Tema 7
Consumo e Inversión

Introducción

- Consumo e inversión son los dos componentes más relevantes del gasto agregado en una economía.
  - Entre ambos representan la mayor parte de la demanda agregada, aproximadamente un 70% del PIB en la mayoría de países.
  - El consumo es el principal determinante del bienestar de los hogares.
  - El ahorro y la inversión son los principales determinantes de la acumulación de capital físico y del crecimiento.
- En el semestre anterior ya analizamos estas variables desde una perspectiva de largo plazo.

- Ahora vamos a analizar estas variables desde la perspectiva del ciclo económico. Consumo e inversión también se ven afectadas por políticas económicas con fines estabilizadores.
- Algunos hechos estilizados del ciclo:
  - El consumo es menos volátil que el output en EE.UU. y un poco más volátil en España.
  - La inversión es unas cuatro veces más volátil que el consumo privado.

Cuadro 1

Desviación típica del componente cíclico
(1970:1 - 2010:4)

	España	EE.UU
Consumo	1.38	1.24
Inversión	4.33	4.61
PIB	1.26	1.52

Introducción

- La oferta de trabajo es otra variable que vamos a analizar en detalle, por las siguientes razones:
  - El consumo privado se determina conjuntamente con la oferta de trabajo.
  - Las rentas salariales son el principal determinante de la renta agregada de una economía y, por lo tanto, de las rentas de los hogares.
  - La oferta de trabajo es otro determinante fundamental de la utilidad y, por lo tanto, del bienestar de los hogares.
  - La oferta de trabajo determina la cantidad de empleo (y de desempleo) y, por lo tanto, de la producción total.

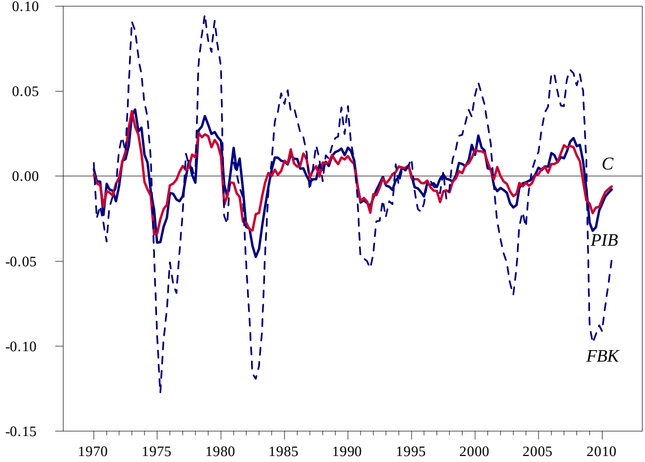
- Algunos hechos estilizados relacionados con el empleo:
    - El empleo es una variable procíclica. La productividad también lo es en la mayoría de países, con algunas excepciones como en España.
    - Los salarios reales son acíclicos o moderadamente procíclios (evidencia crucial).
    - La volatilidad del empleo es mayor que la de los salarios reales.

Cuadro 2

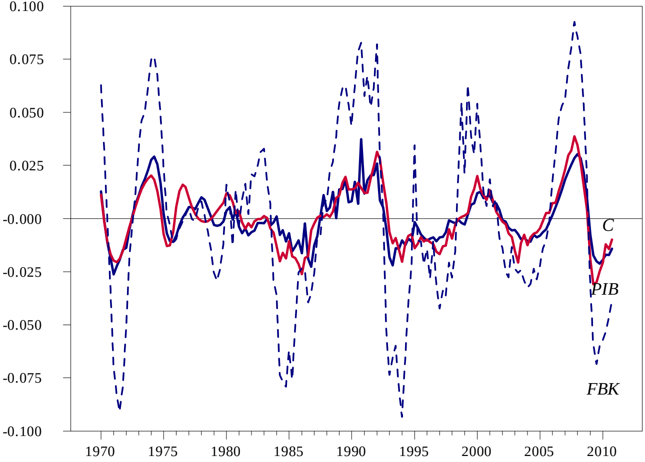
EE.UU., 1970-2010

	Desv. típ.	Corr. PIB
Empleo	1.30	0.82
Salario real	0.68	0.12
Productividad	0.09	0.54
PIB	1.52	-

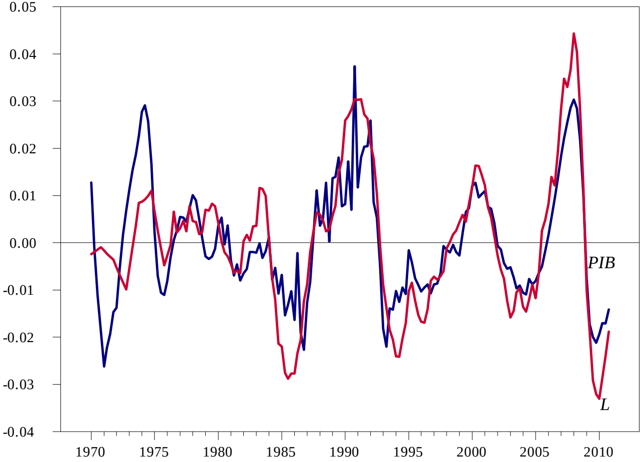
Introducción



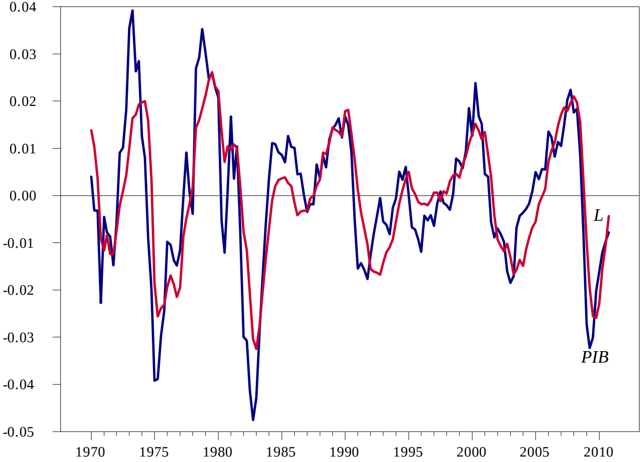
Componentes cíclicos del consumo, de la inversión y del PIB en Estados Unidos. Desviación en términos porcentuales respecto a la tendencia.



Componentes cíclicos del consumo, de la inversión y del PIB en España. Desviación en términos porcentuales respecto a la tendencia.



