Tema 1

LA CONDUCTA DE LOS CONSUMIDORES

Tema 1: Índice y Bibliografía

Índice

Bibliografía

• Pindyck y Rubinfeld, Cap. 3, (63-68 y 92 – 99) y Apéndice Cap. 4 (140 – 143)

Tema 1: La conducta de los consumidores

¿Cómo asigna cada consumidor su renta a la compra de diferentes bienes y servicios?

Principio de racionalidad: Los agentes económicos eligen la mejor alternativa entre todas las alternativas factibles

- Preferencias (gustos)
- Restricción presupuestaria (precios y renta)
- Elección del consumidor (demanda)

Supuestos de comportamiento

- **Planteamiento individual**
- Preferencias **consistentes** (gustos estables)
- Preferencias **racionales**
- Preferencias **regulares**

Supuestos básico: racionalidad

Una relación de preferencias será **racional** si:

- Las preferencias son **completas**.

  El individuo puede decidir sobre la deseabilidad de dos alternativas cualesquiera A y B. Puede determinar si prefiere A a B, B a A o es indiferente entre A y B.

- Las preferencias son **transitivas**.

  Las elecciones del individuo no son contradictorias. Si el individuo prefiere A a B y B a C, entonces prefiere A a C.

Supuestos adicionales: deseabilidad

Deseabilidad

- Preferencias **monótonas**

- Se prefiere una **cantidad mayor** de cualquier bien a una menor.

Aspectos relacionados: bienes y males económicos, no saturación y saciedad.

Supuestos adicionales: continuidad

Continuidad

Si un individuo prefiere A a B, las situaciones suficientemente próximas a A también serán preferidas a B

<u>Aspectos relacionados:</u> preferencias representables mediante funciones.

Supuestos adicionales: convexidad

Convexidad

Si A y B son preferidas a C, entonces para todo $\alpha \epsilon [0,1]$ la cesta formada por $\alpha A + (1-\alpha)B$ será preferida a C.

Las cestas medias se prefieren a las extremas.

Resumen Supuestos de comportamiento

Supuestos básicos:

Completitud

Transitividad

$\rightarrow$ Racionalidad

Supuestos adicionales:

Deseabilidad

Continuidad

Convexidad

$\rightarrow$ Regularidad

Representación de las preferencias: La curva de indiferencia

Cesta de mercado: Lista de cantidades específicas de una o varias mercancias.

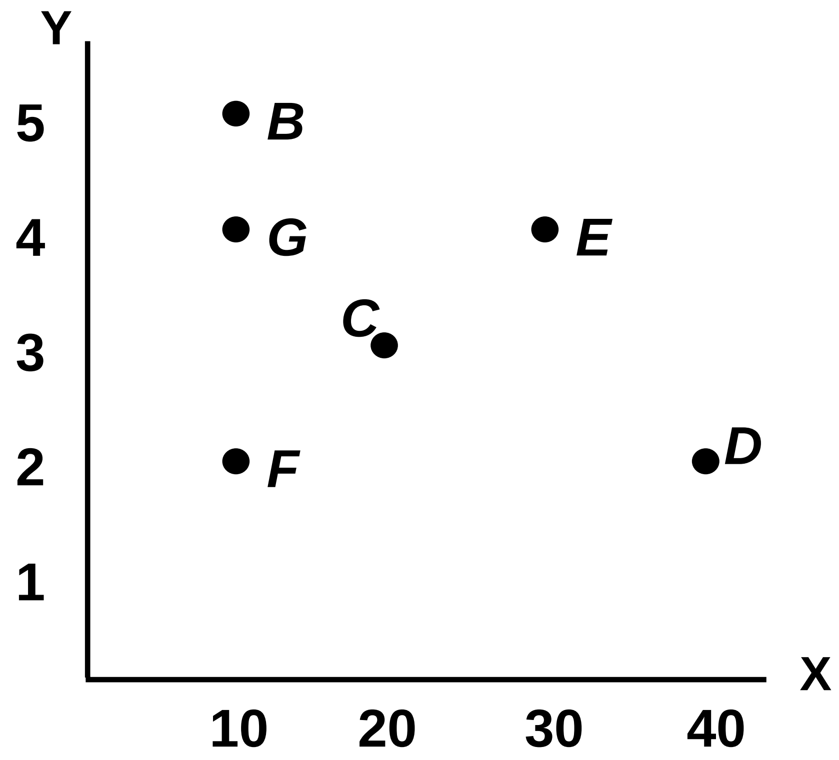
Curva de indiferencia: conjunto de todas las cestas de mercado que reportan el mismo nivel de satisfacción a una persona. Representa el conjunto de combinaciones de los bienes entre las que el individuo se muestra indiferente.

Los supuestos sobre las preferencias determinan la forma de las curvas de indiferencia.

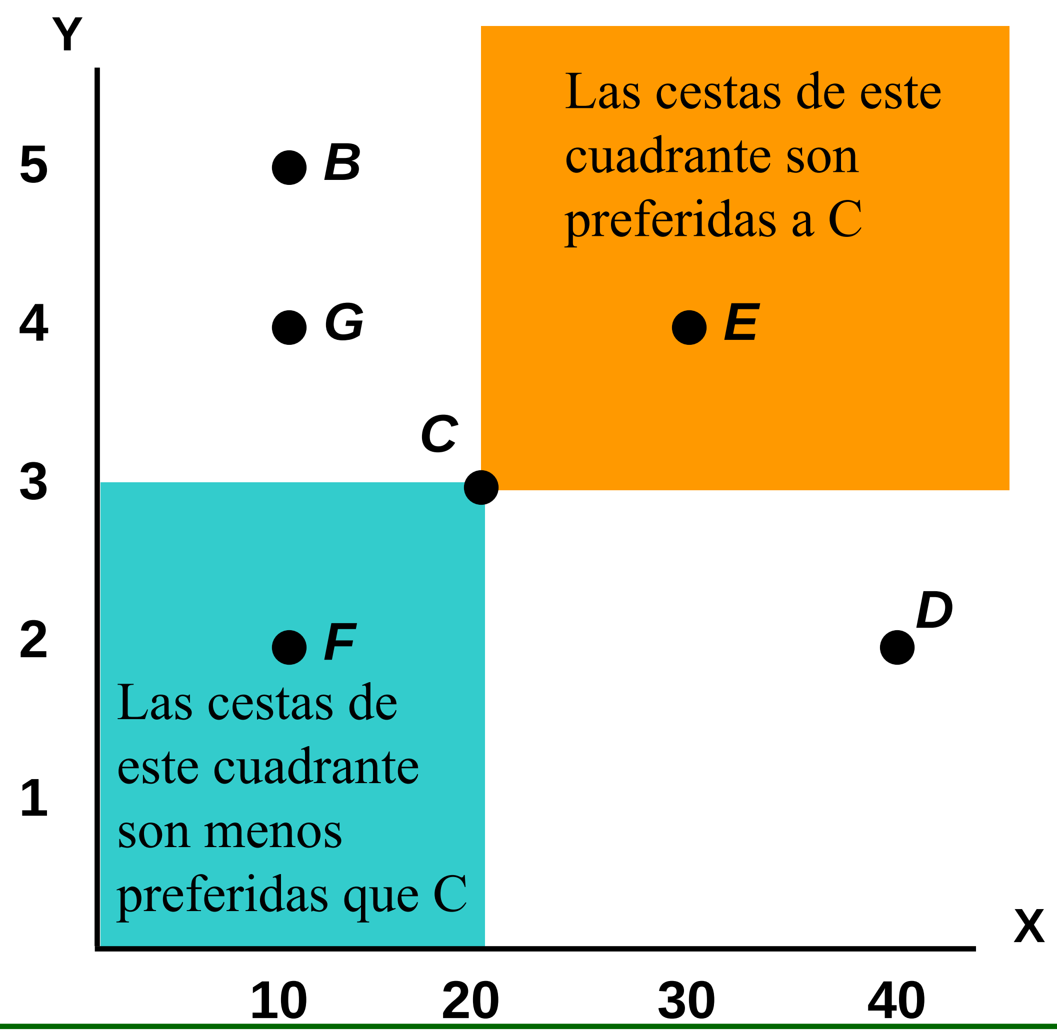
Las designaremos con la letra “U”

La curva de indiferencia

Cesta de mercado	Unidades de alimentos: X	Unidades de vestido: Y
B	10	5
C	20	3
D	40	2
E	30	4
F	10	2
G	10	4



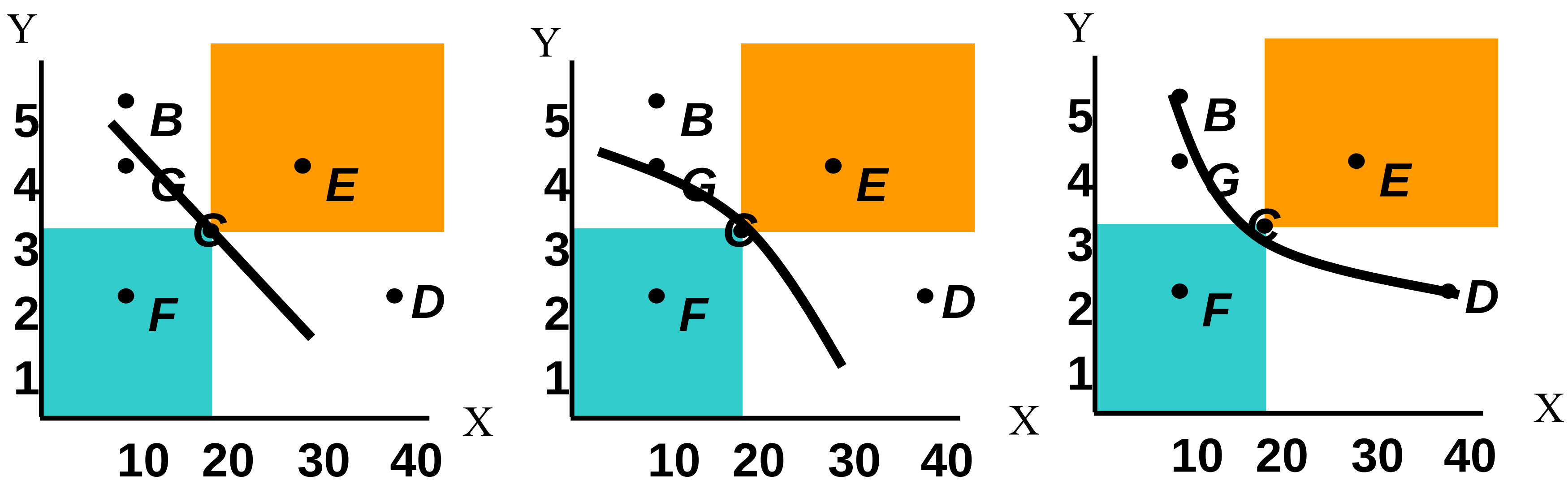
La curva de indiferencia



Racionalidad
Deseabilidad

El conjunto de cestas indiferentes tiene pendiente negativa

La curva de indiferencia

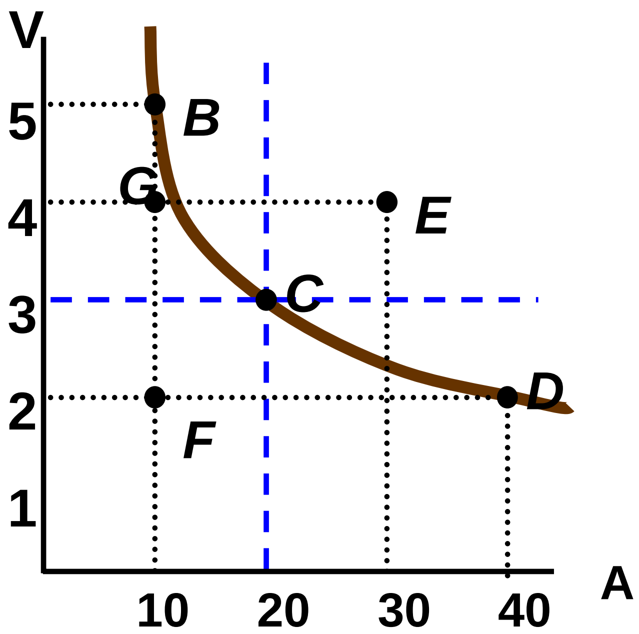


Racionalidad
Deseabilidad
Continuidad

El conjunto de cestas indiferentes se representa como una función con pendiente negativa

La curva de indiferencia

B,C y D pertenecen al mismo conjunto de cestas indiferentes

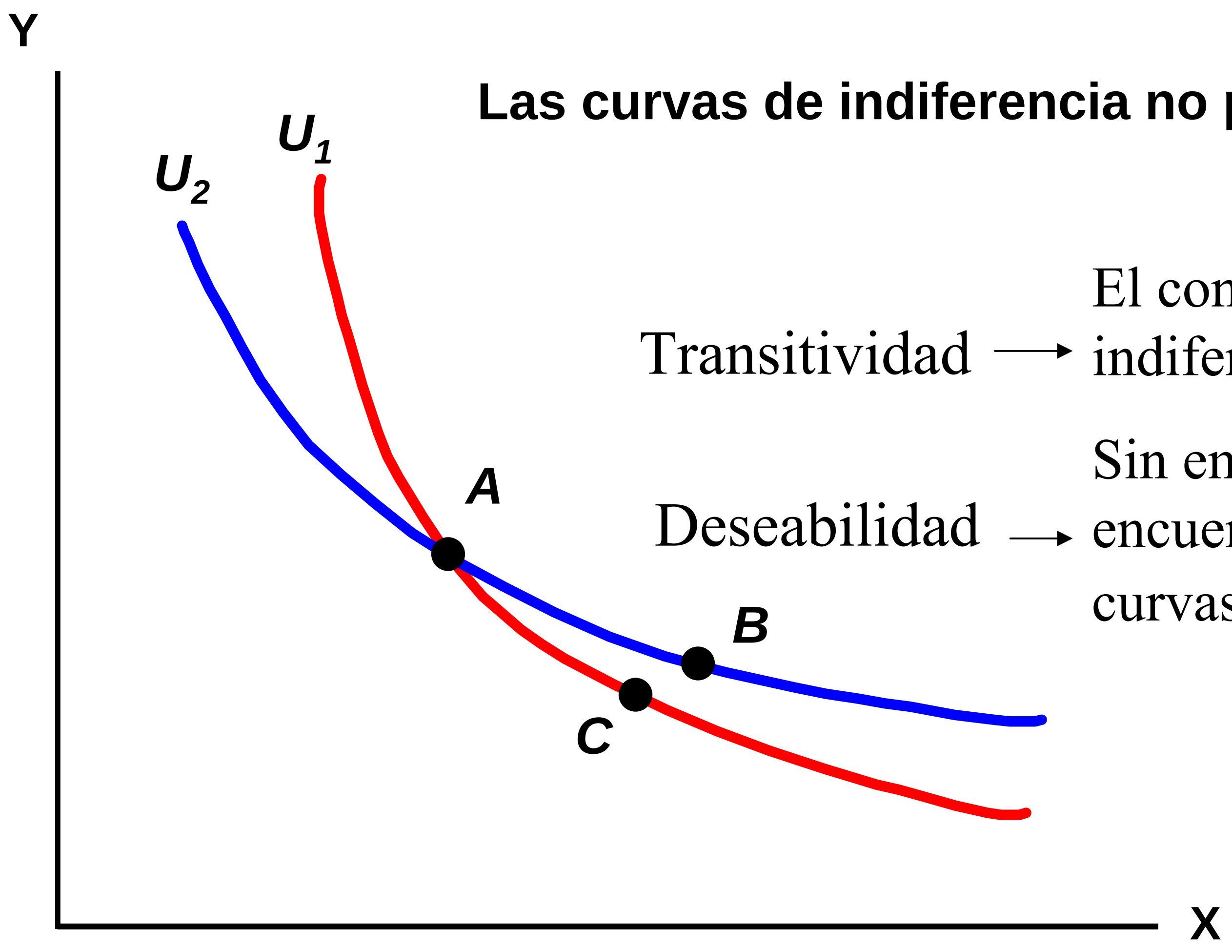


Racionalidad
Deseabilidad
Continuidad
Convexidad

La curva de indiferencia se representa como una función con pendiente negativa y convexa

La curva de indiferencia

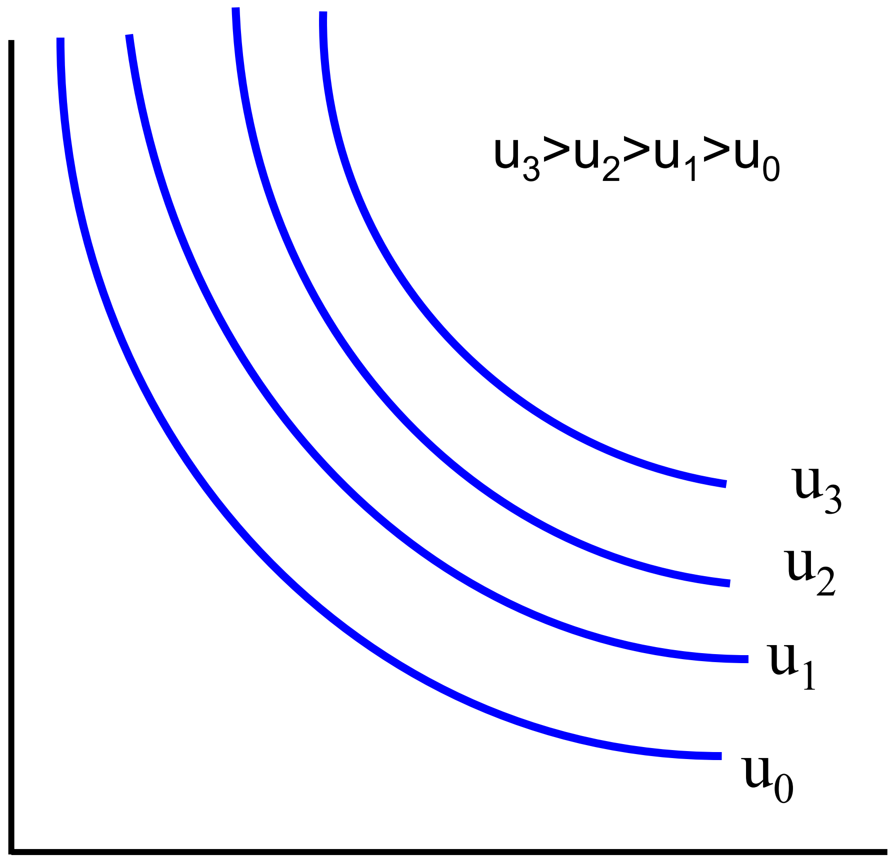
Las curvas de indiferencia no pueden cortarse



Transitividad → El consumidor debería ser indiferente ante A, B y C.

