Notas de Macroeconomía Avanzada

Segundo Semestre

Javier Andrés y Rafael Doménech

Curso 2012-2013
Departamento de Análisis Económico
Universidad de Valencia

http://www.uv.es/rdomenec/ma/ma.htm

Contenido

Capítulo 7
Oferta de trabajo, consumo e inversión

(*Conjuntamente escrito con Antonio Cutanda*)

1. Introducción

Por distintas razones, consumo e inversión son los dos componentes más relevantes del gasto agregado en una economía. En las economías occidentales, el consumo es la partida más importante del PIB (representa alrededor de las dos terceras partes), mientras que la inversión presenta con diferencia la mayor volatilidad entre los componentes de la demanda agregada, lo que le atribuye un papel muy destacado en las fluctuaciones cíclicas. Asimismo, no podemos olvidar la importancia crucial que ambas variables tienen en el largo plazo. Por lo que respecta al consumo, la tasa de ahorro es una de las variables importantes en la determinación de los niveles de equilibrio de estado estacionario, como pone de manifiesto el modelo de Solow, por lo que cualquier conclusión que el análisis económico pueda proporcionar sobre el comportamiento del consumo agregado, tiene un corolario inmediato en el análisis de la determinación de la tasa de ahorro en la economía y, por tanto, un efecto sobre las posibilidades de crecimiento económico. Por otra parte, en relación a la inversión, no se debe olvidar su papel en la determinación de la capacidad productiva de la economía y de la producción potencial. Debemos recordar que, en una situación de equilibrio macroeconómico, ahorro e inversión deben ser iguales. De hecho, la importancia de la tasa de ahorro en el modelo de Solow proviene precisamente de la identidad entre ambas; si el ahorro es una variable clave en el crecimiento económico es, precisamente, por ser la fuente de financiación de la inversión. Así, ahorro (o consumo) e inversión son dos "caras de una misma moneda", ambas igualmente relevantes en la explicación del comportamiento a largo plazo de una economía.

A lo largo de este tema vamos a estudiar la determinación de la demanda de consumo y de inversión desde una óptica de optimización dinámica por agentes representativos. En este sentido, debe señalarse que ésta ha sido una de las áreas que, tanto en el terreno analítico como en el empírico, más ha contribuido en los últimos años a la fundamentación microeconómica de la Macroeconomía. Sin embargo, no debe olvidarse que la demanda de consumo se determina simultáneamente con la oferta de trabajo, ya que los agentes toman decisiones de consumo y ocio. Analizar conjuntamente esta decisión nos permite obtener una función de consumo y una oferta de trabajo estándar que se utiliza en muchos modelos de ciclo económico como, por ejemplo, los modelos de ciclos reales. Como veremos, una de las características principales de esta función de oferta de trabajo es que pone de manifiesto el deseo por parte de los agentes económicos de sustituir su ocio entre distintos periodos, en función de los salarios reales relativos de cada uno de ellos, lo que ofrece una explicación de por qué el empleo aumenta en las expansiones y disminuye en las recesiones, en economías en las que el mercado de trabajo se encuentra en equilibrio.

Como paso previo, parece conveniente analizar algunas piezas de la evidencia empírica que cualquier modelo sobre consumo, oferta de trabajo e inversión deberían explicar. En los Gráficos 7.1 y 7.2 se ha representado la evolución de unas estimaciones del componente cíclico del consumo, de la inversión y del PIB en España y en los Estados Unidos.[1] La primera nota destacable es la ya mencionada mayor volatilidad relativa de la inversión, en comparación con el consumo y el PIB. Por otra parte, durante amplios períodos de tiempo, la desviación del consumo con respecto a su tendencia muestra una evolución temporal muy suave. El Cuadro 1 presenta las desviaciones típicas de los componentes cíclicos de las tres series consideradas, cuyo análisis permite reforzar la principal evidencia que muestran los Gráficos 7.1 y 7.2. Sin embargo, hemos de señalar algunas diferencias significativas entre estos dos países. En primer lugar, la inversión presenta una inestabilidad comparable en ambas economías, si bien parece ligeramente más acusada en el caso de España. Más relevante es el hecho de que el consumo español se muestre mucho más volátil que el norteamericano: obsérvese que presenta una desviación típica incluso más alta que la del PIB, cuando en el caso norteamericano es más reducida.

Por otro lado, a largo plazo, como el trabajo es un factor productivo existe una estrecha relación entre los aumentos de la población activa y del nivel de producción de la economía, una vez que se tienen en cuenta las variaciones de los restantes factores productivos y la presencia del progreso técnico. Sin embargo, a más corto plazo, una de las características comunes entre las economías de los países industrializados es la presencia de comovimientos de carácter cíclico entre el nivel de producción y el empleo. En los Gráficos 7.3 y 7.4 se puede apreciar que efectivamente en el caso de la economía española y en EE.UU., una vez eliminadas las tendencias de largo plazo del output y del empleo, los mo-

[1] Dicha estimación del componente cíclico se ha obtenido mediante el filtro de Hodrick-Prescott y se expresa en términos porcentuales respecto a la tendencia. Un análisis más detallado sobre las propiedades de este procedemiento y de su aplicación a macromagnitudes de la economía norteamericana se encuentra en Hodrick y Prescott (1997).

vimientos cíclicos de ambas variables presentan una elevada correlación positiva (igual a 0.81 y 0.82 respectivamente). Este comovimiento entre empleo y output también se verifica cuando en lugar del empleo se utiliza el número de horas trabajadas o las fluctuaciones de la población activa.

Cuadro 1
Desviación típica del componente cíclico
(1970:1 - 2010:4)

	España	EE.UU
Consumo	1.38	1.24
Inversión	4.33	4.61
PIB	1.26	1.52

2. Consumo y oferta de trabajo

Como se acaba de ver, el empleo presenta fluctuaciones cíclicas que son tan importantes como las que observamos en la producción. Sin embargo, estos amplios movimientos del empleo contrastan con las pequeñas oscilaciones que suelen presentar los salarios reales. Lucas y Rapping (1969) intentaron explicar la covarianza positiva entre el output y el empleo ante pequeñas fluctuaciones cíclicas de los salarios reales utilizando un modelo de ciclo en equilibrio, en el que los consumidores deciden su oferta de trabajo en cada periodo, y están dispuestos a sustituir ocio entre periodos dependiendo del los salarios reales relativos. Así, cuando en un periodo el salario real es menor que en otro, el coste de oportunidad del ocio también será menor, por lo que los trabajadores preferirán ofrecer una menor cantidad de trabajo, a cambio de un menor nivel de ocio en el periodo en el que el salario real es más elevado. Esta es la principal característica de este modelo de sustitución intertemporal del trabajo, que permite explicar que el nivel de empleo aumente cuando el nivel de producción y los salarios reales se encuentran por encima de su nivel tendencial, como consecuencia, por ejemplo, de un shock positivo de oferta de carácter transitorio.

Los modelos de ciclos reales utilizan este resultado para poder generar fluctuaciones cíclicas en el empleo, introduciendo en el modelo de crecimiento neoclásico una función de oferta de trabajo que depende de las perturbaciones transitorias que afectan a la economía, pero no de las que presentan efectos permanentes. En otras palabras, el modelo de sustitución intertemporal del trabajo ofrece una explicación de por qué en las economías en las que el mercado de trabajo se encuentra en equilibrio, trabajan más personas en las expansiones que en las recesiones económicas. En este tema vamos a abordar pre-

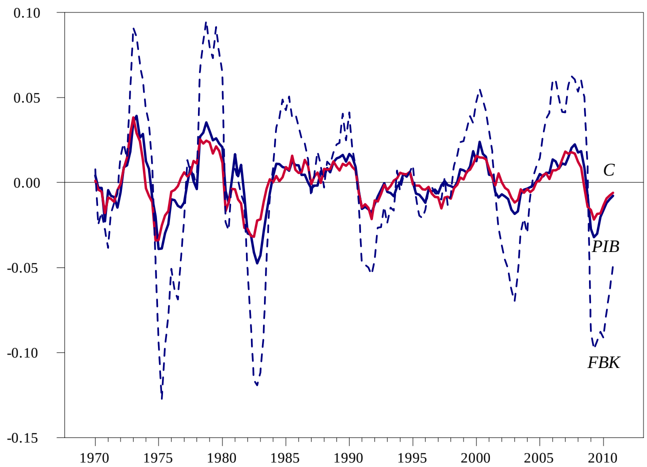

Gráfico 7.1: *Componentes cíclicos del consumo, de la inversión y del PIB en Estados Unidos. Desviación en términos porcentuales respecto a la tendencia.*

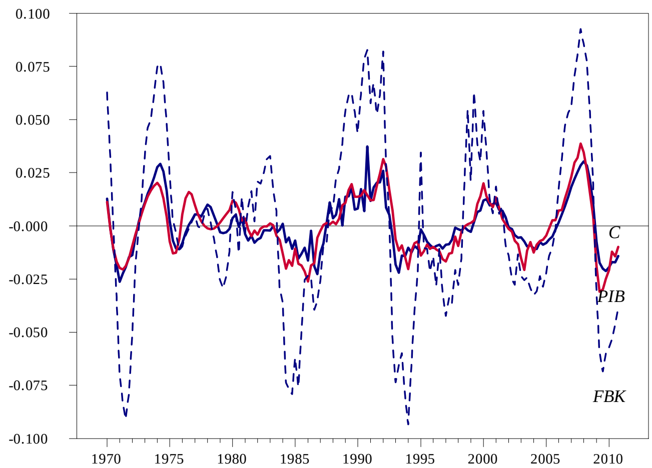

Gráfico 7.2: *Componentes cíclicos del consumo, de la inversión y del PIB en España. Desviación en términos porcentuales respecto a la tendencia.*

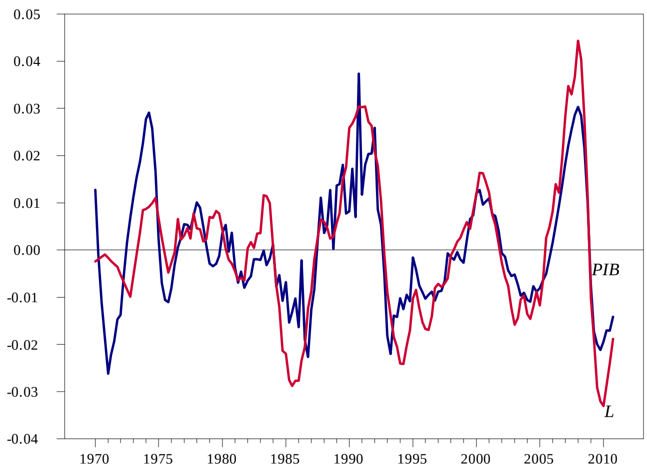

Gráfico 7.3: *Correlación entre el componente cíclico del PIB y del empleo en España.*

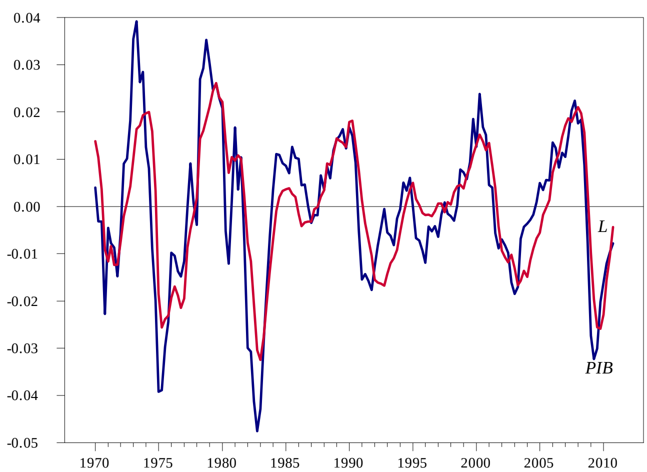

Gráfico 7.4: *Correlación entre el componente cíclico del PIB y del empleo en EE.UU..*

cisamente los principios microeconómicos en los que se basa dicha función de oferta de trabajo. En lugar de plantear esta cuestión como un problema de equilibrio general en el que se analiza el comportamiento de todos los mercados, utilizaremos un enfoque parcial con la finalidad de simplificar al máximo el modelo, sin que ello afecte a sus principales implicaciones económicas. Con tal finalidad, resulta conveniente plantear el problema de un consumidor representativo que tiene que decidir su consumo y su oferta de trabajo de dos periodos tomando como dados los salarios reales.[2]

2.1 Un modelo básico de sustitución intertemporal

Vamos a considerar un individuo que vive dos períodos ($t = 1, 2$) que elige su consumo C_t y su oferta de trabajo N_t para maximizar una función de utilidad intertemporal:

$$U = u(C_1, N_1) + \beta u(C_2, N_2) \tag{7.1}$$

en la que β es la tasa de preferencia o descuento temporal y refleja la tasa a la que el individuo compara las unidades de utilidad obtenidas en períodos diferentes. Nótese que se suponen conocidas las variables referidas al segundo periodo, es decir, no existe incertidumbre y nos encontramos ante una situación de previsión perfecta.

Supondremos que el individuo se enfrenta a un mercado de capitales perfectamente competitivo, es decir, sin racionamiento de crédito, tomando el tipo de interés como dado. Este da lugar a una restricción presupuestaria que puede representarse como una recta en el espacio $\{C_1, C_2\}$, tal y como aparece en el Gráfico 7.5, cuya pendiente es igual a $-R$, en donde R es el tipo de interés real bruto, $(1 + r)$. La restricción presupuestaria a la que se enfrenta el individuo es:

$$C_1 + R^{-1}C_2 = A_1 + W_1N_1 + R^{-1}(W_2N_2) \tag{7.2}$$

dónde A_1 es la riqueza financiera del individuo al comienzo del período 1.[3] La interpretación de la ecuación (2) es sencilla: la parte izquierda es igual al valor presente del consumo de ciclo vital de individuo, mientras que la parte derecha es igual a la suma de su riqueza financiera inicial y del valor presente de sus rentas del trabajo.

[2] El modelo de optimización intertemporal en dos periodos para un consumidor representactivo fue ya propuesto por I. Fisher (1930). Lucas y Rapping (1969) utilizaron este enfoque para obtener una oferta de trabajo agregada inelástica al salario real a largo plazo pero elástica cuando los cambios en el salario real son transitorios.

[3] Como puede observarse, para simplificar se está suponiendo que el nivel de precios en ambos periodos es igual a 1.

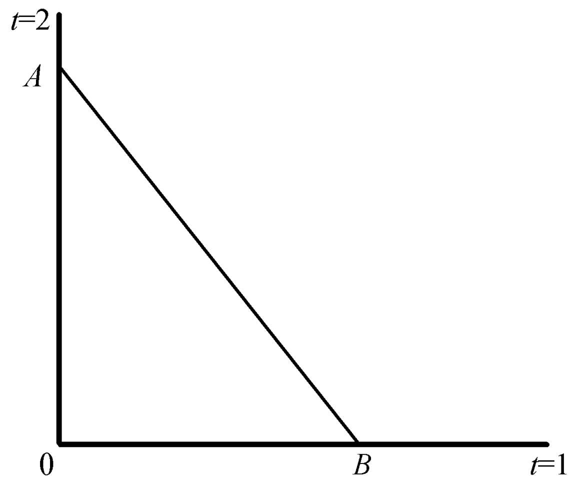

Gráfico 7.5: *Restricción presupuestaria intertemporal. El segmento OA es igual a $(A_1 + W_1N_1)R + W_2N_2$, mientras que el segmento OB es igual a $A_1 + W_1N_1 + R^{-1}W_2N_2$.*

Así pues, el problema al que se enfrenta este consumidor representativo es el de la maximización de su utilidad intertemporal, para lo cual debe decidir los niveles óptimos de consumo y de oferta de trabajo en los dos periodos, sujeto a su restricción presupuestaria:

$$\max_{C_1,C_2,N_1,N_2} u(C_1, N_1) + \beta u(C_2, N_2) \tag{7.3}$$

sujeto a:

$$C_1 + R^{-1}C_2 = A_1 + W_1N_1 + R^{-1}(W_2N_2). \tag{7.4}$$

Para determinar los niveles óptimos de consumo y oferta de trabajo es conveniente plantear el lagrangiano asociado a este problema de optimización, que viene dado por la siguiente expresión:

$$\mathcal{L} = u(C_1, N_1) + \beta u(C_2, N_2) + \lambda \left[A_1 + W_1N_1 + R^{-1}(W_2N_2) - C_1 - R^{-1}C_2\right] \tag{7.5}$$

donde λ es el multiplicador de Lagrange asociado a la restricción presupuestaria, y cuyas condiciones de primer orden son las siguientes:

$$\frac{\partial u}{\partial C_1} - \lambda = 0 \tag{7.6}$$

$$\beta\frac{\partial u}{\partial C_2} - \lambda R^{-1} = 0 \tag{7.7}$$

$$\frac{\partial u}{\partial N_1} + \lambda W_1 = 0 \tag{7.8}$$

$$\beta\frac{\partial u}{\partial N_2} + \lambda R^{-1} W_2 = 0. \tag{7.9}$$

Para analizar las implicaciones del modelo es necesario obtener las condiciones marginales intra e intertemporales implícitas en las anteriores expresiones (2.43) a (9):

- Despejando λ en (2.43) y (7) y sustituyendo en (8) y (9) respectivamente se obtienen las condiciones marginales *intratemporales* entre consumo y oferta de trabajo:

$$W_1\frac{\partial u}{\partial C_1} = -\frac{\partial u}{\partial N_1}, \qquad W_2\frac{\partial u}{\partial C_2} = -\frac{\partial u}{\partial N_2}. \tag{7.10}$$

  La interpretación de estas dos condiciones marginales intratemporales es que en el óptimo el agente es indiferente entre trabajar un poco más o menos. Si, por ejemplo, el agente decide trabajar un poco más, experimenta una pérdida de bienestar igual a $-\frac{\partial u}{\partial N_1}$ por la disminución del ocio, que se ve compensada por la mejora en el bienestar igual a $W_1\frac{\partial u}{\partial C_1}$ debida al aumento del consumo propiciado por la mayor renta salarial que recibe en esta situación.
- Despejando λ en (8) y sustituyendo en (9) se obtiene la condición marginal *intertemporal* de la oferta de trabajo:

$$\frac{1}{W_1}\frac{\partial u}{\partial N_1} = \beta\frac{R}{W_2}\frac{\partial u}{\partial N_2}. \tag{7.11}$$

  En el óptimo, el individuo no mejora su utilidad reasignando su ocio intertemporalmente. Un incremento en la oferta de trabajo hoy reduce su utilidad por unidad de poder de compra en $\frac{1}{W_1}\frac{\partial u}{\partial N_1}$. Esta unidad se transforma mañana en $\frac{R}{W_2}$ unidades de poder de compra que le permiten aumentar su utilidad en $\frac{R}{W_2}\frac{\partial u}{\partial N_2}$. Obsérvese que el individuo descuenta los aumentos futuros de utilidad a la tasa β y W_2 a la tasa R.
- Despejando λ en (2.43) y sustituyendo en (7) se obtiene la condición marginal *intertemporal* en consumo:

$$\frac{\partial u}{\partial C_2} = (R\beta)^{-1}\frac{\partial u}{\partial C_1}. \tag{7.12}$$

Así, una reasignación de consumo entre períodos no aumenta la utilidad de ciclo vital del individuo. En el óptimo, por cada unidad en que se reduce el consumo presente, la utilidad disminuye en $\frac{\partial u}{\partial C_1}$, pero esta reducción en el consumo actual permite aumentar el consumo futuro en R unidades, y la utilidad en $\frac{\partial u}{\partial C_2}$. De nuevo, el individuo valora el aumento de la utilidad futura ponderando por la tasa de descuento intertemporal β.

Para simplificar el modelo y analizar con mayor claridad las implicaciones de la sustitución intertemporal del trabajo vamos a considerar un caso particular de la función de utilidad, que supondremos que es una función Cobb-Douglas logarítmica-lineal (homogénea de grado uno en consumo y ocio). En este caso, el consumidor representativo tiene como objetivo maximizar la siguiente función de utilidad:

$$U(C_1, C_2, N_1, N_2) = \alpha \ln C_1 + \beta\alpha \ln C_2 + (1-\alpha)\ln(N^m - N_1) + \beta(1-\alpha)\ln(N^m - N_2) \tag{7.13}$$

El número máximo de horas que este consumidor puede ofrecer en cada periodo es N^m, por lo que el ocio es igual a $N^m - N$.[4]

Nuestro consumidor representativo va a maximizar la expresión (13) sujeto a su restricción presupuestaria. Para simplificar aún más el problema, supondremos que este consumidor no dispone de ninguna riqueza inicial, por lo que $A_1 = 0$. De esta manera, la restricción presupuestaria viene dada por:

$$C_1 + R^{-1}C_2 = W_1N_1 + R^{-1}W_2N_2 \tag{7.14}$$

Bajo las condiciones anteriores, el lagrangiano de este problema de optimización intertemporal es

$$\begin{aligned}\mathcal{L} \;=\;& \alpha \ln C_1 + \beta\alpha \ln C_2 + (1-\alpha)\ln(N^m - N_1) + \beta(1-\alpha)\ln(N^m - N_2) - \\ & \lambda(C_1 + R^{-1}C_2 - W_1N_1 - R^{-1}W_2N_2),\end{aligned} \tag{7.15}$$

[4] Si denominamos al ocio mediante $x = N^m - N$, dada la función de utilidad logarítmica, la elasticidad de sustitución entre el primer y el segundo periodo se define como

$$\sigma_x \equiv -\frac{d\,(x_2/x_1)}{d(u_{x_2}/u_{x_1})}\frac{u_{x_2}/u_{x_1}}{x_2/x_1} = -1 \div \frac{d\ln(u_{x_2}/u_{x_1})}{d\ln(x_2/x_1)}$$

En nuestro caso, como $u_x = -(1-\alpha)(1/x)$, puede comprobarse fácilmente que $\sigma_x = 1$.

de donde obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\alpha}{C_1} = \lambda \tag{7.16}$$

$$\frac{\beta\alpha}{C_2} = R^{-1}\lambda \tag{7.17}$$

$$(1-\alpha)\frac{1}{N^m - N_1} = \lambda W_1 \tag{7.18}$$

$$\beta(1-\alpha)\frac{1}{N^m - N_2} = \lambda W_2 R^{-1}, \tag{7.19}$$

a partir de las cuales se obtienen las siguientes condiciones marginales intra e intertemporales:

1. Condición *intertemporal* en consumo:

$$C_2 = \beta R C_1 \tag{7.20}$$

2. Condición *intratemporal* entre consumo y ocio:

$$N^m - N_t = \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{1}{W_t}C_t, \qquad t = 1, 2 \tag{7.21}$$

3. Condición *intertemporal* en ocio:

$$\frac{N^m - N_2}{N^m - N_1} = \beta R \frac{W_1}{W_2}. \tag{7.22}$$

La condición marginal intertemporal en ocio permite observar el principal resultado de este modelo: la oferta relativa de trabajo depende de los salarios relativos pero no de su nivel. Así, ante una variación permanente de los salarios que, por ejemplo, se ven multiplicados por una constante γ, la oferta relativa de trabajo permanece invariable:

$$\frac{N^m - N_2}{N^m - N_1} = \beta R \frac{\gamma W_1}{\gamma W_2} \tag{7.23}$$

Sin embargo, la oferta relativa de trabajo cambia cuando el cambio en los salarios es transitorio, ya que en este caso se produce un cambio en los salarios relativos.

