se supondrá que estas propiedades se cumplen y se analizarán sus consecuencias.
- ***Implicación de la homogeneidad de grado cero:***
- Aunque x(p,w) tiene L+1 argumentos se puede fijar (*normalizar*) el nivel de una de las L+1 variables independientes.
- Una normalización común es fijar p_l=1 para algún l.
- Otra podría ser fijar w=1
- Así el número de argumentos de x(p,w) sería L.
- Supondremos que x(p,w) es siempre uni-valuada (función) para el resto de este tema. En este caso, la función x(p,w) se puede escribir en términos de las demandas específicas de los bienes.
- $x(p,w)=(x_1(p,w), x_{2(}p,w),\ldots,x_L(p,w)^T$
- Supondremos, además que x(p,w) es continua y diferenciable.

Demanda y reglas de elección.

- El enfoque de este tema se puede ver como una aplicación del enfoque basado en las reglas de elección. La família de los conjuntos presupuestarios walrasianos es:
- $\mathscr{B}^{w}=\{B_{p,w}:p>>0,\ w>0\}$
- Además, por homogeneidad de grado cero, x(p,w) sólo depende del conjunto presupuestario al que el consumidor se enfrenta.
- Por tanto, $(\mathscr{B}^{w}, x(.))$ es una *estructura de elección.*

- Nótese que la estructura de elección $(\mathscr{B}^{w}, x(.))$ no incluye todos los posibles sub-conjuntos de X (de dos y tres elementos). Este hecho es importantes para la relación entre los enfoques basados en la elección y en las preferencias cuando se aplican a la demanda del consumidor.

Estática Comparativa: Cómo cambia la elección ante cambios en la riqueza y en los precios.

El análisis de un cambio en el resultado como respuesta a cambios en los parámetros económicos subyacentes → ***análisis de estática comparativa.***

1) Efectos renta (o efectos riqueza)-

Consideremos que los precios están fijos $\bar{p}$.

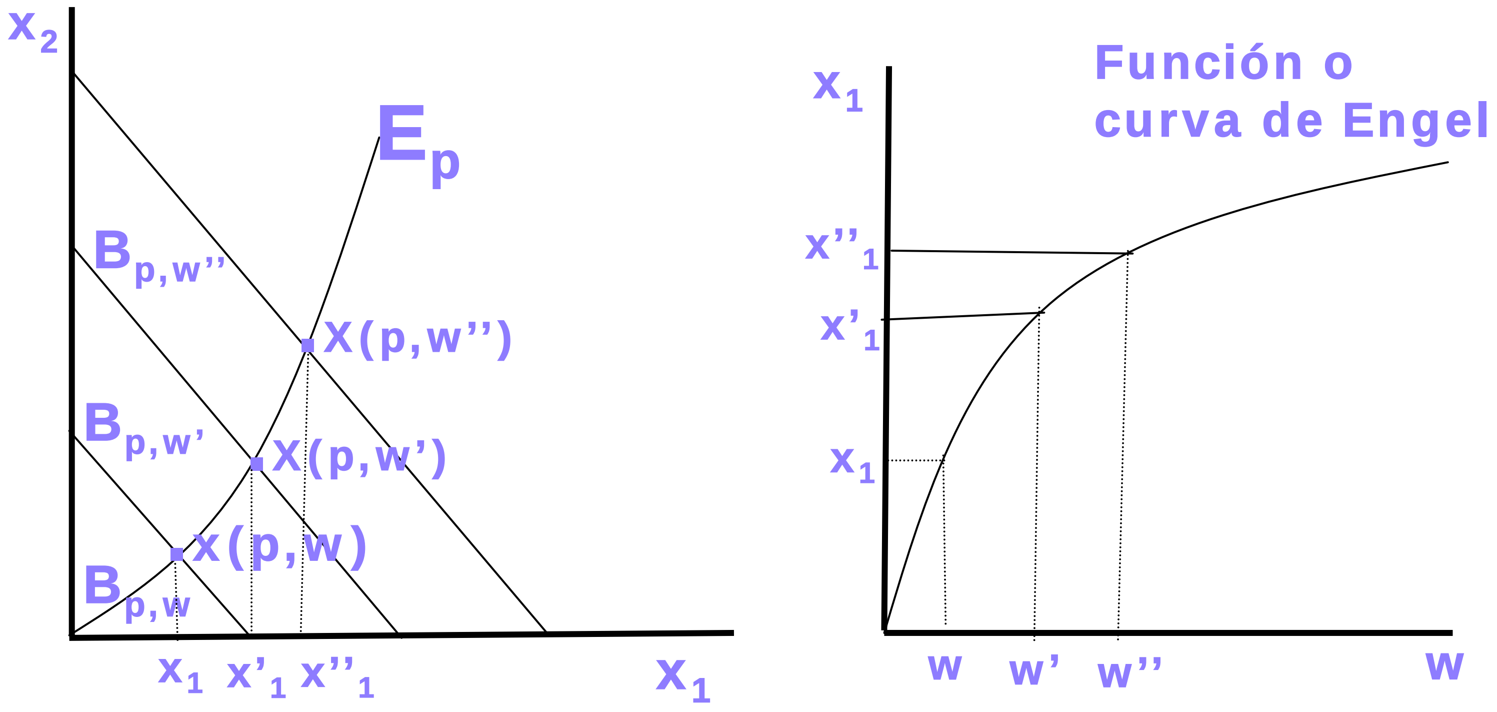
La función $x(\bar{p}, w)$ = la ***función de Engel*** del consumidor.

Su imagen en R_{+}^{L} :

$$E_{\bar{p}} = \left\{ x(\bar{p}, w) : w > 0 \right\}$$ ***= Senda de expansión de la renta o curva de Engel.***

Efectos renta

- $w'' > w' > w$; p constante



Efectos renta

- Para cualquier par (p,w), la derivada:
- $\dfrac{\delta x_l(p,w)}{\delta w} \rightarrow$ ***efecto renta*** del bien x_l
- Un bien l es ***normal*** en (p,w), si $\dfrac{\delta x_l(p,w)}{\delta w} \geq 0$

$\rightarrow$ la demanda no decrece con la renta.

Un bien l es ***inferior*** si $\dfrac{\delta x_l(p,w)}{\delta w} < 0$

Si cada bien es normal para todos los pares (p,w), entonces la demanda es normal.