Correlación entre el componente cíclico del PIB y del empleo en España.



Correlación entre el componente cíclico del PIB y del empleo en EE.UU..

Consumo y oferta de trabajo

- Lucas y Rapping (1969) intentaron explicar la covarianza positiva entre el output y el empleo ante pequeñas fluctuaciones cíclicas de los salarios reales utilizando un modelo de ciclo en equilibrio.
- Los consumidores deciden su oferta de trabajo en cada periodo, y están dispuestos a sustituir ocio entre periodos dependiendo del los salarios reales relativos
- Modelo de sustitución intertemporal del trabajo: el nivel de empleo aumenta cuando el nivel de producción y los salarios reales se encuentran por encima de su nivel tendencial.
- Los modelos de ciclos reales utilizan este resultado para poder generar fluctuaciones cíclicas en el empleo
- Resulta conveniente plantear el problema de un consumidor representativo que tiene que decidir su consumo y su oferta de trabajo de dos periodos tomando como dados los salarios real.

Un modelo básico de sustitución intertemporal

- Un individuo que vive dos períodos ($t = 1, 2$) que elige su consumo C_t y su oferta de trabajo N_t para maximizar

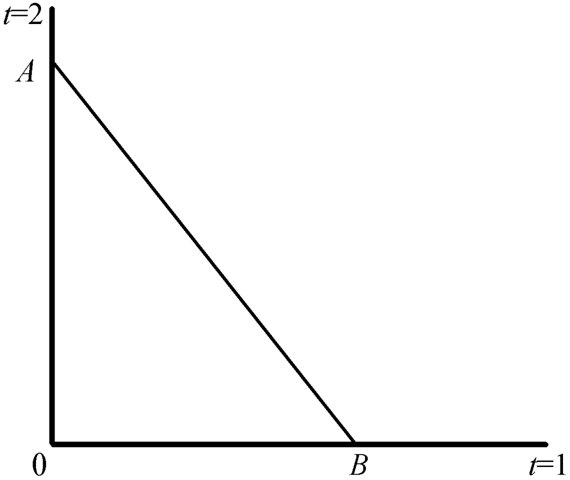
$$U = u(C_1, N_1) + \beta u(C_2, N_2)$$

  en la que β es la tasa de preferencia o descuento temporal
- No existe incertidumbre y nos encontramos ante una situación de previsión perfecta.
- Mercado de capitales perfectamente competitivo
- Restricción presupuestaria: recta en el espacio $\{C_1, C_2\}$ con pendiente es igual a $-R = -(1 + r)$

$$C_1 + R^{-1} C_2 = A_1 + W_1 N_1 + R^{-1}(W_2 N_2)$$

- A_1 es la riqueza financiera del individuo al comienzo del período 1.

Un modelo básico de sustitución intertemporal



Restricción presupuestaria intertemporal. El segmento OA es igual a $(A_1 + W_1N_1)R + W_2N_2$, mientras que el segmento OB es igual a $A_1 + W_1N_1 + R^{-1}W_2N_2$.

Un modelo básico de sustitución intertemporal

- Lagrangiano

$$\mathcal{L} = u(C_1, N_1) + \beta u(C_2, N_2) + \lambda \left[A_1 + W_1 N_1 + R^{-1}(W_2 N_2) - C_1 - R^{-1} C_2 \right]$$

- Condiciones de primer orden

$$\begin{array}{cc} \frac{\partial u}{\partial C_1} - \lambda = 0 & \frac{\partial u}{\partial N_1} + \lambda W_1 = 0 \\ \beta \frac{\partial u}{\partial C_2} - \lambda R^{-1} = 0 & \beta \frac{\partial u}{\partial N_2} + \lambda R^{-1} W_2 = 0. \end{array}$$

- Condiciones marginales *intratemporales*:

$$W_1 \frac{\partial u}{\partial C_1} = -\frac{\partial u}{\partial N_1}, \qquad W_2 \frac{\partial u}{\partial C_2} = -\frac{\partial u}{\partial N_2}.$$

- Condición marginal *intertemporal* de la oferta de trabajo:

$$\frac{1}{W_1} \frac{\partial u}{\partial N_1} = \beta \frac{R}{W_2} \frac{\partial u}{\partial N_2}.$$

- Condición marginal *intertemporal* en consumo:

$$\frac{\partial u}{\partial C_2} = (R\beta)^{-1} \frac{\partial u}{\partial C_1}.$$

Un modelo básico de sustitución intertemporal

- Ejemplo: la función de utilidad Cobb-Douglas

$$\begin{aligned} U(C_1, C_2, N_1, N_2) &= \alpha \ln C_1 + \beta\alpha \ln C_2 + \\ & (1-\alpha)\ln(N^m - N_1) + \beta(1-\alpha)\ln(N^m - N_2) \end{aligned}$$

  El número máximo de horas que este consumidor puede ofrecer en cada periodo es N^m.

- Si $A_1 = 0$, la restricción presupuestaria es

$$C_1 + R^{-1}C_2 = W_1N_1 + R^{-1}W_2N_2$$

- Lagrangiano

$$\begin{aligned} \mathcal{L} &= \alpha \ln C_1 + \beta\alpha \ln C_2 + (1-\alpha)\ln(N^m - N_1) + \beta(1-\alpha)\ln(N^m - N_2) \\ & -\lambda(C_1 + R^{-1}C_2 - W_1N_1 - R^{-1}W_2N_2), \end{aligned}$$

- Condiciones de primer orden:

$$\begin{array}{ll} \frac{\alpha}{C_1} = \lambda & (1-\alpha)\frac{1}{N^m - N_1} = \lambda W_1 \\ \frac{\beta\alpha}{C_2} = R^{-1}\lambda & \beta(1-\alpha)\frac{1}{N^m - N_2} = \lambda W_2 R^{-1} \end{array}$$

Un modelo básico de sustitución intertemporal

- Condición *intertemporal* en consumo:

$$C_2 = \beta R C_1$$

- Condición *intratemporal* entre consumo y ocio:

$$N^m - N_t = \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{W_t}C_t, \qquad t = 1,2$$