Este resultado puede apreciarse aún más claramente resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las cuatro condiciones de primer orden y la restricción presupuestaria, que permite obtener la demanda de consumo y la oferta de trabajo en los dos periodos, así como el valor del multiplicador asociado a la restricción presupuestaria. En concreto,

$$C_1 = \frac{\alpha}{1+\beta} N^m \left[W_1 + R^{-1} W_2 \right] \tag{7.24}$$

$$C_2 = \frac{\beta R \alpha}{1+\beta} N^m \left[W_1 + R^{-1} W_2 \right] \tag{7.25}$$

$$N_1 = N^m - \frac{(1-\alpha)}{1+\beta} N^m \left[1 + R^{-1} \frac{W_2}{W_1} \right] \tag{7.26}$$

$$N_2 = N^m - \frac{(1-\alpha)\beta R}{1+\beta} N^m \left[\frac{W_1}{W_2} + R^{-1} \right] \tag{7.27}$$

Como puede apreciarse, la oferta de trabajo de cada periodo depende del salario relativo y no del nivel de salarios. Esto significa que si los salarios de los dos periodos aumentan en la misma proporción, la oferta de trabajo permanece invariable. Esto es así, porque en este modelo el efecto sustitución y el efecto renta se cancelan, de manera que el agente representativo puede consumir más, disfrutando del mismo nivel de ocio. Sin embargo, un aumento transitorio del salario en $t = 1$, de manera que el salario en $t = 2$ permanece constante, aumenta la oferta de trabajo corriente y el ocio en el siguiente periodo. En este caso, ante un cambio transitorio del salario, el consumidor intercambia ocio de un periodo a otro: trabaja más en aquel periodo en el que el salario relativo es mayor y disfruta de un mayor nivel de ocio cuando el salario relativo es menor.

En el Gráfico 7.6 se ha representado la oferta de trabajo que resulta de las expresiones anteriores, que tiene pendiente positiva en el espacio $\{N, W\}$. Cuando se produce un shock positivo de oferta de carácter transitorio (que desplaza la demanda de trabajo hacia la derecha), la oferta de trabajo se sitúa por encima de su nivel tendencial o tasa natural $\overline{N}$, alcanzándose el punto E_t. Sin embargo, cuando el cambio es permanente, los salarios aumentan proporcionalmente en todos los periodos o, lo que es igual, se produce un aumento en $\overline{W}_t$, de manera que la función de oferta de trabajo se desplaza hacia arriba, alcanzándose el punto E_p en el que $N_t = \overline{N}$.

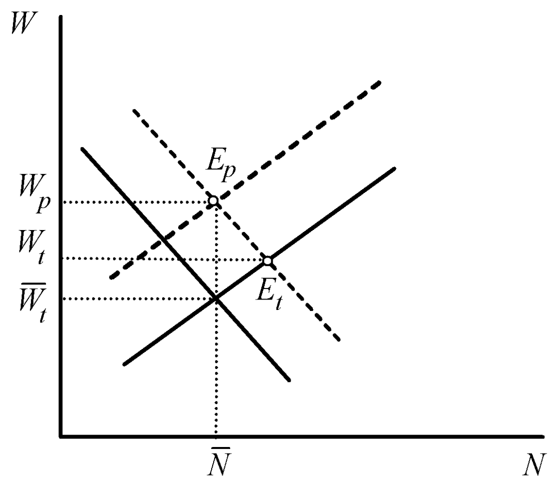

Gráfico 7.6: *Sustitución intertemporal del ocio. Un aumento transitorio de los salarios da lugar a un aumento de la oferta de trabajo (punto E_t), mientras que un aumento permanente deja inalterada la oferta de trabajo (punto E_p).*

2.2 Implicaciones de carácter empírico

El modelo que acabamos de analizar presenta dos claras implicaciones desde el punto de vista empírico:

1. Proporciona una correlación positiva entre el empleo corriente y las perturbaciones que dan lugar a un aumento transitorio del salario corriente.
2. Da lugar a una correlación negativa entre dichas perturbaciones y el comportamiento del empleo en el periodo siguiente, por lo que las fluctuaciones del empleo presentan una autocorrelación negativa.

Sin embargo, a nivel empírico una de las características de las fluctuaciones cíclicas del empleo en las economías occidentales es su autocorrelación positiva, por lo que el modelo básico de sustitución intertemporal del trabajo fue ampliado para poder generar oscilaciones del empleo positivamente autocorrelacionadas. Una de las primeras ampliaciones se debe a Sargent (1979), quien introdujo la presencia de costes de ajuste en la demanda de trabajo por parte de las empresas.[5] Estos costes de ajuste dan lugar a que las empresas no aumenten o disminuyan su demanda de trabajo hasta su nivel deseado en un único periodo, sino que lo hacen paulatinamente. El papel de estos costes de ajuste

[5] Otras manera de generar persistencia, en este caso exógena, en el empleo es introduciendo perturbaciones transitorias autorrelacionadas.

en la demanda de trabajo es similar al de los costes de ajuste en la demanda de capital que dan lugar a la existencia de una función de inversión: la empresa no ajusta de forma instantánea su demanda de trabajo ante perturbaciones que afectan a su producción. Supongamos, por ejemplo, el caso de un shock positivo de oferta totalmente transitorio que da lugar a un aumento inicial de la demanda de trabajo. Una vez que esta perturbación desaparece, la empresa ajusta lentamente su demanda de trabajo hasta su nivel anterior a dicho shock ya que, ante la presencia de los costes de ajuste en el empleo, encuentra óptimo no hacerlo en ún único periodo.

En el Gráfico 7.7 se ha representado la respuesta posible del empleo ante un shock positivo de oferta de carácter transitorio ($\theta_t > 0$ y $\theta_{t+j} = 0$ para $j > 0$) en el caso de que las empresas se enfrenten a costes de ajuste en el empleo. Inicialmente el empleo se sitúa por encima de su tasa natural, que en este ejemplo se ha considerado constante, como resultado del aumento de la demanda de trabajo. Como la curva de oferta de trabajo tiene pendiente positiva y finita, el empleo aumenta, aunque en menor medida que en el caso en el que no existieran costes de ajuste. Una vez que el shock tecnológico ha desaparecido, el empleo disminuye lentamente hasta alcanzar de nuevo su nivel de equilibrio $\overline{N}$. De esta manera, el nivel de empleo de un periodo depende de su nivel en el periodo anterior, por lo que ante una perturbación transitoria es posible observar una autocorrelación positiva en el nivel de empleo, dando lugar a un cambio en la segunda de las implicaciones empíricas que se han señalado anteriormente:

2.bis En presencia de costes de ajustes en el empleo por parte de las empresas, las perturbaciones transitorias dan lugar a fluctuaciones en el empleo que presentan una correlación positiva.

Como a nivel empírico las oscilaciones de los salarios reales suelen ser bastante reducidas en relación a las fluctuaciones del empleo y del nivel de producción se necesita que la elasticidad de sustitución del ocio entre distintos periodos sea bastante elevada, de manera que pequeños cambios los salarios relativos puedan provocar oscilaciones en el empleo como las observadas en las economías occidentales. En resumen, para que el modelo de sustitución intertemporal del trabajo pueda explicar las fluctuaciones cíclicas en el empleo y su covarianza positiva con el nivel de producción es necesaria no sólo la presencia de costes de ajustes en el empleo, sino también una elevada elasticidad de sustitución intertemporal. Sin embargo, tal y como señalan Blanchard y Fischer (1989) o Layard, Nickell y Jackman (1991), la evidencia empírica a este respecto parece bastante

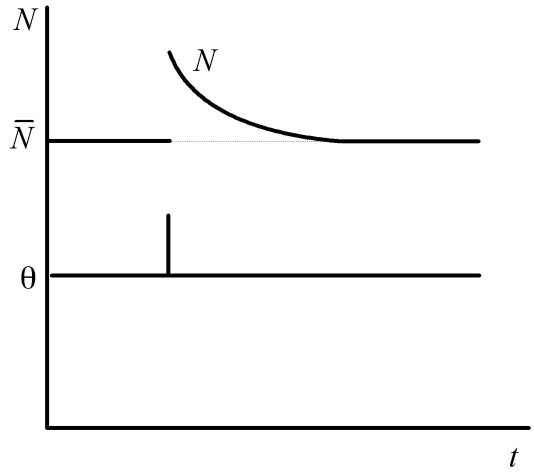

Gráfico 7.7: *Respuesta del empleo ante un shock de oferta positivo de carácter transitorio en presencia de costes de ajuste en la demanda de trabajo.*

desfavorable, ya que las elasticidades de sustitución estimadas, principalmente para las economías norteamericana e inglesa, son bastante pequeñas.

Por otro lado, la respuesta del consumo y del empleo en este modelo tampoco resulta compatible con la evidencia empírica cuando la perturbación cíclica se debe a un cambio en el tipo de interés real, mientras que el salario real permanece constante. En principio, esta hipótesis podría resultar interesante si como se ha comentado con anterioridad las oscilaciones cíclicas de los salarios reales son bastante reducidas. Supongamos que como consecuencia de mejoras transitorias en la eficiencia del sistema financiero el tipo de interés real disminuye. A partir de las expresiones (24) y (26) es fácil comprobar que

$$\frac{\partial C_1}{\partial R} < 0, \frac{\partial N_1}{\partial R} > 0,$$

por lo que la disminución del tipo de interés real da lugar a un aumento simultáneo del consumo y del ocio o, en otras palabras, a una correlación negativa entre consumo y empleo. Sin embargo, la evidencia empírica muestra que tanto el empleo como el consumo son variables procíclicas, por lo que esta correlación positiva es difícilmente explicable acudiendo a este tipo de perturbaciones.

Por último, otra de las limitaciones de este modelo es que explica fluctuaciones en el empleo provocadas por cambios en el número de horas trabajadas en lugar de hacerlo en términos de flujos del empleo al desempleo y viceversa. Esta objeción dio lugar a que en trabajos posteriores como, por ejemplo, el de Hansen (1985) se planteara la posibilidad de que los individuos pudieran elegir primero entre trabajar o no, y una vez tomada la decisión de trabajar elegir el número de horas con las que hacerlo. Sin embargo, esta solución también plantea serios inconvenientes porque puede explicar las fluctuaciones en la población activa pero no las oscilaciones del desempleo.

3. El modelo básico de consumo en dos períodos.

La tradicional función keynesiana de consumo agregado, que relaciona el consumo corriente C_t con la renta corriente Y_t y que se utiliza en el marco $IS - LM$, incorpora dos supuestos básicos: separación de las decisiones ahorro-oferta de trabajo y percepción de la restricción de renta corriente pero no de la de ciclo vital.

En el apartado anterior nos centramos en el primero de estos aspectos, mientras que en éste vamos a estudiar la determinación de los niveles de consumo. En dicho modelo básico vamos a introducir los siguientes supuestos:

1. Existe incertidumbre en la economía.
2. Existe un mercado financiero perfectamente competitivo, en el que el agente representativo puede prestar o tomar prestado cualquier cantidad a un único tipo de interés.
3. La función de utilidad es separable intratemporalmente, es decir:

$$u(C_t, N_t) = u(C_t) + v(N_t). \tag{7.28}$$

4. Hay separación de las decisiones de ocio y consumo, en una situación en la que, para simplificar como en el modelo anterior, suponemos que las decisiones afectan sólo a dos periodos.[6] En particular, supondremos que cuando el individuo decide sobre $\{C_1, C_2\}$ ya lo ha hecho respecto a $\{N_1, N_2\}$. Así, en la elección de $\{C_1, C_2\}$ los niveles de renta disponible $Y_1 = W_1 N_1$ y $E_1 Y_2 = E_1(W_2 N_2)$ están dados. E_1 es la esperanza matemática condicionada al conjunto de información disponible en el periodo $t = 1$.
5. La función de utilidad es una función cóncava, es decir, aumentos sucesivos en el consumo dan lugar a incrementos cada vez más pequeños de la utilidad.
6. Sin pérdida de generalidad, supondremos que la función $u(.)$ tiene la siguiente propiedad:

[6] Romer (2005), cap. 7, considera el caso más general de elección en T periodos, lo que no afecta a los principales resultados e implicaciones del modelo que aquí se estudia.

$$\frac{E_1 u'(C_2)}{u'(C_1)} = \Phi\left(\frac{C_2}{C_1}\right) \tag{7.29}$$

donde Φ es una función homogénea de grado cero. Esto significa que la función de utilidad es homotética, dado que la relación marginal de sustitución entre consumo presente y futuro se mantiene constante a lo largo de cualquier radio-vector que parta del origen de coordenadas. Este supuesto sobre la función de utilidad permite que el ratio entre consumo presente y futuro permanezca invariable ante cambios en la renta disponible y, por lo tanto, en la restricción presupuestaria intertemporal. Por ejemplo, si la renta disponible se duplica, el consumo en ambos periodos se duplica por lo que el ratio C_2/C_1 permanece constante.

Bajo los supuestos anteriores, el problema de optimización viene ahora dado por las expresiones siguientes:

$$\max_{C_1, C_2} u(C_1) + \beta E_1 u(C_2) \tag{7.30}$$

sujeto a:

$$C_1 + R^{-1} E_1 C_2 = A_1 + Y_1 + R^{-1} E_1 Y_2 = \Omega_1^e \tag{7.31}$$

en donde Ω_1^e es la riqueza de ciclo vital del consumidor (Modigliani y Brumberg, 1954) o renta permanente siguiendo la terminología propuesta por Friedman (1957). Al derivar respecto a C_1 y C_2 obtenemos las dos condiciones de primer orden siguientes :

$$u'(C_1) = \lambda \tag{7.32}$$

$$E_1 u'(C_2) = (\beta R)^{-1} \lambda \tag{7.33}$$

de donde se obtiene la condición marginal intertemporal en consumo:

$$\beta R E_1 u'(C_2) = u'(C_1). \tag{7.34}$$

En el Gráfico 7.8 se ha representado el óptimo del consumidor. De (34) se deducen dos tipos de resultados, que son a su vez dos formas diferentes de analizar la elección óptima de los agentes en sus decisiones de consumo. El primer resultado hace referencia a la interpretación de (34). El consumidor decide una senda temporal óptima de consumo $\{C_1^*, C_2^*\}$ tal que ninguna otra senda le reporta una utilidad superior, dada su renta de ciclo vital y el tipo de interés, por lo que es indiferente a reasignar marginalmente el consumo entre estos dos periodos. Así, el consumidor podría decidir reducir marginalmente su consumo en el primer periodo lo que daría lugar a una disminución de su utilidad igual a $u'(C_1)$, a cambio de un aumento en el consumo del segundo periodo, teniendo en cuenta que la renta no consumida en $t = 1$ se ha multiplicado por R. Este aumento del consumo en el segundo periodo proporciona un incremento esperado en la utilidad igual $RE_1u'(C_2)$, que tenemos que multiplicar por la tasa de descuento temporal β para poder comparar este aumento del bienestar del consumidor en términos de la utilidad del primer periodo. Por lo tanto, la situación óptima para el consumidor es aquella en la que los consumos realizados en ambos periodos son tales que la valoración marginal de los mismos coincide.

En el Gráfico 7.9 se representa la utilidad marginal de ambos periodos,[7] bajo el supuesto de que el individuo es menos impaciente que el resto de la sociedad, es decir, cuando $\beta R > 1$. Debe tenerse en cuenta que cualquier solución para $\{C_1, C_2\}$ tendrá que satisfacer la restricción presupuestaria intertemporal, puesto que el valor presente de los consumos de ambos periodos deberá igualar el valor presente de las rentas de los mismos (ya que no hemos considerado la posibilidad de que el consumidor quiera dejar una herencia). Como podemos observar en el gráfico, C_1^* y C_2^* son los niveles de consumo óptimos, es decir, aquellos niveles de consumo que satisfacen la condición marginal (ecuación (34)) y la restricción presupuestaria intertemporal (ecuación (31)). Supongamos que el individuo se encuentra inicialmente fuera de la situación óptima, por ejemplo, consumiendo C_1^a en el primer periodo y $C_2^a = R(\Omega_1^e - C_1)$ en el segundo. Dada la propiedad de convexidad de la función de utilidad, estos niveles de consumo dan lugar a la siguiente relación entre utilidades marginales:

$$u'(C_1^a) > \beta RE_1u'(C_2^a).$$

Sin embargo, dichos niveles de consumo no pueden constituir un óptimo, puesto que es posible obtener ganancias en la utilidad total reasignando la renta intertemporalmente. De hecho, en nuestro ejemplo, dichas ganancias se producen cuando se incrementa C_1 y se reduce C_2, garantizando el cumplimiento de la restricción presupuestaria intertemporal, al ser superior la ganancia de la utilidad en el primer período que la pérdida en el segundo.

El Gráfico 7.9 permite extraer algunas conclusiones adicionales. Siempre que $\beta R > 1$ podemos afirmar que este modelo asegura un aumento en el consumo como resultado

[7] Obsérvese que, dado el supuesto de concavidad de la función de utilidad, la utilidad marginal es una función decreciente en el consumo.

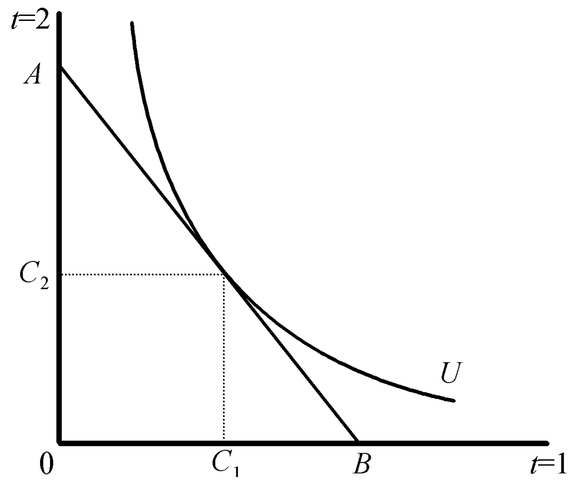

Gráfico 7.8: *Determinación de los niveles óptimos de consumo.*

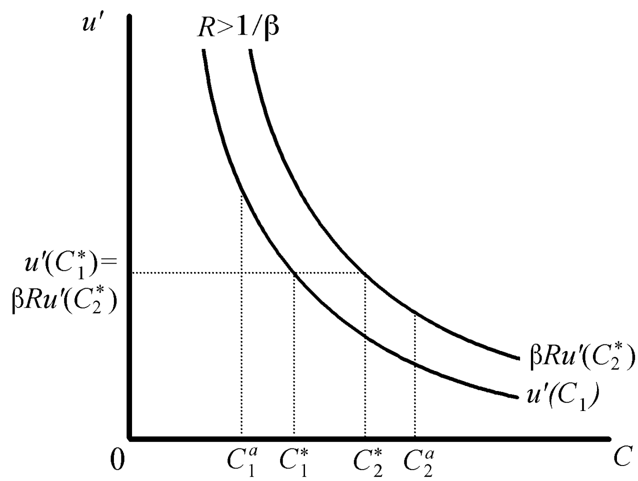

Gráfico 7.9: *Representación de la condición marginal intertemporal cuando* $\beta R > 1$.

de la optimización intertemporal. En este caso, como la impaciencia individual ($1/\beta$) es inferior a la social (R), resulta óptimo ahorrar un poco más (o desahorrar un poco menos) en el primer periodo a cambio de aumentar el consumo en el segundo periodo. Cuando $\beta R = 1$ entonces el nivel de consumo se mantiene constante en el tiempo, de manera que el consumidor utiliza el ahorro o el endeudamiento para suavizar el perfil temporal de consumo, cuando la renta corriente de cada periodo es diferente.[8]

La segunda cuestión importante que conviene resaltar es que la condición marginal intertemporal (34) no constituye una función de consumo, ya que tan sólo muestra la propiedad que presenta el perfil óptimo de consumo $\{C_1^*, C_2^*\}$ a lo largo del ciclo vital de un individuo que toma sus decisiones intertemporales de una forma racional, pero no relaciona los niveles de consumo con el nivel de renta. Para obtener la función de consumo, utilizamos la propiedad de homoteticidad de la función de utilidad en la condición marginal intertemporal (34)

$$(\beta R)^{-1} = \frac{E_1 u'(C_2)}{u'(C_1)} = \Phi\left(\frac{C_2}{C_1}\right) \tag{7.35}$$

y despejamos C_1 y C_2 en términos de la renta de ciclo vital haciendo uso de la restricción presupuestaria intertemporal (31)

$$C_1 = g(R, \beta)\Omega_1^e \tag{7.36}$$

$$C_2 = h(R, \beta)\Omega_1^e. \tag{7.37}$$

A partir de las funciones de consumo (36) y (37) podemos deducir la principal diferencia entre la Teoría del Ciclo Vital-Renta Permanente y la función keynesiana de consumo. De acuerdo con la primera, el consumo de cada periodo C_t depende no sólo de la renta corriente Y_t y de la riqueza acumulada hasta ese momento, sino también del comportamiento esperado de la renta en el futuro. Esta diferencia se puede entender mejor si se analizan las repercusiones en el consumo de alteraciones en la renta de un único periodo y de cambios en la renta de ciclo vital. Derivando la función del consumo en el primer periodo (ecuación (36)) con respecto a la renta corriente Y_1, teniendo en cuenta la definición

[8] En este caso, el mantenimiento de un nivel de consumo constante en el tiempo se debe a que este modelo no incorpora ningun tipo de crecimiento económico a largo plazo. La determinación del nivel óptimo de consumo en una economía en crecimiento puede encontrarse en Barro y Sala i Martín (1995).