Vector de efectos renta

- El supuesto de **normalidad** en la demanda tiene sentido cuando los bienes son **agregaciones** (alojamiento, comida, etc.). Si se encuentran muy **desagregados** (por ejemplo, una clase particular de zapatos), entonces dada la sustitución de bienes de mejor calidad cuando w se incrementa, los bienes pueden convertirse en **inferiores** a partir de un nivel de renta.
- Sea

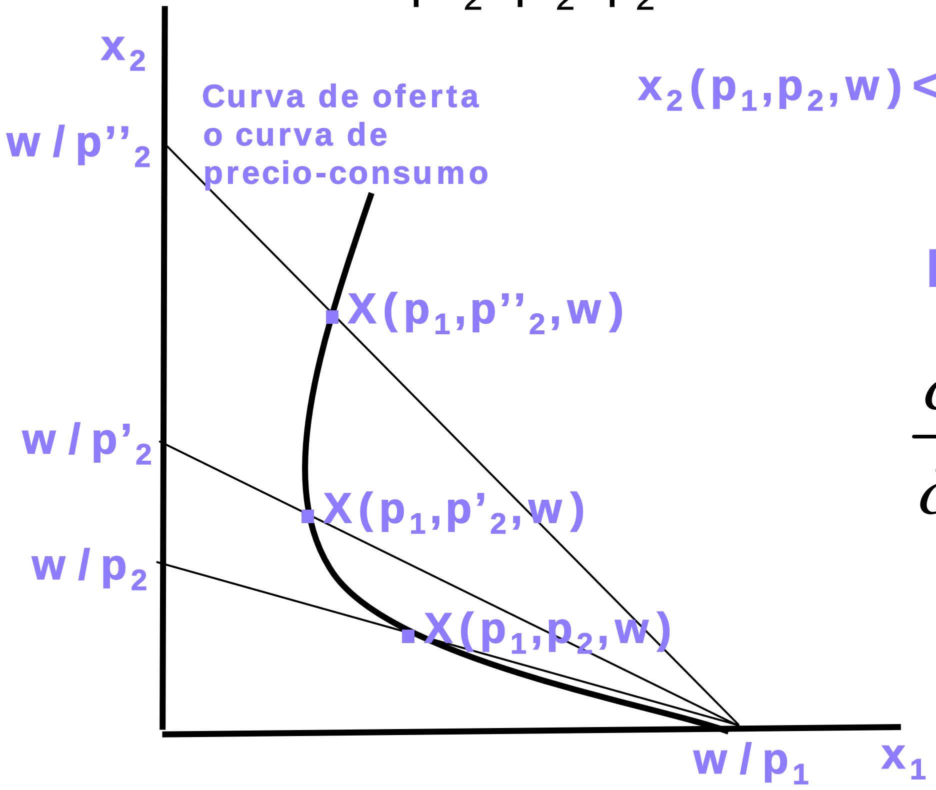
$$D_w x(p,w) = \begin{pmatrix} \dfrac{\delta x_1(p,w)}{\delta w} \\ \dfrac{\delta x_2(p,w)}{\delta w} \\ . \\ . \\ \dfrac{\delta x_L(p,w)}{\delta w} \end{pmatrix}$$

- **el vector de efectos renta**

Cambios en los niveles de consumo ante cambios en los precios.

Supongamos que L=2 y mantengamos fijos w y p_1.

$p''_2 < p'_2 < p_2$



$x_2(p_1,p_2,w) < x_2(p_1,p'_2,w) < x_2(p_1,p''_2,w)$

En el gráfico:

$$\frac{\delta x_2}{\delta p_2} < 0 \qquad \frac{\delta x_1}{\delta p_2} > 0$$

Efecto Precio.

- A la derivada $\frac{\delta x_l(p,w)}{\delta p_k}$ se le denomina el ***efecto-precio*** de

p_k (el precio del bien k) en la demanda del bien l.

$\frac{\delta x_l(p,w)}{\delta p_l}$ $\rightarrow$ curva de demanda del consumidor.

Aunque puede parecer que una disminución en el precio de un bien llevará al consumidor a consumir más de ese bien (como en el gráfico anterior), la situación contraria también podría darse. De hecho:

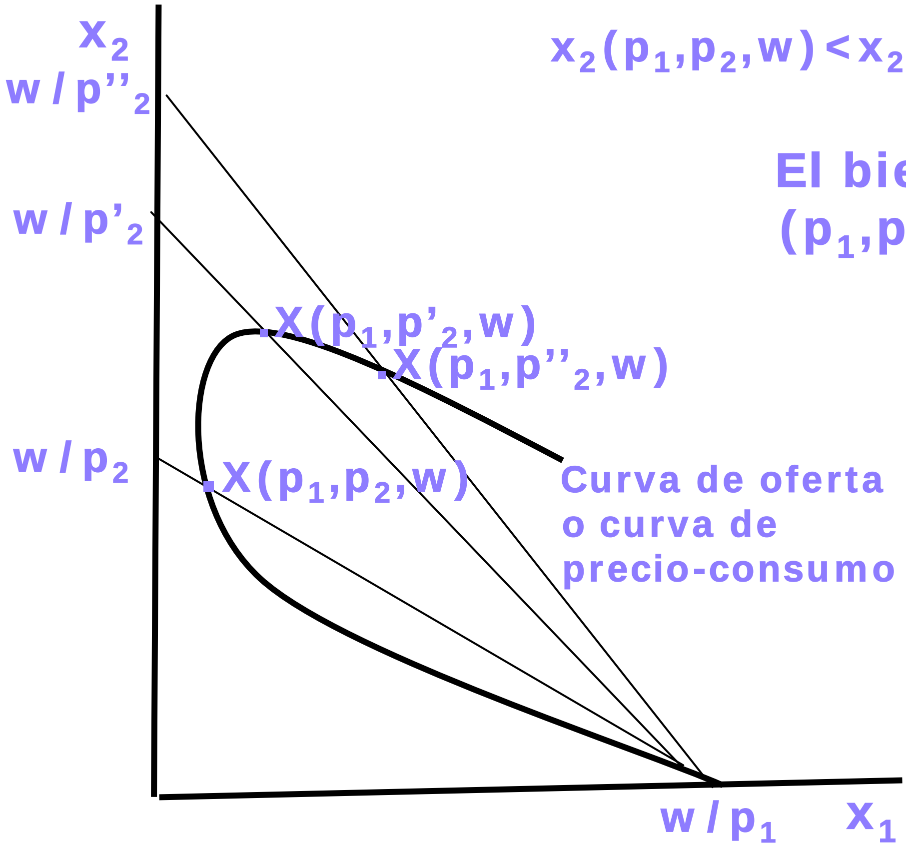
El bien l es un **bien Giffen** para (p,w) si $\frac{\delta x_l(p,w)}{\delta p_l} > 0$

Bien Giffen

- $p''_2 < p'_2 < p_2$

$x_2(p_1,p_2,w) < x_2(p_1,p'_2,w) > x_2(p\ ,p''_2,w)$

El bien 2 es un bien Giffen en (p_1,p'_2,w).



$$\frac{\delta x_2(p_1, p'_2, w)}{\delta p_2} > 0$$

Matriz efectos-precio

- Los bienes de baja calidad pueden ser bienes Giffen para consumidores de rentas bajas: ejemplo, las patatas (si el p_p baja, los consumidores pueden consumir otros bienes)→ notar que lo que hace a las patatas un bien Giffen es un efecto renta → si el p_p se reduce el consumidor es más rico.
- Los efectos-precio se representan por una matriz:

$$D_p x(p,w) = \begin{pmatrix} \frac{\delta x_1(p,w)}{\delta p_1} & \cdots & \frac{\delta x_1(p,w)}{\delta p_L} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\delta x_L(p,w)}{\delta p_1} & \cdots & \frac{\delta x_L(p,w)}{\delta p_L} \end{pmatrix}$$

Implicaciones de la homogeneidad de grado cero y de la Ley de Walras para los efectos renta y precios: Estos dos supuestos implican ciertas restricciones en los efectos de estática comparativa.