- Condición *intertemporal* en ocio:

$$\frac{N^m - N_2}{N^m - N_1} = \beta R \frac{W_1}{W_2}.$$

- Principal resultado de este modelo: la oferta relativa de trabajo depende de los salarios relativos pero no de su nivel:

$$\frac{N^m - N_2}{N^m - N_1} = \beta R \frac{\gamma W_1}{\gamma W_2}$$

- Las cuatro condiciones de primer orden y la restricción presupuestaria permite obtener la demanda de consumo y la oferta de trabajo en los dos periodos

$$C_1 = \frac{\alpha}{1+\beta} N^m \left[W_1 + R^{-1} W_2 \right]$$

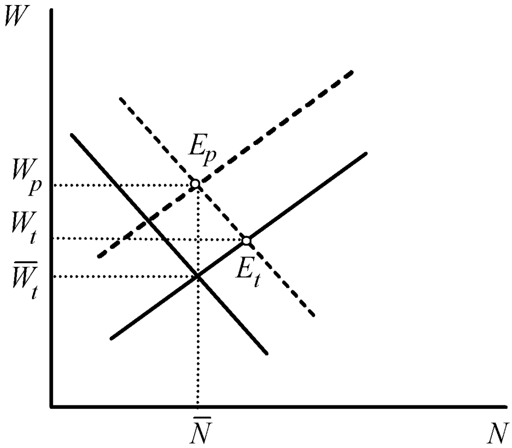
$$C_2 = \frac{\beta R \alpha}{1+\beta} N^m \left[W_1 + R^{-1} W_2 \right]$$

$$N_1 = N^m - \frac{(1-\alpha)}{1+\beta} N^m \left[1 + R^{-1} \frac{W_2}{W_1} \right]$$

$$N_2 = N^m - \frac{(1-\alpha)\beta R}{1+\beta} N^m \left[\frac{W_1}{W_2} + R^{-1} \right]$$

- Este resultado es consistente con una oferta de trabajo inelástica al salario real a largo plazo y con las oscilaciones cíclicas en el empleo , que requieren una oferta de trabajo elastica a corto plazo.

Un modelo básico de sustitución intertemporal



Un aumento transitorio de los salarios da lugar a un aumento de la oferta de trabajo (punto E_t), mientras que un aumento permanente deja inalterada la oferta de trabajo (punto E_p).

Un modelo básico de sustitución intertemporal

Implicaciones empíricas y limitaciones

- Proporciona una correlación positiva entre el empleo corriente y las perturbaciones que dan lugar a un aumento transitorio del salario corriente.
- Da lugar a una correlación negativa entre dichas perturbaciones y el comportamiento del empleo en el periodo siguiente, por lo que las fluctuaciones del empleo presentan una autocorrelación negativa.
- En presencia de costes de ajustes (Sargent, 1979) en el empleo por parte de las empresas, las perturbaciones transitorias dan lugar a fluctuaciones en el empleo que presentan una correlación positiva.
- El modelo necesita una elevada elasticidad de sustitución intertemporal pero la evidencia empírica indica lo contrario.
- Por último, otra de las limitaciones de este modelo es que explica fluctuaciones en el empleo provocadas por cambios en el número de horas. Hansen (1985) planteó que los individuos pudieran elegir primero entre trabajar o no. Con ello podemos explicar las fluctuaciones en la población activa pero no las oscilaciones del desempleo.

El modelo básico de consumo en dos períodos

Vamos a estudiar la determinación de los niveles de consumo tras introducir los siguientes supuestos:

1. Existe incertidumbre en la economía.
2. Existe un mercado financiero perfectamente competitivo, en el que el agente representativo puede prestar o tomar prestado cualquier cantidad a un único tipo de interés.
3. La función de utilidad es separable intratemporalmente, es decir:

$$u(C_t, N_t) = u(C_t) + v(N_t).$$

4. Hay separación de las decisiones de ocio y consumo: el individuo decide sobre $\{C_1, C_2\}$ tomando como dados los niveles de renta $Y_1 = W_1 N_1$ y $E_1 Y_2 = E_1(W_2 N_2)$.

5. La función de utilidad es una función cóncava, es decir, aumentos sucesivos en el consumo dan lugar a incrementos cada vez más pequeños de la utilidad.
6. La función $u(.)$ tiene la siguiente propiedad:

$$\frac{E_1 u'(C_2)}{u'(C_1)} = \Phi\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$$

donde Φ es una función homogénea de grado cero: si la renta disponible se duplica, el consumo en ambos periodos se duplica por lo que el ratio C_2/C_1 permanece constante.

- Problema de optimización:

$$\max_{C_1, C_2} u(C_1) + \beta E_1 u(C_2)$$

$$C_1 + R^{-1} E_1 C_2 = A_1 + Y_1 + R^{-1} E_1 Y_2 = \Omega_1^e$$

Ω_1^e es la riqueza de ciclo vital del consumidor.

El modelo básico de consumo en dos períodos

- Condiciones de primer orden:

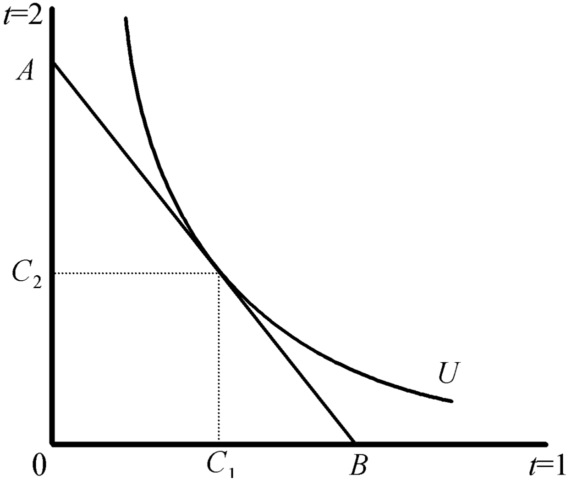
$$u'(C_1) = \lambda$$

$$E_1 u'(C_2) = (\beta R)^{-1} \lambda$$

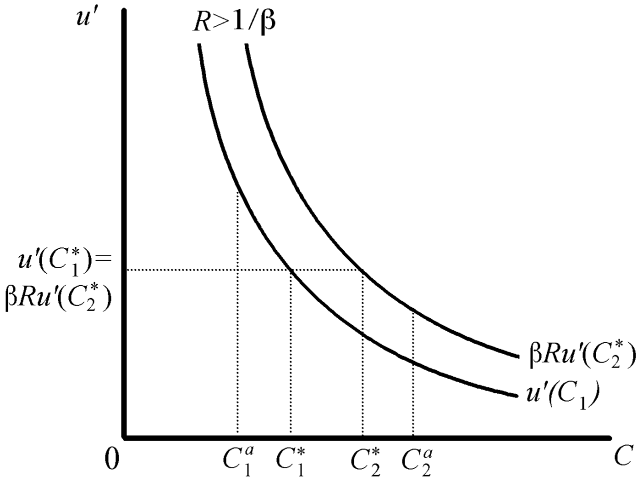
- Condición marginal intertemporal en consumo:

$$\beta R E_1 u'(C_2) = u'(C_1).$$

- En los gráficos siguientes se ha representado el óptimo del consumidor cuando $\beta R > 1$, es decir, cuando es más paciente que el conjunto de la economía, por lo que su tasa de descuento $(1/\beta)$ es menor que R.