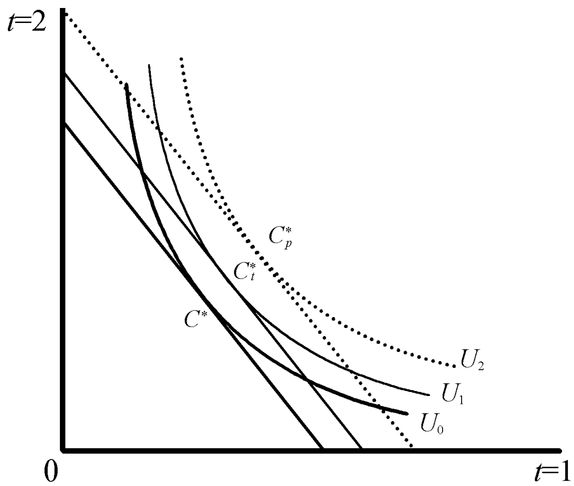

Gráfico 7.10: *Efectos de un cambio transitorio en la renta (la elección óptima pasa de C^* a C_t^*) y de un cambio permanente (de C^* a C_p^*) sobre el consumo.*

de la riqueza de ciclo vital Ω_1^e, obtenemos:

$$\frac{\partial C_1}{\partial Y_1} = g(R, \beta) + R^{-1} g(R, \beta) E_1 \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} \tag{7.38}$$

Cuando los cambios en el nivel de renta sólo afectan al primer periodo, es decir, cuando son transitorios ($E_1 \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} = 0$) obtenemos

$$\left. \frac{\partial C_1}{\partial Y_1} \right|_t = g(R, \beta), \tag{7.39}$$

mientras que cuando los cambios en la renta son permanentes ($E_1 \frac{\partial Y_2}{\partial Y_1} = 1$) el consumo en el primer periodo aumenta en mayor medida:

$$\left. \frac{\partial C_1}{\partial Y_1} \right|_p = g(R, \beta)(1 + R^{-1}) > g(R, \beta). \tag{7.40}$$

En el Gráfico 7.10 se han representado los efectos sobre el consumo en los dos periodos de un cambio transitorio (que desplaza el óptimo del punto C^* al punto C_t^*) y de un cambio permanente (que desplaza el óptimo hasta el punto C_p^*).[9]

[9] Obsérvese que el ratio C_2/C_1 permanece invariable como consecuencia del supuesto de homoteticidad de la función de utilidad.

3.1 Contraste econométrico de la teoría de ciclo vital.

La estimación econométrica de funciones de consumo en las que el consumo corriente depende de la renta corriente y de los valores esperados de la renta futura, como por ejemplo,

$$C_t = g(R, \beta) \sum_{i=0} R^{-i} E_t Y_{t+i} \tag{7.41}$$

plantea el problema de que la renta futura no es observable en t. En general, la aproximación de Y_{t+i} mediante retardos de Y_t da lugar a una ecuación difícilmente distinguible de una función keynesiana ampliada con desfases:

$$C_t = f(Y_t, Y_{t-1}, ...). \tag{7.42}$$

Para examinar cómo se puede resolver este problema es necesario considerar dos supuestos adicionales a los que hemos estado utilizando hasta ahora:

1. La función de utilidad es cuadrática:

$$u(C_t) = k_0 + k_1 C_t - \frac{1}{2} k_2 C_t^2 \tag{7.43}$$

en dónde $k_i, i = 0, 1, 2$ son parámetros positivos, por lo que esta función de utilidad garantiza una utilidad marginal decreciente, aunque lineal:

$$\frac{\partial u(C_t)}{\partial C_t} = k_1 - k_2 C_t. \tag{7.44}$$

2. Los agentes forman sus expectativas racionalmente:

$$C_t - EC_t = \varepsilon_t \tag{7.45}$$

en donde ε_t es ruido blanco.

Teniendo en cuenta los dos supuestos que acabamos de introducir podemos reescribir la ecuación (34) como

$$C_2 = k + (\beta R)^{-1} C_1 + \varepsilon_2 \tag{7.46}$$

en donde k es una constante que depende de los parámetros de la función de utilidad y de las variables de descuento, que estamos suponiendo constantes.

La expresión (46) contiene la principal implicación observacional de la Teoría de la Renta Permanente-Ciclo Vital con expectativas racionales: ninguna variable contenida en el conjunto de información disponible en $t = 1$ diferente a C_1, al margen de los factores de descuento en la comparación intertemporal (β y R), contribuye a predecir el valor de C_2.

Bajo el supuesto de expectativas racionales, el individuo utiliza toda la información disponible con finalidad de predecir el consumo del siguiente periodo, y dicha información está ya incorporada en C_1. Por lo tanto, de acuerdo con este modelo, en una regresión del consumo sobre su propio valor desfasado ninguna otra variable que forme parte del conjunto de información disponible debe mostrarse significativa. El término de error ε_2 es distinto de cero sólo cuando se producen acontecimientos inesperados, permitiendo que algunas variables distintas a C_1 tengan capacidad explicativa en la regresión de C_2 sobre C_1, aunque estas variables no figuraban en el conjunto de información disponible en el momento de realizar la predicción de C_2. En concreto, dado que en la versión del modelo sólo hemos permitido incertidumbre en la renta, es fácil demostrar (véase el Apéndice A) que contendrá todas las sorpresas o nueva información sobre dicha variable que hayan podido producirse entre los dos periodos, obligando al consumidor a revisar sus planes de consumo:[10]

$$\varepsilon_2 = (E_2 - E_1)Y_2 = Y_2 - E_1 Y_2. \tag{7.47}$$

A partir de la condición marginal intertemporal (46) se puede diseñar un contraste econométrico del modelo, ya que esta condición implica que en una regresión de C_t sobre C_{t-1} ninguna otra variable fechada en $t-1$ o antes puede ayudar a predecir C_t. Es decir, el cumplimiento del modelo exige que el coeficiente estimado de cualquier variable desfasada diferente de C_{t-1} debe ser necesariamente cero. En caso contrario, la única conclusión válida es el incumplimiento del modelo, dada la no verificación de su principal implicación observacional. En resumen, al estimar

$$C_t = \gamma_0 + \gamma_1 C_{t-1} + \gamma_2 Z_{t-1} + \eta_t, \tag{7.48}$$

donde Z_{t-1} es cualquier variable perteneciente al conjunto de información del individuo en $t-1$, el parámetro γ_2 no puede ser significativamente distinto de cero.

[10] Este término de error puede interpretarse como una sorpresa. En el caso más general en el que se considere un número mayor de periodos puede demostrarse que ε_t es una función de la revisión de expectativas entre t y $t-1$ de la renta corriente y futuras:

$$\varepsilon_t = F\left[\sum_{i=0}(E_t Y_{t+1} - E_{t-1} Y_{t+i})\right].$$

4. Modelos alternativos para el consumo.

El modelo de la Renta Permanente con Expectativas Racionales ha resultado ampliamente discutido debido al fracaso de su contrastación empírica con fuentes estadísticas de muy distinta naturaleza y con técnicas econométricas muy diversas. Entre las razones que se han aducido para el rechazo empírico del modelo, se pueden destacar dos: la presencia de restricciones de liquidez y la repercusión de las alteraciones de la tasa de incertidumbre en el consumo. Sin embargo, antes de introducir formalmente las restricciones de liquidez en el modelo, vamos a examinar la importancia del mercado de crédito sobre las decisiones individuales de consumo.

4.1 La importancia del mercado de crédito.

La diferencia entre la función keynesiana de consumo y la de ciclo vital, no es tan radical como puede parecer a simple vista. De hecho, la función de consumo keynesiana puede considerarse un caso particular del modelo de la Renta Permanente cuando el supuesto de la existencia de un mercado de crédito perfectamente competitivo no se satisface. Así, es perfectamente posible que el mercado de capitales tenga otras caracterizaciones diferentes a la considerada hasta este momento:

- El mercado de capitales puede presentar imperfecciones que dan lugar a que el tipo de interés de tomar prestado (R_b) es mayor que el de prestar (R_N). En el Gráfico 7.11 se ha representado la restricción presupuestaria intertemporal en el caso de que estos dos tipos de interés sean distintos.
- Por otra parte, podemos considerar la situación de ausencia de mercado de capitales (Gráfico 7.12). Se trata de un caso particular del anterior en el que R_b tiende a infinito y R_N es igual a la unidad (es decir, $r_N = 0$).
- Por último, en el Gráfico 7.13 se ha representado la situación en la que no existe mercado de capitales y en la que la renta es perecedera, de manera que R_b tiende a infinito y R_N es igual a la cero (es decir, $r_N = -1$).

Si consideramos este último caso (Gráfico 7.13), podemos comprobar que el comportamiento basado en la optimización intertemporal da lugar a una función en la que el consumo depende únicamente de la renta corriente ya que, a partir de las siguientes expresiones:

$$C_1 = g(R, \beta)(A_1 + Y_1 + R_b^{-1} E_1 Y_2) \tag{7.49}$$

$$C_2 = E_1 Y_2 + R_N(A_1 + Y_1 - C_1) \tag{7.50}$$

bajo los supuestos considerados sobre los valores de R_b y R_N dan lugar a:

$$C_1 = gY_1 = Y_1 + A_1 \tag{7.51}$$

$$C_2 = E_1 Y_2. \tag{7.52}$$

En el Gráfico 7.13 se puede comprobar que los incrementos de renta futura no afectan para nada al consumo presente, que es la característica básica de la función keynesiana. En general, cuanto mayor sea el tipo de interés de tomar prestado (R_b), menor será la respuesta del consumo corriente a cambios futuros en el nivel de renta. La función keynesiana de consumo es una aproximación tanto más razonable de la Teoría del Ciclo Vital-Renta Permanente cuanto más imperfecto sea el mercado de capitales, es decir, cuanto mayor sea la dificultad para financiar un mayor nivel de consumo con cargo a rentas futuras. En el apartado siguiente analizaremos precisamente las implicaciones de un tipo específico de imperfección en el mercado de capitales.

4.2 Las restricciones de liquidez en el consumo.

Tras haber examinado la importancia del mercado de crédito en el consumo, vamos a ver como se modifica el modelo previo cuando el individuo ve denegada cualquier solicitud de crédito por pequeña que sea, es decir, cuando existe una situación de racionamiento absoluto del crédito. En estas condiciones, el problema de elección individual se ve modificado por la adición de una restricción adicional:

$$\max_{C_1, C_2} u(C_1) + \beta E_1 u(C_2) \tag{7.53}$$

sujeto a

$$C_1 + R^{-1} E_1 C_2 = A_1 + Y_1 + R^{-1} E_1 Y_2 \tag{7.54}$$

$$C_1 \leq Y_1 + A_1. \tag{7.55}$$

La nueva restricción indica que existe un límite máximo al consumo del primer

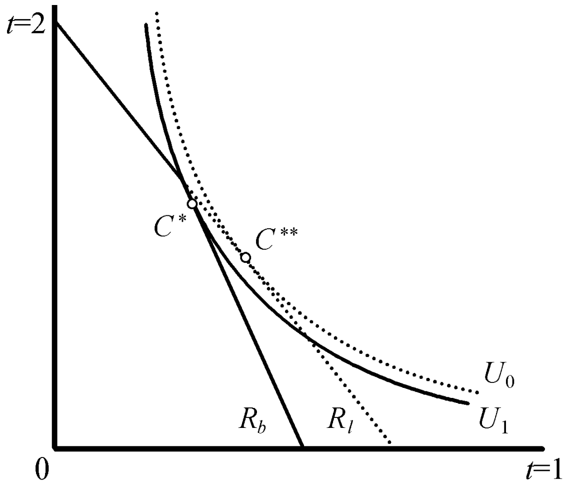

Gráfico 7.11: *Cambios debidos a la existencia de un tipo de interés de tomar prestado (R_b) mayor que el de prestar (R_l).*

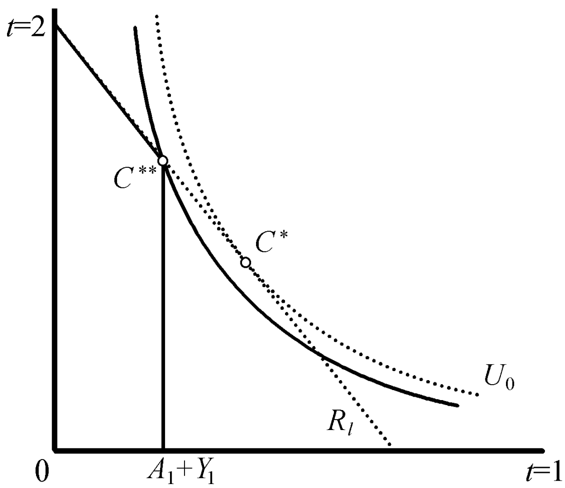

Gráfico 7.12: *Implicaciones de la inexistencia del mercado de capitales.*

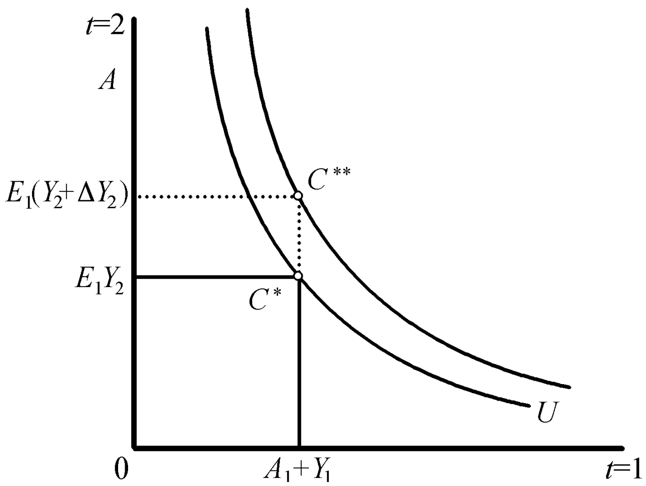

Gráfico 7.13: *Efectos de un cambio transitorio de la renta (ΔY_2) en el caso en el que no existe mercado de capitales.*

período, constituido por la totalidad de recursos a disposición del individuo en ese momento, es decir, por la suma de la renta de dicho período, Y_1, y la riqueza previa acumulada, A_1. El requisito ineludible para que la restricción sea operativa es que el consumo óptimo sea superior a $Y_1 + A_1$, ya que en caso contrario no es necesario recurrir al crédito para alcanzar el nivel óptimo de consumo y satisfacer, por tanto, la condición de óptimo intertemporal. Cuando la restricción es operativa el individuo desearía consumir un nivel de consumo superior a $Y_1 + A_1$ pidiendo prestado con cargo a la renta del segundo periodo. Sin embargo, el racionamiento del crédito da lugar a que $C_1 \leq Y_1 + A_1$, por lo que, en este caso, el lagrangiano es

$$\mathcal{L} = u(C_1) + \beta E_1 u(C_2) + \lambda_1 \left[A_1 + Y_1 + R^{-1}Y_2 - C_1 - R^{-1}E_1C_2\right] + \lambda_2[Y_1 + A_1 - C_1] \tag{7.56}$$

que al derivar respecto a C_1 y C_2 proporciona las siguientes condiciones de primer orden:

$$u'(C_1) = \lambda_1 + \lambda_2 \tag{7.57}$$

$$\beta E_1 u'(C_2) = R^{-1}\lambda_1 \tag{7.58}$$

de donde obtenemos:

$$u'(C_1) = \beta R E_1 u'(C_2) + \lambda_2. \tag{7.59}$$

La repercusión del racionamiento de crédito es, por tanto, la aparición de un nuevo multiplicador de Lagrange, λ_2, que impide el cumplimiento de la condición intertemporal de primer orden que se obtuvo en el caso en el que no existía racionamiento del crédito, ya que ahora[11]

$$u'(C_1) - \beta R E_1 u'(C_2) = \lambda_2 > 0. \tag{7.60}$$

La razón de la aparición del multiplicador λ_2 se puede apreciar en el Gráfico 7.14 y se produce debido a la pendiente negativa de la utilidad marginal del consumo. El consumo del agente en el primer periodo no puede superar la suma $A_1 + Y_1$, ya que pide prestado pero no obtiene ninguna financiación. En esta situación la utilidad marginal del consumo en el primer periodo ($C_1^r = Y_1 + A_1$) es superior a la del consumo que desearía realizar (C_1^*), es decir, $u'(A_1 + Y_1) > u'(C_1^*)$, por lo que, a su vez, la restricción al crédito da lugar a que $C_2^r = E_1 Y_2 > C_2^*$, para satisfacer la restricción presupuestaria intertemporal. Así pues, la restricción de liquidez hace que el individuo se aparte de su conducta óptima disminuyendo el consumo del primer periodo y aumentando el del segundo. De hecho, el multiplicador λ_2 mide la distancia vertical existente entre la utilidad marginal del primer periodo y la del segundo convenientemente comparadas. Si la restricción al crédito se fuera relajando, el multiplicador λ_2 se iría haciendo más pequeño y los niveles de consumo en ambos periodos se irían acercado a los niveles óptimos C_1^* y C_2^*. Como podemos observar, la existencia de restricciones de liquidez es capaz de generar funciones de consumo keynesianas, haciendo que la volatilidad del consumo sea muy similar a la de la renta, por lo que la presencia de este tipo de imperfecciones en los mercados financieros permite explicar el rechazo empírico del modelo de renta permanente/ciclo vital en los contrastes de la condición marginal intertemporal. Si las restricciones de liquidez son importantes, el error estimado en dicha ecuación no será ruido blanco, dado que contiene el multiplicador asociado a las restricciones de liquidez.[12]

[11] El multiplicador λ_2 es necesariamente positivo, puesto que

$$\lambda_2 = \frac{\partial u(C_1^*, C_2^*)}{\partial(Y_1 + A_1)} > 0$$

reflejando el incremento que se produciría en la utilidad si relajáramos marginalmente la restricción.

[12] La coexistencia simultánea de individuos restringidos en liquidez aconseja contrastar el modelo con datos microeconómicos. La condición marginal intertemporal debería contrastarse utilizando dos muestras de consumidores: una muestra formada con aquellos agentes que presuntamente no se encuentran sujetos a restricciones de liquidez (por presentar unos valores de $Y_1 + A_1$ lo bastante elevados como para poder presumir un valor de C_1^* más pequeño) y otra formada por aquellos presuntamente sujetos. En este caso, esperaríamos que la primera

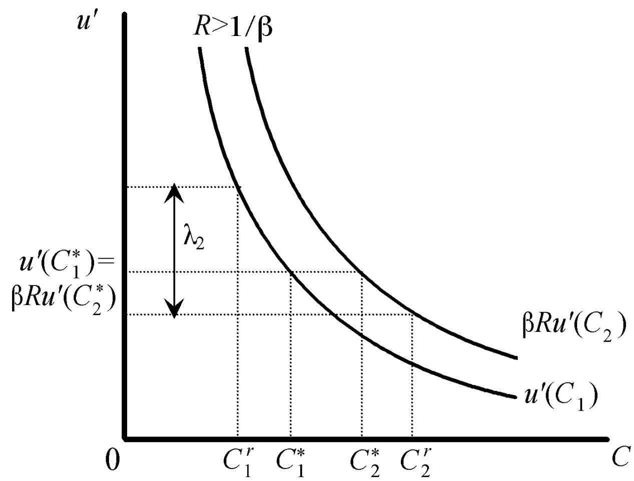

Gráfico 7.14: *Implicaciones de la existencia de restricciones de liquidez. El multiplicador λ_2 da idea de cuan importante es la restricción de liquidez en la conducta óptima del consumidor. Cuando $\lambda_2 = 0$, la restricción no es operativa bien porque el consumidor no desea endeudarse con cargo a su renta futura ($C_1 < A_1 + Y_1$) o porque no existe ninguna limitación al crédito.*

4.3 La repercusión de la incertidumbre.

Otra de las razones que se han aducido para explicar el rechazo empírico del modelo es la repercusión de la incertidumbre en las decisiones de consumo.[13] En realidad, esta crítica se dirige contra la utilización en los contrastes del modelo de aquellas formas funcionales de la utilidad para las que, a diferencia del supuesto que hemos estado utilizando, $u'(C)$ es lineal.[14] La razón es que este tipo de funciones de utilidad verifican la propiedad de la *equivalencia cierta*, es decir:[15]

$$E_1 u'(C) = u'(E_1 C). \tag{7.61}$$

Si la función de utilidad verifica esta propiedad, la utilidad marginal esperada del

de las muestras consideradas satisfaciera el modelo y lo contrario para la segunda.