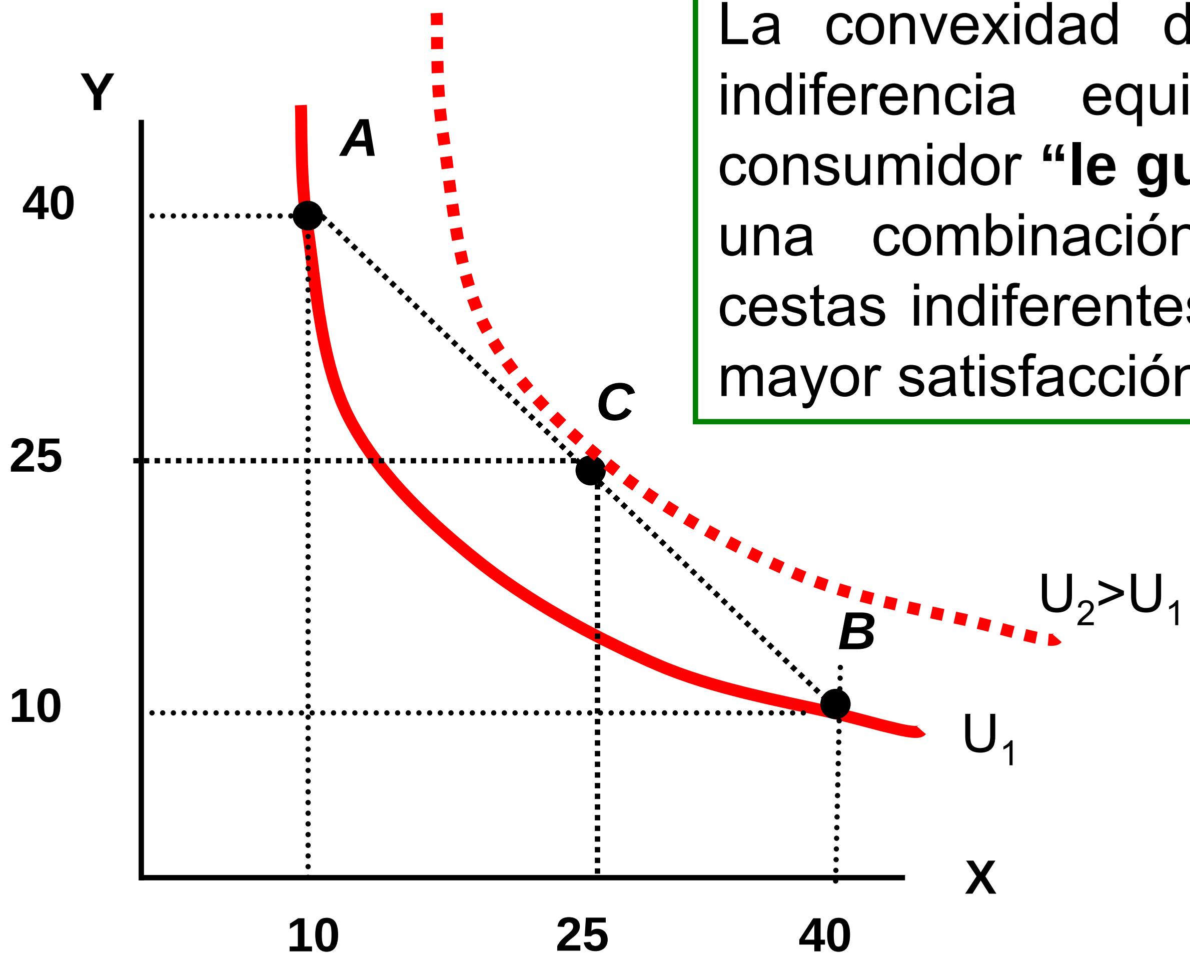
Deseabilidad → Sin embargo, B y C se encuentran en diferentes curvas de indiferencia.

Mapa de curvas de indiferencia



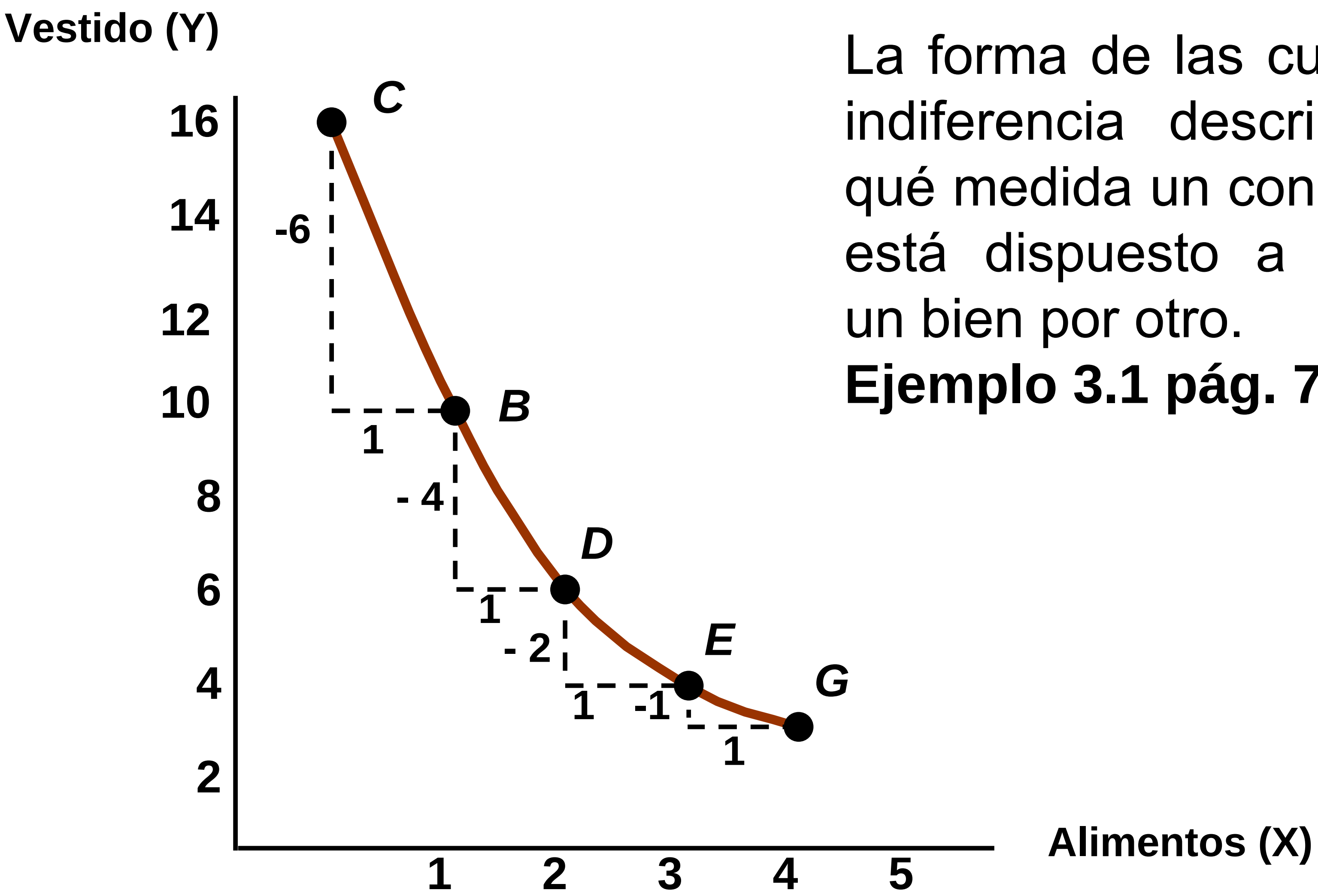
- Al conjunto de curvas de indiferencia de un individuo se le denomina **mapa de curvas de indiferencia**. Curvas de indiferencia más alejadas del origen significan un mayor nivel de satisfacción.

Convexidad de la curva de indiferencia



La convexidad de las curvas de indiferencia equivale a que al consumidor **“le gusta la variedad”**: una combinación lineal de dos cestas indiferentes le reportará una mayor satisfacción.

La forma de las curvas de indiferencia



La forma de las curvas de indiferencia describen en qué medida un consumidor está dispuesto a sustituir un bien por otro.

Ejemplo 3.1 pág. 73-74

La relación marginal de sustitución (RMgS)

La Relación Marginal de Sustitución (RMgS) es la cantidad de **un bien** (y) a la que está dispuesto a **renunciar** un individuo para obtener una unidad adicional de **otro bien** (x), sin variar su nivel de satisfacción.

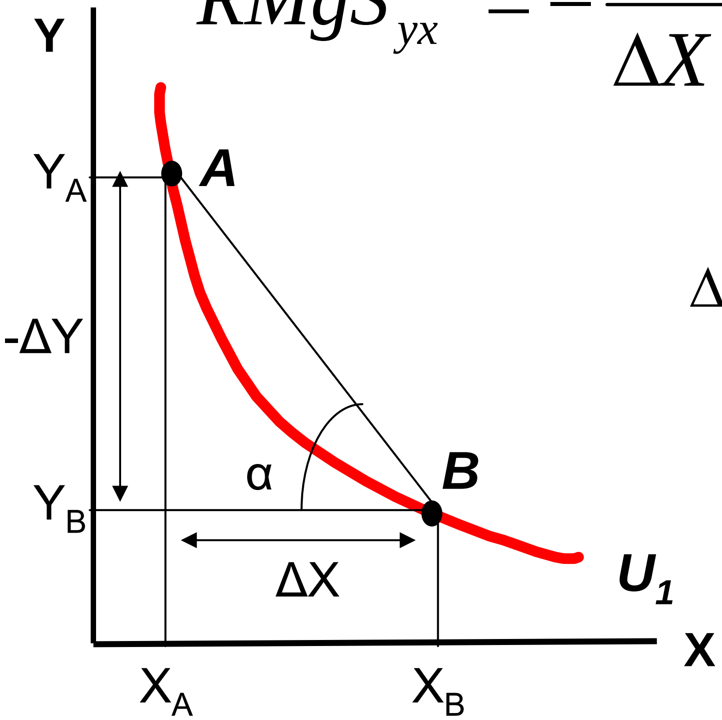
La RMgS mide la disposición a pagar de un individuo por el bien x, en términos de y.

$$\mathrm{RMgS} = -\left.\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|_{U}$$

La relación marginal de sustitución (RMgS)

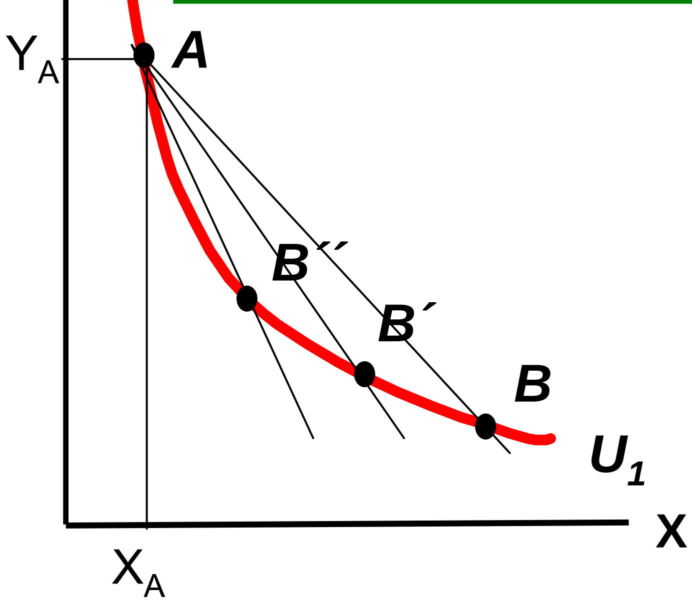
La negativa de la pendiente de una curva de indiferencia ($\overline{U}$) en un punto es la RMgS en ese punto:

$$RMgS_{yx}^{AB} = -\left.\frac{\Delta Y}{\Delta X}\right|_{\overline{U}}$$

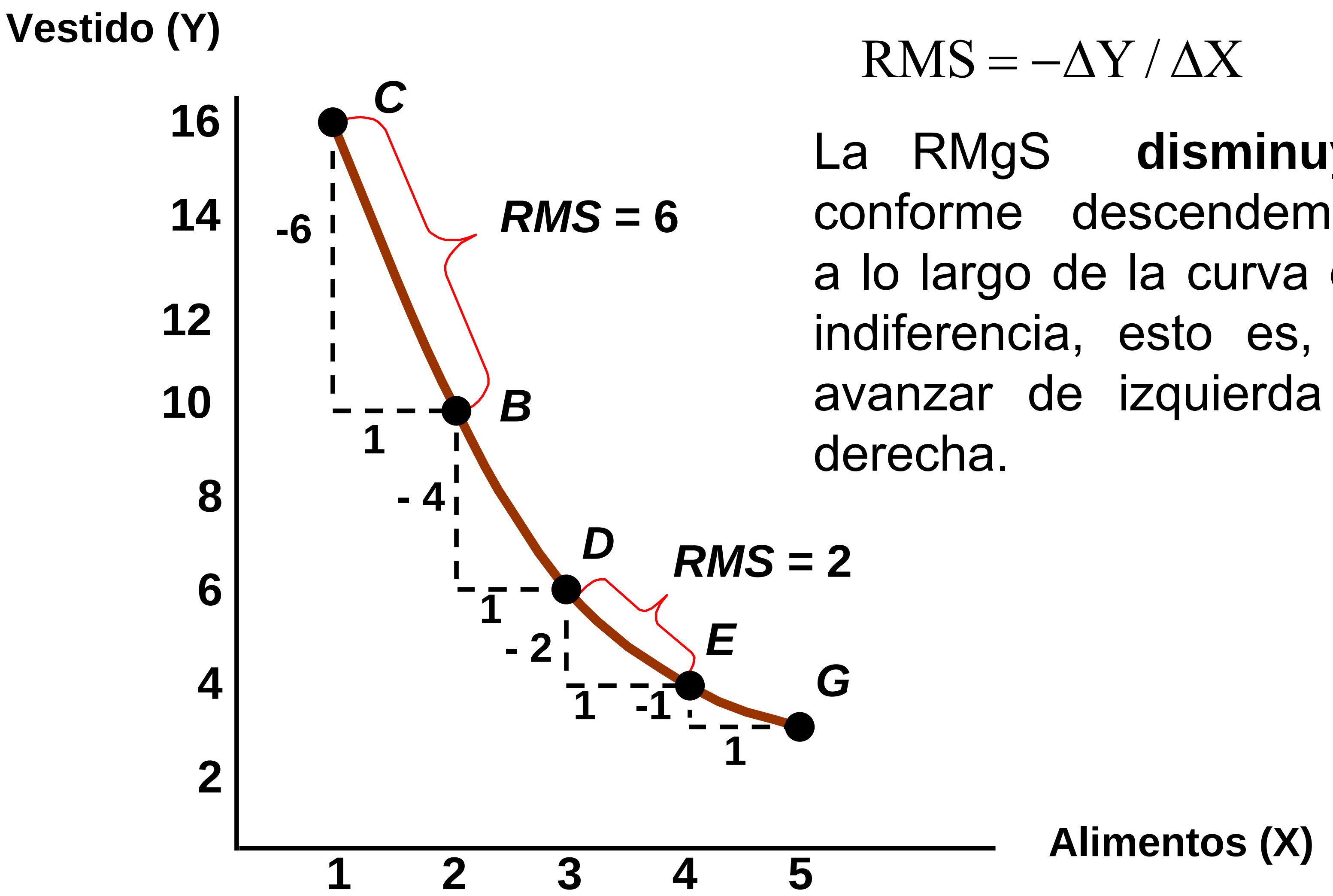


$$\Delta X \to 0$$

$$\boxed{RMgS_{yx}^{A} = -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{\overline{U}}}$$



La relación marginal de sustitución (RMgS)



$$\text{RMS} = -\Delta Y / \Delta X$$

La RMgS **disminuye** conforme descendemos a lo largo de la curva de indiferencia, esto es, al avanzar de izquierda a derecha.

Comportamiento de la RMgS

A medida que consume mayor cantidad de un bien, el consumidor estará dispuesto a renunciar a una cantidad cada vez menor de otro bien para obtener unidades adicionales del primero.

El consumidor está dispuesto a pagar cada vez menos por un bien cuanto más tiene de ese bien. Su escasez relativa determina su valor.

Curva de indiferencia estrictamente convexa

$$\updownarrow$$

RMgS decreciente

La utilidad

Es una **puntuación numérica** que **representa** la **satisfacción** que obtiene un consumidor de una **cesta** de consumo dada.

<u>Función de utilidad:</u> **fórmula** que asigna un nivel de utilidad a una cesta de consumo.

U(cesta A) = U(cesta B) sii A es indiferente a B
U(cesta A) > U(cesta B) sii A es preferida a B

La utilidad ordinal

- Es un concepto **ordinal** e **individual**. Lo que importa realmente es la ordenación de preferencias, no el valor numérico concreto.

- Las mismas preferencias pueden representarse con diferentes funciones de utilidad, que preserven el mismo orden de preferencias.

- Transformaciones monótonas positivas o crecientes.

La utilidad: Transformaciones monótonas positivas

Si unas preferencias pueden representarse mediante una función de utilidad *U*, también podrán ser representadas por **transformaciones** de *U* (F(U)) que **preserven la ordenación de preferencias**.

Si F es diferenciable se requiere que $F'(U)>0$

Ejemplo: $U = X\,Y$, $V = X^2\,Y^2$, $W = -\,X\,Y$ (dos bienes: *X* e *Y*)

V representa a las mismas preferencias que *U*: $V = U^2$

W no representa a las mismas preferencias que *U*: $W = -U$.

La utilidad marginal

La **utilidad marginal** del bien X indica la tasa de variación de la utilidad de un individuo cuando obtiene una cantidad algo mayor del bien X, permaneciendo constante la cantidad del resto de bienes.

$$UMg_X = \frac{\Delta U}{\Delta X} \xrightarrow[\Delta X \to 0]{} UMg_X = \frac{\partial U}{\partial x}$$

La UMg no es independiente de cómo se mida la utilidad. No es invariable a transformaciones monótonas positivas de la función de utilidad.

El axioma de deseabilidad implica que UMg es positiva.

RMgS y utilidad marginal (UMg)

- Utilidad de los bienes X e Y: $U(X, Y)$
- Utilidad marginal del bien X: $UMg_X = \frac{\partial U}{\partial X}$
- Utilidad marginal del bien Y: $UMg_Y = \frac{\partial U}{\partial Y}$
- Relación marginal de sustitución de Y por X:

$$RMgS_{YX} = \frac{UMg_X}{UMg_Y}$$

RMgS y utilidad marginal (UMg)

Comprobación:

Variación total de la utilidad ante cambios en las cantidades de X e Y:

$$dU = \frac{\partial U}{\partial X} dX + \frac{\partial U}{\partial Y} dY = UMg_X \, dX + UMg_Y \, dY$$

Manteniendo el nivel de utilidad constante, dU = 0, es decir desplazándonos a lo largo de la curva de indiferencia:

$$0 = UMg_X \, dX + UMg_Y \, dY \longrightarrow -\left.\frac{dY}{dX}\right|_{dU=0} = \frac{UMg_X}{UMg_Y} = RMgS_{YX}$$

RMgS y la función de utilidad

• La RMgS es **invariante** ante transformaciones monótonas crecientes de la función de utilidad.

$$V = F(U)$$

$$RMgS^{V} = \frac{UMg_{x}^{v}}{UMg_{y}^{v}} = \frac{\dfrac{\partial F(U)}{\partial x}}{\dfrac{\partial F(U)}{\partial y}} = \frac{\dfrac{\partial F(U)}{\partial U}\dfrac{\partial U}{\partial x}}{\dfrac{\partial F(U)}{\partial U}\dfrac{\partial U}{\partial y}} = \frac{UMg_{x}^{u}}{UMg_{y}^{u}} = RMgS^{U}$$

La RMgS es independiente de cómo se mida la utilidad.

Ejemplo

Función de utilidad: $U=\sqrt{XY}$ (X,Y >0). Nivel de utilidad: $U_1=10$

Compruebe que la RMgS es decreciente y calcule la RMgS para las cestas de consumo (5,20) y (20,5).