1) Homogeneidad de grado cero→ $x(\alpha p, \alpha w)-x(p,w)=0$, $\alpha>0$.

Diferenciando esta expresión respecto a α y evaluando la derivada en $\alpha=1$:

- ***Proposición:*** (Formula de Euler) Si la función de demanda x(p,w) es homogénea de grado cero, entonces para todo p y w:

$$\sum_{k=1}^{L}\frac{\delta x_l(p,w)}{\delta p_k}\times p_k+\frac{\delta x_l(p,w)}{\delta w}\times w=0, \text{ para } l=1,2,\ldots L$$

En notación matricial:

$$D_p x(p,w)p+D_w x(p,w)=0$$

Implicación de la homogeneidad de grado cero para los efectos renta y precios

La homogeneidad de grado cero implica que las derivadas con respecto a precios y renta, de la demanda de cualquier bien l, cuando se ponderan por estos precios y renta deben sumar cero.

La ponderación se da, porque cuando se incrementan todos los precios y la riqueza en la misma proporción, cada variable cambia en proporción a su nivel inicial.

Recordemos las definiciones de las elasticidades precio y renta:

$$\varepsilon_{lk}(p,w) = \frac{\delta x_l(p,w)}{\delta p_k}\frac{p_k}{x_l(p,w)}, \quad \text{elasticidad-precio del bien l}$$

$$\varepsilon_{lw}(p,w) = \frac{\delta x_l(p,w)}{\delta w}\frac{w}{x_l(p,w)}, \quad \text{elasticidad-renta del bien l}$$

Implicación de la homogeneidad de grado cero para los efectos renta y precios

- ***Formula de Euler en términos de elasticidades:***

$$\sum_{k=1}^{L} \varepsilon_{lk}(p,w) + \varepsilon_{lw}(p,w) = 0, \quad \mathrm{l}=1,2,\ldots,\mathrm{L}$$

- Esta formula expresa directamente, las implicaciones de estática comparativa de la homogeneidad de grado cero: un mismo porcentaje de cambio en todos los precios y renta no produce cambios en la demanda.

Implicaciones de la Ley de Walras para la Estática Comparativa.

- Ley de Walras→px(p,w)=w, para todo p y w.
- Diferenciando esta expresión respecto a los precios:
- ***Proposición:*** (Propiedad de Cournot) Si la función de demanda x(p,w) satisface la Ley de Walras, entonces para todo p y w:

$$\sum_{l=1}^{L} p_l \frac{\delta x_l(p,w)}{\delta p_k} + x_k(p,w) = 0, \text{ para k=1,2,...,L}$$

De forma matricial

$$\mathrm{pD_p} x(p,w) + x(p,w)^T = 0^T$$

- El gasto total no puede cambiar ante un cambio en los precios.

Implicaciones de la Ley de Walras para la Estática Comparativa.

- De manera similar, derivando px(p,w)=w respecto a w:
- ***<u>Proposición:</u>*** (Agregación de Engel) Si la función de demanda x(p,w) satisface la Ley de Walras, entonces para todo p y w:

$$\sum_{l=1}^{L} \frac{\delta x_l(p,w)}{\delta w} = 1$$

$$\text{En notación matricial}$$

$$pD_w x(p,w) = 1$$

- El gasto total varía en una cantidad igual a la variación de la renta.

Implicaciones de la Ley de Walras para la Estática Comparativa.

- Las dos proposiciones anteriores pueden expresarse en términos de elasticidades.
- Sea $b_l(p,w)=(p_l x_l)/w$ →el porcentaje de la renta que se gasta en x_l
- ***Propiedad de Cournot:***

$$\sum_{l=1}^{L} b_l(p,w)\varepsilon_{lk}(p,w) + b_k(p,w) = 0$$

- ***Agregación de Engel:***

$$\sum_{l=1}^{L} b_l(p,w)\varepsilon_{lw}(p,w) = 1$$

El Axioma Débil de la Preferencia Revelada y la Ley de la Demanda: Implicaciones del ADPR para la demanda del consumidor

- $x(p,w)$ es una función homogénea de grado cero y que satisface la Ley de Walras. En el contexto de funciones de demanda el AD se define:

- ***Definición:*** La función de demanda walrasiana $x(p,w)$ satisface el Axioma Débil de la Preferencia Revelada si la siguiente propiedad se satisface para cualquier par de situaciones (p,w) y (p',w') con $x(p,w)$ la demanda bajo (p,w) y $x(p',w')$ la demanda bajo (p',w'):

  $\rightarrow$Si $px(p',w') \leq w$ y $x(p',w') \neq x(p,w)$, entonces $p'x(p,w) \geq w'$