13 Una exposición similar de las implicaciones de la incertidumbre sobre las decisiones de consumo se encuentra en Romer (1995).

14 La crítica iba especialmente dirigida contra la función de utilidad cuadrática:

$$u(C) = k_0 C - \frac{1}{2} k_1 C^2, u'(C) = k_0 - k_1 C, u''(C) = -k_1.$$

15 Equivalencia cierta y neutralidad al riesgo son dos términos sinónimos, ya que la aversión al riesgo da lugar a funciones de utilidad marginal convexas.

consumo, $E_1u'(C)$, sólo se altera cuando lo hace la expectativa del consumo, E_1C, es decir, cualquier alteración de la incertidumbre (de la varianza de E_1C) es incapaz de modificar las decisiones intertemporales de consumo si no va acompañada de un cambio en el valor esperado del mismo. Por lo tanto, este tipo de funciones de utilidad no pueden incorporar el efecto de la incertidumbre por sí misma, en contra de la intuición sobre este problema. Ante una incertidumbre mayor sobre los niveles de consumo futuro alcanzables, los individuos preferirán abstenerse de consumir más hoy incrementando el ahorro, que actúa como un colchón de seguridad, para evitar niveles de consumo futuros excesivamente reducidos.

Para comprender mejor el argumento, en el Gráfico 7.15 se ha representado una función de utilidad marginal convexa en términos de la expectativa de consumo bajo el supuesto de que $\beta R = 1$.[16] Supongamos que los valores mínimos y máximos esperados del consumo son C_a y C_b respectivamente, con probabilidad $1/2$. La esperanza matemática de dicho plan de consumo contingente será, sencillamente, la media de estos dos valores, que denotamos por C_c y su utilidad marginal $u'(C_c)$. Sin embargo, dada la convexidad de la utilidad marginal se verifica que:

$$E_1u'(C_c) = \frac{1}{2}\left(u'(C_a) + u'(C_b)\right) > u'(C_c), \tag{7.62}$$

es decir, no se cumple la *equivalencia cierta* , ya que la esperanza de la utilidad marginal del consumo es superior a la utilidad marginal del nivel de consumo esperado.

Veamos ahora por qué es relevante esta cuestión en el análisis del consumo. Supongamos que el valor mínimo C_a que puede presentar el consumo pasa a ser más pequeño pero que el valor máximo C_b aumenta en la misma cuantía, es decir, el rango de variabilidad del consumo es ahora mayor sin cambiar el valor esperado del consumo:

$$C_c = \frac{1}{2}\left(C_a + C_b\right) = \frac{1}{2}\left((C_a - \Delta C) + (C_b + \Delta C)\right) \tag{7.63}$$

Sin embargo, como se puede comprobar en el Gráfico 10, la utilidad marginal esperada de C_c aumenta con estos cambios, con unas repercusiones claras para el consumo: el incremento de la utilidad marginal esperada incentiva a los individuos a sustituir consumo

[16] Un ejemplo de una función de utilidad que da lugar a una utilidad marginal convexa es la función de utilidad *CARA (Constant Absolute Risk Aversion)*

$$u(c) = -\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha C}$$

en donde α es el coeficiente de aversión absoluta al riesgo.

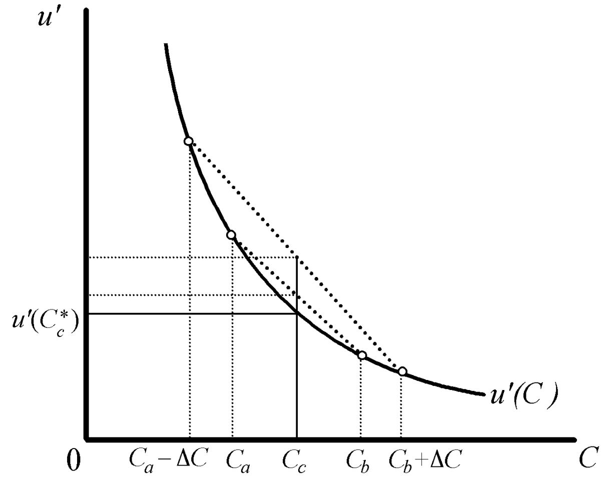

Gráfico 7.15: *Efectos de un aumento de la incertidumbre en la decisión de consumo. La utilidad marginal del consumo esperado es menor que la esperanza de la utilidad marginal en las restantes situaciones posibles:* $u'(C_c) < \frac{1}{2}(u'(C_a) + u'(C_b)) < \frac{1}{2}(u'(C_a + \Delta C) + u'(C_b + \Delta C))$.

presente por consumo futuro, es decir, el aumento de la incertidumbre da lugar a un aumento del ahorro. Este resultado se debe a que el incremento de la incertidumbre, que aumenta la utilidad marginal esperada del consumo futuro (frente a la utilidad marginal del consumo presente), incentiva a reducir el consumo presente para incrementar el consumo futuro. En la literatura sobre consumo el ahorro generado por este motivo recibe el nombre de *ahorro preventivo*. Otra forma de analizar este fenómeno es observando que la utilidad total esperada del consumo futuro disminuye como consecuencia del incremento de la incertidumbre (causante del aumento de la utilidad marginal esperada). Para compensar dicha disminución, el individuo reasigna su consumo intertemporalmente, reduciéndolo en el presente (por lo que aumenta su utilidad marginal) y generando un ahorro con el que financiar el mantenimiento de niveles más elevados de consumo en el futuro (que aumenta la utilidad marginal futura esperada).

A nivel empírico, la presencia de ahorro preventivo puede explicar el rechazo empírico de los modelos que parten de funciones lineales de utilidad marginal, dado que proporcionaran predicciones incorrectas del consumo futuro en términos del consumo presente.[17] Además, las implicaciones observacionales de la introducción del ahorro preventivo en el modelo son muy similares a las de las restricciones de liquidez. Dado que

[17] A partir de una función de utilidad CARA se puede demostrar (véase el Apéndice B) que la condición mar-

la intensidad de las restricciones al crédito (medidas mediante el multiplicador λ_2) y la varianza de las realizaciones del consumo futuro son inobservables, se comprenden las dificultades de la investigación empírica para distinguir entre las causas posibles del rechazo del modelo en base al contraste de la condición marginal intertemporal. En cualquier caso, podemos señalar que la evidencia empírica disponible parece apuntar a que la incertidumbre sólo explica una parte muy pequeña del comportamiento del consumo agregado.

ginal intertemporal pasa a ser:

$$E_1C_2 = C_1 + \frac{\ln \beta R}{\alpha} + \frac{\alpha\sigma^2}{2}$$

en donde σ^2 mide la varianza de las posibles realizaciones del consumo debida a la existencia de incertidumbre. Así, un aumento de la incertidumbre hace que los individuos pospongan consumo y crezca su ahorro presente.

5. Teorías de la demanda de inversión.

Entre las teorías tradicionales que tratan de explicar el comportamiento agregado de la inversión podemos destacar las siguientes:

1. *Teoría de la eficiencia marginal del capital*, que se puede resumir analíticamente como:

$$I = I(r), \qquad I' < 0.$$

   De acuerdo con esta teoría, los proyectos de inversión son ordenados por las empresas en función de su rentabilidad, realizándose sólo aquellos proyectos en los que ésta es superior al coste de oportunidad de los fondos necesarios.
2. *Teoría de la liquidez y el racionamiento de las empresas*, que podemos representar mediante

$$I = I(CF), \qquad I' > 0,$$

   en donde CF representa los fondos de las empresas susceptibles de ser utilizados en la financiación de los proyectos de inversión (*cash flow*). La inversión dependerá, según este planteamiento, de los beneficios empresariales, que aproximan la disponibilidad de fondos en un mundo en el que el crédito es caro o está racionado.
3. *Teoría del acelerador*, que sostiene que:

$$I = I(\Delta Y), \qquad I' > 0.$$

   De acuerdo con esta teoría, la inversión es función del incremento esperado de la demanda, que aproximamos mediante el aumento contemporáneo y/o desfasado del nivel de renta.

En este tema vamos a estudiar un nuevo enfoque de la demanda de inversión, que se conoce como teoría de la q de Tobin, debido a que fue este economista el que formuló esta teoría, según la cual

$$I = I(q-1), \qquad I' > 0, I(0) = 0,$$

en donde, como se verá más adelante, la variable q es igual al cociente entre el aumento del valor de la empresa debido a la realización de un proyecto de inversión y el coste de dicho proyecto. La teoría de la q de Tobin presenta una serie de características que la hacen particularmente atractiva desde el punto de vista analítico. Estas características son las siguientes:

- Relaciona aspectos financieros de valoración de activos, como es el valor de las acciones de una empresa, con la demanda de bienes de capital que realizan las empresas.
- Puede obtenerse como resultado de un problema estándar de optimización microeconómica.
- Resalta los aspectos de rentabilidad esperada, de expectativas empresariales y de decisiones intertemporales que son consustanciales al proceso de inversión.
- Al margen de algunos problemas que se comentan más adelante, permite una contrastación empírica relativamente sencilla.
- Bajo condiciones muy generales puede considerarse que esta teoría incluye a las demás como casos particulares.

Sobre todos estos aspectos volveremos oportunamente a lo largo del tema. En cualquier caso, para plantear esta teoría del modo más sencillo posible trabajaremos con dos supuestos simplificadores:

1. No existe incertidumbre, por lo que la hipótesis de expectativas racionales es equivalente a la previsión perfecta.
2. No hay racionamiento en ningún mercado (de crédito, bienes y servicios o factores productivos), y en todos ellos la empresa se comporta como precio aceptante.

Inicialmente, vamos a abordar tres aspectos básicos del proceso dinámico de decisión necesario para plantear una teoría consistente de la inversión. En este momento los presentamos de forma relativamente independiente para, más adelante, hacer un uso integrado de todos ellos. En primer lugar, es necesario analizar cuáles son los criterios válidos para la *decisión de inversión*. En ese sentido, será centro de nuestra atención la naturaleza del objetivo empresarial, cuyo cumplimiento es la justificación de las decisiones de inversión adoptadas. Es también necesario analizar el procedimiento relevante en la adopción de las decisiones de inversión, una vez estudiado el objetivo de la actividad empresarial. Como veremos, dicho procedimiento consiste, básicamente, en las *técnicas de optimización dinámica*, dada la naturaleza de la decisión de inversión. Existe un último aspecto muy relevante en este terreno: la importancia de los *costes de ajuste* implícitos en todo proceso de inversión. Como podremos comprobar, la naturaleza de estos costes permite diferenciar nítidamente la decisión referente al nivel o stock de capital óptimo (demanda de capital) de la decisión del ritmo al que se alcanza dicho stock de capital (demanda de inversión).

6. El criterio del valor presente y demanda de capital en dos períodos.

La inversión constituye un aplazamiento del consumo, por lo que su análisis debe abordarse de forma similar a la asignación intertemporal en consumo. Limitándonos a un mundo de dos períodos, el objetivo del empresario no puede ser otro que la maximización de la utilidad derivada de su consumo en cada uno de los dos períodos considerados:

$$\max u(C_1, C_2) \tag{7.64}$$

La única diferencia entre un consumidor estándar y un consumidor que es, a su vez, propietario de una empresa no radica en sus objetivos (la maximización de la utilidad percibida en los dos períodos), sino en los medios de que dispone para alcanzar dichos objetivos. En ese sentido, el empresario obtiene su renta de la utilización del capital, que vendrá dada en cada período por:

$$D_1 = P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1(K_2 - K_1) = P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1$$

$$D_2 = P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2 K_2$$

en donde D es la renta empresarial, P el precio de venta del bien o servicio producido, F la función de producción, Vel precio de mercado del capital, W el salario y L la cantidad utilizada de trabajo. Nótese que estamos suponiendo, por el momento, que el capital no se deprecia, siendo K_i la dotación de capital a disposición del empresario al comienzo del período i, que supondremos exógenamente dada. Obsérvese, adicionalmente, que en el segundo período el capital da lugar a un ingreso en lugar de a un coste, debido a que la estrategia óptima en un mundo de dos periodos consiste en vender dicho stock de capital. A diferencia del consumidor estándar, el empresario tiene la capacidad de actuar sobre los ingresos percibidos en cada periodo mediante la decisión de inversión. Al ser el trabajo un factor variable, no se produce ningún efecto intertemporal en la elección de la cantidad a utilizar del mismo, es decir, la elección de L_t sólo afecta a D_t.

Centrándonos en la decisión de inversión, es fácil comprobar que

$$D_1 = D_1(K_2), \qquad D_1' < 0, D_1'' = 0 \tag{7.65}$$

$$D_2 = D_2(K_2), \qquad D_2' > 0, D_2'' < 0 \tag{7.66}$$

La elección de K_2 puede alterar el valor de la renta empresarial en ambos períodos, con lo que es posible obtener una curva de transformación entre las rentas empresariales

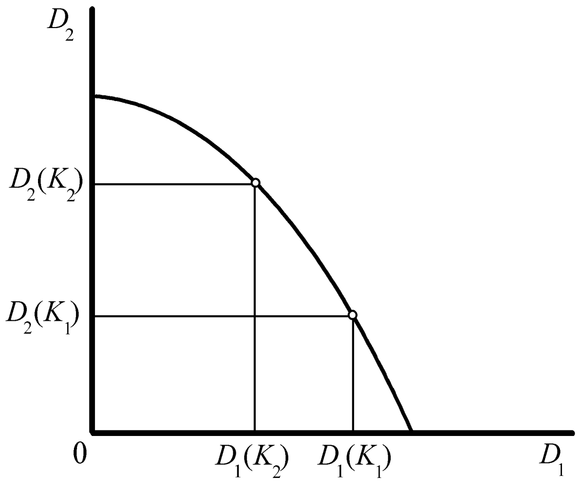

Gráfico 7.16: *Curva de transformación. Las decisiones de inversión de la empresa afectan a la distribución de beneficios entre periodos.*

en cada periodo:

$$D_2 = D(D_1), \qquad D' < 0, D'' > 0 \tag{7.67}$$

El signo positivo de la segunda derivada no es más que una manifestación del supuesto de rendimientos decrecientes del capital en la producción de bienes y servicios. Tal y como se ha representado en el Gráfico 7.16, esta curva de transformación será una función cóncava, indicando la caída en la rentabilidad marginal de la inversión conforme aumenta su volumen.

Podemos considerar ahora dos casos, en función de que el empresario se enfrente o no a un mercado de capitales perfecto, en el que puede prestar o tomar prestado la cantidad que desee al tipo de interés r:

1. Elección del nivel óptimo de capital en ausencia de mercados financieros. En este caso el problema de optimización es el siguiente:

$$\max_{C_1, C_2, K_2} u(C_1, C_2)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} C_1 &= D_1 \\ C_2 &= D_2 \\ D_2 &= D(D_1) \end{aligned}$$

en donde, como antes, el criterio es la maximización de la utilidad del empresario. La decisión del volumen óptimo de capital, K_2^*, determina de forma directa los niveles de rentas empresariales que resultan en los dos períodos, D_1^* y D_2^*, y, por lo tanto, los niveles de consumo óptimos en cada uno de los mismos,C_1^* y C_2^*, al no ser posible la traslación de rentas entre períodos, como se puede apreciar en el Gráfico 7.17.

2. Elección del nivel óptimo de capital en presencia de mercados financieros, en cuyo caso el problema de optimización viene dado por:

$$\max_{C_1, C_2, K_2} u(C_1, C_2)$$

sujeto a

$$\begin{aligned} C_1 + \frac{C_2}{1+r} &= D_1 + \frac{D_2}{1+r} \\ D_2 &= D(D_1) \end{aligned}$$

En el Gráfico 7.18 se aprecia como, a diferencia del caso anterior, el empresario puede reasignar su consumo intertemporalmente entre ambos períodos, dado el tipo de interés vigente.

En general, supondremos que el empresario se enfrenta a un mercado financiero perfecto, que permite separar las decisiones de consumo y de producción. Por una parte, el empresario elige el nivel óptimo deseado de capital como una solución de tangencia entre la curva de transformación de las rentas empresariales y la restricción presupuestaria implicada por el tipo de interés vigente en el mercado. Dado que el empresario, como consumidor, puede prestar y endeudarse en el mercado financiero al tipo de interés vigente, buscará maximizar el valor presente de las rentas obtenidas a lo largo de su ciclo vital (períodos 1 y 2). Esta decisión puede representarse de la forma siguiente:

$$\max_{K_2} D_1 + \frac{D_2}{1+r}$$

sujeto a

$$D_2 = D(D_1)$$

Después, como consumidor que recibe un flujo de rentas dados por los valores D_1^* y D_2^* resultantes de este problema optimización, elegirá la estructura temporal del consumo

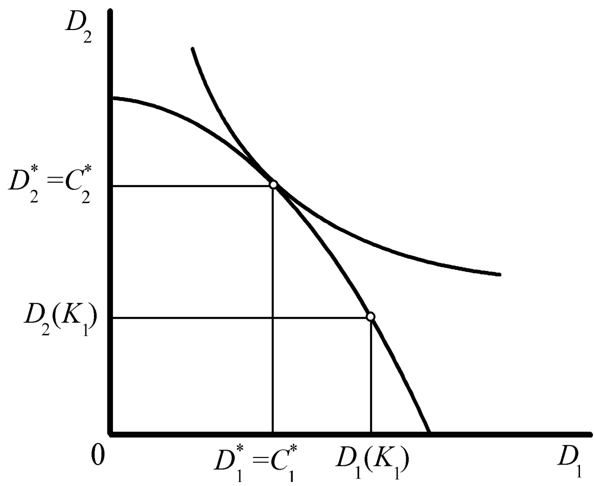

Gráfico 7.17: *Elección óptima del consumo y de la inversión en ausencia del mercado financiero.*

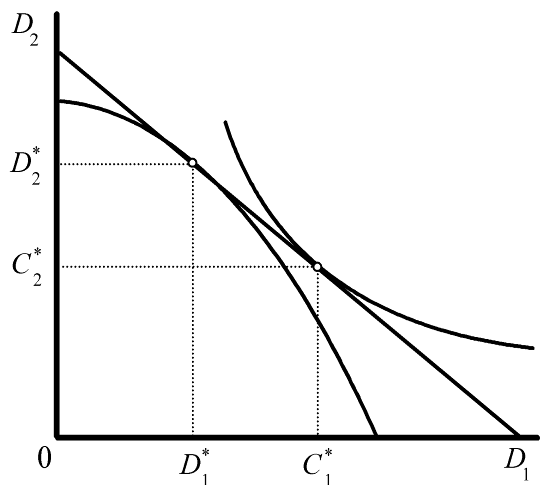

Gráfico 7.18: *Elección óptima del consumo y de la inversión cuando existe un mercado financiero.*

(ahorro) para maximizar su función de utilidad de ciclo vital:

$$\max_{C_1, C_2} u(C_1, C_2)$$

sujeto a

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = D_1^* + \frac{D_2^*}{1+r}$$

En resumen, la traslación intertemporal de las rentas del empresario, junto a la decisión de inversión realizada, le permite alcanzar la mejor de las situaciones posibles (la curva de indiferencia más elevada). Este ejercicio muestra la importancia de la dimensión temporal en la decisión de inversión del empresario. Vamos a profundizar en el análisis de la maximización del valor presente de la empresa (en presencia de mercados financieros que permitan reasignar los fondos disponibles intertemporalmente) como el criterio adecuado para un empresario que presenta las dos vertientes mencionadas: propietario de una empresa y consumidor racional.

7. La demanda de capital frente a la demanda de inversión.

En este momento ya estamos en condiciones de analizar la demanda de inversión por parte de la empresa. Mantendremos los supuestos de perfección de todos los mercados y de ausencia de incertidumbre, a los que añadimos los siguientes:

1. La función de producción es de proporciones variables y de buen comportamiento, y se supone que los factores de producción son cooperantes, $F_{KL} > 0$.
2. Supondremos, para mayor simplicidad, que los costes de la inversión son financiados por la empresa utilizando sus beneficios no distribuidos.