- Curva de indiferencia para $U_1=10$ $:100=XY \longrightarrow Y=100/X$
- $\mathrm{RMgS}=-\left.\frac{dY}{dX}\right|_{U=U_1}=\frac{100}{X^2} \longrightarrow \left.\frac{d\,\mathrm{RMgS}}{dX}\right|_{U=U_1}=-\frac{200}{X^3}<0$
- $\mathrm{RMgS}(5,20)=100/25=4$
- $\mathrm{RMgS}(20,5)=1/4$

RMgS decreciente

Ejemplo

Función de utilidad: $U = \sqrt{XY}$ (X,Y >0).

Calcule la RMS para las cestas de consumo (5,20) y (20,5).

$$\left.\begin{aligned} UMg_x &= 0.5X^{-0.5}Y^{0.5} \\ UMg_y &= 0.5X^{0.5}Y^{-0.5} \end{aligned}\right\} \rightarrow RMgS_{yx} = \frac{UMg_x}{UMg_y} = \frac{Y}{X}$$

$$RMS(5,20) = 20/5 = 4$$

$$RMS(20,5) = 5/20 = 1/4$$

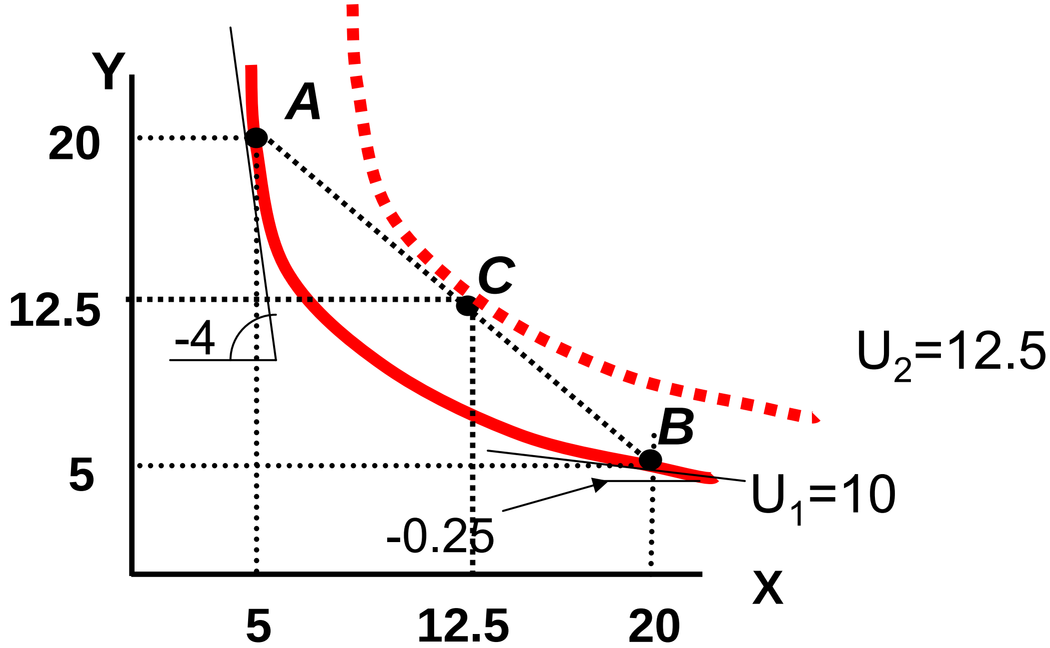
Ejemplo

RMgS decreciente = Convexidad = Gusto por la variedad

C es una combinación lineal de A y B tal que:

$$C = 0.5\ (5, 20) + 0.5\ (20, 5)= (12.5, 12.5)$$

(12.5,12.5): U=12.5 > U(5,20)=U(20,5) : Convexidad

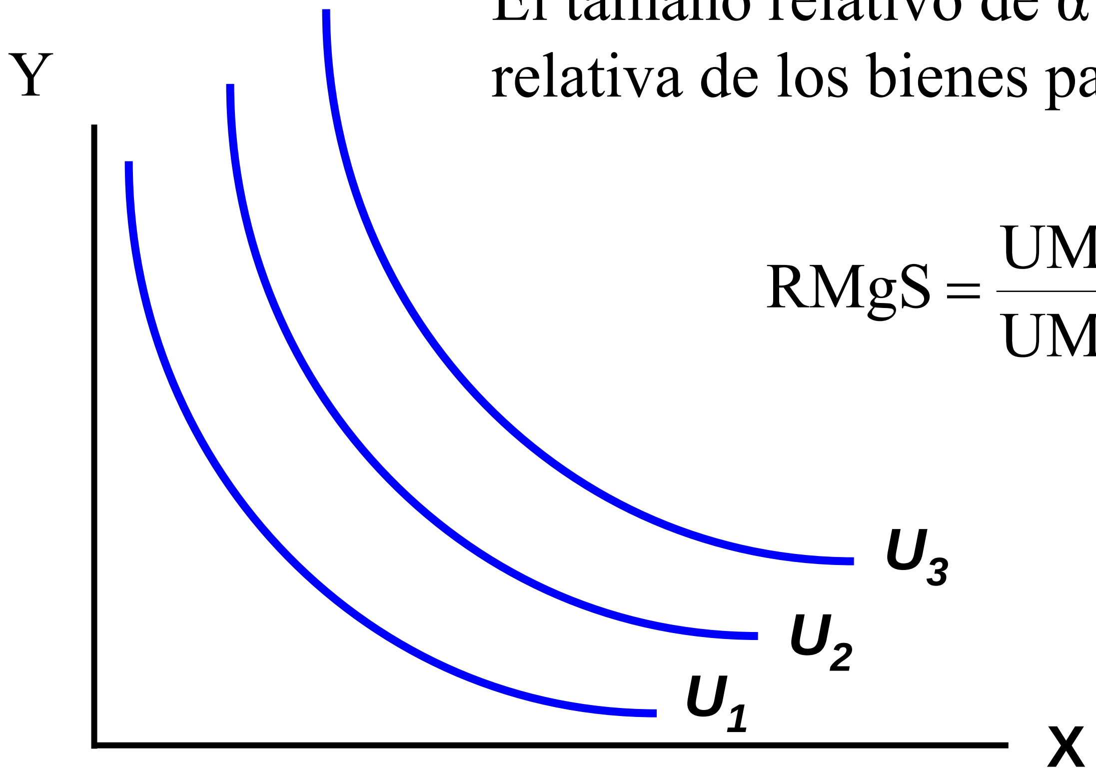


Ejemplos funciones de utilidad: Cobb - Douglas

Función de utilidad Cobb- Douglas $U = X^{\alpha} Y^{\beta} \quad (\alpha, \beta > 0)$

El tamaño relativo de α y β indica la importancia relativa de los bienes para cada individuo

$$RMgS = \frac{UMg_X}{UMg_Y} = \frac{\alpha X^{\alpha-1} Y^{\beta}}{\beta X^{\alpha} Y^{\beta-1}} = \frac{\alpha Y}{\beta X}$$



Ejemplos funciones de utilidad: Cobb - Douglas

$$U = X^{\alpha} Y^{\beta} \quad (\alpha, \beta > 0)$$

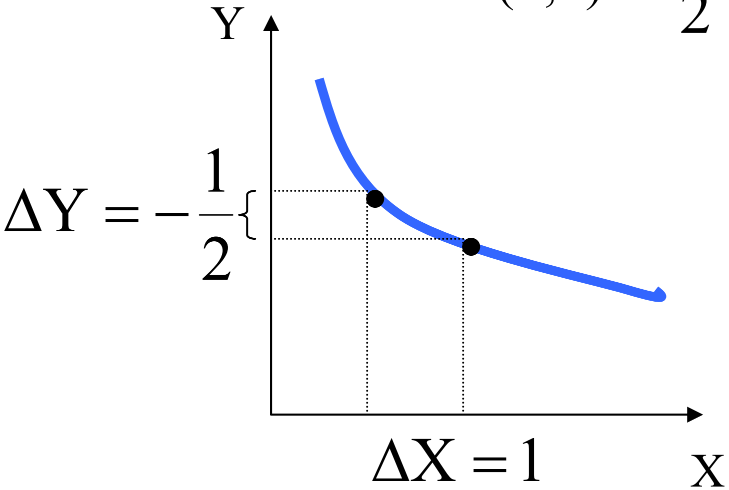
El tamaño relativo de α y β indica la importancia relativa de los bienes para cada individuo.

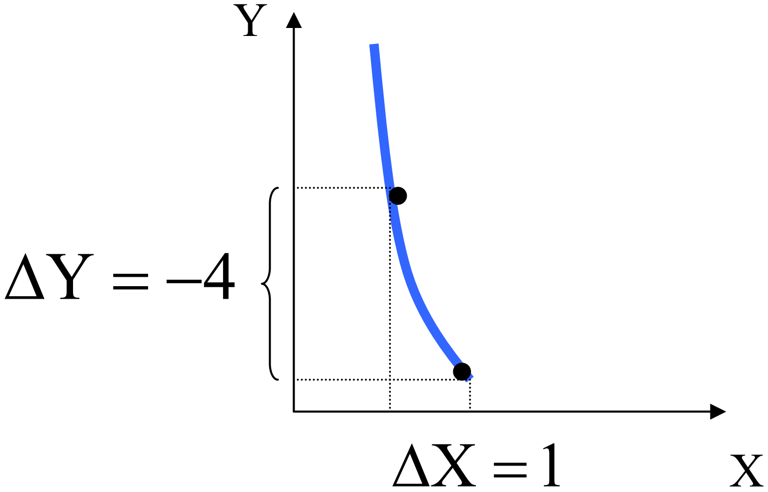
Individuo A: $U^A = X^{1/2} Y$

Individuo B: $U^B = X^2 Y^{1/2}$

$$RMgS^A_{(2,2)} = \frac{1}{2}$$

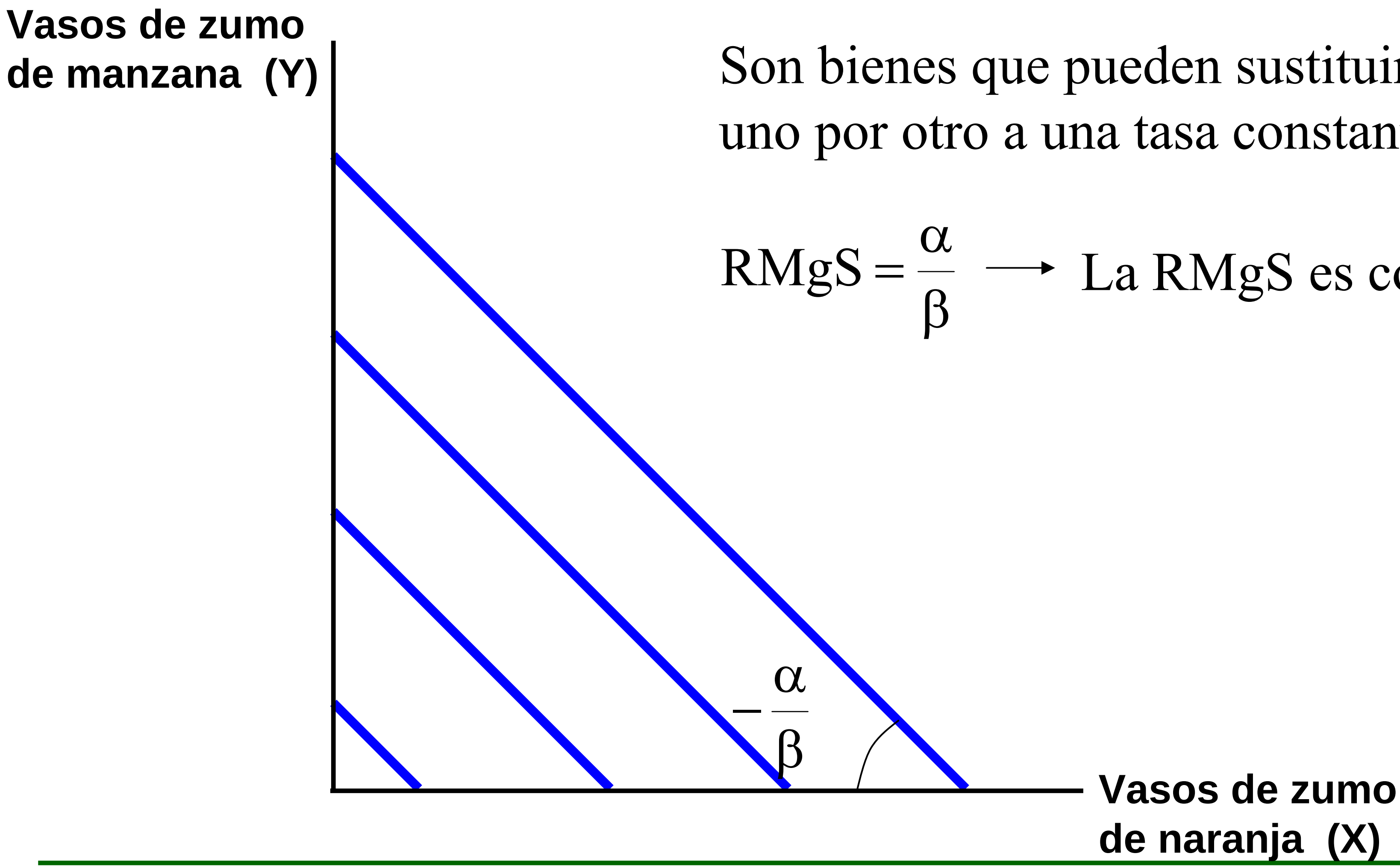
$$RMgS^B_{(2,2)} = 4$$





Ejemplos funciones de utilidad: Sustitutos perfectos

Función de utilidad $U = \alpha X + \beta Y \quad (\alpha, \beta > 0)$

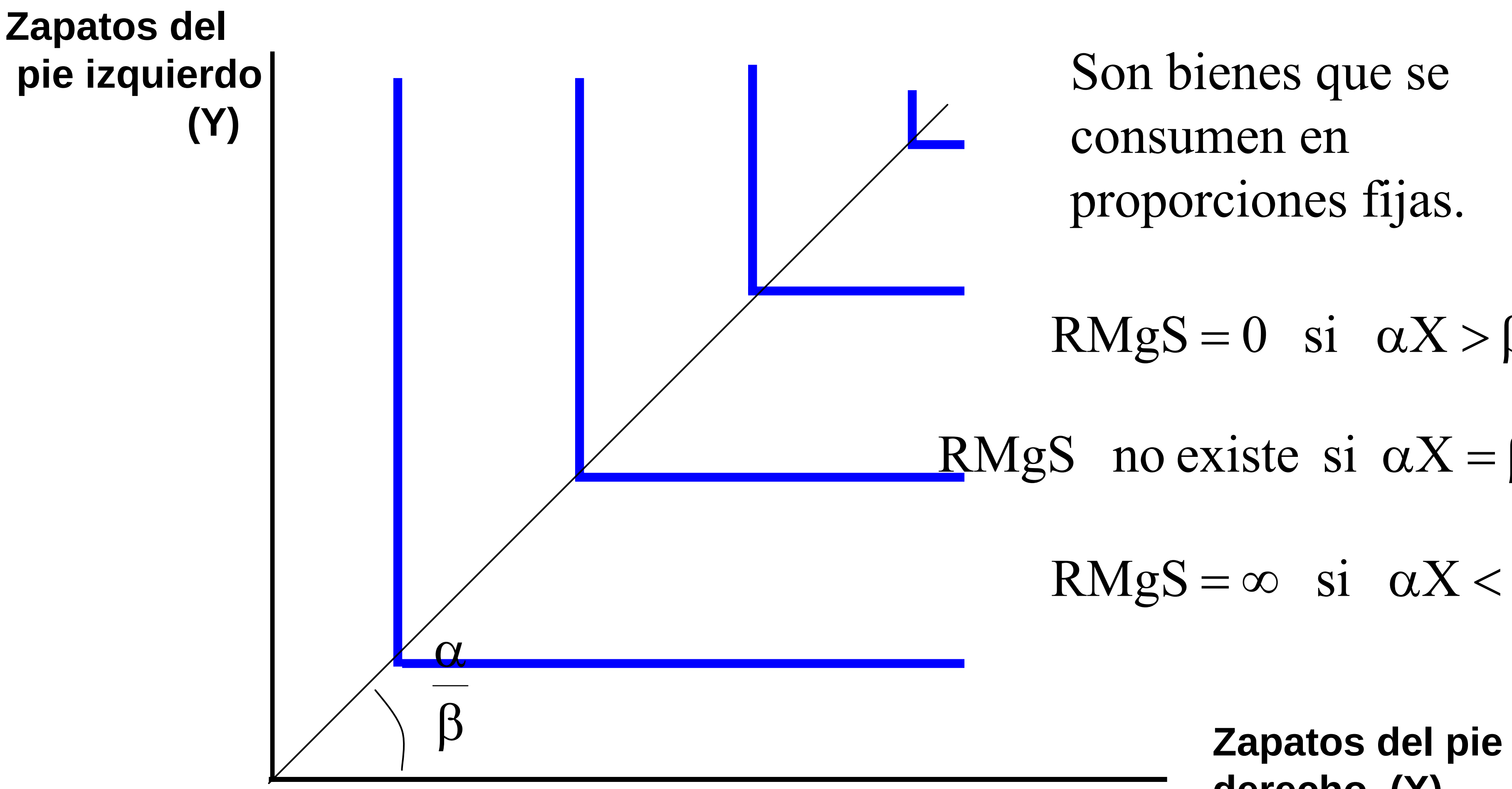


Son bienes que pueden sustituirse uno por otro a una tasa constante.

$$RMgS = \frac{\alpha}{\beta} \longrightarrow \text{La RMgS es constante.}$$

Ej. funciones de utilidad: Complementarios perfectos

Función de utilidad $U = \min\{\alpha X, \beta Y\} \quad \alpha, \beta > 0$



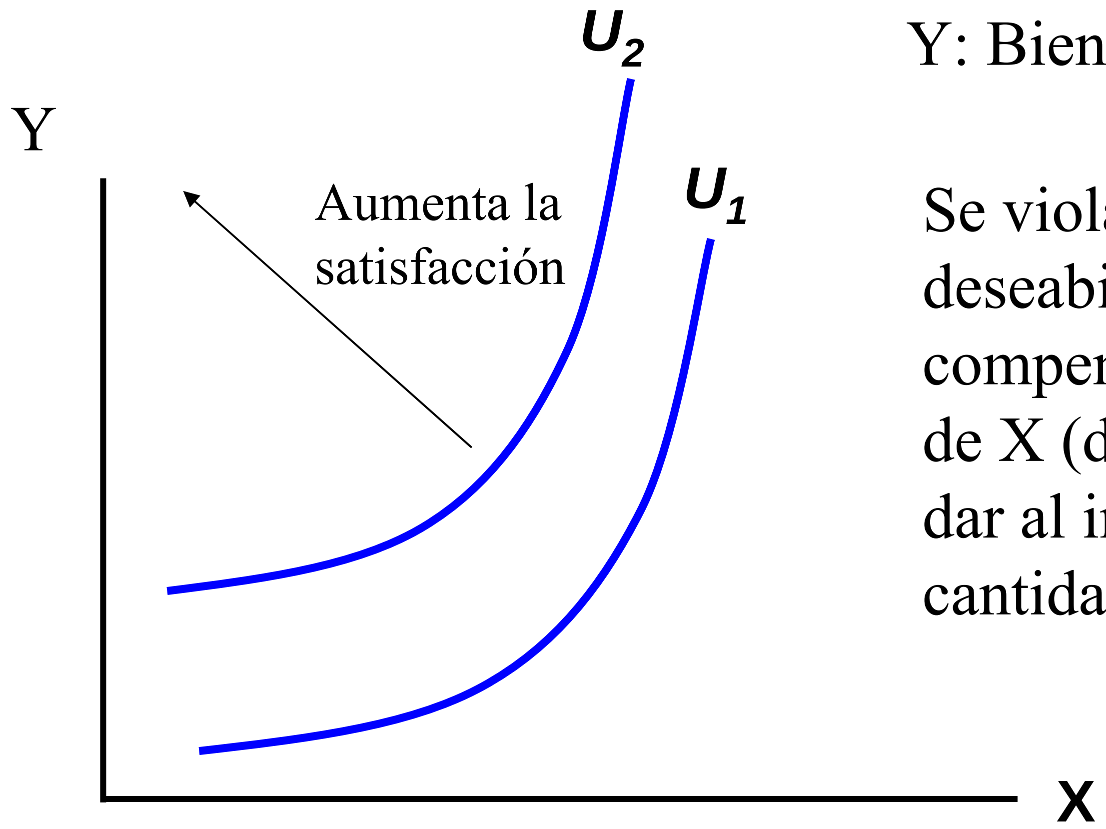
Son bienes que se consumen en proporciones fijas.