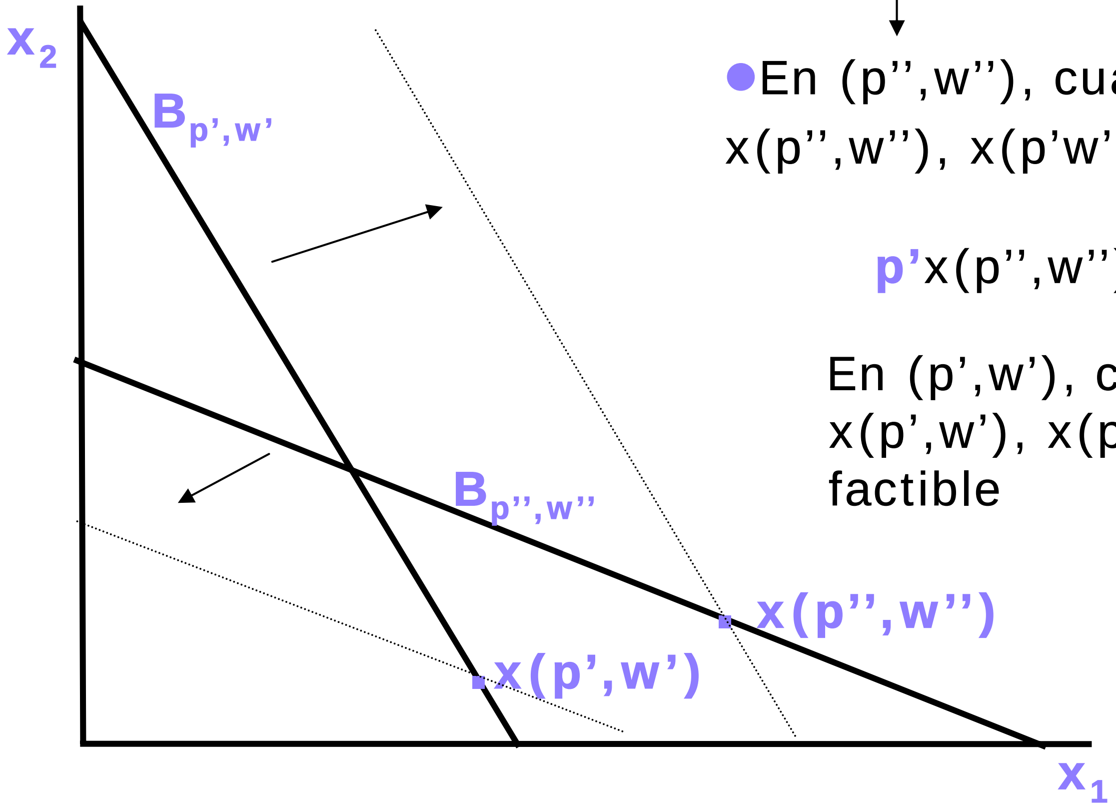
Explicación: $px(p',w') \leq w$ y $x(p',w') \neq x(p,w)$, significa que cuando los precios y renta son (p,w), el consumidor elige $x(p,w)$ aún cuando $x(p',w')$ era factible. Se puede interpretar esta elección como "revelando" una preferencia $x(p,w)$ sobre $x(p',w')$.

Consistencia en la demanda implicaría que elegirá $x(p,w)$ sobre $x(p',w')$ siempre que ambas estén disponibles. Por tanto, la cesta $x(p,w)$ no debe ser factible a precios (p',w').