La empresa maximizará el valor presente de los beneficios presentes y futuros. En un horizonte temporal de dos períodos, en ausencia de incertidumbre y suponiendo a partir de ahora que el capital se deprecia a la tasa δ, su problema de optimización podrá expresarse como la elección de L_1, L_2, K_2 e I_1 para resolver:

$$\begin{aligned} \max_{L_1 L_2 K_2 I_1} PV &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 + \\ & \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2(1-\delta)K_2\right) \end{aligned} \tag{7.68}$$

sujeto a

$$I_1 = (K_2 - K_1) + \delta K_1 \tag{7.69}$$

Este planteamiento sigue el criterio básico de actualización o del valor presente. La resolución se realiza a partir de la función de Lagrange habitual, en la que μ es el multiplicador asociado a la restricción (69):

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(L_1, L_2, K_2, I_1) \quad = \quad & P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 \\ & + \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2(1-\delta)K_2\right) \\ & -\mu\left((K_2 - K_1) + \delta K_1 - I_1\right) \end{aligned} \tag{7.70}$$

Es fácil comprobar que las condiciones de primer orden de este problema de optimización empresarial son las siguientes:

$$P_1 F_{L_1} - W_1 = 0 \tag{7.71}$$

$$P_2 F_{L_2} - W_2 = 0 \tag{7.72}$$

$$\frac{1}{1+r}\left(P_2 F_{K_2} + V_2(1-\delta)\right) - \mu = 0 \tag{7.73}$$

$$-V_1 + \mu = 0 \tag{7.74}$$

El multiplicador μ puede considerarse como el precio sombra del capital, puesto que:

$$\mu = \frac{\partial PV}{\partial K_2}$$

Las condiciones de primer orden (71) a (74) permiten obtener las demandas de trabajo en ambos periodos y la demanda de capital del segundo periodo:

$$F_{L_1}(K_1, L_1) = \frac{W_1}{P_1} \tag{7.75}$$

$$F_{L_2}(K_2, L_2) = \frac{W_2}{P_2} \tag{7.76}$$

$$\begin{aligned} F_{K_2}(K_2, L_2) &= \frac{1}{P_2}(-(V_2 - V_1) + rV_1 + V_2\delta) \\ &= \frac{V_1}{P_2}\left(r + \frac{V_2}{V_1}\delta - \frac{(V_2 - V_1)}{V_1}\right) \equiv \rho \end{aligned} \tag{7.77}$$

en donde ρ es el coste real de uso del capital. Como puede observarse, hemos obtenido un resultado prácticamente idéntico al del modelo neoclásico de la inversión, si bien a partir de un esquema de maximización del valor presente de la empresa en dos períodos. El sistema de ecuaciones (75) a (77) contiene tres incógnitas, L_1, L_2 y K_2, con lo que puede resolverse para obtener las correspondientes funciones de demanda de los factores productivos por parte de la empresa:

$$L_t^d = L_t^d\left(\frac{W_t}{P_t}, \rho\right), \qquad t = 1, 2 \tag{7.78}$$

$$K_2^d = K_2^d\left(\frac{W_t}{P_t}, \rho\right) \tag{7.79}$$

Sin embargo, no ha sido posible deducir una función de inversión. Las expresiones (78) y (79) definen la demanda deseada de trabajo y capital para valores dados del salario real en ambos períodos y para un valor dado del coste real de uso del capital. Si la empresa se encuentra siempre en su stock de capital deseado no puede existir una función de demanda de inversión, que necesariamente implica que la empresa no alcanza su nivel deseado de capital de forma instantánea. Este modelo define, pues, una demanda de capital, pero no una demanda de inversión. La clave de este resultado se encuentra en la condición de primer orden (74):

$$V_1 = \mu$$

Cuando el precio sombra de un bien es igual a su precio de mercado, se está consumiendo la cantidad deseada de dicho bien. Tal y como ha sido definido el problema, el capital es un factor tan *variable* como el trabajo. El hecho de que el capital sea un factor *duradero* significa que una vez adquirido produce servicios a sus propietarios durante varios períodos, lo que explica que su precio real (V_2/P_2) no coincida con su coste real de uso (ρ). Para que un factor sea considerado fijo es necesario que exista un coste adicional al precio de mercado asociado a un cambio en su nivel. El capital es siempre un factor duradero, pero hasta que no introduzcamos dichos costes de ajuste no podrá ser considerado fijo. Entre el corto plazo, en el que el capital no puede cambiar, y el largo plazo, en el que el capital es un factor variable, necesitamos una situación intermedia que, haciendo posible el ajuste entre niveles de capital pero de manera costosa, permita la obtención de una senda óptima de ajuste entre dos niveles de capital. A este proceso es al que denominamos inversión.

8. Costes de ajuste e inversión.

La expresión (79) determina la demanda de capital, o el capital óptimo, en un momento dado. De acuerdo con lo señalado antes, para entender el proceso de inversión es necesario que la empresa se enfrente a un proceso de ajuste costoso entre el stock de capital que posee y el que desea. Supongamos que la empresa se enfrenta a dos tipos de costes adicionales (además de los costes laborales y el coste unitario del capital):

$$C^a = \gamma_1(K_2 - (1-\delta)K_1)^2 \tag{7.80}$$

$$C^b = \gamma_2(K_2^* - K_2)^2 \tag{7.81}$$

La variable C^a recoge el coste para la empresa asociado a la alteración del nivel de capital utilizado: cuanto mayor sea el cambio, es decir, cuanto mayor sea la diferencia entre K_2 y K_1, mayor será el coste en que incurrirá la empresa por instalación del nuevo capital. Como se observa en la expresión (80) se supone que este coste es cuadrático. C^b recoge el coste que para la empresa representa utilizar un valor del stock de capital diferente al óptimo. Cómo es obvio, este coste será mayor cuanto mayor sea la diferencia entre ambos. Para facilitar la exposición, supondremos que también este coste crece exponencialmente con este diferencial.[18]

Una vez que la empresa ha decidido su capital óptimo, mediante el proceso de optimización descrito anteriormente, la elección de la senda óptima de inversión se llevará a

[18] En realidad, este coste debe obtenerse como diferencia entre los beneficios que obtiene la empresa cuando utiliza su stock de capital óptimo y los que obtiene cuando K_2 es distinto de K_2^*.

cabo para minimizar el coste total:

$$\min C^a + \frac{C^b}{1+r} = \gamma_1(K_2 - K_1)^2 + \frac{1}{1+r}\gamma_2(K_2^* - K_2)^2 \tag{7.82}$$

o bien

$$\min \gamma_1 I_1^2 + \frac{1}{1+r}\gamma_2(K_2^* - (1-\delta)K_1 - I_1)^2$$

de donde obtenemos la condición de primer orden:

$$\gamma_1 I_1 - \frac{1}{1+r}\gamma_2(K_2^* - (1-\delta)K_1 - I_1) = 0,$$

que da lugar a la siguiente función de inversión:

$$I_1 = \frac{\gamma_2}{\gamma_2 + \gamma_1(1+r)}(K_2^* - (1-\delta)K_1) \tag{7.83}$$

En esta expresión se aprecian las características deseables de una función de inversión:

- La inversión actual es una proporción del ajuste deseado en el stock de capital.
- La proporción ajustada crece con γ_2:

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma_2\to\infty} I &= K_2^* - (1-\delta)K_1 \\ \lim_{\gamma_2\to 0} I &= 0.\end{aligned}$$

  Cuánto más (menos) costoso sea estar fuera del óptimo, más rápido (más lento) será el ajuste correspondiente.
- La proporción ajustada disminuye con γ_1:

$$\begin{aligned}\lim_{\gamma_1\to 0} I &= K_2^* - (1-\delta)K_1 \\ \lim_{\gamma_1\to \infty} I &= 0.\end{aligned}$$

  Cuánto más (menos) costoso sea el ajuste, más lento (más rápido) será el proceso hasta alcanzar K_2^*.

Este ejemplo ilustra la importancia de los costes de ajuste para la existencia de una función de inversión propiamente dicha. Sin embargo, la empresa racional considerará simultáneamente la decisión de cuanto capital desea y a que ritmo quiere incorporarlo. A continuación se aborda este problema.

9. La teoría de la q de Tobin.

Teniendo en cuenta las reflexiones que acabamos de realizar, vamos a reformular el problema de optimización empresarial en dos períodos considerado anteriormente para incorporar los costes de ajuste. Para ello es necesario adoptar una forma funcional explícita para los costes de ajustes. Así, supondremos que estos costes de ajuste son *cuadráticos* y dependen positivamente del volumen de inversión realizada (es decir, existen costes de ajuste tanto si la inversión es positiva como si es negativa) y negativamente del stock de capital deseado:

$$C(I, K_2) = \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2}$$

El problema de optimización empresarial, para la elección simultánea de L_1, L_2, K_2 e I, en dos períodos será en este caso:

$$\begin{aligned} \max_{L_1 L_2 K_2 I_1} PV &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 - \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2} + \\ &\quad \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2(1-\delta)K_2\right) \end{aligned} \tag{7.84}$$

sujeto a

$$I_1 = (K_2 - K_1) + \delta K_1 \tag{7.85}$$

Al igual que antes, la resolución se realiza a partir de la función de Lagrange habitual, en la que μ es el multiplicador asociado a la restricción (85):

$$\begin{aligned} L(L_1, L_2, K_2, I_1) &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 - \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2} + \\ &\quad + \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2(1-\delta)K_2\right) \\ &\quad - \mu\left((K_2 - K_1) + \delta K_1 - I_1\right) \end{aligned} \tag{7.86}$$

de donde obtenemos las siguientes condiciones de primer orden:

$$P_1 F_{L_1} - W_1 = 0 \tag{7.87}$$

$$P_2 F_{L_2} - W_2 = 0 \tag{7.88}$$

$$\frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2^2} + \frac{1}{1+r}\left(P_2 F_{K_2} + V_2(1-\delta)\right) - \mu = 0 \tag{7.89}$$

$$\mu = V_1 + \beta \frac{I_1}{K_2} \tag{7.90}$$

A partir de estas condiciones de primer orden, utilizando las restricción presupuestaria podemos obtener las expresiones siguientes:

$$F_{L_t}(K_t, L_t) = \frac{W_t}{P_t}, \qquad t = 1, 2 \tag{7.91}$$

$$F_{K_2}(K_2, L_2) = \frac{\mu}{P_2}\left(r + \frac{V_2}{\mu}\delta - \frac{V_2 - \mu}{\mu}\right) - (1+r)\frac{\beta}{2P_2}\left(\frac{I_1}{K_2}\right)^2 \tag{7.92}$$

$$I_1 = \frac{K_2 V_1}{\beta}\left(\frac{\mu}{V_1} - 1\right) \tag{7.93}$$

Ahora bien, recordemos la definición de μ

$$\mu = \frac{\partial PV}{\partial K_2}$$

es decir, μ es el incremento marginal del valor presente de la empresa en respuesta a las alteraciones del stock de capital. Por otra parte, el precio del capital puede considerarse como el incremento marginal en el coste del capital instalado de la empresa ante un aumento de K:

$$V_1 = \frac{\partial(V_1 K_2)}{\partial K_2}$$

Así pues, el modelo permite concluir que el empresario invertirá cuando μ, la valoración marginal que el empresario otorga a una unidad de capital, sea superior a V_1, el valor marginal en el mercado de esa misma unidad, y desinvertirá en el caso contrario. El ratio entre ambas variables se conoce en la literatura como la q de Tobin, en honor al autor que planteó inicialmente este modelo:

$$q = \frac{\mu}{V_1}$$

Utilizando esta definición de la variable q en la función de inversión (93) obtenemos la función de inversión que se deduce de la teoría de la q de Tobin:

$$\frac{I_1}{K_2} = \frac{V_1}{\beta}\left(\frac{\mu}{V_1} - 1\right) = I(q-1)$$

Esta teoría de la inversión presenta distintas características que es conveniente resaltar:

1. La decisión de inversión es básicamente *forward-looking* y muy sensible a las expectativas. Si ampliamos el horizonte de planificación temporal de la empresa a un período más amplio, puede demostrarse que el precio sombra del capital en el momento t puede escribirse como:

$$\mu_t = \frac{\partial}{\partial K_t}\sum_{j=1}^{T}\frac{1}{(1+r)^{j-1}}\left(P_j F(K_j, L_j) - W_j L_j - V_j I_j - \frac{\beta}{2}\frac{I_j^2}{K_{j+1}}\right)$$

   por lo que μ recoge las expectativas futuras sobre la evolución de todas las variables relevantes en la decisión de inversión de la empresa.

2. De una u otra manera, esta teoría engloba o incorpora todas las restantes:

   (a) Es evidente que:

$$\frac{\partial\mu}{\partial r} < 0$$

   por lo que la variable q recoge el efecto negativo del tipo de interés sobre la inversión, pero esta dependencia es un elemento más de esta teoría, y no necesariamente el más relevante.

   (b) Los incrementos esperados en la demanda se reflejan igualmente en los incrementos en el precios sombra del capital y, por lo tanto, en la inversión. Así pues, las expectativas de demanda aproximan el efecto acelerador sobre la inversión.

   (c) En ausencia de racionamiento de crédito, los beneficios pasados no influyen en la inversión. Tan sólo los beneficios esperados en el futuro lo hacen como se deduce de la función objetivo de la empresa.

3. Como hemos podido comprobar, en la medida que el precio sombra del capital y su precio de mercado sean diferentes, aparecerá una demanda de inversión no nula. Analizando la función de demanda de capital (92), el coste real de uso del capital viene dado, en presencia de costes de ajuste, por

$$\frac{1}{P_2}\left(V_1(1+r) - V_2(1-\delta)\right) - (1+r)\frac{\beta}{2P_2}\left(\frac{I_1}{K_2}\right)^2 = \rho$$

Supongamos que $\mu > V_1$. En este caso la productividad marginal del capital será superior al coste de uso:

$$F_{K_2} = \frac{1}{P_2}\left(\mu(1+r) - V_2(1-\delta)\right) - (1+r)\frac{\beta}{2P_2}\left(\frac{I_1}{K_2}\right)^2 > \rho$$

en cuyo caso el stock de capital deseado no coincide con el stock de capital efectivo, por lo que la empresa deseará aumentar su dotación de capital. De esta forma, el ajuste entre stock de capital deseado y efectivo no es inmediato debido al coste de ajuste, que dará lugar a una función de demanda de inversión. Así, la empresa invertirá cuando valore marginalmente el capital por encima de su precio de mercado, $\mu > V$, es decir, cuando la productividad marginal del capital sea superior al coste de uso real del mismo, $F_K > \rho$. La explicación última de esta relación se encuentra en el hecho de que el stock de capital con el que cuenta la empresa es inferior al deseado, si bien la aparición de una función de inversión requiere que la brecha entre ambas variables no pueda subsanarse de inmediato, debido a la presencia de costes de ajuste cuadráticos.

4. La inversión depende negativamente del coste de ajuste. A partir de la función de inversión se tiene que

$$\frac{\partial I}{\partial \beta} < 0$$

y que

$$\lim_{\beta \to \infty} I = 0$$

Cuando los costes de ajuste tienden a cero, no existe demanda de inversión ya que el ajuste al nivel de capital óptimo es inmediato. Cuando los costes de ajuste se hacen infinitos, el capital no se ajusta a su nivel deseado y permanece constante en su nivel inicial.

5. Es importante señalar que no todas las funciones de costes de ajuste dan lugar a la aparición de una función de demanda de inversión. En concreto, obsérvese que la función de demanda de inversión sólo aparecerá cuando la función de costes de ajuste sea de orden cuando menos cuadrático, puesto que en caso contrario la inversión no aparecerá en la condición de primer orden (90). Así, una función de costes de ajuste lineal, aunque introduce una brecha entre el precio sombra del capital y su precio de mercado, es incapaz de generar una función de demanda de inversión: la empresa sólo se plantea el ritmo de ajuste del stock de capital cuando su coste crece más que proporcionalmente con la cantidad ajustada del mismo.

Por último, en relación a la teoría de la inversión de la q de Tobin, hemos de señalar que plantea algunos problemas en el terreno de la investigación empírica, debido a la naturaleza del ratio q. Debe tenerse en cuenta que ninguno de los dos componentes de dicho ratio son fácilmente medibles. El precio sombra del capital es una variable no observable que requiere aproximar de alguna forma su medición, mientras que los problemas asociados a la medición del stock de capital, y por tanto a la de su precio medio, son fácilmente comprensibles, dada la heterogeneidad de la composición de dicho stock. En cualquier caso, y dado que ya se dispone de algunas medidas del stock de capital privado de la economía española, el principal problema aparece en la medición de la primera de las variables citadas.

En ese sentido, Hayashi (1982) proporciona un método para la medición del stock de capital que parte del supuesto de rendimientos constantes a escala de la función de producción. Se puede demostrar que, en ese caso:

$$\mu = \frac{\partial PV}{\partial K} = \frac{PV}{K}$$

lo que implica la igualdad entre lo que podemos denominar q media (q_m) y q marginal (q):

$$q = \frac{\mu}{V} = \frac{\partial PV}{\partial K}\frac{1}{V} = \frac{PV}{VK} = q_m$$

La homogeneidad de grado uno tiene implicaciones muy interesantes en el terreno de la contrastación empírica del modelo, puesto que significa poder aproximar q por q_m. Ni siquiera en este caso la tarea es fácil en este terreno, puesto que PV tampoco es observable directamente. Sin embargo, el propio Tobin propone utilizar la cotización de las acciones de las empresas, o un índice de las mismas, para aproximar el valor de PV, basándose en el argumento de que el mercado, la bolsa, valorará adecuadamente las oportunidades de inversión de las empresas, valoración que se reflejará en el precio de sus acciones. Dado el precio del capital, las fluctuaciones en la bolsa deben estar estrechamente relacionadas con las fluctuaciones en la inversión, y por tanto con las fluctuaciones en el output y el empleo.

10. Ejercicios

1. Suponga que un individuo puede ofrecer un máximo de horas cada período y que se enfrenta al siguiente problema de optimización:

$$\max_{\{C_t,N_t\}_{t=1,2}} U(C_1, N^m - N_1) + \beta U(C_2, N^m - N_2)$$

sujeto a:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = W_1 N_1 + \frac{W_2 N_2}{1+r}$$

donde las variables están expresadas en la notación habitual y la función de utilidad estática es creciente y cóncava en sus dos argumentos. Se pide:

(a) Obtenga las condiciones intra e intertemporales para el consumo y el ocio. Sugiera una interpretación económica para cada una de estas condiciones.

(b) Suponga que $N^m = 1$ y $U = \alpha \ln C_t + (1-\alpha)\ln(1-N_t)$, $0 < \alpha < 1$. Bajo esta especificación, obtenga la demanda de consumo y la oferta de trabajo.

(c) Con la especificación del apartado anterior, indique cómo varía la oferta de trabajo del período 1 ante una variación de W_2 y cómo varía la oferta de trabajo del período 2 ante un cambio en W_1. Interprete los resultados en términos económicos.

(d) Suponga que el consumidor resuelve ahora el siguiente problema de optimización:

$$\max_{\{C_t,N_t\}_{t=1,2}} U(C_1, N^m - N_1) + \beta U(C_2, N^m - N_2) - \frac{\rho}{2}(N_1 - N_2)^2$$

sujeto a:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = W_1 N_1 + \frac{W_2 N_2}{1+r}$$

¿Qué relevancia tiene que $\rho > 0$?

2. El modelo básico de sustitución intertemporal del trabajo predice una correlación positiva entre las perturbaciones que causan un aumento del salario corriente y el comportamiento del empleo en el período siguiente. Este resultado se ajusta bastante bien a la evidencia empírica en los países industrializados. Indique su acuerdo o desacuerdo con estas afirmaciones. Razone su respuesta.

3. De acuerdo con el modelo de sustitución intertemporal del trabajo, la oferta de trabajo en cada período depende de los salarios de los dos períodos. Por tanto, un aumento transitorio del salario en el primer período, permaneciendo constante el salario del segundo período, hará que incremente la oferta de trabajo del primer período y que

disminuya la del período siguiente. Indique si esta afirmación es verdadera o falsa. ¿Por qué?

4. Suponga que un individuo se enfrenta al siguiente problema de optimización:

$$\max_{\{C_t,N_t\}_{t=1,2}} \alpha \ln C_1 + (1-\alpha)\ln(1-N_1) + \beta\alpha \ln C_2 + \beta(1-\alpha)\ln(1-N_2)$$

sujeto a:

$$C_1 + \frac{C_2}{1+r} = (W_1 - \tau_1)N_1 + \frac{(W_2-\tau_2)N_2}{1+r}$$

donde τ es un impuesto sobre el salario por hora en el período t y el resto de variables están expresadas en la notación habitual. Se pide:

(a) Obtenga las condiciones intra en intertemporales para el consumo. Sugiera una interpretación económica para cada una de estas condiciones.
(b) Obtenga la demanda de consumo y la oferta de trabajo.
(c) Indique cómo varía la oferta de trabajo del período 1 ante una variación de W_2 y cómo varía la oferta de trabajo del período 2 ante un cambio en W_1. Interprete los resultados en términos económicos.
(d) Suponga que τ_2 aumenta. ¿Cómo se verá afectada la oferta de trabajo en cada período? ¿Y si aumenta τ_1?

5. En el modelo básico de sustitución intertemporal del trabajo, un aumento del salario de la misma magnitud para los dos períodos hará que el consumidor ofrezca más trabajo en ambos períodos, ya que de ese modo obtendrá una mayor renta que dedicar al consumo de bienes. Indique si este razonamiento es verdadero o falso. ¿Por qué?

6. Suponga un individuo que se enfrenta al siguiente problema de optimización en dos periodos:

$$\max_{C_1,C_2}(k_0C_1 - \frac{k_1}{2}C_1^2) + \beta E_1(k_0C_2 - \frac{k_1}{2}C_2^2)$$

sujeto a

$$C_1 + R^{-1}E_1C_2 = A_1 + Y_1 + R^{-1}E_1Y_2$$

en donde A_1 es la riqueza inicial, y las restantes variables siguen la notación habitual. Suponiendo que este individuo no desea dejar ninguna herencia, conteste a las siguientes cuestiones:

(a) Represente gráficamente e interprete las condiciones de primer orden del anterior problema de optimización.
(b) Suponga que el consumo óptimo del individuo es tal que en el primer periodo se

cumple que:

$$C_1^* > A_1 + Y_1$$

y que el gobierno aplica la siguiente medida fiscal:

$$0 < T_1 = -R^{-1}E_1 T_2$$

en donde T_1 es un impuesto que se devuelve en forma de transferencia en el segundo periodo, convenientemente capitalizado. Si $\beta R > 1$ y existen restricciones de liquidez, comente cómo se altera el consumo en los periodos 1 y 2, así como la condición marginal intertemporal.