$$RMgS = 0 \quad \text{si} \quad \alpha X > \beta Y$$

$$RMgS \quad \text{no existe} \quad \text{si} \quad \alpha X = \beta Y$$

$$RMgS = \infty \quad \text{si} \quad \alpha X < \beta Y$$

Ejemplos funciones de utilidad: Males económicos



X: Mal económico: $UMg_x<0$

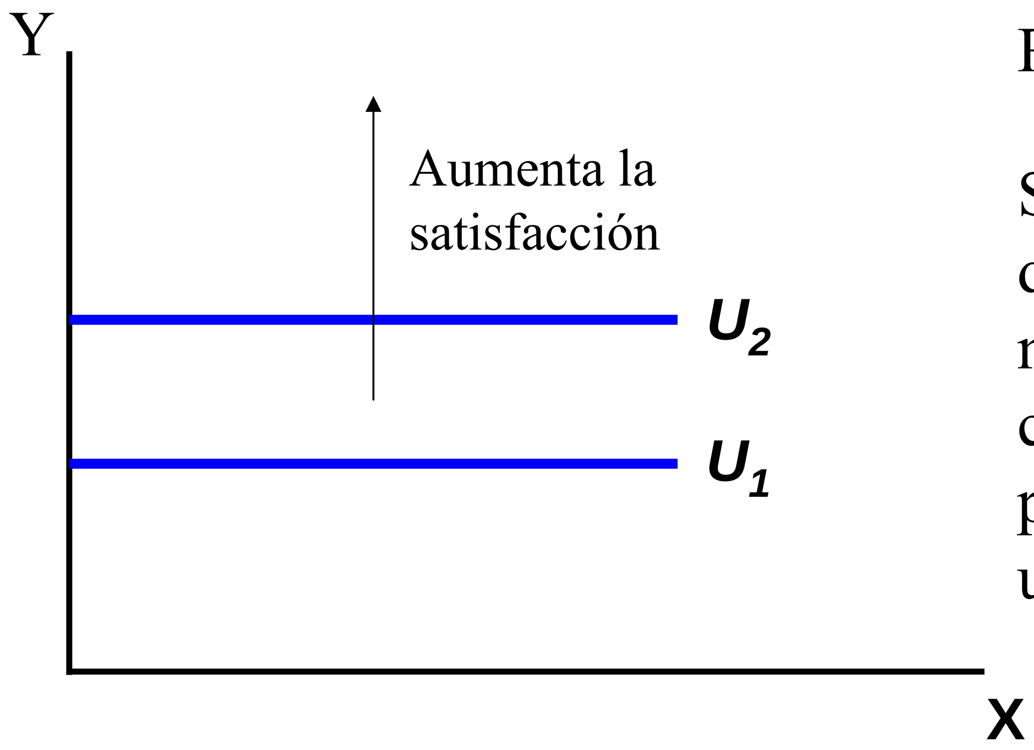
Y: Bien económico: $UMg_y>0$

Se viola el axioma de deseabilidad. Para compensar una aumento de X (dU=0) se le ha de dar al individuo más cantidad del bien Y.

Ejemplos funciones de utilidad: Bienes neutrales

X: Neutral: $UMg_x=0$

Y: Bien económico: $UMg_Y>0$



RMgS = 0

Se viola el axioma de deseabilidad. No es necesario dar al consumidor más de Y para compensarle por una pérdida de X.

Tema 1: La conducta de los consumidores

¿Cómo asigna cada consumidor su renta a la compra de diferentes bienes y servicios?

Principio de racionalidad: Los agentes económicos eligen la mejor alternativa entre todas las alternativas factibles

- Preferencias (gustos)
- Restricción presupuestaria (precios y renta)
- Elección del consumidor (demanda)

Definición

- Las preferencias no explican totalmente la conducta de los consumidores.

- Sus **restricciones presupuestarias** limitan la capacidad de consumo: **renta (I) y precios (P_x, P_y)**.

- **Restricción presupuestaria:** $P_x X + P_y Y \leq I$

- **Conjunto presupuestario:** Conjunto de cestas asequibles a los precios y la renta dados.

Definición

Recta presupuestaria:

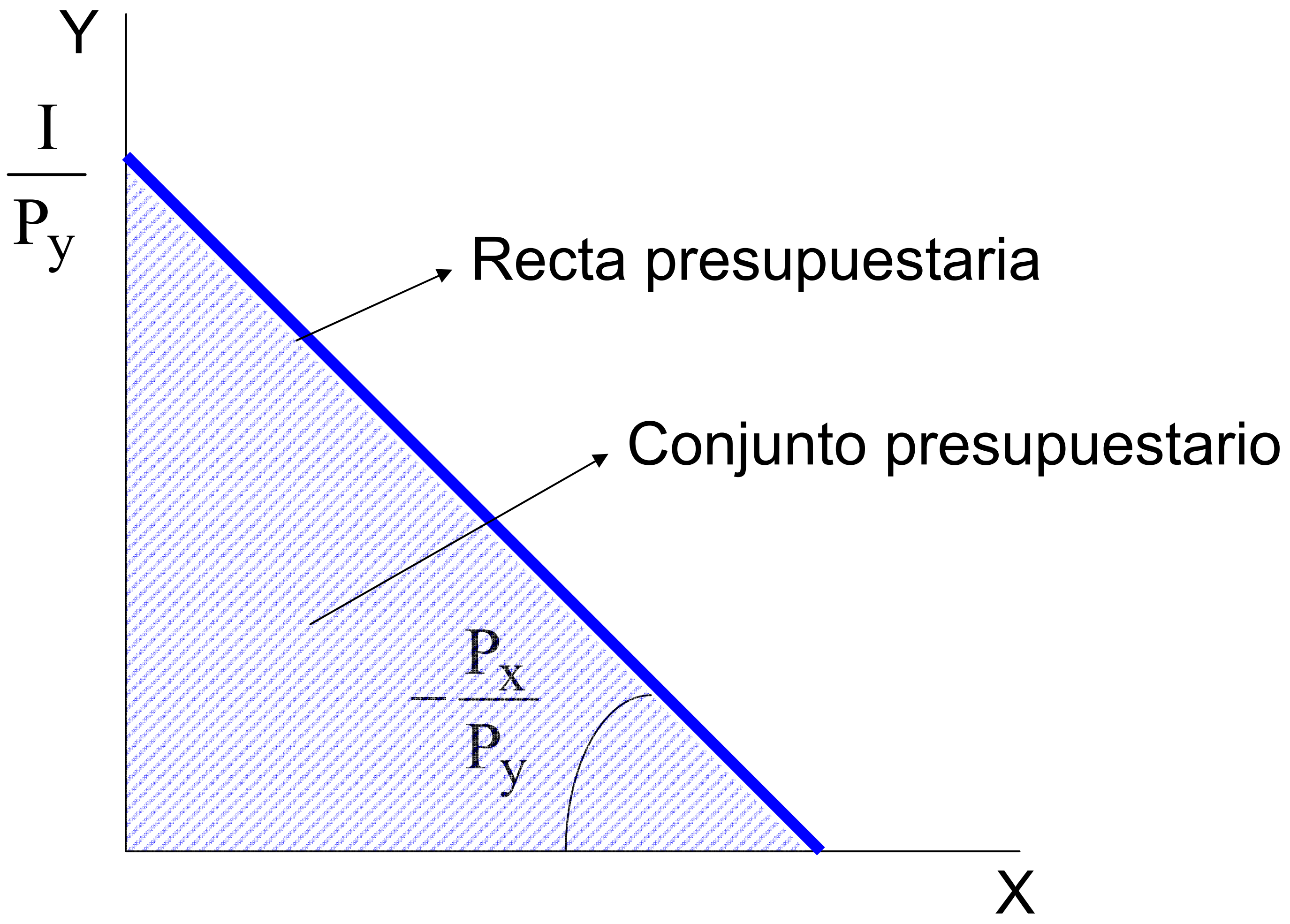
Indica todas las combinaciones de **mercancías** en las que el consumidor **agota toda su renta**.

$$P_X X + P_Y Y = I \longrightarrow \boxed{Y = \frac{I}{P_Y} - \frac{P_X}{P_Y} X}$$

Cantidad máxima de *X* que puede comprar el consumidor: $\frac{I}{P_x}$

Cantidad máxima de *Y* que puede comprar el consumidor: $\frac{I}{P_y}$

Recta presupuestaria

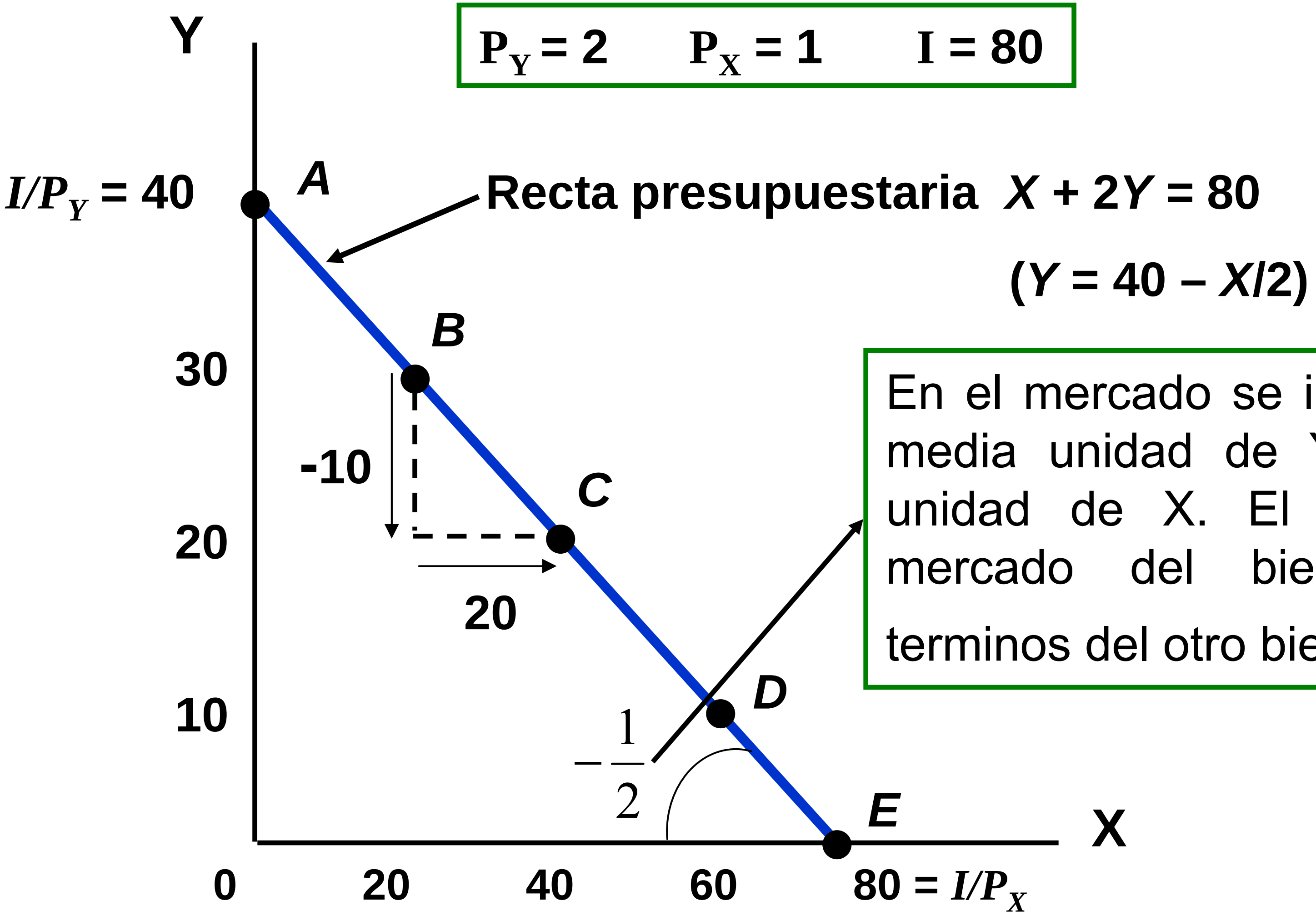


Representación gráfica: ejemplo

Cesta de mercado	**Alimentos (X) $P_X = 1$**	**Vestidos (Y) $P_Y=1$**	**Gasto total**
A	0	40	$80
B	20	30	$80
C	40	20	$80
D	60	10	$80
E	80	0	$80

Representación gráfica: ejemplo

$P_Y = 2 \qquad P_X = 1 \qquad I = 80$



En el mercado se intercambia media unidad de Y por una unidad de X. El precio de mercado del bien X, en terminos del otro bien, es ½.

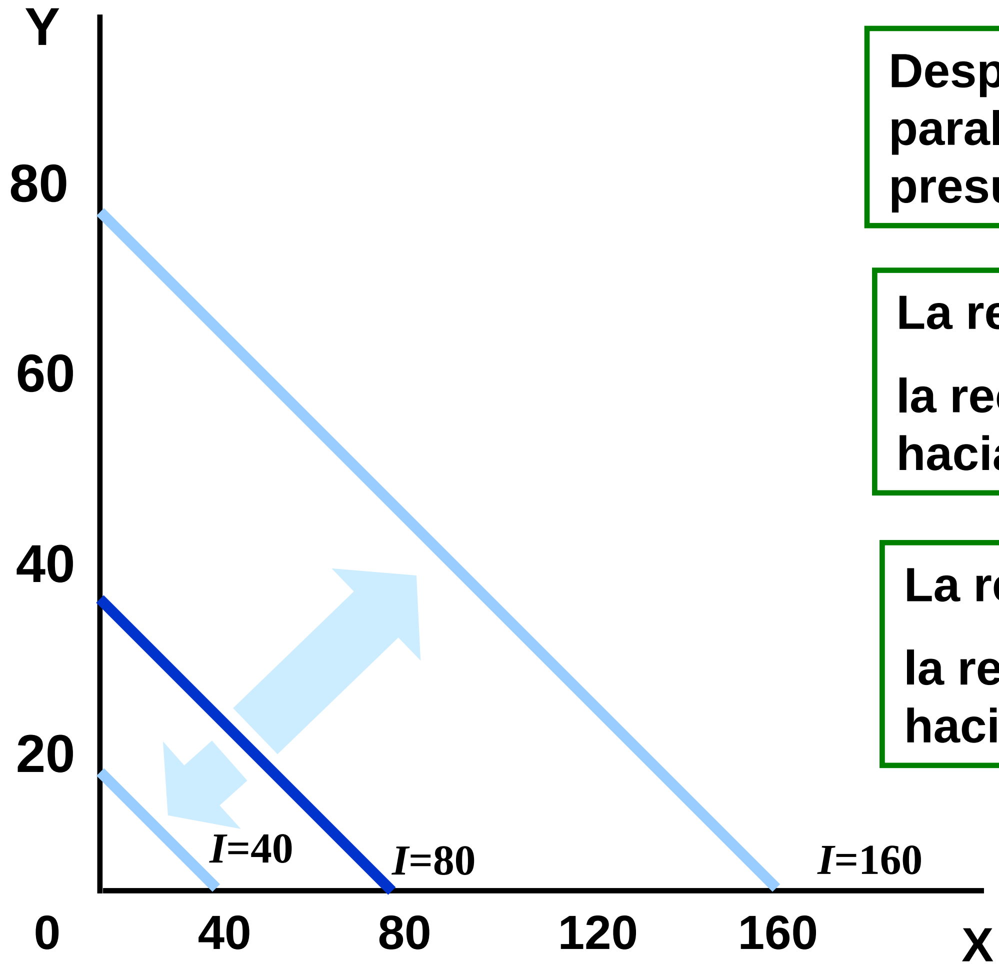
Pendiente de la recta presupuestaria

- Es la **relación de precios** de los dos bienes con signo negativo.

- Mide el **coste relativo** de los bienes. En concreto, el nº de unidades del bien Y que se intercambian en el mercado por una unidad del bien X.

- Indica la relación de intercambio en el mercado o relación a la que puede **sustituirse un bien por otro** sin alterar la cantidad total de dinero gastada

Variaciones de la renta



Desplazamientos paralelos de la recta presupuestaria.

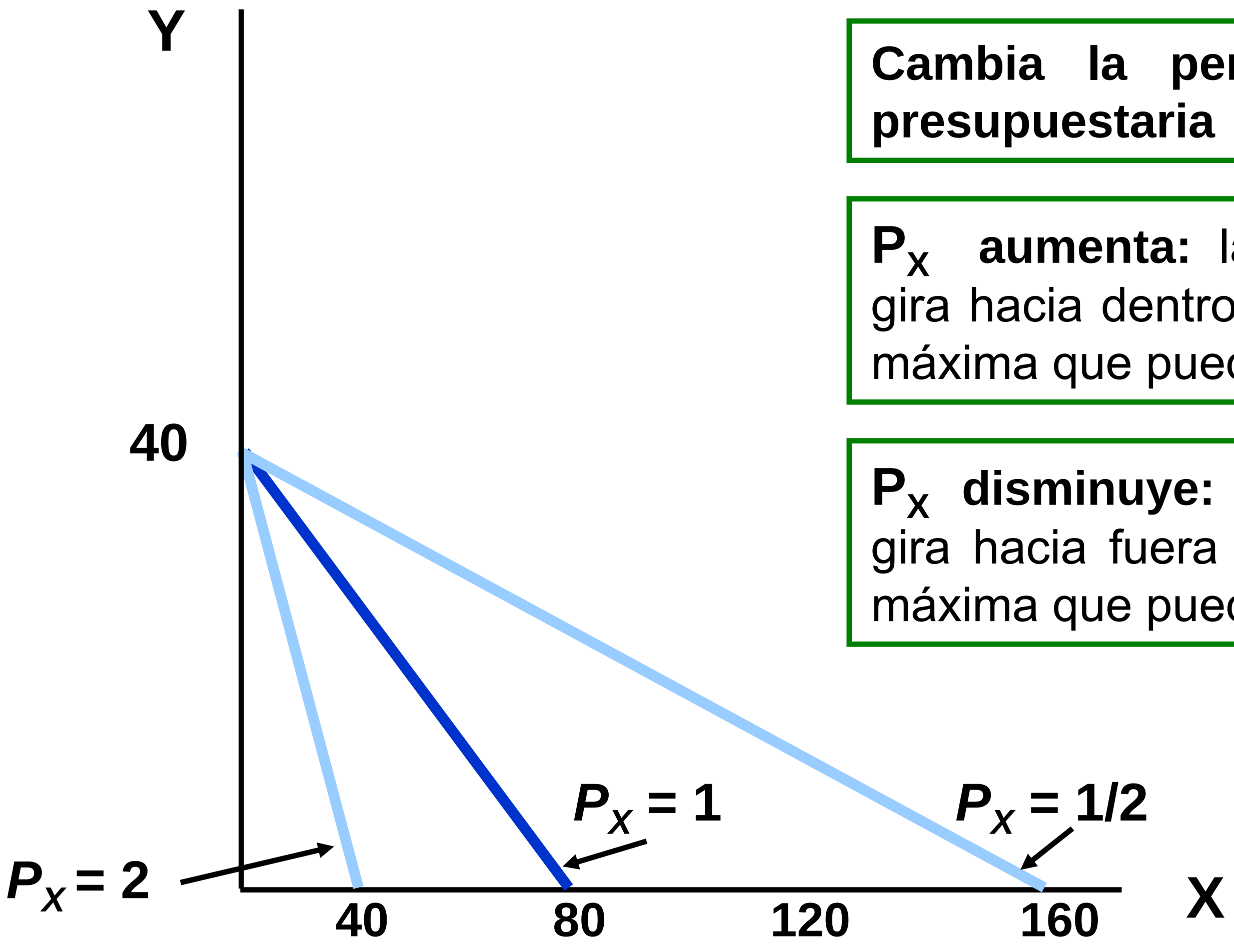
La renta aumenta:

la recta se desplaza hacia fuera.