Es decir, como requiere el AD, se debe dar que $p'x(p,w) \geq w'$

Análisis Gráfico de las elecciones consistentes: que cumplen el ADPR

- $x(p'',w'') \neq x(p'w')$, $p''x(p'w')<w''$ ↓



- En (p'',w''), cuando se elige x(p'',w''), x(p'w') es factible

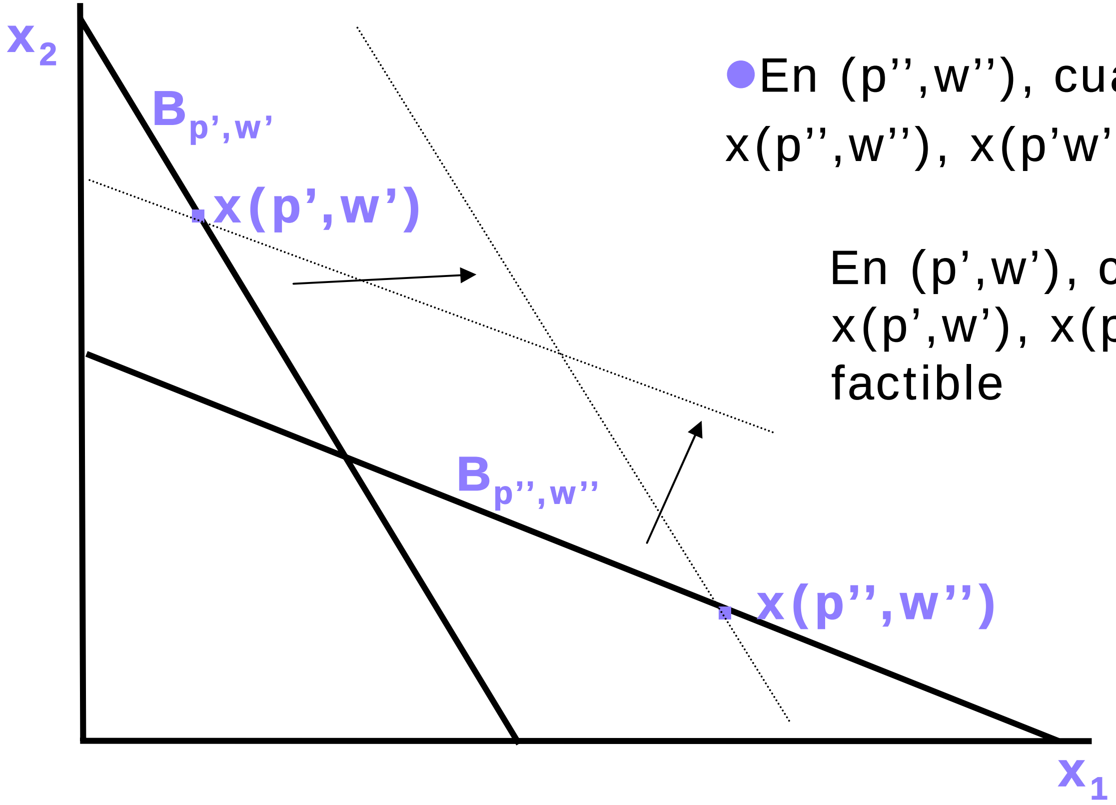
p'x(p'',w'')>w' ↓

En (p',w'), cuando se elige x(p',w'), x(p'',w'') no es factible

Cumple el AD

Análisis Gráfico de las elecciones consistentes: que cumplen el ADPR

- $x(p'',w'') \neq x(p'w')$, $p''x(p'w') > w''$ y $p'x(p'',w'') > w''$



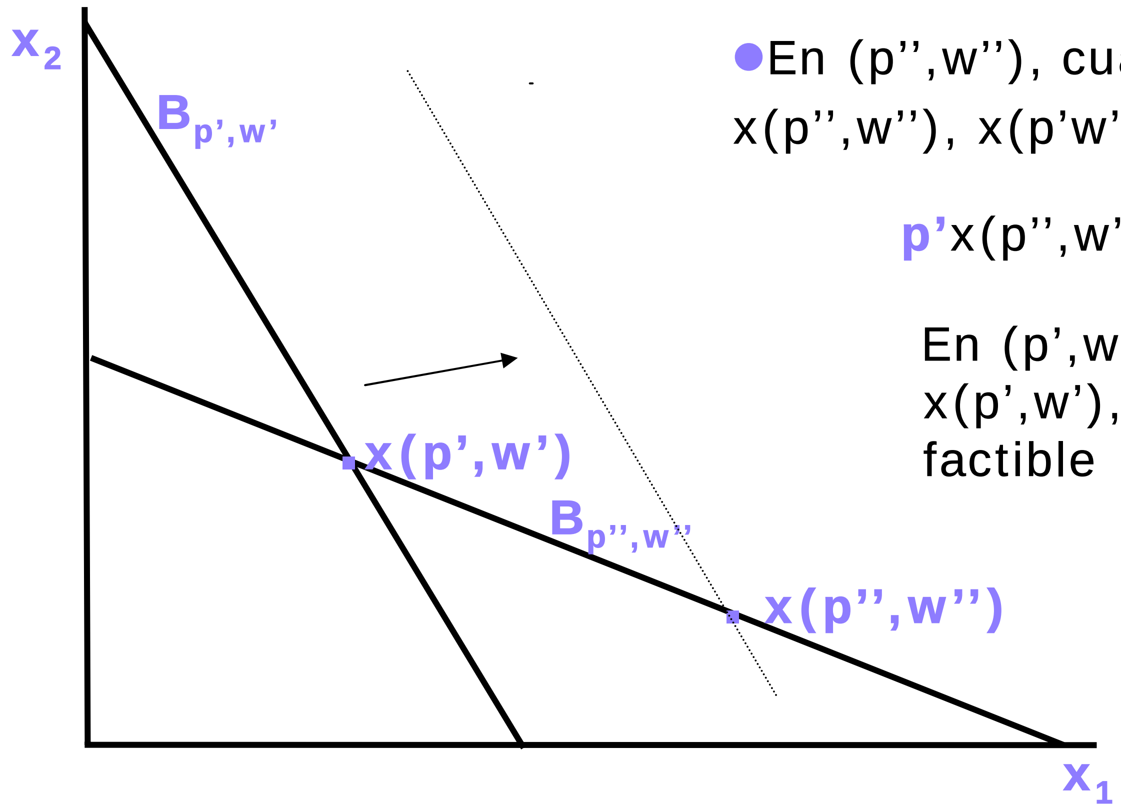
- En (p'',w''), cuando se elige x(p'',w''), x(p'w') no es factible

En (p',w'), cuando se elige x(p',w'), x(p'',w'') no es factible

No se pueden Comparar. Cumple el AD

Análisis Gráfico de las elecciones consistentes: que cumplen el ADPR

- $x(p'',w'') \neq x(p'w')$, $p''x(p'w') = w''$



- En (p'',w''), cuando se elige x(p'',w''), x(p'w') es factible

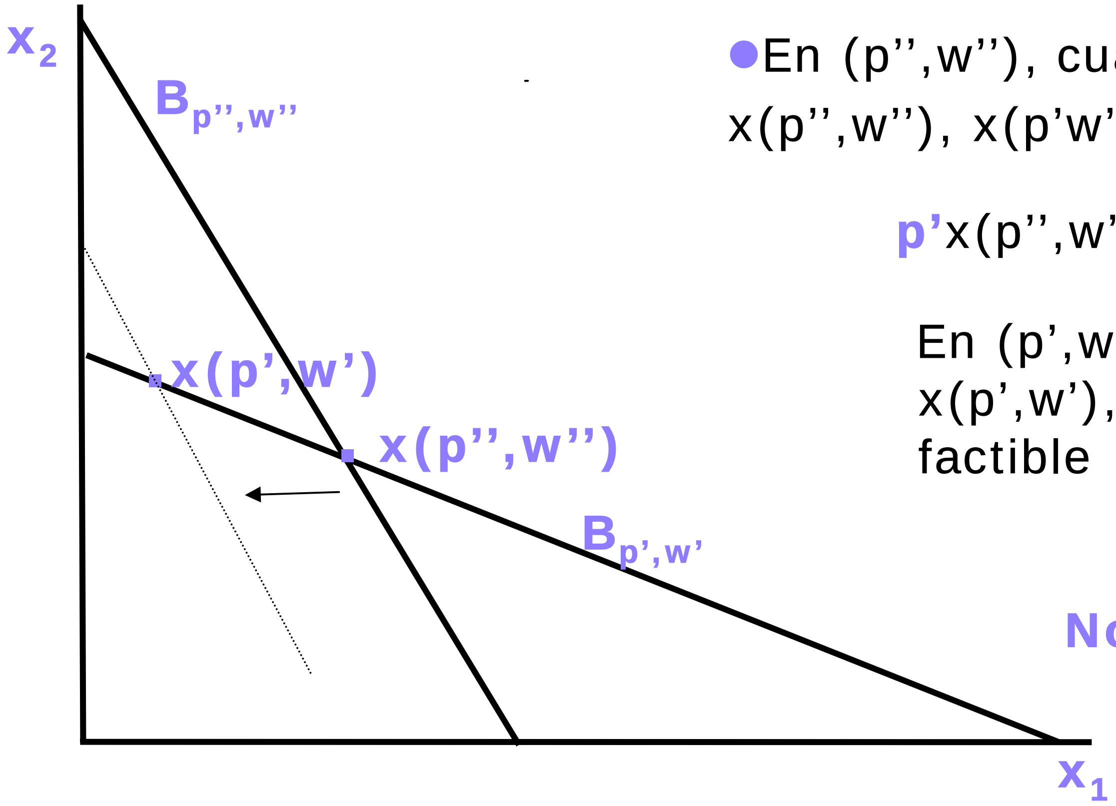
p'x(p'',w'')>w''