Determinación de los niveles óptimos de consumo.



Representación de la condición marginal intertemporal cuando $\beta R > 1$.

El modelo básico de consumo en dos períodos

- El gráfico anterior permite extraer algunas conclusiones adicionales: cuando $\beta R = 1$ entonces el nivel de consumo se mantiene constante en el tiempo.
- La condición marginal intertemporal no constituye una función de consumo
- Para obtener la función de consumo, utilizamos la propiedad de homoteticidad de la función de utilidad en la condición marginal intertemporal

$$(\beta R)^{-1} = \frac{E_1 u'(C_2)}{u'(C_1)} = \Phi\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$$

y despejamos C_1 y C_2 en términos de la renta de ciclo vital

$$C_1 = g(R, \beta)\Omega_1^e$$

$$C_2 = h(R, \beta)\Omega_1^e.$$

- El gráfico anterior permite extraer algunas conclusiones adicionales: cuando $\beta R = 1$ entonces el nivel de consumo se mantiene constante en el tiempo.
- La condición marginal intertemporal no constituye una función de consumo
- Para obtener la función de consumo, utilizamos la propiedad de homoteticidad de la función de utilidad en la condición marginal intertemporal

$$(\beta R)^{-1} = \frac{E_1 u'(C_2)}{u'(C_1)} = \Phi\left(\frac{C_2}{C_1}\right)$$

y despejamos C_1 y C_2 en términos de la renta de ciclo vital

$$C_1 = g(R, \beta)\Omega_1^e$$

$$C_2 = h(R, \beta)\Omega_1^e.$$

- Principal diferencia entre la Teoría del Ciclo Vital-Renta Permanente y la función keynesiana de consumo:

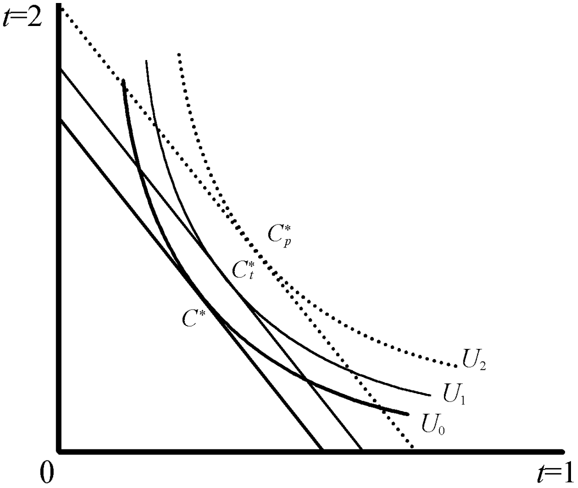
$$\frac{\partial C_1}{\partial Y_1} = g(R,\beta) + R^{-1} g(R,\beta) E_1 \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1}$$

Cuando los cambios en el nivel de renta sólo afectan al primer periodo, es decir, cuando son transitorios ($E_1 \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} = 0$) obtenemos

$$\left.\frac{\partial C_1}{\partial Y_1}\right|_t = g(R,\beta),$$

mientras que cuando los cambios en la renta son permanentes ($E_1 \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} = 1$) el consumo en el primer periodo aumenta en mayor medida:

$$\left.\frac{\partial C_1}{\partial Y_1}\right|_p = g(R,\beta)(1 + R^{-1}) > g(R,\beta).$$



Efectos de un cambio transitorio en la renta (la elección óptima pasa de C^* a C_t^*) y de un cambio permanente (de C^* a C_p^*) sobre el consumo.

Contraste econométrico de la teoría de ciclo vital.

- La estimación econométrica de funciones en las que el consumo corriente depende de la renta corriente y de los valores esperados de la renta futura

$$C_t = g(R, \beta) \sum_{i=0} R^{-i} E_t Y_{t+i}$$

plantea el problema de que la renta futura no es observable. La aproximación de Y_{t+i} mediante retardos de Y_t da lugar a una ecuación difícilmente distinguible de una función keynesiana ampliada con desfases:

$$C_t = f(Y_t, Y_{t-1}, ...).$$

- Supongamos que la función de utilidad es cuadrática:

$$u(C_t) = k_0 + k_1 C_t - \frac{1}{2} k_2 C_t^2, \qquad \frac{\partial u(C_t)}{\partial C_t} = k_1 - k_2 C_t.$$

- Los agentes forman sus expectativas racionalmente:

$$C_t - EC_t = \varepsilon_t$$

en donde ε_t es ruido blanco.

- Con estos dos supuestos

$$C_2 = k + (\beta R)^{-1} C_1 + \varepsilon_2$$

en donde k es una constante que depende de los parámetros de la función de utilidad y de las variables de descuento, que estamos suponiendo constantes.

- Principal implicación observacional de la Teoría de la Renta Permanente-Ciclo Vital con expectativas racionales: ninguna variable contenida en el conjunto de información disponible en $t = 1$ diferente a C_1 contribuye a predecir el valor de C_2.
- El término de error ε_2 es distinto de cero sólo cuando se producen acontecimientos inesperados, permitiendo que algunas variables distintas a C_1 tengan capacidad explicativa en la regresión de C_2 sobre C_1:

$$\varepsilon_2 = (E_2 - E_1) Y_2 = Y_2 - E_1 Y_2.$$

- Ninguna otra variable fechada en $t - 1$ o antes puede ayudar a predecir C_t

$$C_t = \gamma_0 + \gamma_1 C_{t-1} + \gamma_2 Z_{t-1} + \eta_t,$$

el parámetro γ_2 no puede ser significativamente distinto de cero.