(c) Responda de nuevo a la cuestión del apartado anterior si la situación inicial es tal que

$$C_1^* < A_1 + Y_1.$$

(d) Suponga que R es el tipo de interés cuando el consumidor toma prestado y que el tipo de interés cuando presta pasa a ser $R' = R(1-t)$, en donde t es el tipo impositivo sobre los ingresos del capital. ¿cómo se ve afectado el consumo en ambos periodos por la introducción de este impuesto cuando no existen restricciones de liquidez?

7. La teoría de la renta permanente bajo los supuestos más estrictos da lugar la siguiente relación

$$C_t = a + bC_{t-1} + \varepsilon_t$$

en donde ε_t es ruido blanco. Esta relación implica que:

(a) El consumo no depende de la renta, sino que los individuos deciden su consumo en función de lo que consumieron ayer.

(b) Dado que el consumo depende de su valor en el periodo anterior, la política económica es ineficaz para alterar el nivel de consumo agregado.

Comente razonadamente su acuerdo o desacuerdo con las anteriores proposiciones.

8. En agosto de 1993, el gobierno francés planteó reducir el impuesto sobre la renta para fortalecer el consumo. ¿Será efectiva esta medida fiscal, de acuerdo con la teoría de la renta permanente? ¿En qué condiciones será máxima la efectividad de esta medida? ¿Afectará a su respuesta el hecho de que los franceses considerasen que el gobierno no iba a reducir el gasto, por lo que tarde o temprano tendría que aumentar los impuestos para contener el déficit público?

9. Recientemente, un alto cargo de la administración española sostenía que ”las contin-

uas y frecuentes alteraciones fiscales que se han producido en los últimos años apenas han repercutido en el consumo agregado, dado que todas ellas tenían el carácter de transitorias". Comente su acuerdo o desacuerdo con la anterior afirmación.

10. Suponga que un individuo se enfrenta al siguiente problema de optimización individual en tres periodos en un mercado financiero perfecto:

$$\max_{C_1,C_2,C_3} u(C_1) + \beta E_1 u(C_2) + \beta^2 E_1 u(C_3)$$

sujeto a

$$C_1 + R^{-1}E_1C_2 + R^{-2}E_1C_3 = Y_1 + R^{-1}E_1Y_2 + R^{-2}E_1Y_3$$

en donde todas las variables siguen la notación habitual. Suponiendo que este individuo no desea dejar ninguna herencia, conteste a las siguientes cuestiones:

(a) Represente gráficamente e interprete las condiciones de primer orden del anterior problema de optimización.

(b) Suponga que, a partir de la solución del apartado anterior, el individuo varía sus expectativas sobre la renta futura de manera que espera un incremento de la renta Y_2. Si el gobierno anuncia que elevará las cotizaciones a la seguridad social a cargo del trabajador en una cuantía igual al incremento esperado de la renta, ¿cómo se verá alterado el consumo en cada periodo si no espera una variación de sus pensiones en $t = 3$?

(c) ¿Qué ocurriría si el gobierno destina el aumento de las cotizaciones a financiar mayores pensiones en el tercer periodo?

(d) Suponga ahora que no existe incertidumbre, que $R = 1$ y que se le ofrece al consumidor la siguiente elección:

I. No estudiar Macroeconomía Avanzada de manera que $Y_1 = Y_2 = Y_3 = Y$

II. Estudiar Macroeconomía Avanzada en el primer periodo de forma que $Y_1 = 0, Y_2 = Y_3 = 2Y$

¿Cuál será la elección del consumidor? ¿Alteraría su respuesta si no existiese mercado financiero?¿Puede alterar el sector público la decisión del consumidor en este caso?

11. Considere una empresa que elige óptimamente sus planes de inversión y empleo en un mundo de dos periodos. La empresa usa en la producción dos factores duraderos (K_a, K_b) y uno no duradero (L), de forma que su función de beneficios en el primer periodo es:

$$D_1 = P_1F(K_{1a}, K_{1b}, L_1) - W_1L_1 - V_{1a}I_{1a} - V_{1b}I_{1b} - \frac{\beta}{\alpha}\frac{I_{1a}^{\alpha}}{K_{2a}}$$

en donde

$$\begin{aligned} K_{2a} - K_{1a} &= I_{1a} - \delta K_{1a} \\ K_{2b} - K_{1b} &= I_{1b} - \delta K_{1b}. \end{aligned}$$

(a) Obtenga e interprete las condiciones de primer orden del problema de optimización al que se enfrenta la empresa, así como las similitudes y diferencias existentes entre los tres factores productivos.

(b) Obtenga las funciones de demanda de inversión de K_a y K_b. Explique cómo se alteran dichas funciones en cada uno de los siguientes casos:

I. $\alpha = 1$ y $\beta = 0$

II. $\alpha = 1$ y $\beta > 0$

III. $\alpha = 2$ y $\beta > 0$

(c) ¿Qué consecuencias tiene para la demanda de inversión de la empresa el establecimiento de un sistema de incentivos fiscales a las adquisición de K_a y K_b a la tasa unitaria h, de manera que el precio pasa a ser $V(1-h)$?¿Por qué?

(d) ¿Qué ocurriría en el caso de que los incentivos fiscales consistiesen en una subvención independiente de la inversión?¿Afectaría a la demanda de inversión?

12. Comente su acuerdo o desacuerdo con las siguientes afirmaciones:

(a) La existencia de costes de ajuste internos de la empresa es una condición suficiente para obtener una función de demanda de inversión. Para ello es indiferente la forma que adopta la función de costes de ajuste.

(b) De acuerdo con la teoría de la q de Tobin, el beneficio es el principal determinante de la inversión, ya que los beneficios elevados aumentan la liquidez de las empresas, que así no precisan tomar prestado a elevados tipos de interés.

(c) Si una empresa obtiene beneficios elevados durante varios años, su ratio q termina aumentando, por lo que la inversión también los hace.

(d) De acuerdo con la teoría de la q de Tobin, la inversión depende de la rentabilidad futura esperada. Esta es la razón por la que, ante la previsión de pérdidas en $t+1$, las empresas no invertirán.

13. Considere una empresa que elige óptimamente sus planes de empleo e inversión en dos periodos con el objetivo de maximizar los beneficios

$$\begin{aligned} PV &= P_1 F(K_1, L_1) - W_1 L_1 - V_1 I_1 - \frac{\beta}{2}\frac{I_1^2}{K_2} + \\ & \frac{1}{1+r}\left(P_2 F(K_2, L_2) - W_2 L_2 + V_2(1-\delta)K_2\right) \end{aligned}$$

sujeto a

$$I_1 = (K_2 - K_1) + \delta K_1$$

Analice, razonando sus respuestas y utilizando las condiciones de primer orden del anterior problema de optimización, las repercusiones sobre la demanda de inversión y de capital de la empresa de las siguientes situaciones

(a) El establecimiento de una tasa impositiva τ sobre el tipo de interés de la economía $r(1+\tau)$.

(b) El bien de capital que utiliza la empresas sólo se puede adquirir en el extranjero, por lo que la empresa tiene que pagar un arancel sobre importaciones $V(1+q)$.

(c) La introducción de un impuesto sobre el precio de adquisición del bien de capital a la tasa unitaria h, de manera que $V' = V(1+h)$. ¿Cómo se altera el valor presente de la empresa?¿Y la función de inversión?

(d) Suponga ahora que, para no perjudicar las decisiones de inversión, el gobierno decide compensar la exacción impositiva del apartado anterior mediante una subvención a tanto alzando por un importe H a cualquier empresa que haya realizado una nueva adquisición de capital, independientemente de su cuantía. ¿Cómo se altera el valor presente de la empresa?¿Cómo se altera la respuesta al apartado anterior?

Apéndice 1: Interpretación del término de error en el contraste econométrico de la teoría de ciclo vital

Para obtener la expresión del término de error que aparece en la ecuación (47) tenemos de calcular la diferencia entre Ω_2^e y $R\Omega_1^e$. Como en $t = 2$ se cumple que $Y_2 = E_2 Y_2$, entonces

$$\Omega_2^e = A_2 + Y_2 = A_2 + E_2 Y_2.$$

Como

$$R\Omega_1^e = R\left(A_1 + Y_1\right) + E_1 Y_2,$$

obtenemos que

$$\Omega_2^e - R\Omega_1^e = A_2 - R\left(A_1 + Y_1\right) + \left(E_2 - E_1\right) Y_2.$$

Pero, dado que

$$A_2 = R\left(A_1 + Y_1 - C_1\right),$$

podemos escribir

$$\Omega_2^e - R\Omega_1^e = -RC_1 + \left(E_2 - E_1\right) Y_2. \tag{1.1}$$

Por otro lado, utilizando las funciones de consumo para ambos períodos, obtenemos

$$\Omega_1^e = C_1 + R^{-1} E_1 C_2 = C_1 + R^{-1}\left(k + (\beta R)^{-1} C_1\right). \tag{1.2}$$

Al tratarse de un modelo con dos periodos en el que no existen legados, se verifica que

$$C_2 = \Omega_2^e. \tag{1.3}$$

Multiplicando (2.38) por R y restando de (2.39) obtenemos:

$$\Omega_2^e - R\Omega_1^e = C_2 - R\left[C_1 + R^{-1}\left(k + (\beta R)^{-1} C_1\right)\right],$$

que, utilizando la condición marginal intertemporal

$$C_2 = K + (\beta R)^{-1} C_1 + \varepsilon_2,$$

puede escribirse como

$$\Omega_2^e - R\Omega_1^e = \varepsilon_2 - RC_1. \tag{1.4}$$

Comparando las expresiones (2.37) y (2.40) observamos que

$$\varepsilon_2 = (E_2 - E_1)\, Y_2.$$

Apéndice 2: Ahorro preventivo

Supongamos que la función de utilidad es una función CARA:

$$u(C_t) = -\frac{1}{\alpha} e^{-\alpha C_t},$$

en donde α es el coeficiente de aversión absoluta al riesgo y que, por tanto, mide la curvatura de la función de utilidad marginal que se supone constante. Dada esta función de utilidad, la condición intertemporal de primer orden en consumo puede escribirse de la forma siguiente:

$$\beta R E_1 \left(e^{-\alpha C_2}\right) = e^{-\alpha C_1}.$$

Teniendo en cuenta que para este tipo de funciones, si C_2 se distribuye de acuerdo con una función de distribución normal con media $E(C_2)$ y varianza σ^2, se cumple que:

$$E_1 \left(e^{-\alpha C_2}\right) = \exp\left(-\alpha E_1 C_2 + \frac{\alpha^2 \sigma^2}{2}\right),$$

en donde $\sigma^2_{C_2}$ es la varianza del consumo en el segundo periodo, de manera que podemos escribir la condición marginal intertemporal como:

$$\beta R \exp\left(-\alpha E_1 C_2 + \frac{\alpha^2 \sigma^2}{2}\right) = \exp\left(-\alpha C_1\right).$$

Tomando logaritmos, reordenando términos y utilizando el supuesto de expectativas racionales obtenemos:

$$C_2 = C_1 + \frac{\ln \beta R}{\alpha} + \frac{\alpha \sigma^2}{2} + \varepsilon_2.$$

Capítulo 8
Inflación y estructura temporal de tipos de interés

1. Introducción

El modelo *IS-LM* tal y como suele analizarse habitualmente no incorpora un elemento fundamental en la modelización macroeconómica como son las expectativas de los agentes económicos. En este modelo básico el mecanismo de transmisión de la oferta monetaria al nivel de renta es el tipo de interés. Sin embargo, la complejidad de la realidad económica y el hecho de que los agentes puedan responder ante cambios en las expectativas de muchas de las variables de interés, incluso en modelos relativamente sencillos, hace que este el modelo *IS-LM* pueda ampliarse en numerosas direcciones. Así, por ejemplo, las expectativas de los agentes influyen sobre las decisiones de consumo, las de inversión, las demandas de exportaciones e importaciones, el gasto público, la composición de las carteras de activos y, en general, sobre otras muchas variables macroeconómicas.

En este tema nos limitaremos a analizar dos tipos de mecanismos de transmisión dinámicos en los que la economía responde a anuncios de cambios futuros en la política monetaria y fiscal, que sólo pueden ser analizados ampliando el modelo *IS-LM* básico. En el primero de ellos se analizan explícitamente las expectativas de los agentes sobre la inflación en un modelo de corte clásico en el que el output viene determinado por la oferta y en el que los precios son totalmente flexibles. En el segundo modelo, las expectativas aparecen en la determinación de los tipos de interés de los activos a largo plazo en un modelo keynesiano extremo en el que los precios son fijos y en el que también existen activos a corto plazo.

2. El modelo clásico de hiperinflación

2.1 Evidencia empírica

Según la visión generaliza entre los economistas, la evidencia empírica de las cuatro grandes hiperinflaciones de los años 20 (Alemania, Austria, Hungría y Polonia) no puede ser explicada por un modelo *IS-LM* básico en el que las expectativas de inflación responden lentamente a cambios en las políticas fiscales o monetarias sino, por el contrario, a lo que los agentes esperan de esas políticas *en el futuro*. Aunque existen diferencias entre las hiperinflaciones de cada uno de estos cuatro países existen también algunas características afines que hacen que el estudio de estas situaciones sea muy interesante. Entre estas características podemos destacar las siguientes:[1]

- *Periodo de inflación acelerada*. Según la definición de la hiperinflación, ésta ocurre cuando la tasa de inflación mensual es superior al 50%. Todos estos países experimentaron tasas de inflación ampliamente superiores, aunque el caso alemán, que aparece en el Gráfico 8.1, fue el más espectacular. Este importantísimo incremento en los precios se vio acompañado de un aumento también muy significativo de la oferta de dinero, que sin embargo no impedía una disminución continuada del nivel de saldos reales, tal y como puede apreciarse en el Gráfico 8.2.

- *Fin de la hiperinflación*. Estos episodios acabaron de una forma muy rápida, de manera que los precios dejaron de crecer bruscamente, tras un cambio muy importante de la política fiscal y monetaria. El caso alemán que se representa en el Gráfico 8.1 muestra que los precios se detuvieron por completo a partir de noviembre de 1923. El dramático cambio en las expectativas de inflación permitió incluso que la oferta monetaria continuara creciendo durante algún tiempo, aunque a tasas significativamente menores, lo que propició un aumento del nivel de saldos reales en los meses siguientes al final de la hiperinflación (Gráfico 8.2).
- *Otras características de interés*. En estos cuatro países, las hiperinflaciones se produjeron en un contexto de fuertes déficits fiscales y sin capacidad de endeudamiento. Por otro lado, la hiperinflación tuvo lugar con una escasa incidencia real, si se tiene en cuenta las desorbitadas tasas de crecimiento de los precios que llegaron a alcanzarse. De hecho, contrariamente a la relación que sostiene la curva de Phillips, en algunos casos la inflación tuvo efectos negativos sobre la producción real y los planes de estabilización no aumentaron excesivamente el desempleo, en relación a otros episodios. En particular, en Alemania, tras la súbita caída en la tasa de inflación en Noviembre de 1923, el desempleo disminuyó y el nivel de producción per capita, tomando a 1913 como base, aumentó muy significativamente en 1924, tal y como se aprecia en el Gráfico 8.3.

Teniendo en cuenta estas características de las hiperinflaciones de los años veinte en

[1] Para un mayor detalle de la evidencia que se presenta a continuación véase Sargent (1986). En el capítulo 14 de Burda y Wyplosz (1994) también se analiza la experiencia de algunos países en la lucha contra la hiperinflación.

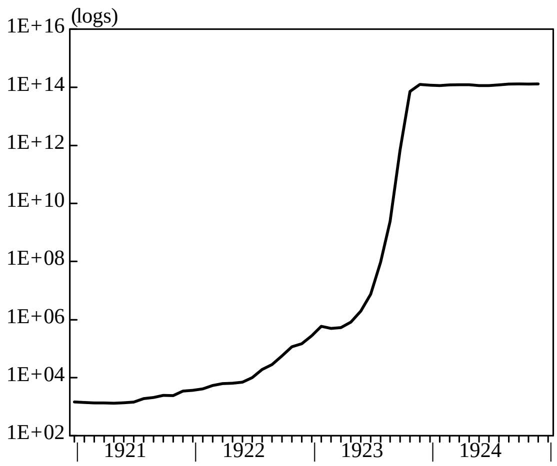

Gráfico 8.1: *Precios al por mayor en Alemania, 1921-1924. Fuente: Sargent (1986).*

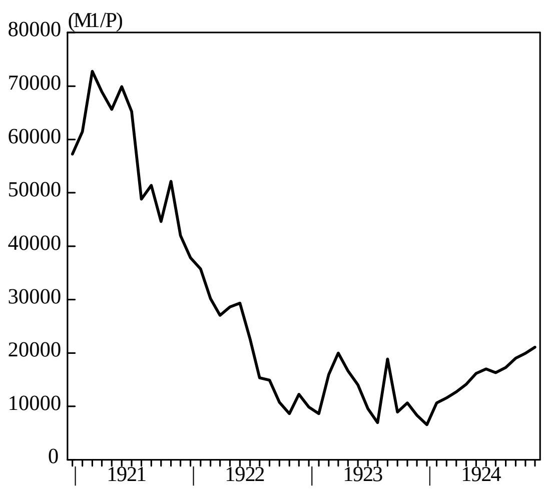

Gráfico 8.2: *Evolución de los saldos reales en Alemania, 1921-1924. Fuente: Sargent (1986).*

Gráfico 8.3: *Evolución del PIB en Alemania en el periodo de entreguerras (1913=100). Fuente: Maddison (1995).*

los países centroeuropeos, parece indicado tratar de analizar estos episodios en un modelo clásico en el que el dinero es neutral. En este modelo el nivel de renta viene determinado por la oferta de bienes y servicios y el tipo de interés nominal por el tipo de interés real, que en este modelo es constante, y las expectativas de inflación.

En el modelo clásico más sencillo con expectativas exógenas de inflación, la demanda de dinero se encuentra completamente determinada por el tipo de interés real $\overline{\rho}$ y por la oferta de bienes y servicios $\overline{Y}$:

$$L^d(\overline{\rho}, \overline{Y})$$

En esta situación, un cambio no anticipado de la oferta monetaria provoca un aumento en la misma proporción en los precios de manera que el nivel de saldos reales permanece inalterado, por lo que no podríamos explicar la dinámica de esta variable en las hiperinflaciones que acabamos de ver. Por otro lado, un anuncio de que la oferta monetaria seguirá aumentando en el futuro no alteraría el nivel de precios en el presente. Por consiguiente, este modelo sin expectativas de inflación parece poco adecuado para explicar la evidencia empírica.

¿Qué ocurriría si el modelo clásico contemplara unas expectativas tales que la inflación esperada evoluciona en función de los cambios de la oferta monetaria en el pasado? En este caso, para que los precios se detuvieran súbitamente, la oferta de dinero tendría que haber dejado de crecer con anterioridad, de manera que el final de la hiperinflación coincidiría con una caída continuada de los saldos reales, lo que de nuevo está en contra de la evidencia empírica que se ha visto anteriormente. Además, al igual que antes, un anuncio de que la oferta monetaria aumentará en el futuro no alteraría el nivel de precios en el presente.

Resulta poco razonable esperar que los precios no respondan, por ejemplo, a anuncios sobre aumentos futuros de la oferta monetaria, siendo natural pensar que en estas situaciones los agentes traten de anticipar sus compras antes de que los precios suban. Como la oferta de bienes está dada, este aumento de la demanda provocaría un aumento de los precios aunque todavía no se haya incrementado la oferta de dinero, lo que produciría una disminución del nivel de saldos reales. ¿Cómo se garantiza el equilibrio en el mercado de dinero? La única respuesta es endogeneizando las expectativas de inflación π^e de forma que varíen ante anuncios de acontecimientos futuros:

$$L^d(\overline{\rho} + \pi^e, \overline{Y})$$

En el modelo clásico el nivel de precios es una variable no predeterminada, que anticipa el futuro y que puede tomar cualquier valor en el presente con independencia de su nivel en el pasado. Utilizando este supuesto, tal y como sostiene la Nueva Macroeconomía Clásica, sí que es posible explicar la dinámica de los precios en las hiperinflaciones ya que basta un anuncio suficientemente convincente de que la oferta monetaria no aumentará en el futuro para que los precios dejen de crecer, con unos costes sobre el nivel de producción que pueden llegar a ser nulos.

2.2 El modelo

El modelo clásico en su versión más sencilla puede representarse en tres bloques recursivos. En el primer bloque, compuesto por el mercado de trabajo y la función de producción se determinan simultáneamente el salario real (W/P) y el empleo (N), y a partir de éste el nivel de producción de la economía (Y). En el segundo bloque, la función *IS* que representa al mercado de bienes y servicios determina el tipo de interés real (ρ) una vez que se conoce el nivel de producción. Por último, en el tercer bloque, la función *LM* determina el nivel de precios (P) para una oferta de dinero (M), unas expectativas de inflación (π), un tipo de interés real (ρ) y un nivel de renta (Y) dados.