En (p',w'), cuando se elige x(p',w'), x(p'',w'') no es factible

Cumple el AD

Análisis Gráfico de las elecciones consistentes: que cumplen el ADPR

- $x(p'',w'') \neq x(p'w')$, $p''x(p'w') < w''$



- En (p'',w''), cuando se elige x(p'',w''), x(p'w') es factible

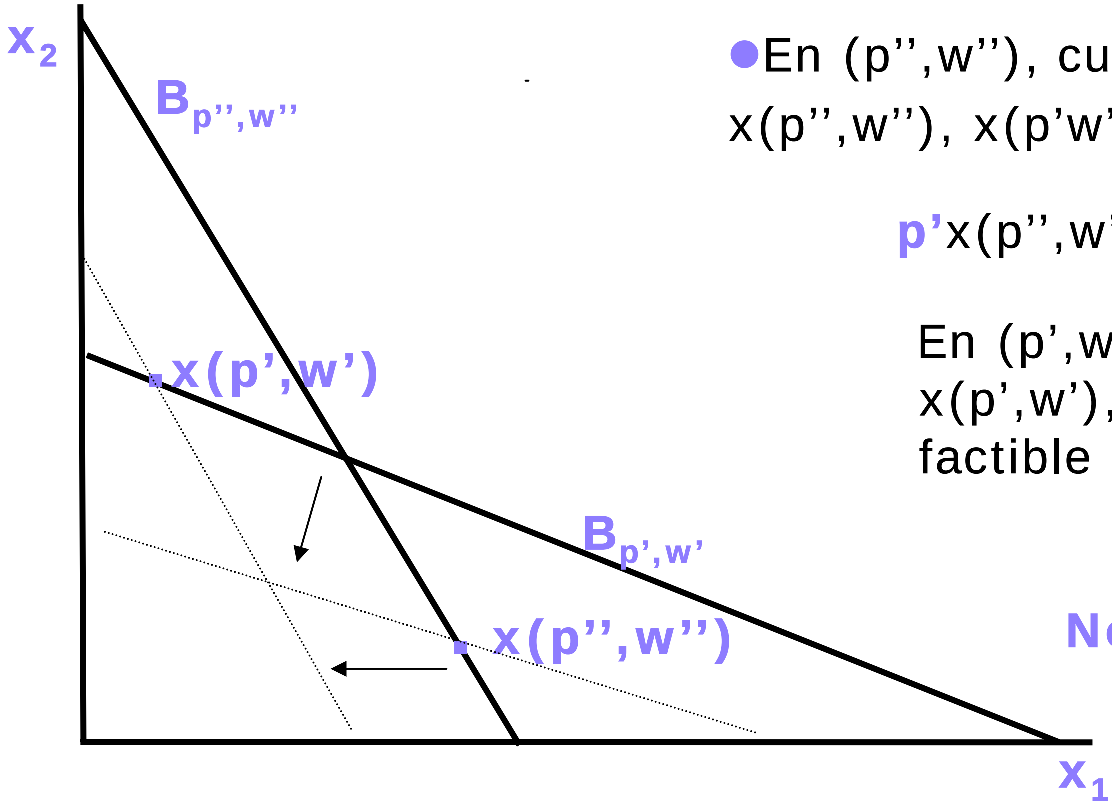
p'x(p'',w'')=w''

En (p',w'), cuando se elige x(p',w'), x(p'',w'') es factible

No cumple el AD

Análisis Gráfico de las elecciones consistentes: que cumplen el ADPR

- $x(p'',w'') \neq x(p'w')$, $p''x(p'w') < w''$ ↓



- En (p'',w''), cuando se elige x(p'',w''), x(p'w') es factible

p'x(p'',w'') < w''

↓

En (p',w'), cuando se elige x(p',w'), x(p'',w'') es factible

↓

No cumple el AD

Implicaciones del Axioma Débil: El AD tiene implicaciones para los efectos de cambios compensados de precios en la demanda.

- Un cambio de precios afecta al consumidor de dos maneras:
  - 1) Altera el coste relativo de bienes diferentes
  - 2) También cambia la riqueza (o renta) real.

Para estudiar las implicaciones del AD, tenemos que aislar el primer efecto.

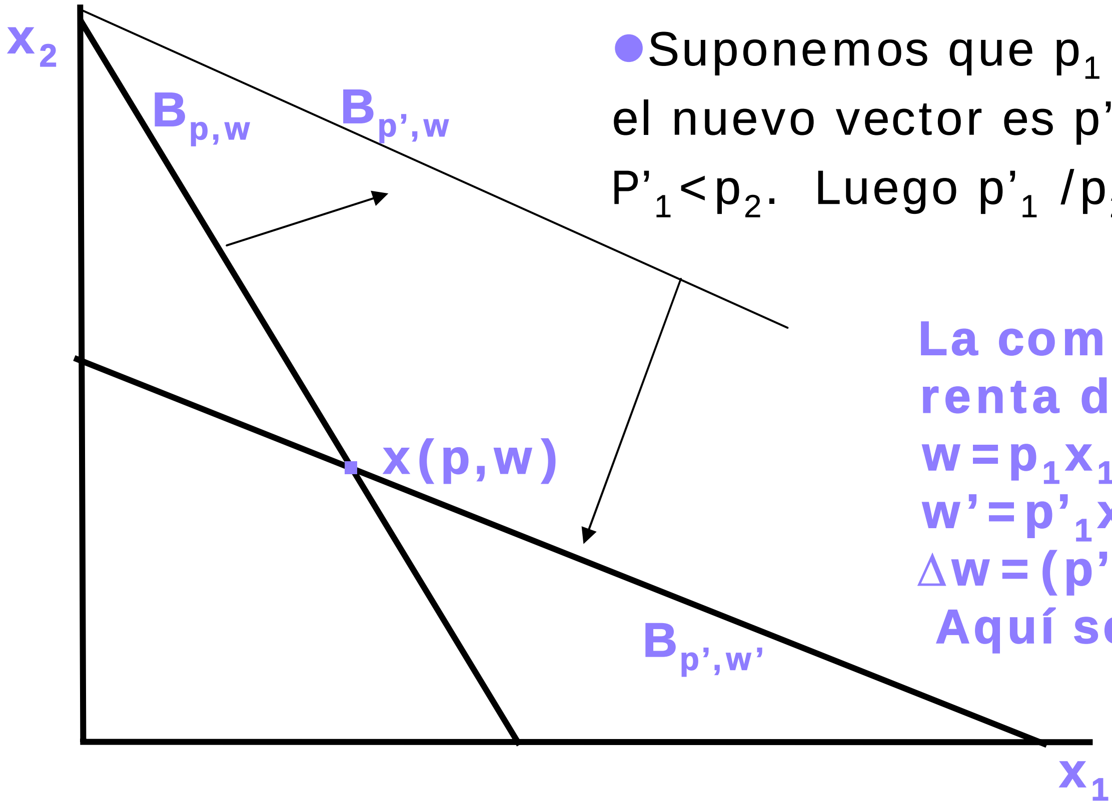
Una manera de llevarlo a cabo es imaginar una situación en la que un cambio en precios se acompaña de un cambio en la riqueza del consumidor que haga que su consumo inicial sea factible a los nuevos precios.

Sean p y w los precios y la renta iniciales y sea x(p,w) la demanda del consumidor. Supongamos que los precios cambian a p' y que la renta del consumidor se ajusta a $w' = p'x(p,w)$

Así, **el ajuste de renta** es $\Delta w = \Delta p x(p,w)$, con $\Delta p = (p' - p)$. A este ajuste se le llama **la compensación de renta de Slutsky.**

Ejemplo:

- En $B_{p,w}$, $p=(p_1,p_2)$, pdte: $-p_1/p_2$ y se demanda $x(p,w)$



- Suponemos que p_1 disminuye y el nuevo vector es $p'=(p'_1,p_2)$, con $P'_1<p_2$. Luego p'_1/p_2 disminuye

La compensación de renta de Slutsky será:
$w=p_1x_1+p_2x_2$
$w'=p'_1x_1+p_2x_2$
$\Delta w=(p'_1-p_1)x_1$.
Aquí se le quita renta.

El Axioma Débil y los cambios compensados de precios.