La renta disminuye:

la recta se desplaza hacia dentro.

Variaciones en el precio de un bien



Cambia la pendiente de la recta presupuestaria

P_X aumenta: la recta presupuestaria gira hacia dentro en torno a la cantidad máxima que puede comprar del bien Y

P_X disminuye: la recta presupuestaria gira hacia fuera en torno a la cantidad máxima que puede comprar del bien Y

Tema 1: La conducta de los consumidores

¿Cómo asigna cada consumidor su renta a la compra de diferentes bienes y servicios?

Principio de racionalidad: Los agentes económicos eligen la mejor alternativa entre todas las alternativas factibles

- Preferencias (gustos)
- Restricción presupuestaria (precios y renta)
- Elección del consumidor (demanda)

Principio de optimización

Los individuos son racionales: Los agentes económicos eligen la mejor alternativa entre todas las alternativas factibles.

La cesta de mercado maximizadora (óptima) debe satisfacer dos condiciones:

1. Debe encontrarse en la recta presupuestaria.

2. Debe suministrar al consumidor la combinación de bienes y servicios por la que muestra una preferencia mayor.

Principio de optimización

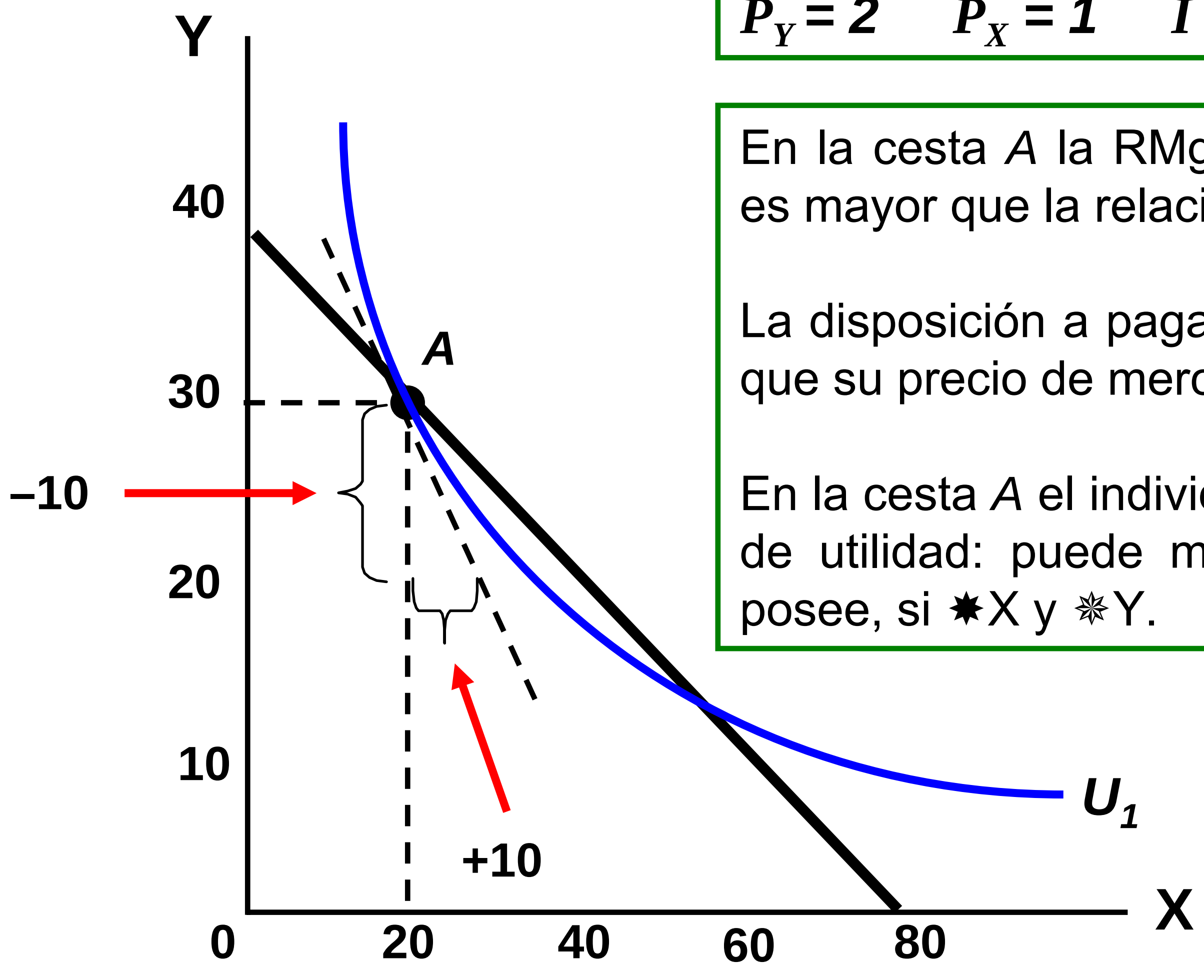
Dos tipos de solución:

Solución interior: Se consumen cantidades positivas de ambos bienes

Solución de esquina: Alguno de los bienes deja de consumirse

Análisis gráfico

El punto A no es una solución: el individuo puede mejorar



$P_Y = 2$ $P_X = 1$ $I = 80$

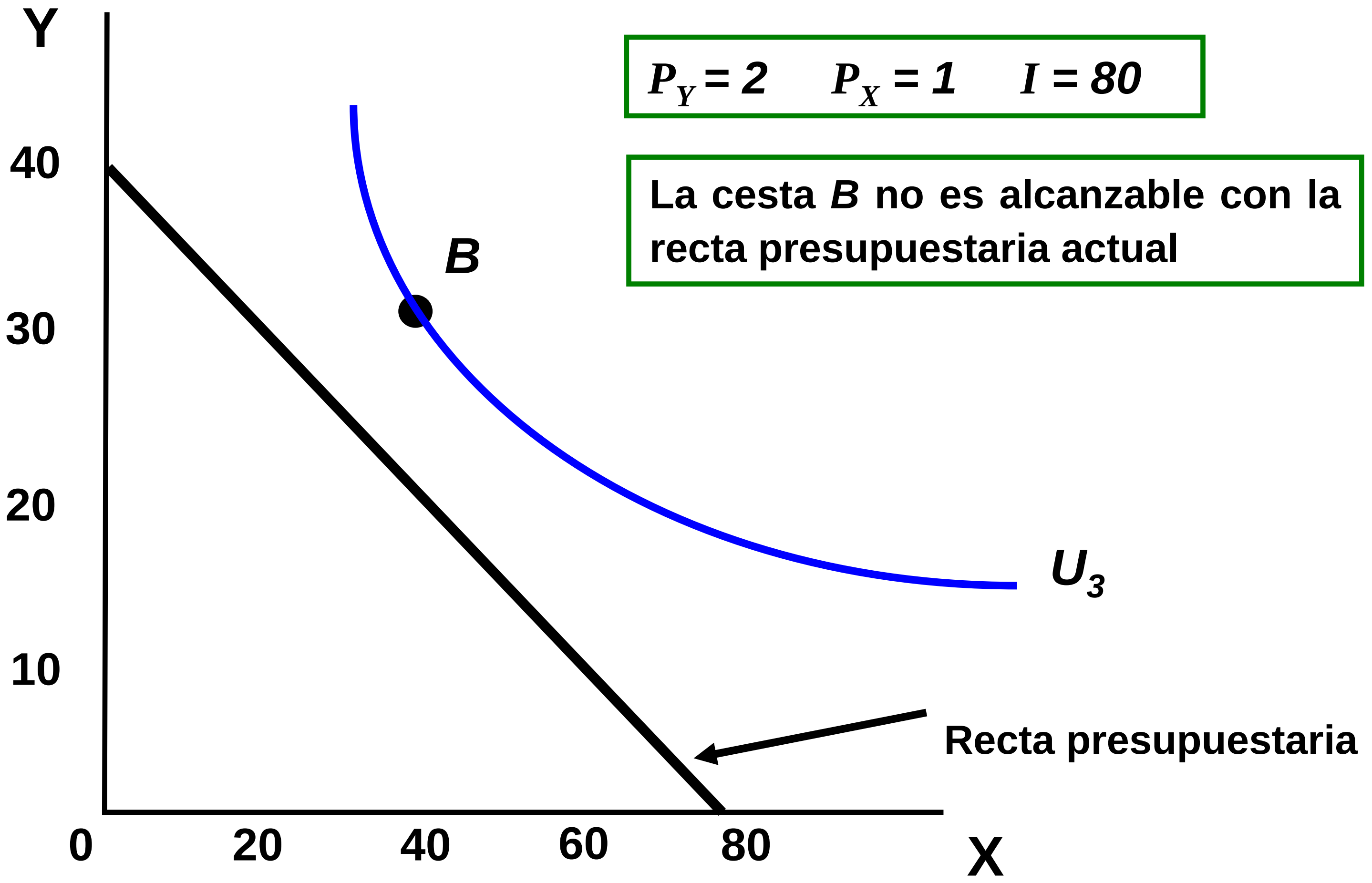
En la cesta *A* la RMgS = – (–10/10) = 1, que es mayor que la relación de precios (1/2).

La disposición a pagar por el bien X es mayor que su precio de mercado, en términos de Y.

En la cesta *A* el individuo no maximiza su nivel de utilidad: puede mejorar con la renta que posee, si ✸X y ✵Y.

Análisis gráfico

El punto B no es una solución: es inalcanzable con la renta del individuo



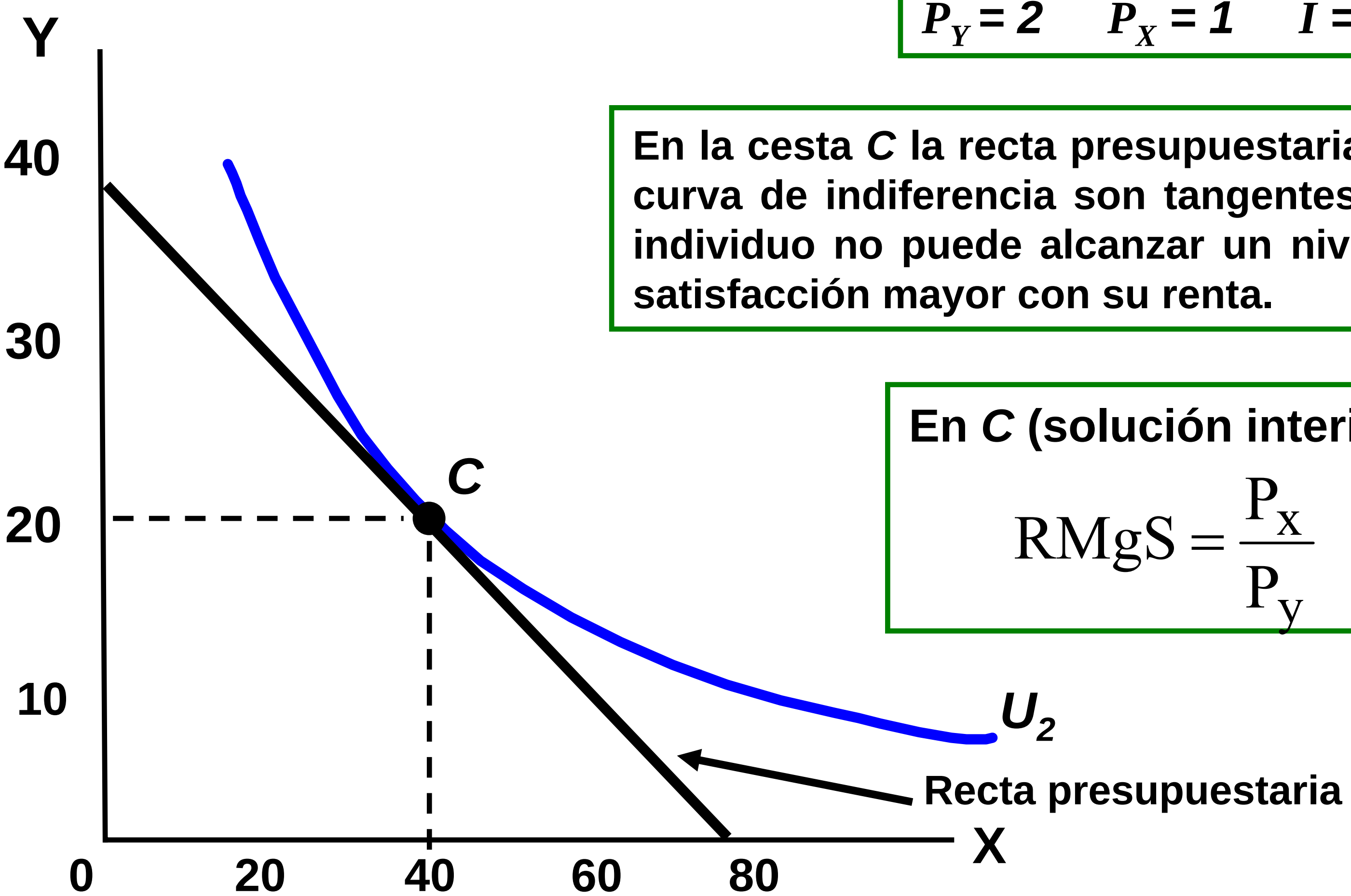
$P_Y = 2$ $P_X = 1$ $I = 80$

La cesta *B* no es alcanzable con la recta presupuestaria actual

Análisis gráfico: solución interior

El punto C es una solución y esa solución es interior: X >0, Y >0

$P_Y = 2 \quad P_X = 1 \quad I = 80$



En la cesta *C* la recta presupuestaria y la curva de indiferencia son tangentes y el individuo no puede alcanzar un nivel de satisfacción mayor con su renta.

En *C* (solución interior):

$$\mathrm{RMgS} = \frac{P_X}{P_Y}$$

Condición necesaria solución interior: tangencia

• Si la **solución es interior**, se ha de cumplir que la relación de intercambio personal entre los bienes (**RMgS**) se iguala a la relación de intercambio fijada en el mercado (**relación de precios**).

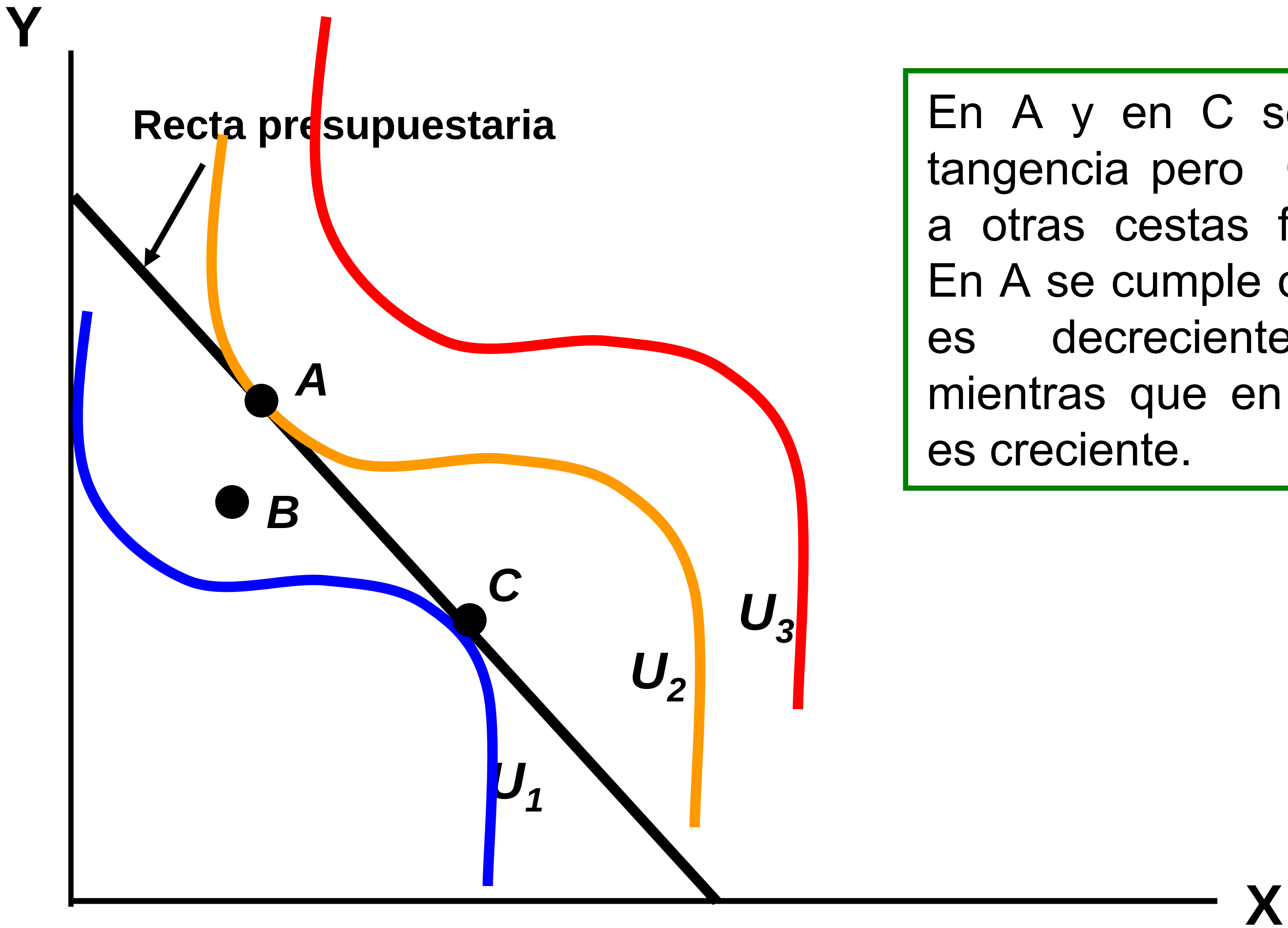
Esto es, en una solución interior se cumple la condición de **tangencia**:

$$\boxed{RMgS = \frac{P_x}{P_y}}$$

Ejemplo 3.2. págs 83-84 y Ejemplo 3.3. págs 85-86

Condición suficiente solución interior

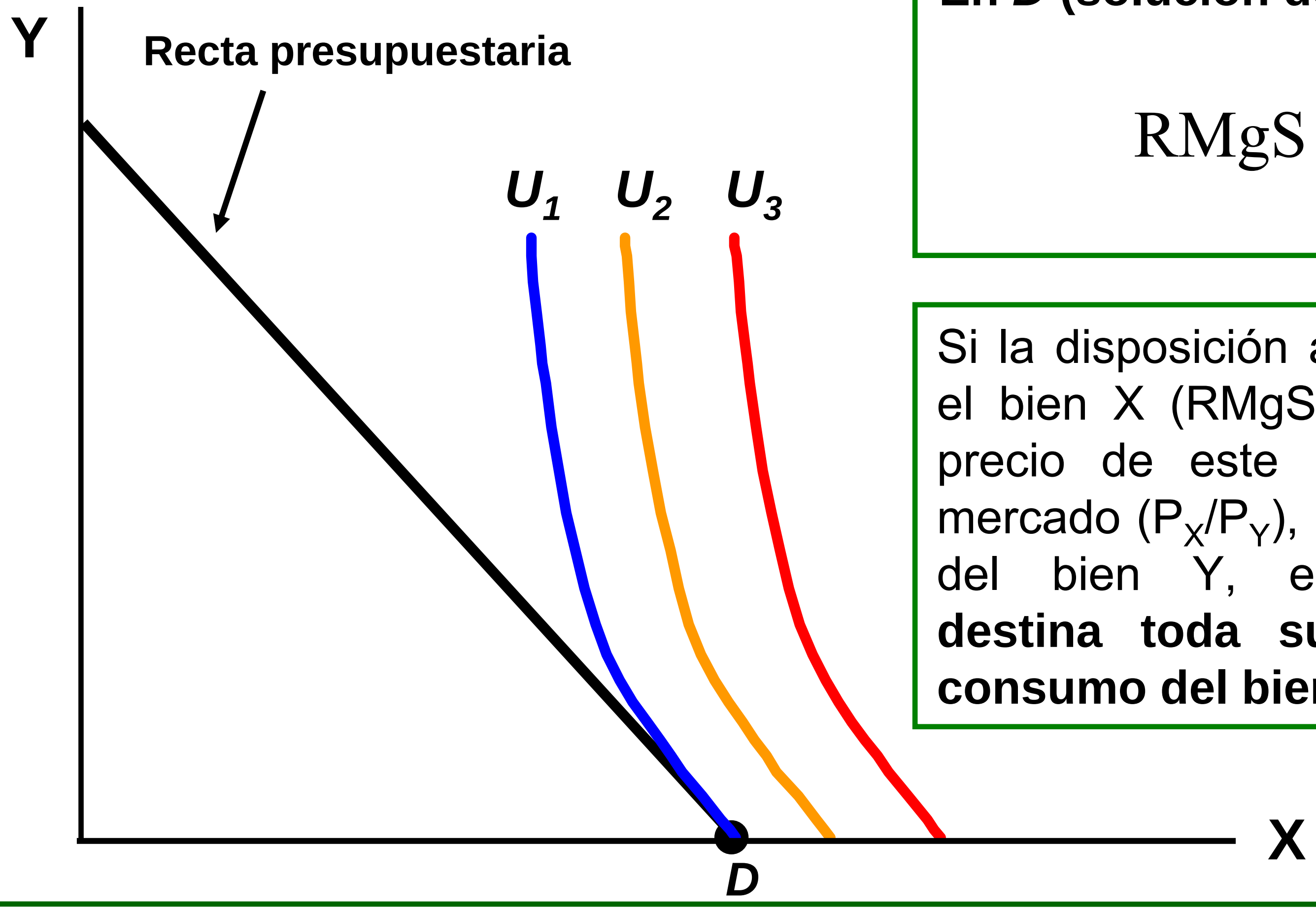
Para que la condición necesaria (de una solución interior) sea también suficiente la RMgS ha de ser decreciente.



En A y en C se cumple la tangencia pero C es inferior a otras cestas factibles (B). En A se cumple que la RMgS es decreciente (óptimo), mientras que en C la RMgS es creciente.

Análisis gráfico: solución de esquina

El punto D es una solución y esa solución es de esquina: X >0, Y= 0.



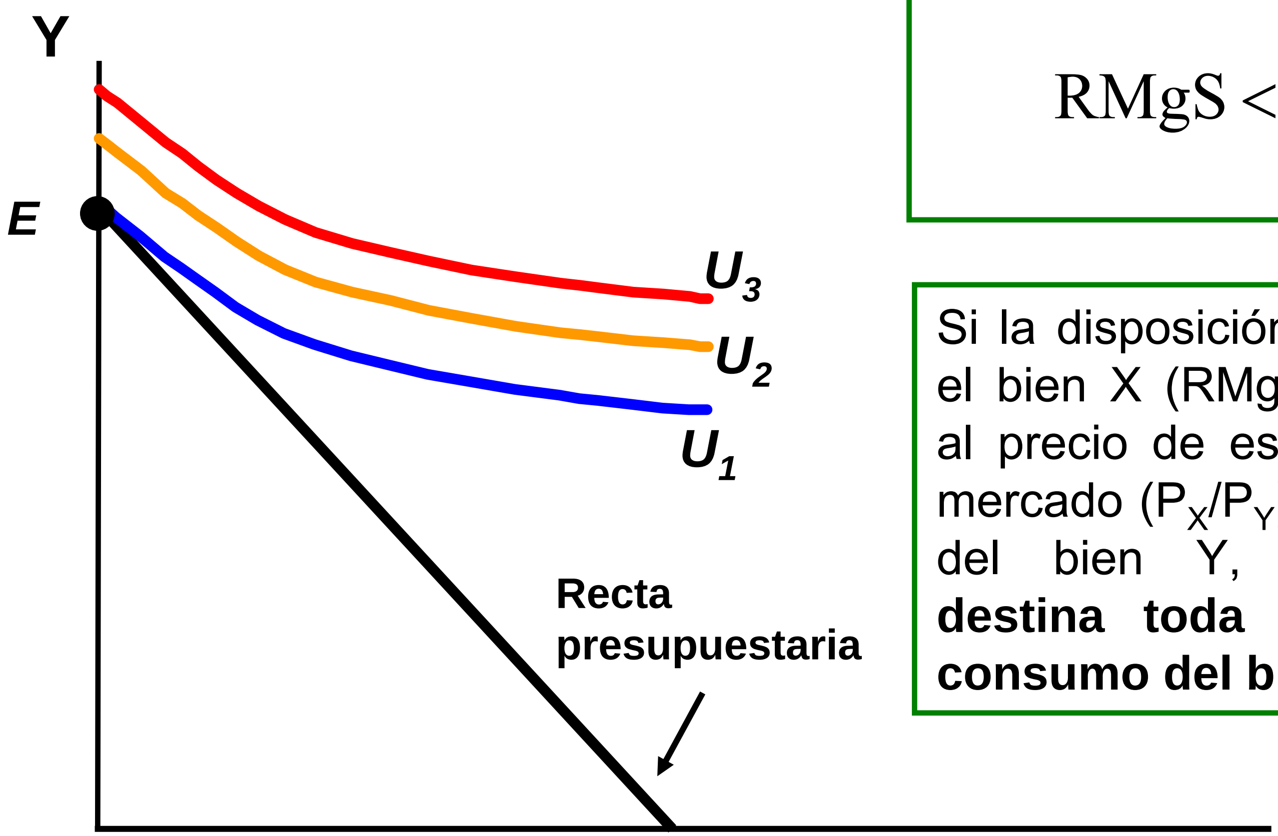
En *D* (solución de esquina):

$$\text{RMgS} > \frac{P_x}{P_y}$$

Si la disposición a pagar por el bien X (RMgS) supera el precio de este bien en el mercado (P_X/P_Y), en términos del bien Y, el individuo **destina toda su renta al consumo del bien X**

Análisis gráfico: solución de esquina

El punto E es una solución y esa solución es de esquina: X =0, Y > 0.



En *E* (solución de esquina):

$$\text{RMgS} < \frac{P_x}{P_y}$$

Si la disposición a pagar por el bien X (RMgS) es inferior al precio de este bien en el mercado (P_X/P_Y), en términos del bien Y, el individuo **destina toda su renta al consumo del bien Y**

Ejemplo 3.4
Pág 88

Solución gráfica

Pendiente de la curva de indiferencia: disposición a pagar del bien X, en términos de Y (= - RMgS)

Pendiente de la recta presupuestaria: precio del bien X en el mercado, en términos de Y (= $-P_x/P_y$)

Solución interior: RMgS = P_x/P_y (condición de tangencia)
Se consumen cantidades positivas de ambos bienes

Solución de esquina: RMgS ≠ P_x/P_y (no tangencia)
Alguno de los bienes deja de consumirse.

$$\text{Si RMgS} > P_x/P_y \mapsto x^* = I/P_x,\ \ y^* = 0$$

$$\text{Si RMgS} < P_x/P_y \mapsto x^* = 0,\ \ y^* = I/P_y$$

Solución analítica

- Problema de maximización del consumidor:

$$\max_{X,Y} \quad U(X,Y)$$

$$sujeto\ a \quad P_x X + P_y Y \leq I$$

- Lagrangiano:

$$\mathrm{L} = \mathrm{U}(\mathrm{X},\mathrm{Y}) + \lambda\left(\mathrm{I} - \mathrm{P_x X} - \mathrm{P_y Y}\right)$$

Solución analítica

• Condiciones de primer orden (solución interior o de esquina):

[*X*] $UMg_x - \lambda P_x \leq 0$; $X \geq 0$; $X\left(UMg_x - \lambda P_x\right) = 0$

[*Y*] $UMg_y - \lambda P_y \leq 0$; $Y \geq 0$; $Y\left(UMg_y - \lambda P_y\right) = 0$

[λ] $I - P_x X - P_y Y \geq 0$; $\lambda \geq 0$; $\lambda\left(I - P_x X - P_y Y\right) = 0$

• Condición de segundo orden: curvas de indiferencia convexas

Dado el supuesto de no saturación: $I - P_x X - P_y Y = 0$.

Las dos primeras condiciones determinarán si la solución es interior o de esquina.

Solución analítica: solución interior

Solución interior: X > 0, Y > 0.

[X] $UMg_x - \lambda P_x = 0$, ya que X > 0

[Y] $UMg_y - \lambda P_y = 0$, ya que Y > 0

[λ] $\boxed{I - P_x X - P_y Y = 0}$

$$\lambda = \frac{UMg_X}{P_X} = \frac{UMg_Y}{P_Y}$$

$$\boxed{RMgS = \frac{UMg_X}{UMg_Y} = \frac{P_X}{P_Y}}$$

Demandas de los bienes

X* = X(P_X, P_Y, I)

Y* = Y(P_X, P_Y, I)

Solución analítica: solución interior

Principio equimarginal:

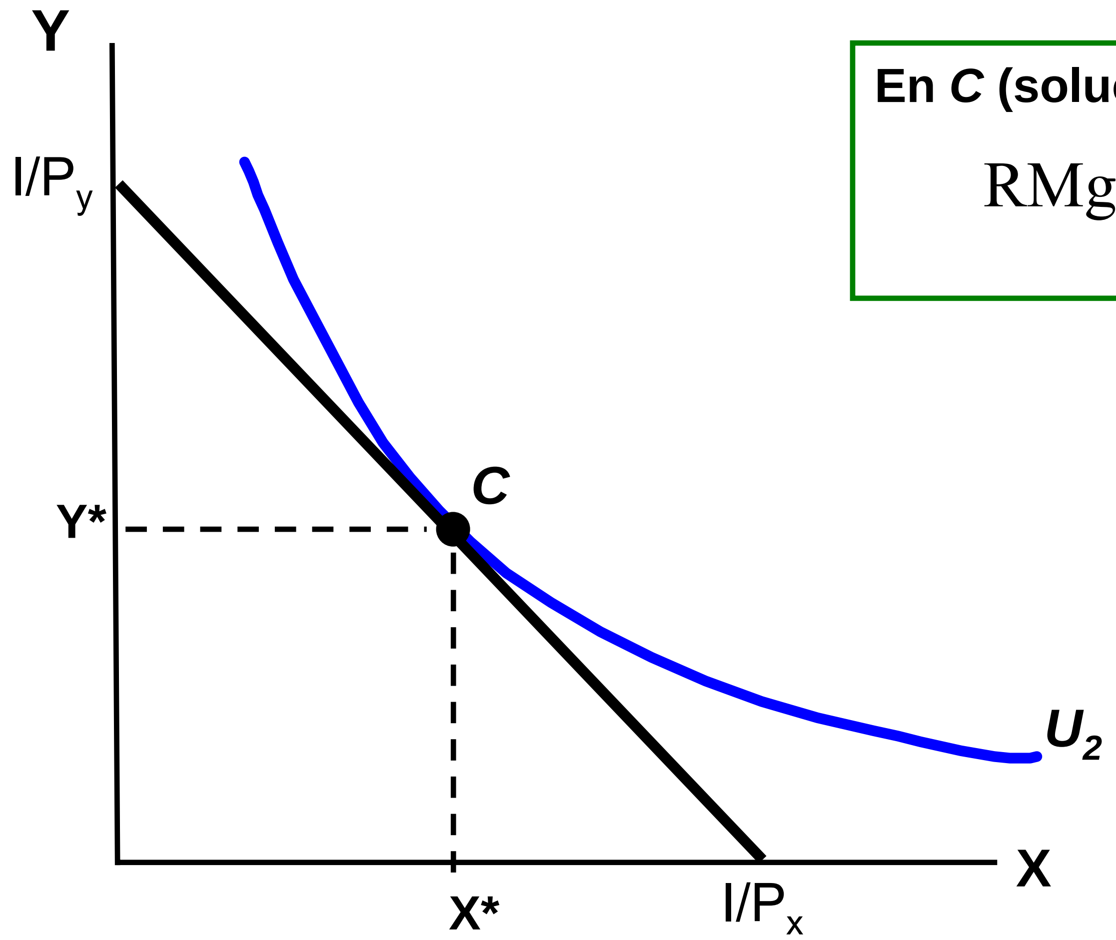
[PE] $\lambda = \frac{UMg_X}{P_X} = \frac{UMg_Y}{P_Y} \iff RMgS = \frac{UMg_X}{UMg_Y} = \frac{P_X}{P_Y}$

En una solución interior se igualan las utilidades marginales de cada bien divididas por su precio.

En el óptimo interior, el consumidor debe obtener la misma utilidad del último céntimo gastado consumiendo *X* o *Y*.

Solución interior

El punto C es una solución y esa solución es interior: X >0, Y >0



En *C* (solución interior):

$$RMgS = \frac{P_x}{P_y}$$

Solución analítica: solución de esquina

Algún bien deja de consumirse (recta presup. rectilínea)

Caso 1: $X = 0, \; Y > 0$

[X] $UMg_x - \lambda P_x < 0$, ya que $X = 0$

[Y] $UMg_y - \lambda P_y = 0$, ya que $Y > 0$

[λ] $I - P_X X - P_Y Y = \boxed{I - P_Y Y = 0}$

$$\frac{UMg_X}{P_X} < \frac{UMg_Y}{P_Y} = \lambda$$

$$\boxed{RMgS < \frac{P_X}{P_Y}}$$

Gastar cada unidad adicional de renta en el bien Y siempre aporta más a la utilidad que gastarla en el bien X , X* = 0

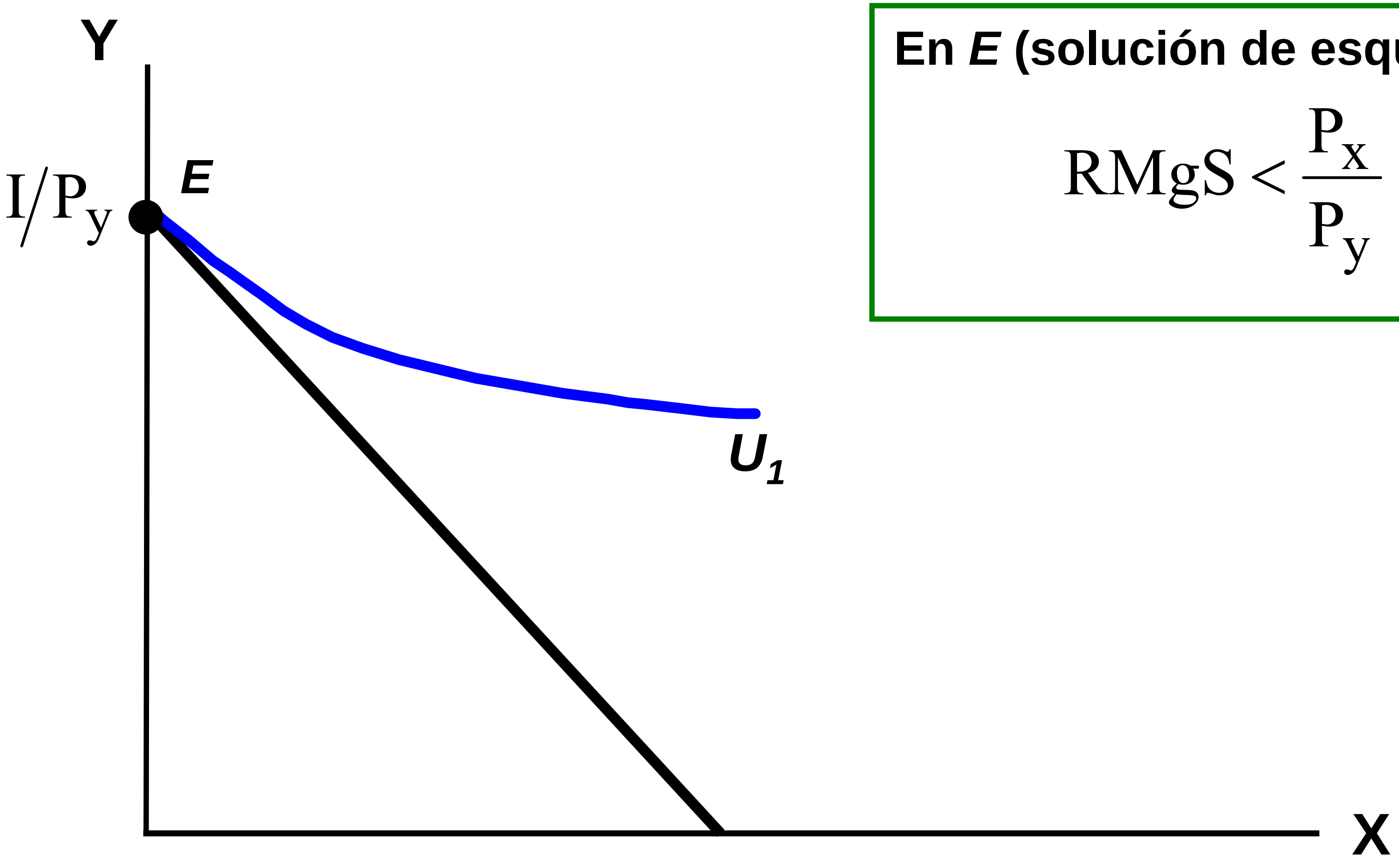
Demandas de los bienes

X* = 0

$Y^* = I/P_Y$

Análisis gráfico: solución de esquina

El punto E es una solución y esa solución es de esquina: X =0, Y > 0.