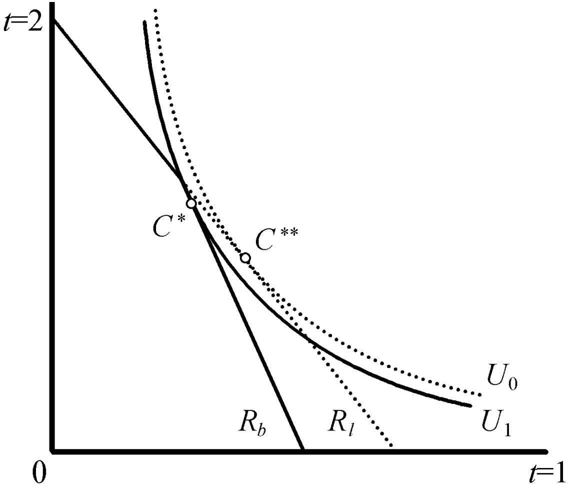
Modelos alternativos para el consumo

- Fracaso de su contrastación empírica con fuentes estadísticas de muy distinta naturaleza y con técnicas econométricas muy diversas.
- Explicaciones: la presencia de restricciones de liquidez y la repercusión de las alteraciones de la tasa de incertidumbre en el consumo.
- Vamos a examinar la importancia del mercado de crédito sobre las decisiones individuales de consumo.

La importancia del mercado de crédito

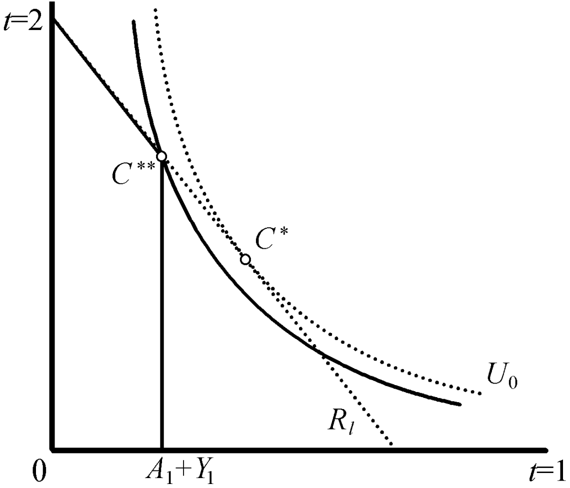
- La función de consumo keynesiana puede considerarse un caso particular del modelo de la Renta Permanente.
- El mercado de capitales puede presentar imperfecciones que dan lugar a que el tipo de interés de tomar prestado (R_b) es mayor que el de prestar (R_N).
- Ausencia de mercado de capitales
- Ausencia de mercado de capitales y renta perecedera: el consumo depende únicamente de la renta corriente
- La función keynesiana de consumo es una aproximación tanto más razonable de la Teoría del Ciclo Vital-Renta Permanente cuanto más imperfecto sea el mercado de capitales.

La importancia del mercado de crédito



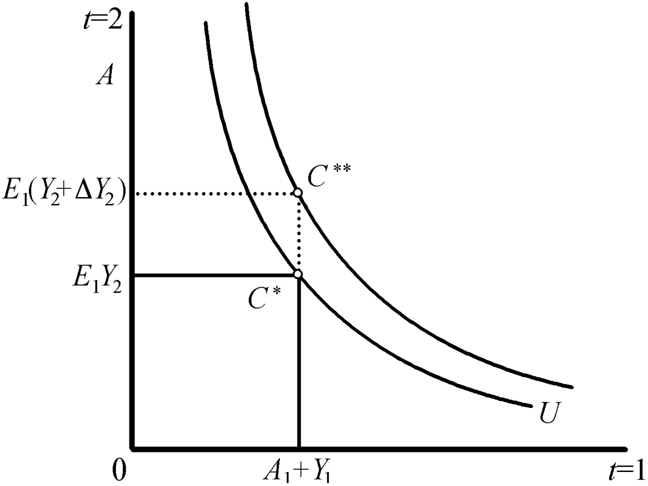
Cambios debidos a la existencia de un tipo de interés de tomar prestado (R_b) mayor que el de prestar (R_l).

La importancia del mercado de crédito



Implicaciones de la inexistencia del mercado de capitales.

La importancia del mercado de crédito



Efectos de un cambio transitorio de la renta (ΔY_2) en el caso en el que no existe mercado de capitales.

- El individuo ve denegada cualquier solicitud de crédito:

$$\max_{C_1,C_2} u(C_1) + \beta E_1 u(C_2)$$

$$C_1 + R^{-1}E_1C_2 = A_1 + Y_1 + R^{-1}E_1Y_2$$

$$C_1 \leq Y_1 + A_1.$$

- Lagrangiano

$$\mathcal{L} = u(C_1) + \beta E_1 u(C_2) + \lambda_1 \left[A_1 + Y_1 + R^{-1}Y_2 - C_1 - R^{-1}E_1C_2\right] + \lambda_2[Y_1 + A$$

- Condiciones de primer orden:

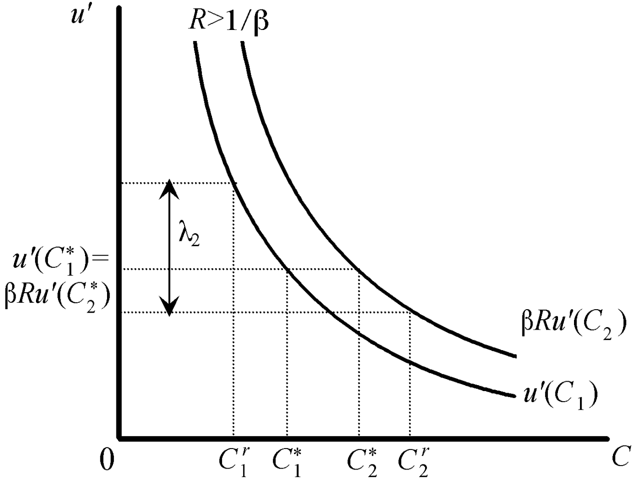
$$u'(C_1) = \lambda_1 + \lambda_2$$

$$\beta E_1 u'(C_2) = R^{-1}\lambda_1$$

- Nueva condición marginal intertemporal

$$u'(C_1) = \beta R E_1 u'(C_2) + \lambda_2.$$

- Si la restricción al crédito se fuera relajando, el multiplicador λ_2 se iría haciendo más pequeño. La existencia de restricciones de liquidez es capaz de generar funciones de consumo keynesianas.



Implicaciones de la existencia de restricciones de liquidez. El multiplicador λ_2 da idea de la importancia de la restricción de liquidez en la conducta óptima del consumidor.