- A estos cambios de precios que se acompañan de tales cambios compensatorios en la renta se les denomina: **cambios compensados de precios.**
- La siguiente Proposición establece que el AD puede enunciarse equivalentemente en términos de la respuesta de la demanda a tales cambios compensados en precios.
- ***Proposición:*** Supongamos que la función de demanda Walrasiana $x(p,w)$ es homogénea de grado cero y satisface la Ley de Walras. Entonces $x(p,w)$ satisface el Axioma Débil si y sólo si la siguiente propiedad se satisface:

  Para cualquier cambio compensado de precios desde el par inicial (p,w) al par $(p',w')=(p', p'x(p,w))$, se tiene que

$$(p'- p)\,[x(p',w') - x(p,w)] \leq 0 \qquad (*)$$

  con desigualdad estricta siempre que $x(p,w)\neq x(p',w')$

El Axioma Débil y los cambios compensados de precios.

- ***Demostración:*** (i) El AD implica (*), con desigualdad estricta si $x(p',w')\neq x(p,w)$.

El resultado es inmediato si $x(p',w')=x(p,w)$, ya que entonces (*) es cero. Por lo tanto, supongamos que $x(p',w')\neq x(p,w)$. La parte izquierda de (*) se puede escribir:

$$(p'- p) [x(p',w') - x(p,w)]= p'[x(p',w')-x(p,w)] - p[x(p',w') -x(p,w)]$$

Como el cambio de p a p' es compensado: $p'x(p,w)=w'$
Además, por la Ley de Walras: $w'=p'x(p',w')$. Por tanto, la parte de la izquierda de la ecuación: $p'[x(p',w')-x(p,w)]= w'-w'=0$

Ahora consideramos la parte de la derecha. Como $p'x(p,w)=w'$, $x(p,w)$ es factible bajo (p',w'). El Axioma Débil implica que $x(p',w')$ no debe ser factible bajo (p,w), por tanto $\mapsto px(p',w')>w$ y por la Ley de Walras: $px(p,w)=w$. Entonces:

$$p[x(p',w') -x(p,w)] >w- w=0$$

La ley de la Demanda Compensada

- ***<u>Demostración (cont.)</u>*** (ii) (*) implica el AD, cuando (*) se cumple para todos los cambios compensados de precios, con desigualdad estricta si $x(p,w) \neq x(p',w')$.
- (Ver final en el libro)

- La desigualdad (*) puede escribirse:

$$\Delta p \Delta x \leq 0, \text{ con } \Delta p=(p'-p) \text{ e } \Delta x=[x(p',w') - x(p,w)]$$

Se puede interpretar como una expresión de la Ley de la Demanda: **La demanda y el precio se mueven en la dirección opuesta**.

La Proposición anterior establece que la Ley de la Demanda se satisface para cambios compensados en los precios.

Se denomina: **La ley de la Demanda Compensada**

La Ley de la Demanda Compensada

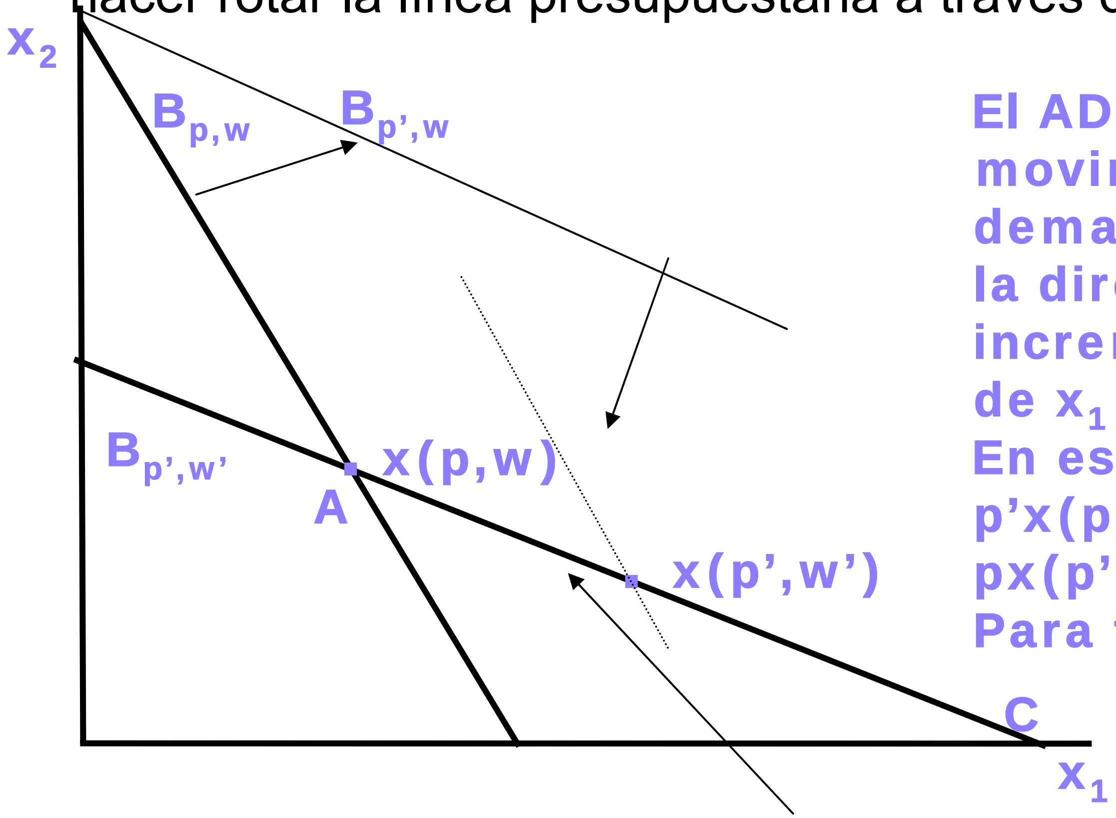
- El caso más sencillo se refiere al efecto de la demanda del bien l ante un cambio compensado en su propio precio p_l. Cuando sólo cambia este precio:

$$\Delta p=(0,0,\ldots, \Delta p_l,0,\ldots,0)$$

- Como $\Delta p \Delta x = \Delta p_l \Delta x_l$, la Proposición anterior nos dice que si $\Delta p_l>0$, entonces $\Delta x_l <0$.
- El argumento básico se ilustra en la figura siguiente:

Argumento gráfico:

- Comenzando en (p,w), con $p=(p_1,p_2)$, un descenso de p_1, hacer rotar la línea presupuestaria a través de x(p,w).