En *E* (solución de esquina):

$$\text{RMgS} < \frac{P_x}{P_y}$$

Solución analítica: solución de esquina

Algún bien deja de consumirse (recta presup. rectilínea)

Caso 1: X > 0, Y = 0

[X] $UMg_x - \lambda P_x = 0$, ya que X > 0

[Y] $UMg_y - \lambda P_y < 0$, ya que Y = 0

[λ] $I - P_X X - P_Y Y = \boxed{I - P_Y Y = 0}$

$$\lambda = \frac{UMg_X}{P_X} > \frac{UMg_Y}{P_Y}$$

Gastar cada unidad adicional de renta en el bien X siempre aporta más a la utilidad que gastarla en el bien Y , Y* = 0

$$\boxed{RMgS > \frac{P_X}{P_Y}}$$

Demandas de los bienes

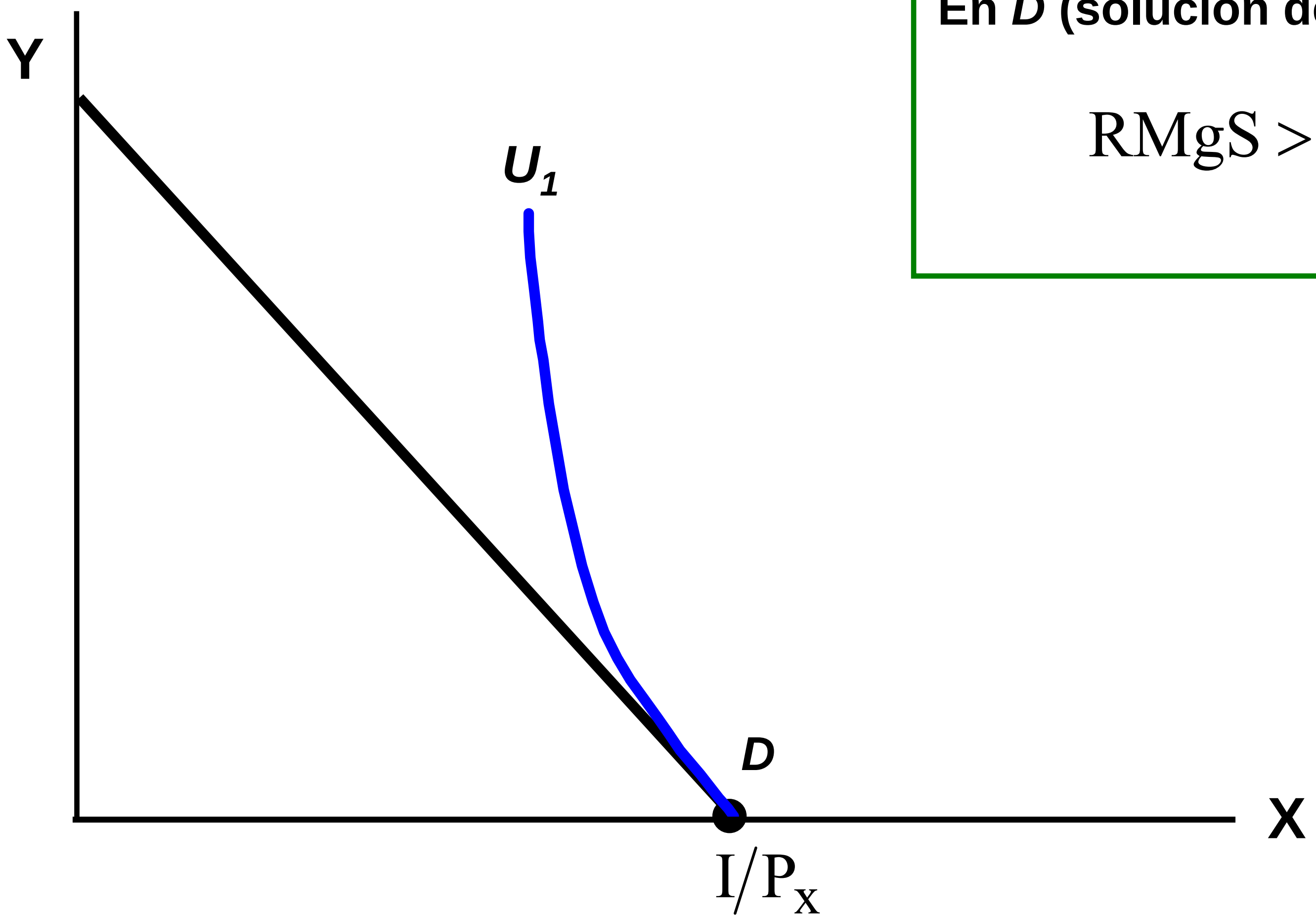
X* = I/P$_x$
Y* = 0

Solución de esquina : X>0, Y=0

El punto D es una solución y esa solución es de esquina: X >0, Y= 0.

En *D* (solución de esquina):

$$\text{RMgS} > \frac{P_x}{P_y}$$



Ejemplo: Cobb-Douglas

$$U = X^{\alpha} Y^{\beta}, \;\; \alpha + \beta = 1 \quad (\alpha, \beta > 0)$$

[X] $UMg_x - \lambda P_x = 0$, ya que X > 0

[Y] $UMg_y - \lambda P_y = 0$, ya que Y > 0

[λ] $I - P_x X - P_y Y = 0$

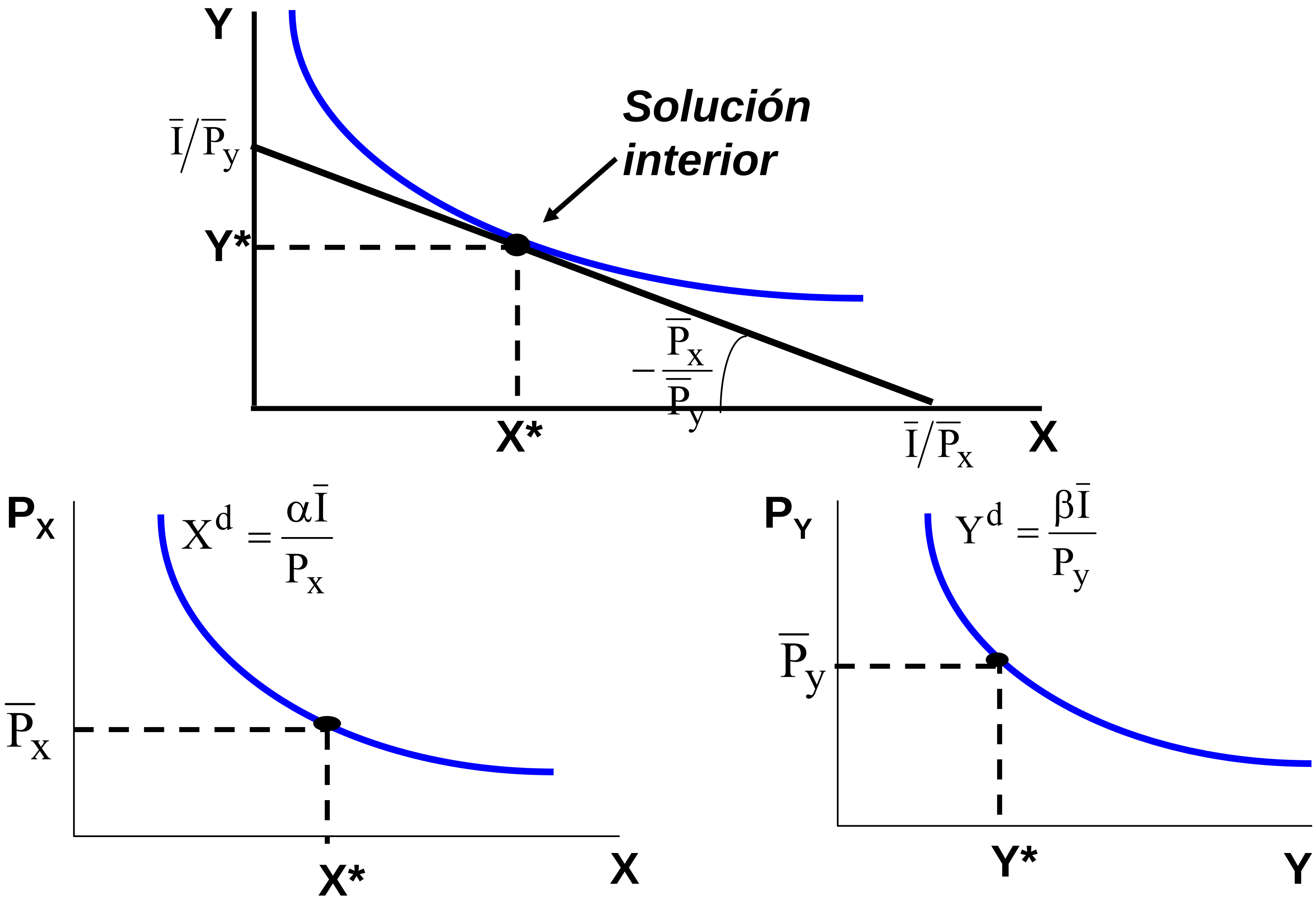
[1] $RMgS = \dfrac{P_X}{P_Y} \leftrightarrow \dfrac{\alpha Y}{\beta X} = \dfrac{P_x}{P_y}$

[2] $I = P_X X + P_Y Y$

Funciones de demanda

$$\boxed{X^* = \frac{\alpha I}{P_X}; \;\; Y^* = \frac{\beta I}{P_Y}}$$

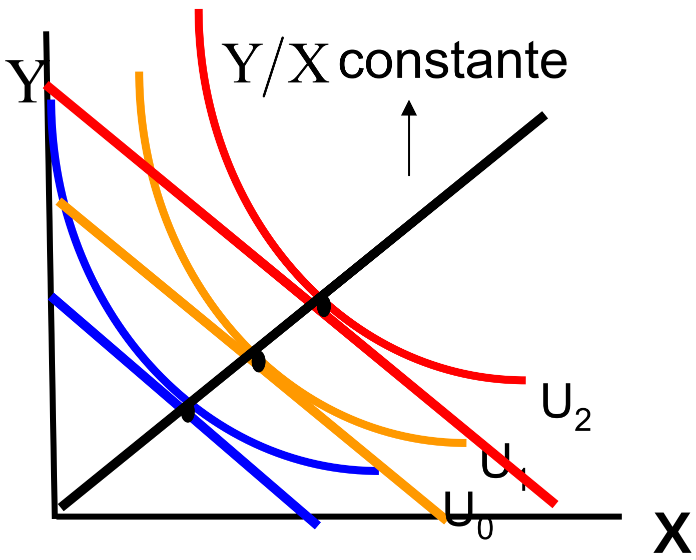
Ejemplo: Cobb-Douglas



Ejemplo: Cobb-Douglas

$$U = X^{\alpha} Y^{\beta}, \quad \alpha + \beta = 1 \quad (\alpha, \beta > 0)$$

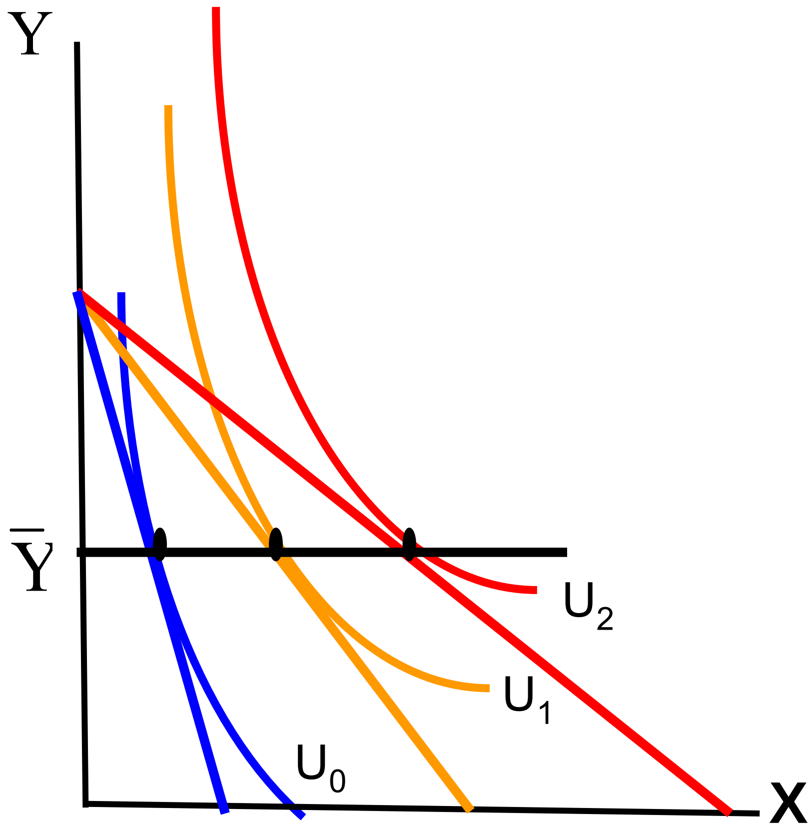
$$\boxed{\alpha = \frac{P_x X}{I}; \quad \beta = \frac{P_y Y}{I}}$$



- A igualdad de precios, la proporción en que se consumen los bienes siempre es la misma, con independencia del nivel de renta.
- A lo largo de un radio donde la proporción entre los bienes permanece constante, las curvas de indiferencia siempre tienen igual pendiente.
- **Preferencias homotéticas**

Ejemplo: Cobb-Douglas

$$U = X^{\alpha} Y^{\beta}, \quad \alpha + \beta = 1 \quad (\alpha, \beta > 0)$$



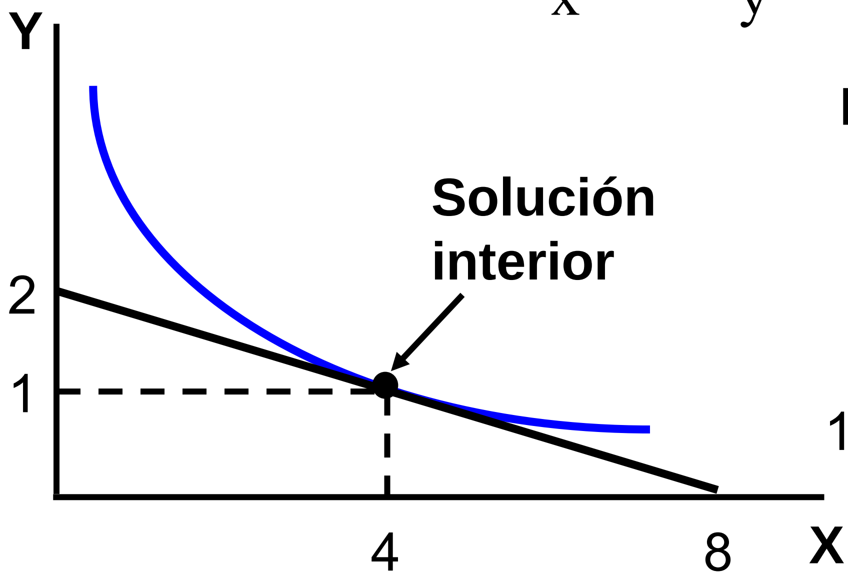
$$X = \frac{\alpha I}{P_x}; \quad Y = \frac{\beta I}{P_y}$$

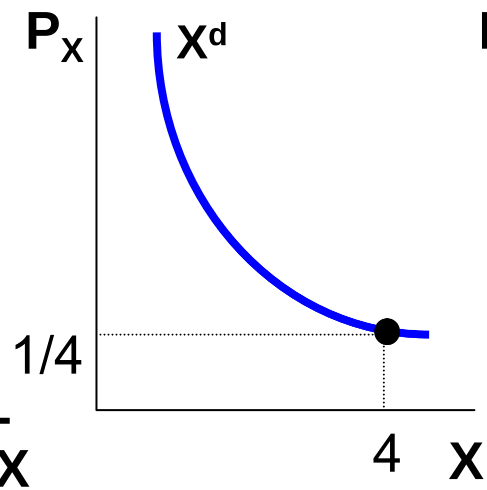
- La función de demanda de cada bien no depende del precio del otro bien. Por tanto, a cambios en el precio de un bien, la cantidad que se consume del otro bien (y porcentaje de renta) no cambia.
- **Los bienes son independientes.**

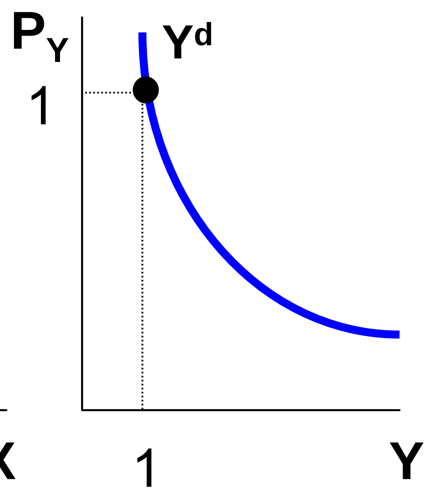
Ejemplo: Cobb-Douglas

$$U = X^{\alpha} Y^{\beta}, \quad \alpha = \beta = \frac{1}{2}, \quad P_x = \frac{1}{4}, \quad P_y = 1, \quad I = 2$$

$$\left.\begin{array}{l} RMgS = \dfrac{\alpha Y}{\beta X} = \dfrac{P_x}{P_y} \\[2ex] I = P_x X + P_y Y \end{array}\right\} \quad \left.\begin{array}{c} \dfrac{Y}{X} = \dfrac{1}{4} \\[2ex] 2 = \dfrac{X}{4} + Y \end{array}\right\} \quad \begin{array}{l} X = 4 \\ Y = 1 \\ U = 2 \end{array}$$







Ejemplo: Sustitutivos perfectos

$$U = \alpha X + \beta Y,\ \ RMgS = \alpha/\beta$$

- Si $\frac{\alpha}{\beta} < \frac{P_X}{P_Y}$, solución de esquina: X = 0 ,$Y = \frac{I}{P_y}$.

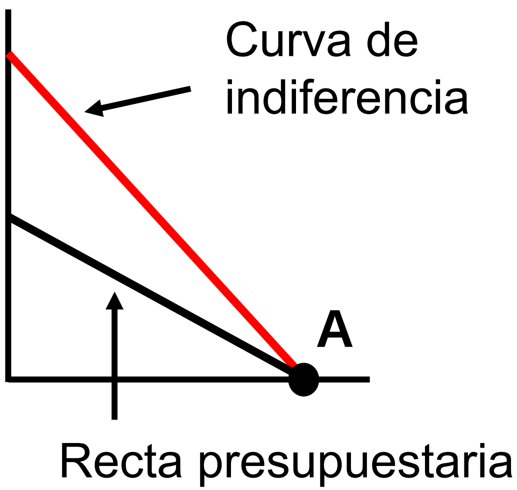
Un individuo no demandará un bien si lo que está dispuesto a pagar por él (RMgS) es menos que lo que le cuesta en el mercado (en términos de Y, su coste de oportunidad).

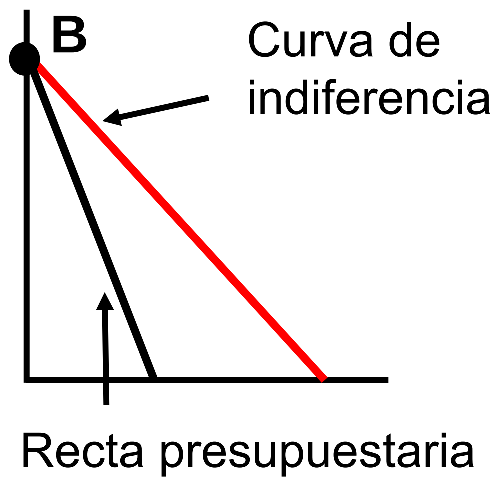
- Si $\frac{\alpha}{\beta} > \frac{P_X}{P_Y}$, solución de esquina: $X = \frac{I}{P_X}$, Y = 0.