A partir de este momento vamos a considerar que la economía funciona según el modelo clásico, pero relajaremos el supuesto de que las expectativas de inflación son exógenas. Por lo tanto, tal y como acabamos de ver, el nivel de renta está dado por la oferta agregada y el tipo de interés por la interacción entre oferta agregada y la función *IS*, por lo que ahora en el mercado de dinero se tienen que determinar simultáneamente el nivel de precios y las expectativas de inflación, una vez que introduzcamos un mecanismo de formación de expectativas. Para ello utilizaremos la siguiente expresión para la función *LM*:

$$\frac{M_t}{P_t} = \exp\{-\alpha(\overline{\rho} + \pi_t)\}\overline{Y}^{\beta} \tag{2.1}$$

en donde α y β son dos parámetros positivos. Tomando logaritmos en la expresión anterior:

$$m_t - p_t = -\alpha(\overline{\rho} + \pi_t) + \beta\overline{y} = -\alpha\left(\frac{P^e_{t+1} - P_t}{P_t}\right) - \alpha\overline{\rho} + \beta\overline{y}$$

en donde las variable en minúsculas denotan logaritmos. Para mayor simplicidad, supondremos que las constantes de la expresión anterior son iguales a cero ($\overline{\rho} = \overline{y} = 0$), por lo que podemos obtener la expresión siguiente:[2]

$$m_t - p_t = -\alpha(p^e_{t+1} - p_t) \tag{2.2}$$

Completaremos el modelo aplicando el supuesto de expectativas racionales a p^e_{t+1}:

$$p^e_{t+1} = E[p_{t+1}/I_t] = p_{t+1/t} \tag{2.3}$$

2.3 Solución del modelo

El modelo formado por las ecuaciones (2.2) y (2.3) constituye una ecuación en diferencias cuya solución no es estándar:

$$m_t - p_t = -\alpha(p_{t+1/t} - p_t) \tag{2.4}$$

Despejando p_t obtenemos:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha}m_t + \frac{\alpha}{1+\alpha}p_{t+1/t} \tag{2.5}$$

[2] Nótese que hacemos uso de la siguiente aproximación:

$$p^e_{t+1} - p_t = \ln\left(\frac{P^e_{t+1}}{P_t}\right) = \ln\left(1 + \frac{P^e_{t+1} - P_t}{P_t}\right) = \ln(1+\pi) \simeq \pi$$

que admite dos posible soluciones para el nivel de precios corriente p_t. La primera de estas soluciones se obtiene mediante sustituciones sucesivas de p^e_{t+1} en función de p_t, de p_t en p_{t-1}, etc.. Así, a partir de (2.2) podemos despejar p^e_{t+1} :

$$p^e_{t+1} = \frac{1+\alpha}{\alpha} p_t - \frac{1}{\alpha} m_t$$

Teniendo en cuenta que con expectativas racionales la ausencia de incertidumbre implica previsión perfecta, tenemos que:

$$p_{t+1} = \frac{1+\alpha}{\alpha} p_t - \frac{1}{\alpha} m_t$$

Desfasando esta expresión un periodo obtenemos:

$$p_t = \frac{1+\alpha}{\alpha} p_{t-1} - \frac{1}{\alpha} m_{t-1}$$

Tenemos pues una expresión por la que el precio en t es función del nivel de precios y de la oferta monetaria ambos en $t-1$. Por sustituciones sucesivas, la relación anterior nos permite obtener la siguiente expresión que se conoce como la solución *backward looking* en la que el nivel de precios actual es función de la oferta de dinero en el pasado y una condición inicial p_0:

$$p_t = -\frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{t} \left(\frac{1+\alpha}{\alpha} \right)^{i-1} m_{t-i} + \left(\frac{1+\alpha}{\alpha} \right)^{t} p_0$$

Sin embargo, es posible obtener una solución alternativa para p_t no en función de sus valores pasados como en la solución *backward looking*, sino en función de las expectativas sobre la oferta monetaria futura. Teniendo en cuenta que en nuestro modelo no existe incertidumbre, el supuesto de expectativas racionales equivale a previsión perfecta $(p_{t+1/t} = p_{t+1})$. Así podemos escribir la correspondiente expresión para p_{t+1} en función de p_{t+2} y m_{t+1} :

$$p_{t+1} = \frac{1}{1+\alpha} m_{t+1} + \frac{\alpha}{1+\alpha} p_{t+2}$$

por lo que teniendo en cuenta (2.5) y la expresión que acabamos de obtener, el nivel de precios en t es función de la oferta monetaria en $t+1$ y t y del nivel de precios en $t+2$.

Por sustituciones sucesivas hacia el futuro tenemos que:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m_{t+i/t} + \lim_{T\to\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^T p_{t+T/t} \tag{2.6}$$

Para que esta expresión sea operativa aplicaremos lo que se conoce como *condición de transversalidad*:

$$\lim_{T\to\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^T p_{t+T/t} = 0$$

Intuitivamente, esta condición nos dice que, a pesar de que los precios crezcan, $(\alpha/(1+\alpha))^T$ disminuye más rápidamente conforme T aumenta, por lo que el producto de ambos términos tiende a cero.[3] A simple vista, esta condición parece bastante plausible ya que sólo necesitamos que el futuro importe cada vez menos conforme nos alejamos en el tiempo, de manera que en el nivel de precios presente no tenga ninguna importancia lo que ocurre con el nivel de precios en un plazo lo suficientemente lejano.

La elección entre ambas soluciones, que dependen del tipo de expectativas utilizadas, es una cuestión de interpretación económica, que puede realizarse en los términos siguientes:

- Es fácil comprobar que la solución *backward looking* que parece la solución natural del problema carece, sin embargo, de sentido económico. Dado que $\alpha > 0$, en la solución *backward looking* el coeficiente de m_{t-i} es negativo y se va haciendo mayor en valor absoluto a medida que nos alejamos en el tiempo. En otras palabras, presenta la indeseable característica de que el nivel de precios de hoy disminuye ante aumentos pasados de la oferta de dinero y es más sensible a lo que ocurrió con la cantidad de dinero hace mucho tiempo que ayer mismo. Sin embargo, la solución *forward looking* que obtenemos utilizando expectativas racionales está exenta de este problema: los precios de hoy aumentan ante aumentos esperados de la oferta de dinero y son más sensibles a cambios en la cantidad de dinero de hoy que a los de mañana.
- En el modelo clásico p_t es una **variable no predeterminada**, lo que nos dice que su valor corriente no está condicionado por su pasado. Las **variables predeterminadas** están condicionadas por su valor en el pasado. Un ejemplo de variable predeterminada es el stock de capital, que presenta una inercia temporal importante. Las **variables no predeterminadas** están condicionadas por acontecimientos futuros y pueden variar li-

[3] Como $0 < \alpha < 1$, tenemos que $\frac{\alpha}{1+\alpha} < \alpha$, que al elevarse a exponentes cada vez más grandes proporcionará valores cada vez más pequeños.

bremente independientemente del valor que tenían en el periodo anterior. Como ejemplos de variables no predeterminadas suelen considerarse los precios de los activos financieros o los tipos de cambio.

2.4 Ejercicios de dinámica

a) *Estado estacionario*. En el estado estacionario los valores de las variables del modelo permanecen constantes de un periodo a otro por lo que la solución para el nivel de precios de estado estacionario puede obtenerse mediante la eliminación de todos los subíndices t. A partir de (2.6), suponiendo que m permanece constante:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m = p_t = \left(\frac{1}{1+\alpha}\right)\left(\frac{1}{1-\frac{\alpha}{1+\alpha}}\right) m = m \tag{2.7}$$

es decir, en el estado estacionario el nivel de saldos reales es la unidad y, más importante, el multiplicador a largo plazo de un aumento de la oferta de dinero es igual a la unidad, como cabe esperar en un modelo clásico:

$$\frac{\partial p}{\partial m} = \frac{\partial P}{\partial M}\frac{M}{P} = 1$$

Como podemos observar, dados los supuestos incorporados en la expresión (2.1), este resultado es el que habríamos obtenido aplicando el concepto de estado estacionario directamente en (2.2) al eliminar los subíndices t :

$$m - p = -\alpha(p - p) = 0$$

Dada la expresión (2.6), es evidente que el impacto de una medida de política económica depende no sólo de su magnitud sino también del momento en que se *anuncia, cuándo se pone en práctica y cuánto dura*. A continuación vamos a estudiar algunos cambios de estado estacionario y cual es la dinámica de las variables de un estado estacionario a otro. Para ello vamos a partir del siguiente estado estacionario:

$$m_{t+i} = m \qquad \forall i$$

de donde obtenemos que el nivel de precios en la situación de partida a es:

$$p_t^a = m$$

b) *Cambio permanente y no anticipado de la oferta monetaria:* $\Delta m(t, t, \infty)$. Esto significa que,

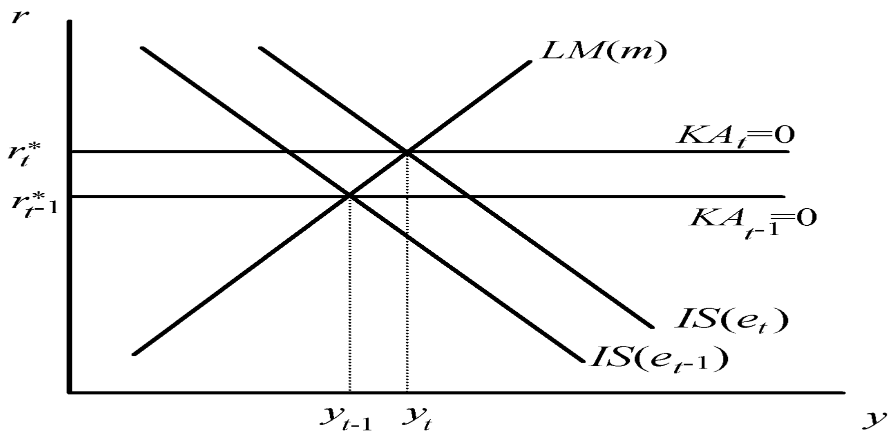

Gráfico 8.4: *Cambio permanente y no anticipado de M.*

tras el cambio de estado estacionario que se produce en t, la expectativa de los agentes económicos sobre la oferta monetaria futura es la nueva cantidad de dinero en la economía:

$$m_{t+i/t} = m + \Delta m \qquad \forall i$$

Utilizando esta expresión en (2.6) obtenemos:

$$\begin{aligned} p_t^b &= p_t = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i (m+\Delta m) = \\ &= \frac{1}{1+\alpha}(m+\Delta m)\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i = m + \Delta m \end{aligned}$$

por consiguiente:

$$p_t^b - p_t^a = \Delta p_t = \Delta m$$

Como puede apreciarse en el Gráfico 8.4, el aumento de la oferta monetaria, acompañado de un cambio de los precios que deja inalterado el nivel de saldos reales, hace que la *LM* no se desplace. Al tratarse del modelo clásico, el nivel de renta $\overline{y}$ permanece inalterado. Por lo que respecta a la dinámica de las variables, tanto m como p dan un salto discreto en t.

Vemos así que un cambio permanente y no anticipado es equivalente a un cambio de estado estacionario. Sin embargo, en la realidad las políticas monetarias no adoptan un formato tan rígido, por lo que es conveniente estudiar otros ejemplos más realistas.

c) *Cambio permanente en* $t+2$ *y anticipado:* $\Delta m(t, t+2, \infty)$. La oferta monetaria continuará siendo m en t y $t+1$, pero aumentará hasta $m + \Delta m$ de $t+2$ en adelante. Ahora, tras el anuncio el nivel de precios en t experimenta un aumento como puede comprobarse con la expresión (2.6):

$$\begin{aligned} p_t^c &= \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{1}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m + \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=2}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i (m+\Delta m) = \\ &= \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m + \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=2}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i \Delta m = \\ &= m + \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^2 \Delta m \end{aligned}$$

Nótese que en este caso el aumento de los precios en t es menor que cuando el cambio no era anticipado:

$$p_t^c - p_t^a = \Delta p_t < \Delta m$$

En $t+1$ los precios vuelven a aumentar y en $t+2$ el nivel de precios aumenta de manera que a partir de este momento el nivel de saldos reales sigue siendo el mismo que en el estado estacionario inicial. Sin embargo, dado que en t y $t+1$ los precios han aumentado pero la oferta de dinero ha permanecido constante el nivel de saldos reales disminuye. No obstante, ello no provoca un desequilibrio en el mercado monetario ya que la demanda de dinero disminuye debido al aumento del tipo de interés nominal dadas las expectativas de inflación en el futuro. En el estado estacionario el tipo de interés real coincide con el nominal ya que las expectativas de inflación son cero. En t, los agentes esperan un aumento de los precios para $t+1$ de manera que $\pi^e_{t+1/t} > 0$, al igual que en $t+2$, $\pi^e_{t+2/t+1} > 0$. En $t+2$ se alcanza el nuevo estado estacionario, por lo que $\pi^e_{t+3/t+2} = 0$.

En el Gráfico 8.5 se presenta la dinámica temporal de estas variables. Como puede apreciarse los precios aumentan en t, en $t+1$ y en $t+2$, con una inflación creciente conforme nos acercamos al momento en el que se produce el aumento en m. En el panel izquierdo se representan los desplazamientos de la *IS* y de la *LM*. La posición de la *IS* viene determinada por las expectativas de inflación: expectativas de inflación positivas desplazan la *IS* hacia arriba y a la derecha con respecto al estado estacionario en el que $r = \overline{\rho}$, ya que para que la inversión permanezca constante ante un aumento del tipo de interés no-

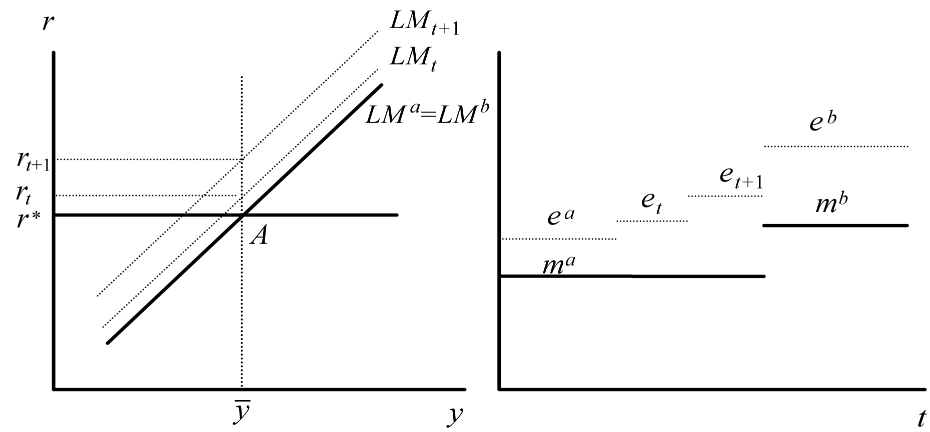

Gráfico 8.5: *Cambio permanente de M en $t + 2$ anunciado en t.*

minal (y que con ello para que permanezca constante la demanda tal y como esperamos en el modelo clásico) necesitamos de un aumento de las expectativas de inflación, de manera que el tipo de interés real permanezca inalterado. Por su parte la *LM* se desplaza hacia arriba y a la izquierda en t y en $t + 1$ debido a la caída del nivel de saldos reales. La conjunción de ambos desplazamientos provoca que el tipo de interés nominal aumente y el nivel de renta permanezca constante. En $t + 2$ la economía vuelve a su equilibrio inicial una vez que se alcanza de nuevo el estado estacionario definido por $\{\overline{y}, \overline{\rho}\}$.

¿Cuál es la interpretación económica de la dinámica de las variables? La expresión (2.2) se ha obtenido en un modelo que recoge las características básicas de algunos episodios hiperinflacionarios con dos ingredientes fundamentales: una *LM* de un modelo clásico en el que el tipo de interés real y el nivel de renta permanecen constantes, y expectativas racionales de inflación. Teniendo en cuenta estas características podemos interpretar económicamente los resultados de los ejercicios de dinámica que se han realizado en la sección anterior. Como ejemplo, a continuación vamos a explicar el caso de un aumento permanente de la oferta monetaria que se produce en $t + 2$ y se anticipa en t :

- El anuncio de un incremento de la oferta monetaria en $t + 2$ provoca que los agentes económicos esperen un incremento de los precios en $t + 2$, a través del modelo $IS{-}LM$, dado que sus expectativas son racionales.
- Ello provoca que los agentes adelanten sus compras ante este aumento esperado de los precios. En particular, la caída potencial del tipo de interés real (dado el tipo de interés

nominal unas expectativas de inflación positivas disminuirían el tipo de interés real) aumenta la demanda de bienes de capital.

- El aumento de la demanda en t provoca un incremento de los precios ante una oferta dada.
- Dada la flexibilidad de los salarios nominales propia de un modelo clásico, el salario nominal aumenta pero el salario real no cambia, por lo que el nivel de producción tampoco.
- El tipo de interés nominal aumenta, adecuando la demanda de saldos reales a la oferta: el nivel de saldos reales $(m_t - p_t)$ disminuye, el tipo de interés real $(\overline{\rho}= r_t - \pi_t^e)$ permanece constante y el tipo de interés nominal aumenta.

d) *Cambio permanente en* $t+10$ y *anticipado:* $\Delta m(t, t+10, \infty)$. Ahora la oferta monetaria continuará siendo m de t a $t+9$, pero aumentará hasta $m+\Delta m$ de $t+10$ en adelante. De nuevo como en el caso anterior, tras el anuncio el nivel de precios en t experimenta un aumento como puede comprobarse con la expresión (2.6):

$$\begin{aligned} p_t^d &= \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{9}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m + \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=10}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i (m+\Delta m) = \\ &= \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m + \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=10}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i \Delta m = \\ &= m + \left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^{10}\Delta m \end{aligned}$$

Es evidente que el aumento de los precios en t es menor que en el caso anterior en el que la oferta variaba en $t+2$:

$$p_t^d < p_t^c$$

También en este caso p_t aumenta frente a cambios de m no acaecidos pero anunciados. Sin embargo, el impacto en p_t de un cambio futuro en m es menor cuanto más alejado en el tiempo es este cambio. Por otro lado, las expectativas de inflación son crecientes conforme nos acercamos al momento en el que la oferta de dinero aumenta, por lo que el tipo de interés nominal está aumentando continuamente hasta que se produce el aumento anunciado de m, y pasa a ser igual al tipo de interés real. En el Gráfico 8.6 se recogen estos cambios (aunque para simplificar no se representan todos los desplazamientos) de la *IS* y la *LM*.

e) *Cambio transitorio de* t a $t+1$ y *no anticipado:* $\Delta m(t, t, t+1)$. En este caso la oferta monetaria aumenta Δm en t pero vuelve a su nivel inicial en $t+1$. Al igual que en los

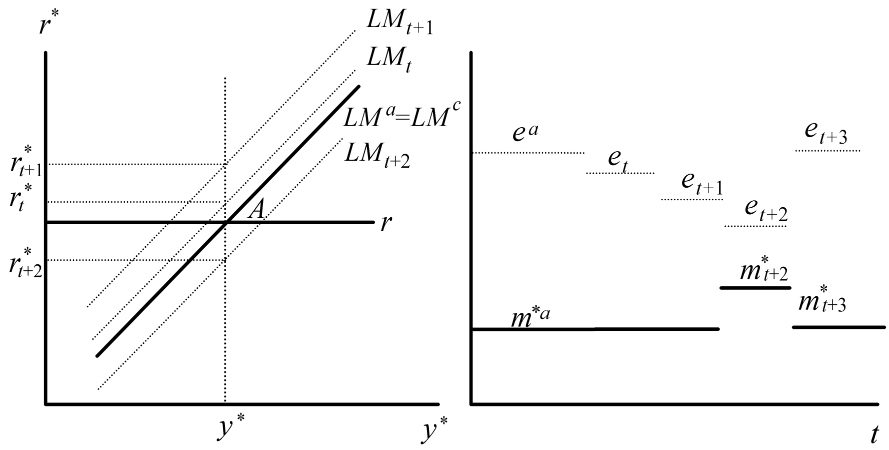

Gráfico 8.6: *Cambio permanente de M en $t + 10$ y anticipado en t.*

casos anteriores el nivel de precios en t viene determinado por la expresión (2.3):

$$p_t^e = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m + \frac{1}{1+\alpha}\Delta m = m + \frac{1}{1+\alpha}\Delta m$$

El aumento transitorio de m provoca un aumento en los precios de hoy en una proporción menor que si el aumento fuera permanente.

$$p_t^e - p_t^a = \frac{1}{1+\alpha}\Delta m < \Delta m$$

Sin embargo, a pesar de que el incremento en p_t es menor que el correspondiente en m_t, el dinero sigue siendo neutral. El aumento no anticipado de la oferta de dinero provoca un aumento de los precios de inferior cuantía, por lo que el nivel de saldos reales aumenta. Ello se debe a que los agentes esperan una inflación negativa en $t + 1$ puesto que el cambio en la oferta es transitorio. A pesar de que el nivel de saldos reales aumenta transitoriamente en t, el mercado de dinero se encuentra en equilibrio en todo momento debido a la caída del tipo de interés nominal:

$$r_t = \overline{\rho} + \pi_t^e < \overline{\rho} \qquad \text{ya que} \qquad \pi_t^e < 0$$

En el Gráfico 8.7 se recogen los cambios de los precios, la cantidad de dinero y

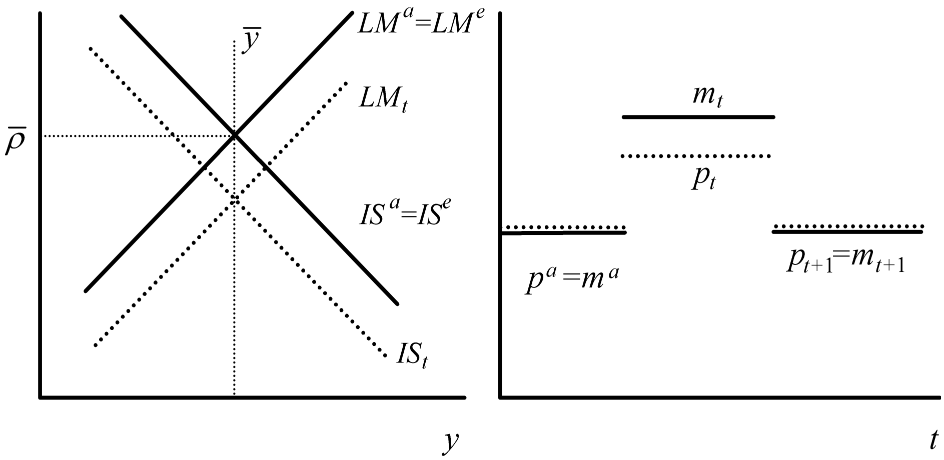

Gráfico 8.7: *Cambio transitorio de M de t a* $t+1$ *y no anticipado.*

el tipo de interés nominal. Ahora, la *IS* se desplazará en *t* hacia abajo y a la izquierda debido a que las expectativas de inflación son negativas. Al mismo tiempo, al aumentar el nivel de saldos reales, la *LM* se desplaza hacia abajo y a la derecha. Juntando ambos desplazamientos el tipo de interés nominal cae transitoriamente por debajo del tipo de interés real, mientras que el nivel de renta permanece inalterado.