La repercusión de la incertidumbre

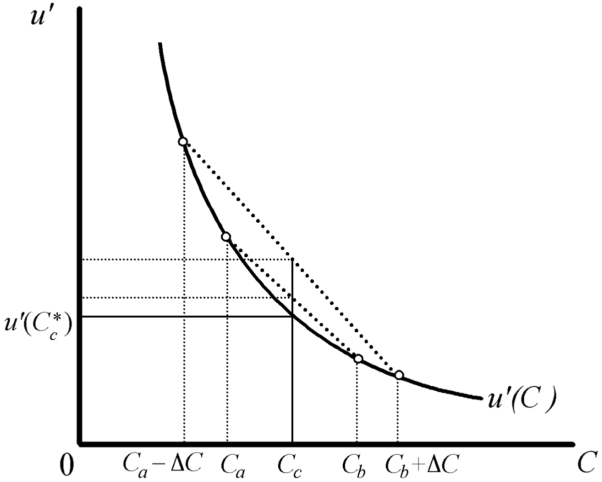
- Otra de las razones que se han aducido para explicar el rechazo empírico del modelo es la repercusión de la incertidumbre en las decisiones de consumo.
- Esta crítica se dirige contra la utilización de funciones de utilidad en las que $u'(C)$. Este tipo de funciones de utilidad verifican la propiedad de la *equivalencia cierta*
$$E_1 u'(C) = u'(E_1 C). \tag{1}$$
- Este tipo de funciones de utilidad no pueden incorporar el efecto de la incertidumbre.
- En el mundo real esperamos que un aumento de la incertidumbre afecte el consumo (ahorro preventivo).

- Supongamos que los valores mínimos y máximos esperados del consumo son C_a y C_b. Dada la convexidad de la utilidad marginal se verifica que:

$$E_1 u'(C_c) = \frac{1}{2}\left(u'(C_a) + u'(C_b)\right) > u'(C_c), \qquad (2)$$

es decir, no se cumple la *equivalencia cierta:* la esperanza de la utilidad marginal del consumo es superior a la utilidad marginal del nivel de consumo esperado.

La repercusión de la incertidumbre



Efectos de un aumento de la incertidumbre en la decisión de consumo. La utilidad marginal del consumo esperado es menor que la esperanza de la utilidad marginal:

$$u'(C_c) < \frac{1}{2}(u'(C_a) + u'(C_b)) < \frac{1}{2}(u'(C_a + \Delta C) + u'(C_b + \Delta C)).$$

La repercusión de la incertidumbre

- Supongamos que aumenta la incertidumbre de manera que

$$C_c = \frac{1}{2}\left(C_a + C_b\right) = \frac{1}{2}\left(\left(C_a - \Delta C\right) + \left(C_b + \Delta C\right)\right) \qquad (3)$$

  lo que incentiva a reducir el consumo presente para incrementar el consumo futuro (*ahorro preventivo)*.

- A nivel empírico, dado que la intensidad de las restricciones al crédito (más factible en el mundo real) y la varianza de las realizaciones del consumo futuro son inobservables, se comprenden las dificultades de la investigación empírica para distinguir entre las causas posibles del rechazo del modelo en base al contraste de la condición marginal intertemporal.

- Entre las teorías tradicionales que tratan de explicar el comportamiento agregado de la inversión podemos destacar las siguientes:
  1. *Teoría de la eficiencia marginal del capital*:
  $$I = I(r), \qquad I' < 0.$$
  2. *Teoría de la liquidez y el racionamiento de las empresas*
  $$I = I(CF), \qquad I' > 0,$$
  3. *Teoría del acelerador*
  $$I = I(\Delta Y), \qquad I' > 0.$$

- Nuevo enfoque: teoría de la q de Tobin

$$I = I(q-1), \qquad I' > 0, I(0) = 0,$$

  q es igual al cociente entre el aumento del valor de la empresa debido a la realización de un proyecto de inversión y el coste de dicho proyecto.
- Relaciona aspectos financieros de valoración de activos, como es el valor de las acciones de una empresa, con la demanda de bienes de capital.
- Puede obtenerse como resultado de un problema estándar de optimización.
- Resalta los aspectos de rentabilidad esperada, de expectativas empresariales y de decisiones intertemporales.
- Permite una contrastación empírica relativamente sencilla.
- Incluye a las demás teorías como casos particulares.

- Supuestos simplificadores:
  1. No existe incertidumbre, por lo que la hipótesis de expectativas racionales es equivalente a la previsión perfecta.
  2. No hay racionamiento en ningún mercado (de crédito, bienes y servicios o factores productivos), y en todos ellos la empresa se comporta como precio aceptante.

Valor presente y demanda de capital

- La inversión constituye un aplazamiento del consumo

$$\max u(C_1, C_2)$$

- La única diferencia es la restricción presupuestaria:

$$D_1 = P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1(K_2 - K_1) = P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1$$

$$D_2 = P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2 K_2$$

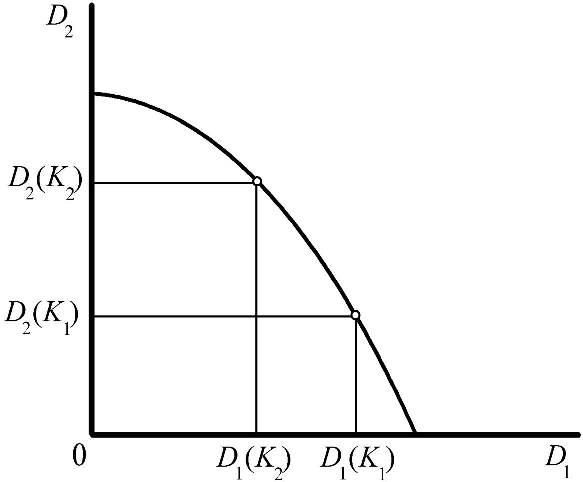
- Es fácil comprobar que

$$D_1 = D_1(K_2), \qquad D_1' < 0, D_1'' = 0$$

$$D_2 = D_2(K_2), \qquad D_2' > 0, D_2'' < 0$$

- Es posible obtener una curva de transformación entre las rentas empresariales en cada periodo:

$$D_2 = D(D_1), \qquad D' < 0, D'' > 0$$



Curva de transformación. Las decisiones de inversión de la empresa afectan a la distribución de beneficios entre periodos.