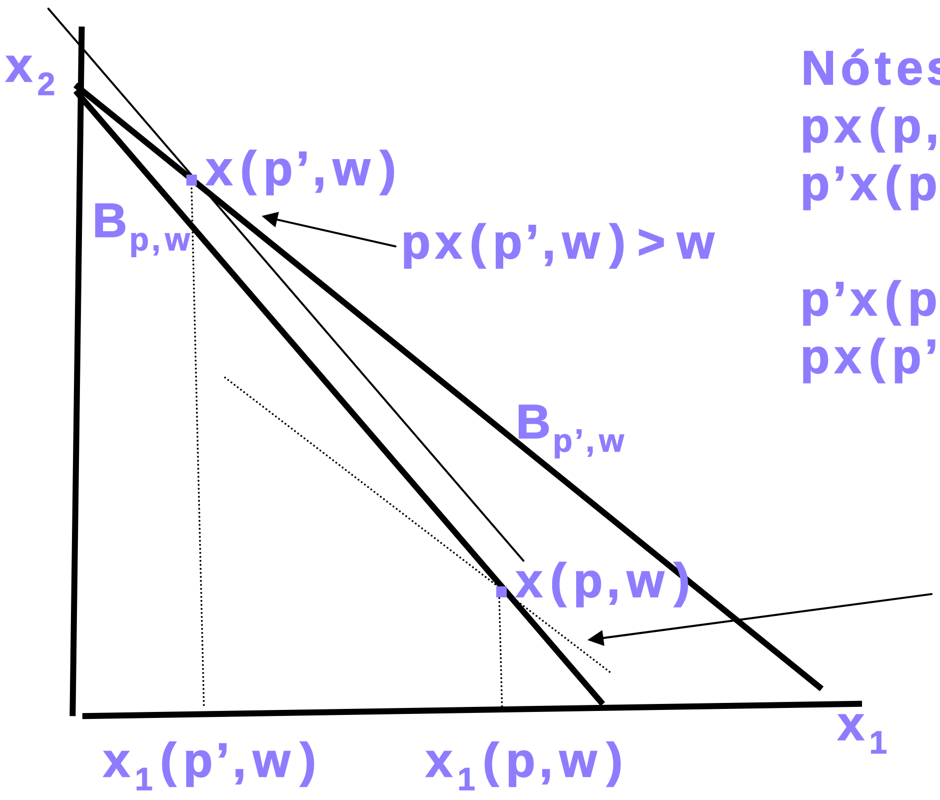


El AD permite movimientos de demanda solamente en la dirección que incrementa el consumo de x_1 : segmento AC.
En esa zona:
p'x(p,w)=w', pero
px(p',w')>w
Para todo x en AC

Asignaciones permitidas bajo el AD.

El AD no es suficiente para cambios no compensados de precios

- La demanda del bien 1 puede descender cuando su precio disminuye para cambios no compensados de precios.



Nótese que se cumple el AD:

$px(p,w)=w$

$p'x(p',w)=w$, y

$p'x(p,w)<w$

$px(p',w)>w$

Matriz de Slutsky

- Cuando x(p,w) es una función diferenciable de los precios y la renta, la Proposición anterior tiene una implicación diferencial de gran importancia.
- Comenzando en (p,w), considérese un cambio diferencial dp en los precios. Imaginemos que este cambio es compensado, dándole al consumidor la compensación de renta dw=x(p,w)dp.
- La Proposición anterior establece que:

$$dpdx \leq 0 \qquad (1)$$

Usando la regla de la cadena, el cambio diferencial en la demanda x(p,w), inducido por este cambio compensado en los preciso puede escribirse:

$$dx = D_p x(p,w)\, dp + D_w x(p,w)\, dw \searrow \quad (2)$$

Por tanto,

$$dx = D_p x(p,w)\, dp + D_w x(p,w)\, [x(p,w)dp] \quad (3)$$

Matriz de Slutsky

- O de manera equivalente:

  $dx=[D_p x(p,w)+D_w x(p,w)\ x(p,w)^T]\ dp \quad (4)$

Finalmente, sustituyendo (4) en (1), se concluye que para cualquier cambio diferencial dp se tiene:

$$dp\underbrace{[D_p x(p,w)+D_w x(p,w)\ x(p,w)^T]\ dp}_{dx}\leq 0 \quad (5)$$

La expresión entre paréntesis en (5) es una matriz LxL, denotada S(p,w)

S(p,w)=Matriz de Slutsky

$$S(p,w)=\begin{bmatrix} s_{11}(p,w) & \dots & s_{1L}(p,w) \\ \dots & \dots & \dots \\ s_{L1}(p,w) & \dots & s_{LL}(p,w) \end{bmatrix}$$

- Donde la entrada (l,k) es:

$$s_{lk}(p,w)=\frac{\partial x_l(p,w)}{\partial p_k}+\frac{\partial x_l(p,w)}{\partial w}\times x_k(p,w)$$

Matriz de Slutsky

S(p,w)= Matriz de Slutsky o matriz de efectos sustitución y sus elementos son los **efectos sustitución** y sus elementos son los efectos sustitución.

s_{lk}(p,w) mide el cambio diferencial en el consumo del bien l (es decir, la sustitución a otro bien) debido a un cambio diferencial en el precio del bien k, cuando la renta se ajusta tal que el consumidor pueda todavía adquirir a los nuevos precios su cesta inicial (debido solamente a un cambio en los precios).

Nótese que el cambio en la demanda del bien l, si la renta no cambiase, sería:

$$\frac{\partial x_l(p,w)}{\partial p_k} dp_k$$

Matriz de Slutsky

Para que el consumidor pudiera simplemente adquirir su cesta de consumo inicial, su riqueza debería variar en la cantidad: $x(p,w)dp_k$.

El efecto de cambio de renta en su demanda del bien l, es :

$$\frac{\partial x_l(p,w)}{\partial p_k}[x_k(p,w)dp_k]$$

Cambio compensado en renta
Cuando sólo cambia p_k

La suma de estos dos efectos es exactamente $\mathbf{s_{lk}(p,w)dp_k}$

Matriz de Slutsky

- La siguiente Proposición resume lo anterior:
- ***Proposición:*** Si una función de demanda diferenciable x(p,w) satisface la Ley de Walras, homogeneidad de grado cero y el Axioma Débil, entonces para cualquier (p,w), la matriz de Slutsky S(p,w) satisface $vS(p,w)v \leq 0$, para cualquier v en R^L.

- Una matriz que satisface esta propiedad se llama semi-definida negativa.

- Nótese que S(p,w) semi-definida negativa implica que:
- $\mathbf{s_{ll} \leq 0}$: el efecto sustitución del bien l con respecto a su propio precio (efecto sustitución propio) es siempre no-positivo.

Matriz de Slutsky

- Una implicación importante de $s_{ll} \leq 0$ es que un bien puede ser Giffen en (p,w), solamente si es inferior. En particular como:

$$s_{ll}(p,w) = \frac{\partial x_l(p,w)}{\partial p_l} + \frac{\partial x_l(p,w)}{\partial w} x_l(p,w)$$

- Si $\frac{\partial x_l(p,w)}{\partial p_l} > 0$ se debe dar que $\frac{\partial x_l(p,w)}{\partial w} < 0$
- La Proposición anterior No implica, en general, que la matriz S(p,w) sea simétrica (sólo cuando L=2).

- Además:
- Sp=0 (por Euler)
- pS=0 (por la agregación de Cournot y Engel)

Proposición 2F3. en Mas-Colell