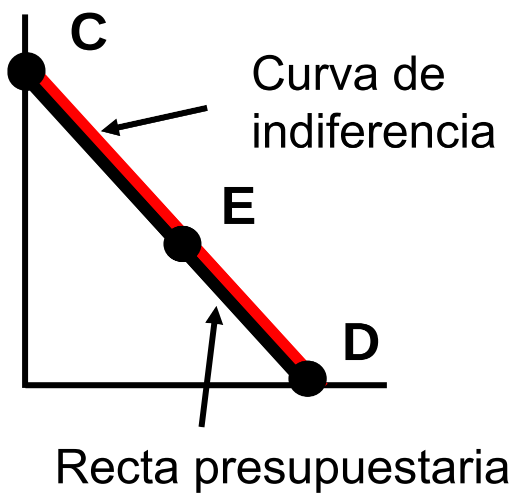
En cambio, un individuo gastará toda su renta en un bien si lo que está dispuesto a pagar por él (RMgS) supera a lo que le cuesta en el mercado (en términos de Y, su coste de oportunidad).

Ejemplo: Sustitutivos perfectos

$\frac{\alpha}{\beta} > \frac{P_X}{P_Y}$	$\frac{\alpha}{\beta} < \frac{P_X}{P_Y}$	$\frac{\alpha}{\beta} = \frac{P_X}{P_Y}$
Solución de esquina (A)	Solución de esquina (B)	Solución de esquina (C, D) e interiores (por ejemplo, E)



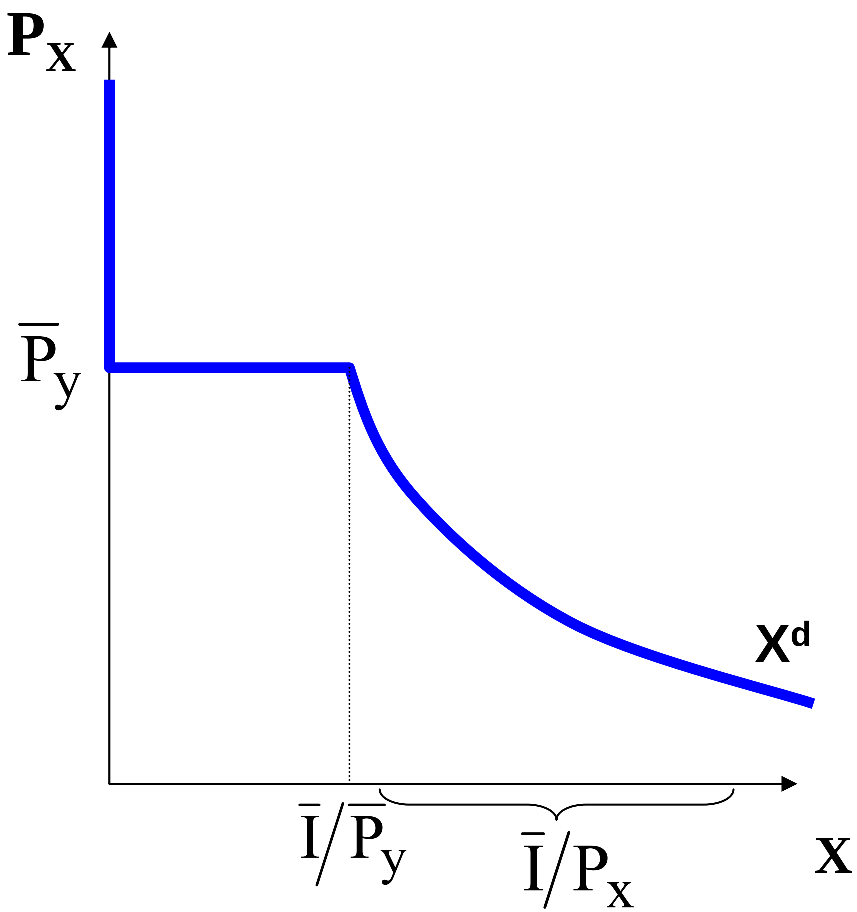




Función de demanda: Sustitutivos perfectos

Función de demanda para el bien X (dados $\bar{I}, \bar{P}_y$), si RMgS = 1.

$$x^* = \begin{cases} 0 & \text{si} \quad P_x > \bar{P}_y \\ \left[0, \dfrac{\bar{I}}{\bar{P}_y}\right] & \text{si} \quad P_x = \bar{P}_y \\ \dfrac{\bar{I}}{P_x} & \text{si} \quad P_x < \bar{P}_y \end{cases}$$



El índice del coste de la vida ideal

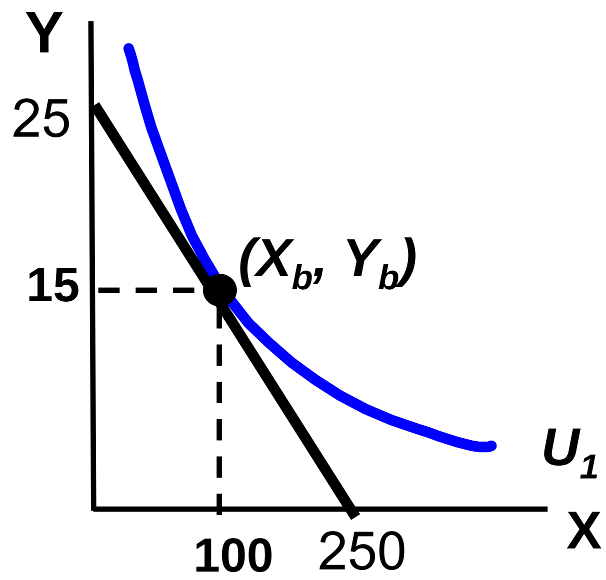
El **índice ideal del coste de la vida** mide el coste de alcanzar un determinado nivel de utilidad a los precios actuales (corrientes) en relación con el coste de alcanzarlo a los precios del año base.

Ejemplo: $P_x^{1990} = 2$, $P_y^{1990} = 20$

$I = 500$

Equilibrio : $X^{90} = 100$

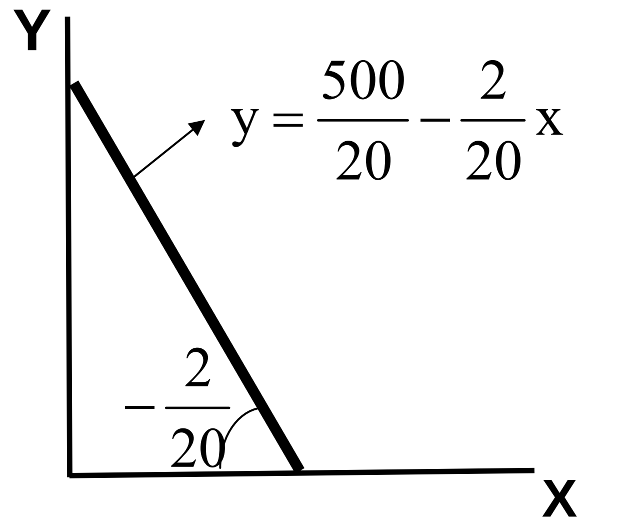
$Y^{90} = 15$



El índice ideal del coste de la vida

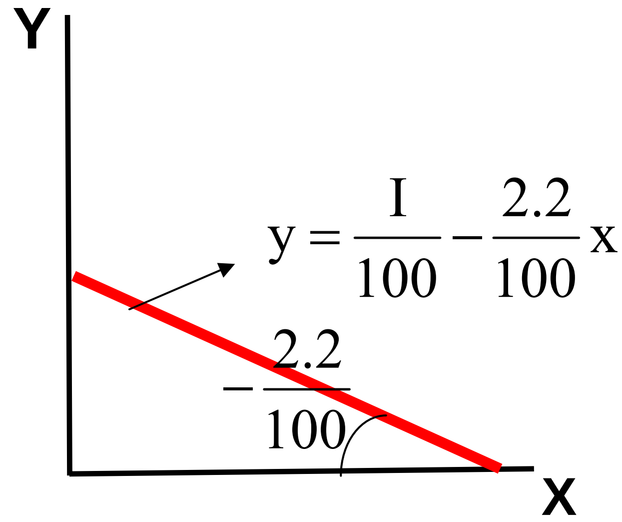
Ejemplo: $P_x^{1990} = 2,\ P_y^{1990} = 20$

$$\left(\frac{P_x}{P_y}\right)^{1990} = \frac{2}{20}$$



$P_x^{2000} = 2.2,\ P_y^{2000} = 100$

$$\left(\frac{P_x}{P_y}\right)^{2000} = \frac{2.2}{100}$$

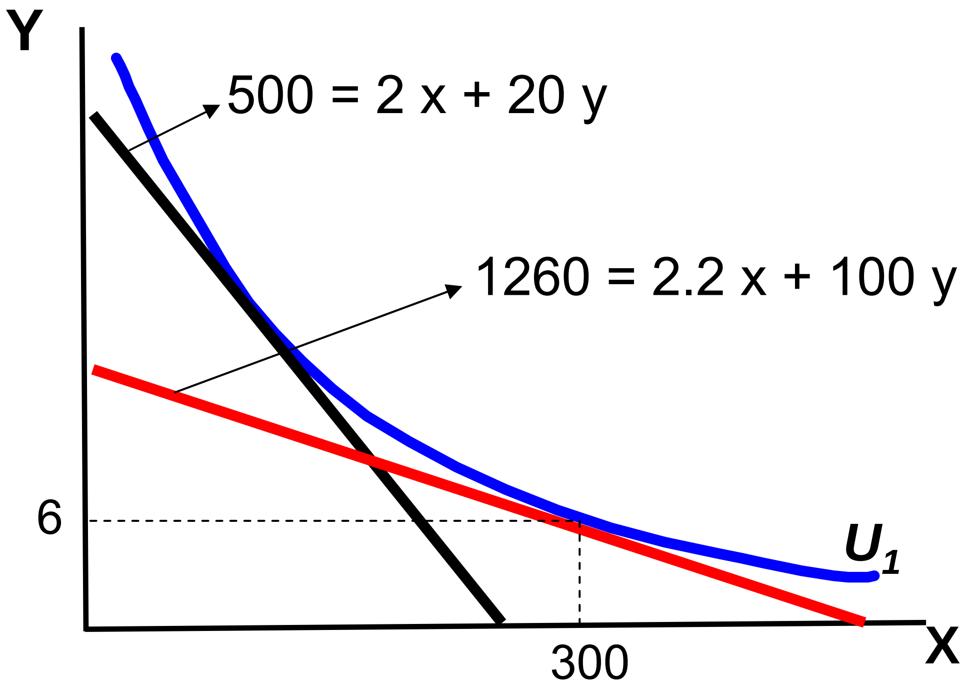


El índice ideal del coste de la vida

Equilibrio a los nuevos precios manteniendo la utilidad inicial:

$X^{00} = 300$

$Y^{00} = 6$



Gasto^{00} = (300 x 2.2) + (100 x 6) = 1260

$$\boxed{I^{IDEAL} = 100\,\frac{1260}{500} = 252}$$

Índice de Laspeyres (IPC)

El **índice de precios de Laspeyres** mide el coste de alcanzar a los precios actuales (corrientes) la cesta de bienes y servicios elegida en el año base en relación con el coste de alcanzarlo a los precios del año base.

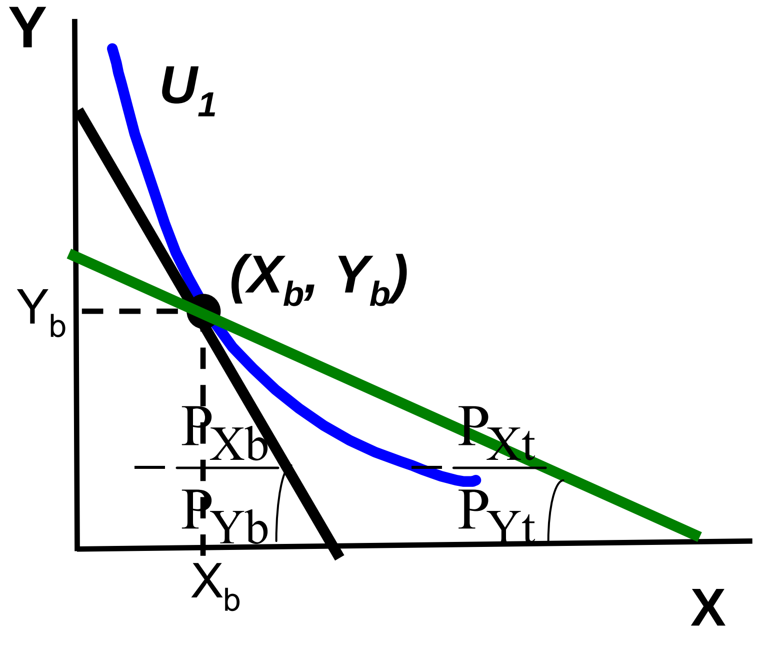
Suponiendo dos bienes X e Y, sean

P_{Xt} y P_{Yt} los precios del año actual

P_{Xb} y P_{Yb} los precios del año base

X_b e Y_b las cantidades del año base

$$\boxed{IL = 100\,\frac{P_{Xt}X_b + P_{Yt}Y_b}{P_{Xb}X_b + P_{Yb}Y_b}}$$



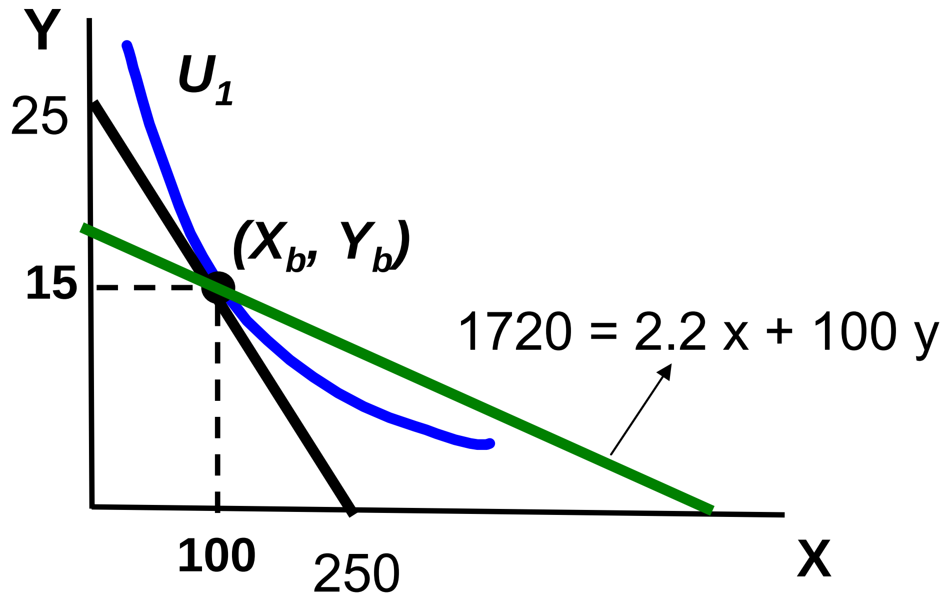
Índice de Laspeyres

Ejemplo:

Cesta año base: (X_b =100, Y_b =15)

P_{x90} = 2, P_{y90} = 20

P_{x00} = 2.2, P_{y00} = 100



$$IL = 100\,\frac{2.2\cdot 100 + 100\cdot 15}{2\cdot 100 + 20\cdot 15} = 100\,\frac{1720}{500} = 344$$

Índice de Laspeyres

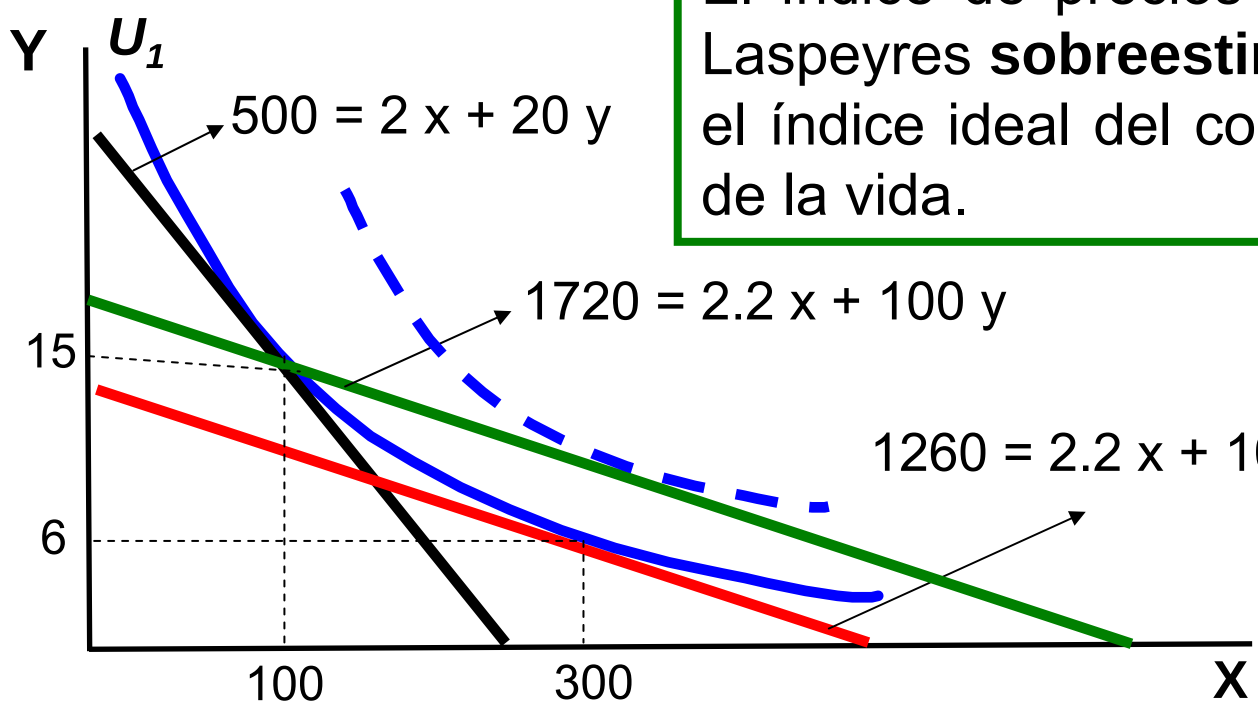
$$IL = 100\frac{1720}{500} = 344$$

$$I^{IDEAL} = 100\frac{1260}{500} = 252$$

$$IL > I^{IDEAL}$$

El índice de Laspeyres supone que los consumidores no alteran sus pautas de consumo al variar los precios.

El índice de precios de Laspeyres **sobreestima** el índice ideal del coste de la vida.



Índice de Paasche

El **índice de precios de Paasche** mide el coste de alcanzar a los precios actuales (corrientes) una cesta de bienes y servicios en relación con el coste de comprarla a los precios del año base.

Suponiendo dos bienes X e Y, sean

P_{Xt} y P_{Yt} los precios del año actual

P_{Xb} y P_{Yb} los precios del año base

X_t e Y_t las cantidades del año actual

$$\boxed{IP = 100\,\frac{P_{Xt}X_t + P_{Yt}Y_t}{P_{Xb}X_t + P_{Yb}Y_t}}$$

Índice de Paasche

El índice de Paasche es un **índice de ponderación fija**, esto es, donde las cantidades de bienes y servicios no varian (= IL), pero en el que las cantidades permanecen constantes en su valor del año actual ($\neq$ IL)

Ejemplo: Cesta año actual: ($X_t = 300$, $Y_t = 6$)

$$P_{x90} = 2,\ P_{y90} = 20\ ;\ P_{x00} = 2.2,\ P_{y00} = 100$$

$$IP = 100\,\frac{2.2\cdot 300 + 100\cdot 6}{2\cdot 300 + 20\cdot 6} = 100\,\frac{1260}{720} = 175 < IL$$

El índice de precios de Paasche subestima el coste ideal de la vida