Valor presente y demanda de capital

1. Elección del nivel óptimo de capital en ausencia de mercados financieros:

$$\max_{C_1, C_2, K_2} u(C_1, C_2)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} C_1 &= D_1 \\ C_2 &= D_2 \\ D_2 &= D(D_1) \end{aligned}$$

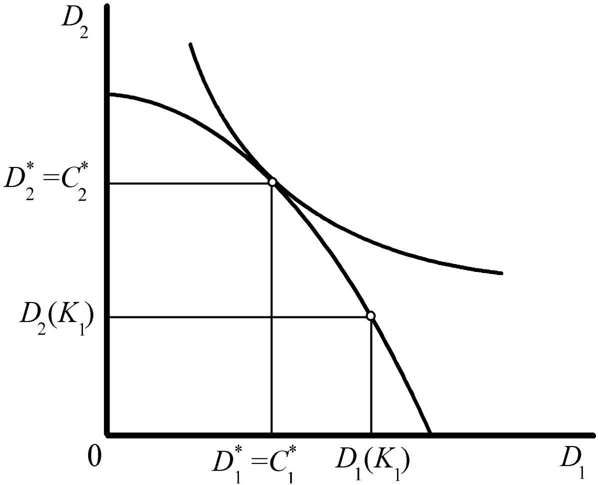
La decisión del volumen óptimo de capital, K_2^*, determina D_1^* y D_2^*, y, por lo tanto, los niveles de consumo óptimos C_1^* y C_2^*.

2. Elección del nivel óptimo de capital en presencia de mercados financieros:

$$\max_{C_1, C_2, K_2} u(C_1, C_2)$$

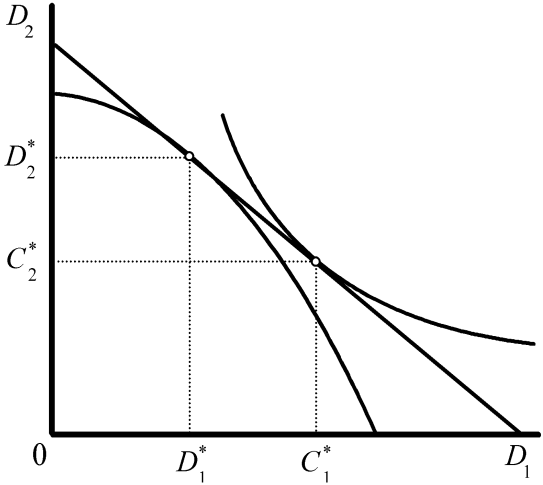
sujeto a

$$\begin{aligned} C_1 + \frac{C_2}{1+r} &= D_1 + \frac{D_2}{1+r} \\ D_2 &= D(D_1) \end{aligned}$$



Elección óptima del consumo y de la inversión en ausencia del mercado financiero.

Valor presente y demanda de capital



Elección óptima del consumo y de la inversión cuando existe un mercado financiero.

Valor presente y demanda de capital

- En general, supondremos que el empresario se enfrenta a un mercado financiero perfecto, que permite separar las decisiones de consumo y de producción.
- Objetivo: maximizar el valor presente de las rentas obtenidas a lo largo de su ciclo vital

$$\max_{K_2} D_1 + \frac{D_2}{1+r}$$

sujeto a

$$D_2 = D(D_1)$$

- Añadimos los siguientes supuestos:
  1. La función de producción es de proporciones variables y de buen comportamiento con $F_{KL} > 0$.
  2. La inversión es financiados por la empresa utilizando sus beneficios no distribuidos.
- Problema de optimización:

$$\begin{aligned} \max_{L_1 L_2 K_2 I_1} PV &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 + \\ & \frac{1}{1+r} \left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2 (1-\delta) K_2\right) \end{aligned}$$

sujeto a

$$I_1 = (K_2 - K_1) + \delta K_1$$

La demanda de capital frente a la de inversión

- Lagrangiano:

$$
\begin{aligned}
\mathcal{L}(L_1, L_2, K_2, I_1) &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 \\
&\quad + \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2 (1-\delta) K_2\right) \\
&\quad - \mu\left((K_2 - K_1) + \delta K_1 - I_1\right)
\end{aligned}
$$

- Condiciones de primer orden:

$$P_1 F_{L_1} - W_1 = 0$$

$$P_2 F_{L_2} - W_2 = 0$$

$$\frac{1}{1+r}\left(P_2 F_{K_2} + V_2(1-\delta)\right) - \mu = 0$$

$$-V_1 + \mu = 0$$

- El multiplicador μ es el precio sombra del capital:

$$\mu = \frac{\partial PV}{\partial K_2}$$

La demanda de capital frente a la de inversión

- Condiciones de primer orden:

$$F_{L_1}(K_1, L_1) = \frac{W_1}{P_1}$$

$$F_{L_2}(K_2, L_2) = \frac{W_2}{P_2}$$

$$\begin{aligned} F_{K_2}(K_2, L_2) &= \frac{1}{P_2}(-(V_2 - V_1) + rV_1 + V_2\delta) \\ &= \frac{V_1}{P_2}\left(r + \frac{V_2}{V_1}\delta - \frac{(V_2 - V_1)}{V_1}\right) \equiv \rho \end{aligned}$$

ρ es el coste real de uso del capital.

La demanda de capital frente a la de inversión

- El sistema de ecuaciones contiene tres incógnitas, L_1, L_2 y K_2

$$L_t^d = L_t^d\left(\frac{W_t}{P_t}, \rho\right), \qquad t = 1, 2$$

$$K_2^d = K_2^d\left(\frac{W_t}{P_t}, \rho\right)$$

- Sin embargo, no ha sido posible deducir una función de inversión. Si la empresa se encuentra siempre en su stock de capital deseado no puede existir una función de demanda de inversión, que necesariamente implica que la empresa no alcanza su nivel deseado de capital de forma instantánea.
- Este modelo define, pues, una demanda de capital, pero no una demanda de inversión.
- La clave de este resultado se encuentra en la condición de primer orden:

$$V_1 = \mu$$

  Cuando el precio sombra de un bien es igual a su precio de mercado, se está consumiendo la cantidad deseada de dicho bien.

La demanda de capital frente a la de inversión

- El capital es un factor tan *variable* como el trabajo. El hecho de que el capital sea un factor *duradero* significa que una vez adquirido produce servicios a sus propietarios durante varios períodos.
- Para que un factor sea considerado fijo es necesario que exista un coste adicional al precio de mercado asociado a un cambio en su nivel.

Costes de ajuste e inversión

- Para entender el proceso de inversión es necesario que la empresa se enfrente a un proceso de ajuste entre el stock de capital que posee y el que desea:

$$C^a = \gamma_1 (K_2 - (1-\delta)K_1)^2$$

$$C^b = \gamma_2 (K_2^* - K_2)^2$$

- Una vez que la empresa ha decidido su capital óptimo, la elección de la senda óptima de inversión se llevará a cabo para minimizar el coste total:

$$\min C^a + \frac{C^b}{1+r} = \gamma_1 (K_2 - K_1)^2 + \frac{1}{1+r}\gamma_2 (K_2^* - K_2)^2$$

o bien

$$\min \gamma_1 I_1^2 + \frac{1}{1+r}\gamma_2 (K_2^* - (1-\delta)K_1 - I_1)^2$$

- La c.p.o. da lugar a la siguiente función de inversión:

$$I_1 = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1(1+r)}(K_2^* - (1-\delta)K_1)$$

- Características
  1. La inversión actual es una proporción del ajuste deseado en el stock de capital.
  2. La proporción ajustada crece con γ_2:
  $$\lim_{\gamma_2 \to \infty} I = K_2^* - (1-\delta)K_1, \qquad \lim_{\gamma_2 \to 0} I = 0.$$
  3. La proporción ajustada disminuye con γ_1:
  $$\lim_{\gamma_1 \to 0} I = K_2^* - (1-\delta)K_1, \qquad \lim_{\gamma_1 \to \infty} I = 0.$$
- La empresa racional considerará simultáneamente la decisión de cuanto capital desea y a que ritmo quiere incorporarlo.

- Costes de ajuste *cuadráticos*:

$$C(I, K_2) = \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2}$$

- El problema de optimización empresarial:

$$\max_{L_1 L_2 K_2 I_1} PV = P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 - \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2} + \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2 (1-\delta) K_2\right)$$

sujeto a

$$I_1 = (K_2 - K_1) + \delta K_1$$

La teoría de la q de Tobin

- Lagrangiano:

$$\begin{aligned} L(L_1, L_2, K_2, I_1) &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 - \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2} + \\ &+ \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2(1-\delta)K_2\right) \\ &-\mu\left((K_2 - K_1) + \delta K_1 - I_1\right) \end{aligned}$$

- Condiciones de primer orden:

$$P_1 F_{L_1} - W_1 = 0$$

$$P_2 F_{L_2} - W_2 = 0$$

$$\frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2^2} + \frac{1}{1+r}\left(P_2 F_{K_2} + V_2(1-\delta)\right) - \mu = 0$$

$$\mu = V_1 + \beta\frac{I_1}{K_2}$$

La teoría de la q de Tobin

- A partir de estas condiciones de primer orden, utilizando las restricción presupuestaria podemos obtener las expresiones siguientes:

$$F_{L_t}(K_t, L_t) = \frac{W_t}{P_t}, \qquad t = 1,2$$

$$F_{K_2}(K_2, L_2) = \frac{\mu}{P_2}\left(r + \frac{V_2}{\mu}\delta - \frac{V_2 - \mu}{\mu}\right) - (1+r)\frac{\beta}{2P_2}\left(\frac{I_1}{K_2}\right)^2$$

$$I_1 = \frac{K_2 V_1}{\beta}\left(\frac{\mu}{V_1} - 1\right)$$

- Definición de μ

$$\mu = \frac{\partial PV}{\partial K_2}$$

es decir, μ es el incremento marginal del valor presente de la empresa en respuesta a las alteraciones del stock de capital.

- El precio del capital es:

$$V_1 = \frac{\partial (V_1 K_2)}{\partial K_2}$$

La teoría de la q de Tobin

- El empresario invertirá cuando μ, la valoración marginal que el empresario otorga a una unidad de capital, sea superior a V_1.
- El ratio entre ambas variables se conoce como la q de Tobin:

$$q = \frac{\mu}{V_1}$$

- Función de inversión que se deduce de la teoría de la q de Tobin:

$$\frac{I_1}{K_2} = \frac{V_1}{\beta}\left(\frac{\mu}{V_1} - 1\right) = I(q-1)$$

Características:

1. La decisión de inversión es básicamente *forward-looking*:

$$\mu_t = \frac{\partial}{\partial K_t} \sum_{j=1}^{T} \frac{1}{(1+r)^{j-1}} \left(P_j F(K_j, L_j) - W_j L_j - V_j I_j - \frac{\beta}{2} \frac{I_j^2}{K_{j+1}} \right)$$

2. Esta teoría engloba o incorpora todas las restantes:
   1. Es evidente que:
   $$\frac{\partial \mu}{\partial r} < 0$$
   2. Los incrementos esperados en la demanda se reflejan igualmente en los incrementos en el precios sombra del capital .
   3. En ausencia de racionamiento de crédito, los beneficios pasados no influyen en la inversión.

3. El coste real de uso del capital viene dado, en presencia de costes de ajuste, por
$$\frac{1}{P_2}\left(V_1(1+r)-V_2(1-\delta)\right)-(1+r)\frac{\beta}{2P_2}\left(\frac{I_1}{K_2}\right)^2=\rho$$
Si $\mu > V_1$:
$$F_{K_2}=\frac{1}{P_2}\left(\mu(1+r)-V_2(1-\delta)\right)-(1+r)\frac{\beta}{2P_2}\left(\frac{I_1}{K_2}\right)^2>\rho$$
por lo que la empresa deseará aumentar su dotación de capital.
4. La inversión depende negativamente del coste de ajuste
$$\frac{\partial I}{\partial \beta}<0 \quad \text{y} \quad \lim_{\beta\to\infty} I=0$$
5. La función de demanda de inversión sólo aparecerá cuando la función de costes de ajuste sea de orden cuando menos cuadrático.

- Contrastación empírica: la medición de μ es el mayor problema.
- Hayashi (1982) supone rendimientos constantes a escala de la función de producción:

$$\mu = \frac{\partial PV}{\partial K} = \frac{PV}{K}$$

lo que implica la igualdad entre q media (q_m) y q marginal (q):

$$q = \frac{\mu}{V} = \frac{\partial PV}{\partial K}\frac{1}{V} = \frac{PV}{VK} = q_m$$

- El propio Tobin propuso utilizar la cotización de las acciones de las empresas para aproximar el valor de PV. Dado el precio del capital, las fluctuaciones en la bolsa deben estar estrechamente relacionadas con la inversión, y por tanto con las fluctuaciones en el output y el empleo.