2.5 Conclusiones

En el modelo que acabamos de ver, el nivel de precios responde a cambios en las variables exógenas que se producen en el futuro. El mecanismo por el cual el nivel de precios corriente se comporta como una variable no predeterminada se basa en la endogeneización de las expectativas de inflación π^e de forma que varíen ante los acontecimientos que los agentes económicos esperan que ocurran en el futuro. En la versión del modelo que hemos analizado, la única variable exógena que hemos considerado es la oferta de dinero, por lo que sólo nos hemos preocupado de estudiar anuncios de cambios en la política monetaria. Sin embargo, es posible ampliar el modelo para incorporar la política fiscal. Al tratarse de un modelo clásico, con un nivel de producción determinado por la oferta agregada, los aumentos del gasto público dan lugar a aumentos en el tipo de interés real (con el consiguiente *crowding-out* total) y aumentos de los precios. Cualitativamente los resultados son similares a los que acabamos de obtener: los precios corrientes responden a cambios anunciados en el gasto público.

A pesar de las simplificaciones y de los supuestos que incorpora este modelo, es capaz de explicar las características básicas de los episodios hiperinflacionarios en los que se han visto envueltos algunos países, al incorporar expectativas racionales de inflación. Así, ante un anuncio de un cambio drástico de la política monetaria suficientemente convincente, es posible que los precios dejen de crecer, a pesar de que en el pasado lo hicieran a tasas muy elevadas, si los agentes económicos interpretan ese anuncio como un claro cambio de régimen de la política económica, con un coste en términos de la producción de bienes y servicios que, según los defensores de este tipo de modelos, puede ser muy pequeño.

3. La estructura temporal de tipos de interés

3.1 Introducción

En el modelo *IS-LM* convencional sólo se distingue entre bonos y dinero. Esta dicotomía entre activos hace que todos los bonos sean iguales y, por lo tanto, ofrezcan idéntica rentabilidad: su tipo de interés. Sin embargo, en la realidad existen activos con distintos vencimientos que suelen ofrecer distintas rentabilidades, por lo que solemos distinguir entre tipos de interés a corto y a largo plazo. No obstante existe una estrecha relación entre las rentabilidades que ofrecen los distintos activos financieros, que se basa en la idea del arbitraje entre dichos activos: un inversor puede comprar un activo a largo plazo o puede planear comprar secuencialmente distintos activos a corto plazo. Si la rentabilidad de alguna de estas estrategias de inversión fuera superior a la otra, la mayor demanda de activos con una rentabilidad superior daría lugar a un aumento de su precio y, por consiguiente, a una caída en su rentabilidad hasta que los inversores estuvieran indiferentes ante las distintas alternativas.

La estructura temporal de tipos de interés se representa mediante el gráfico con los tipos de interés, en un momento determinado, ordenados según su vencimiento. La diferencia entre los tipos de interés a largo y a corto plazo nos proporciona una idea de cual es la pendiente de la estructura temporal de tipos de interés. Dicha pendiente cambia en función de cuales sean las expectativas de los agentes económicos. ¿Por qué? El tipo de interés a largo plazo no es sino una media geométrica de los tipos de interés a corto plazo, hasta el momento del vencimiento. El tipo de interés a corto plazo es conocido, pero no así los que prevalecerán en el futuro, por lo que los agentes tienen que utilizar expectativas de los mismos. Por lo tanto, la diferencia entre los tipos de interés a corto y a largo plazo en el presente está determinada por las expectativas de los agentes de las

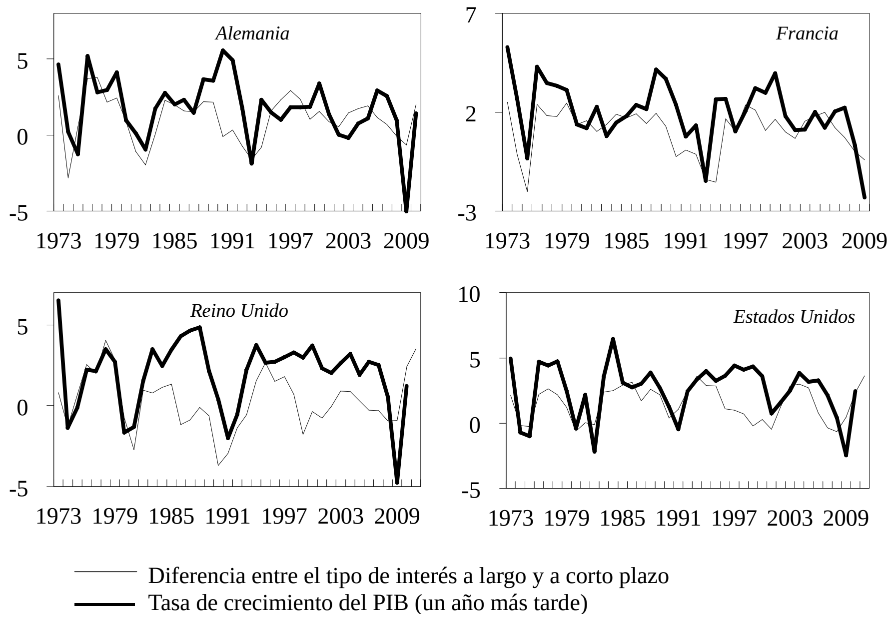

Gráfico 8.8: *Relación entre el diferencial de tipos a largo y a corto plazo y el crecimiento del PIB entre 1972 y 2010.*

condiciones económicas futuras. En otras palabras, la estructura temporal de los tipos de interés contiene información sobre las expectativas de los agentes de la evolución futura de la economía.

En la medida que esas expectativas sean más o menos corroboradas por el comportamiento de las variables macroeconómicas que se trata de predecir, la diferencia entre los tipos a largo y a corto plazo estará más o menos relacionadas con la actividad económica que finalmente observamos. La evidencia empírica es bastante favorable a este respecto, por lo que la estructura temporal suele utilizarse como un indicador para elaborar predicciones sobre el nivel de actividad a corto y a medio plazo. En el Gráfico 8.8 se ha representado la evolución del diferencial corriente entre tipos de interés a largo y a corto plazo y la tasa de crecimiento del PIB, observada una año más tarde. Como puede apreciarse, los cambios en la pendiente de la estructura temporal de tipos de interés son seguidos por cambios en la tasa de crecimiento un año más tarde, por lo que se observa una relación bastante notable entre estas dos variables.[4] Cuando los tipos de interés a largo plazo se

[4] Una evidencia más amplia sobre esta cuestión se encuentra en el trabajo "Information Content of the Yield Curve", *World Economic Outlook,* FMI. Mayo, 1994.

reducen porque los agentes esperan que en el futuro los tipos de interés a corto plazo disminuyan, el diferencial corriente cae y la estructura temporal de tipos de interés presenta una menor pendiente. De esta manera, una disminución de la pendiente de la estructura temporal de tipos de interés suele asociarse a una menor actividad económica (menores tipos de interés a corto) en el futuro, mientras que, por el contrario, un aumento de esta pendiente se considera asocia a una expansión económica futura. En el Recuadro 1 se analizan los cambios en la pendiente de la estructura temporal de tipos de interés acaecidos a lo largo de 1994, y se ofrecen algunas de las explicaciones que se proporcionaron a la crisis del mercado de bonos en ese año.

De igual manera que existe una evidencia empírica favorable a la interpretación de que los cambios en la estructura temporal de tipos de interés anticipan fluctuaciones del PIB, en algunos países la pendiente de la estructura temporal de tipos parece predecir el comportamiento de la inflación, al anticipar el comportamiento de la política monetaria. Por lo tanto, a nivel teórico resulta interesante analizar cuáles son los mecanismos por los que los cambios en las expectativas de inflación o del nivel del PIB y, en definitiva, en las expectativas de la política monetaria y fiscal, dan lugar a cambios en la estructura temporal de tipos de interés. Para simplificar el análisis, en este tema nos vamos a centrar en la relación entre las expectativas sobre la política fiscal y monetaria, y la estructura de tipos de interés, dejando de lado la inflación. Para ello, trabajaremos con el supuesto de un modelo keynesiano extremo, en el que los precios son completamente rígidos.

3.2 Tipos de interés en un modelo con precios fijos

Supongamos el siguiente modelo básico que describe el funcionamiento de una economía:

$$m_t - p_t = \kappa y_t - \lambda r_t \tag{2.8}$$

$$y_t = -\gamma R_t + g_t \tag{2.9}$$

$$p_t = \overline{p} = 0$$

Las propiedades de este modelo son las siguientes:

- Se trata de un modelo básico *IS-LM* con precios fijos. La primera de las ecuaciones es una función *LM* en logaritmos. La segunda es una función *IS* muy simplificada en la que suprimimos el consumo autónomo eliminado las constantes de esta ecuación. Por último, la tercera ecuación explícita claramente el supuesto keynesiano de precios fijos, y cuyo logaritmo igualamos a cero por simplicidad. Por consiguiente, en esta economía el nivel de renta viene determinado directamente por la demanda, es decir, por el equilibrio *IS-LM*.

- En este modelo utilizamos dos tipos de interés distintos, de manera que la demanda de dinero depende del tipo de interés nominal a corto plazo, r, y la inversión depende del tipo de interés real a largo plazo, aunque dado el supuesto de precios fijos el tipo de interés nominal y real coinciden (las expectativas de inflación futura son nulas). El tipo de interés a corto plazo es el coste de oportunidad de mantener dinero y no invertir en un activo financiero líquido. El tipo de interés a largo plazo es el coste de oportunidad de invertir en capital en empresas y no hacerlo en un activo financiero a largo plazo.
- Utilizando el supuesto de precios fijos, únicamente tenemos dos ecuaciones que describen el modelo mientras que aparecen tres incógnitas (y, r, R). Por aplicación de la ley de Walrás, dado que tenemos tres activos (dinero y bonos a largo y a corto) y tres mercados (el de dinero y los de los dos tipos de bonos), a parte de la *LM*, necesitamos una condición adicional que permita garantizar el equilibrio en estos mercados. La ecuación adicional que vamos a utilizar para resolver el modelo es la **condición de arbitraje** entre el tipo de interés a largo y a corto plazo.

La ecuación de arbitraje recoge una condición de equilibrio en el mercado de bonos, de manera que los titulares de los bonos a largo y a corto plazo no deseen cambiar la composición de sus carteras. ¿Cuál es la rentabilidad corriente de un bono a corto plazo, como por ejemplo una letra del tesoro? Supongamos que en el momento de su compra pagamos P_s y que el reembolso es $(1 + r)P_s$. Por consiguiente, la rentabilidad de un bono a corto plazo es:

$$\frac{P_s(1 + r) - P_s}{P_s} = r$$

¿Cuál es la rentabilidad corriente de un bono a largo plazo con cupón constante? En el momento de su compra pagamos por este bono P_t^L y un periodo más tarde cobramos el cupón C y podemos vender el bono al precio vigente en el mercado en $t + 1$. Por lo tanto, la rentabilidad corriente de este bono será:

$$\frac{C}{P_t^L} + \frac{P_{t+1}^{L,e} - P_t^L}{P_t^L}$$

Denominando R_t (tipo de interés a largo plazo) a C/P_t^L, podemos escribir la condición de equilibrio como:

$$\begin{aligned} r_t &= \frac{C}{P_t^L} + \frac{P_{t+1}^{L,e} - P_t^L}{P_t^L} = R_t + \frac{\frac{C}{R_{t+1}^e} - \frac{C}{R_t}}{\frac{C}{R_t}} \\ &= R_t - \frac{R_{t+1}^e - R_t}{R_{t+1}^e} \end{aligned} \tag{2.10}$$

La expresión (2.10) debe interpretarse como una condición de equilibrio y no de causalidad o comportamiento. Para entender bien el significado de esta condición de arbitraje, supongamos una situación de partida tal que $r = R$, en la que se produce un cambio de expectativas según el cual los agentes esperan en el futuro, por ejemplo, un aumento del gasto público. En este modelo keynesiano, el incremento del gasto público dará lugar a un aumento en los tipos de interés en el momento en que se lleve a cabo dicha medida de política fiscal. Si en la actualidad los tipos de interés no reaccionasen a ese cambio en las expectativas, la estrategia de inversión en activos a corto plazo sería claramente preferible, por lo que la demanda de activos a largo disminuiría. Para entender por qué los agentes esperan una pérdida de capital puede utilizarse el ejemplo siguiente. Supongamos un inversor que se plantea invertir durante un año en cualquiera de esos dos activos financieros. La inversión a corto plazo proporciona un interés r_t y en el vencimiento se podrá invertir en otro activo a corto plazo con un tipo de interés r_{t+1} que se espera que sea superior. Alternativamente puede invertir en un activo a largo y al cabo del año venderlo. Si $R_t = r_t$, como $r_{t+1} > r_t$, para poder vender ese bono el inversor tendrá que ofrecerlo a un precio inferior al que pagó en t, produciéndose una pérdida de capital, para compensar al comprador potencial que adquiere el bono en un contexto en el que los tipos de interés son más elevados.

A partir de la ecuación (2.10), la condición de arbitraje puede reescribirse como:

$$R_{t+1}^e - R_t = R_{t+1}^e (R_t - r_t) \tag{2.11}$$

ecuación que nunca debe interpretarse en sentido causal como, por ejemplo, cuando se afirma que si $R_t > r_t$, el tipo de interés a largo plazo tiene que aumentar en el periodo siguiente.

En este modelo es crucial definir adecuadamente las expectativas. Para ello vamos a suponer que las expectativas son racionales:

$$R_{t+1}^e = R_{t+1} \tag{2.12}$$

que en este modelo implican previsión perfecta al no existir incertidumbre.

Antes de resolver el modelo es conveniente simplificar la condición de arbitraje, tal y como está recogida en (2.10), al ser no lineal. Para ello vamos a linealizar esta expresión utilizando un desarrollo de Taylor de primer orden en torno al estado estacionario:

$$R_{t+1} - R_t \simeq \left.\frac{\partial(R_{t+1} - R_t)}{\partial R_{t+1}}\right|_{R_t = R_{t+1} = r_t} (R_t - r_t)$$

es decir:

$$R_{t+1} - R_t = \alpha(R_t - r_t) \tag{2.13}$$

en donde α es el valor de R en el estado estacionario.

3.3 Resolución del modelo

La resolución de este modelo keynesiano, descrito por las ecuaciones (2.8), (2.9) y (2.13), requiere los siguientes pasos:

- Resolvemos r_t e y_t en función de R_t, g_t y m_t. Así, a partir de (2.8) y (2.9) obtenemos:

$$y_t = -\gamma R_t + g_t \tag{2.14}$$

$$r_t = -\kappa\lambda^{-1}\gamma R_t + \kappa\lambda^{-1} g_t - \lambda^{-1} m_t \tag{2.15}$$

  Este paso es de gran importancia. Nótese que (2.14) y (2.15) son soluciones para el nivel de renta y el tipo de interés a corto plazo en términos de m, g y R. Dado un valor de las variables exógenas del modelo (m, g), sólo nos falta resolver R_t y obtendremos una solución para r y para y.
- Utilizando la expresión (2.15) en (2.13) obtenemos:

$$R_t = \beta_1 R_{t+1} + \beta_2 g_t - \beta_3 m_t \tag{2.16}$$

  en donde β_3 y β_2 son parámetros positivos, β_1 está comprendido entre cero y uno, y son combinaciones de α, λ, k y γ.
- Resolución de la ecuación en diferencias (2.16). Al igual que en el modelo clásico anterior podemos obtener dos tipos de soluciones. La primera de ellas es la solución *backward looking*, que determina el nivel presente del tipo de interés a largo plazo en

función de los valores pasados de g y de m:

$$R_t = -\beta_2 \sum_{i=1}^{t} \beta_1^{-i} g_{t-i} + \beta_3 \sum_{i=1}^{t} \beta_1^{-i} m_{t-i} + \beta_1^{-t} R_0$$

La solución alternativa es la *forward looking*, en la que el tipo de interés a largo plazo es función de los valores futuros de g y de m. Mediante sustituciones sucesivas aplicando el supuesto de expectativas racionales y utilizando la condición de transversalidad

$$\lim_{T\to\infty} \beta_1^T R_{t+T} = 0,$$

obtenemos:

$$R_t = \beta_2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i g_{t+i} - \beta_3 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i m_{t+i} \tag{2.17}$$

La elección de la solución *forward looking* se basa en los mismos argumentos que los utilizados en el modelo clásico de hiperinflación: los tipos de interés son una variable no predeterminada. Por otro lado, la solución *backward looking* tiene la propiedad no deseable de que el tipo de interés a largo plazo disminuye ante aumentos del gasto público y aumenta con incrementos de la oferta monetaria.

3.4 Ejercicios de dinámica

a) *Estado estacionario*. Como sabemos, el estado estacionario se define como una situación en la que nada cambia, y en la práctica se calcula eliminando todos los subíndices de las variables del modelo. De esta forma podemos reescribir la ecuación (2.17) como sigue:

$$R = \frac{\beta_2}{1-\beta_1} g - \frac{\beta_3}{1-\beta_1} m \tag{2.18}$$

Sustituyendo (2.18) en (2.15) tenemos:

$$r = \frac{k}{\lambda}\left(1 - \frac{\gamma\beta_2}{1-\beta_1}\right) g + \frac{1}{\lambda}\left(\frac{k\lambda\beta_3}{1-\beta_1} - 1\right) m \tag{2.19}$$

Sustituyendo (2.19) en (2.14) obtenemos:

$$y = \left(1 - \frac{\gamma\beta_2}{1-\beta_1}\right) g + \frac{\gamma\beta_3}{1-\beta_1} m \tag{2.20}$$

Teniendo en cuenta que en el estado estacionario para que la condición de arbitraje se cumpla el tipo de interés a corto y a largo plazo tienen que ser iguales es fácil comprobar cuales son los multiplicadores de largo plazo de nuestras tres variables endógenas con respecto al gasto público y a la oferta de dinero:

$$\left.\frac{\partial R}{\partial g}\right|_{LP} > 0 \qquad \left.\frac{\partial R}{\partial m}\right|_{LP} < 0$$

$$\left.\frac{\partial r}{\partial g}\right|_{LP} > 0 \qquad \left.\frac{\partial r}{\partial m}\right|_{LP} < 0$$

$$\left.\frac{\partial y}{\partial g}\right|_{LP} > 0 \qquad \left.\frac{\partial y}{\partial m}\right|_{LP} > 0$$

Una forma alternativa de interpretar las propiedades del estado estacionario es la siguiente. En el estado estacionario, eliminando los subíndices temporales, la condición de arbitraje puede escribirse como:

$$R - R = \alpha(R - r)$$

por lo que $R = r$. Haciendo uso de esta simplificación las ecuaciones (2.8) y (2.9) en el estado estacionario pueden escribirse indistintamente en términos del tipo de interés a largo o a corto plazo, ya que éstos son iguales:

$$y = -\gamma r + g$$

$$m - p = \kappa y - \lambda r$$

es decir, a largo plazo nuestro modelo se comporta como un modelo $IS-LM$ estándar, tal y como corroboran los multiplicadores que se acaban de obtener.

Es conveniente reseñar que hasta el momento lo único que hemos estudiado es cómo se ve afectado el estado estacionario ante cambios en las dos variables exógenas del modelo. Sin embargo, la política económica en la realidad es bastante más compleja como para que pueda ser convenientemente analizada únicamente mediante cambios del estado estacionario. Es evidente que dada la estructura dinámica de este modelo, para conocer el impacto de una medida de política económica no basta con saber cual es su magnitud, sino que de nuevo es preciso conocer *cuándo se anuncia, cuándo se aplica y cuánto dura*. Para presentar algunos ejemplos en los que se analiza la dinámica de los tipos de interés ante cambios de las variables exógenas, vamos a partir del siguiente estado estacionario inicial en el que:

$$g_t = g \qquad , \qquad m_t = m \qquad \forall t$$

y por consiguiente:

$$R_t^a = \frac{\beta_2}{1-\beta_1} g - \frac{\beta_3}{1-\beta_1} m = R^a$$

b) *Cambio permanente en t y no anticipado de la oferta monetaria:* $\Delta m(t, t, \infty)$. Supongamos que el gasto público permanece constante pero que la oferta monetaria aumenta pasando de m a $m + \Delta m$ de hoy en adelante. A partir de la expresión (2.17) tenemos que

$$R_t^b = \beta_2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i g_{t+i} - \beta_3 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i m_{t+i} = \frac{\beta_2}{1-\beta_1} g - \frac{\beta_3}{1-\beta_1}(m + \Delta m)$$

Es interesante observar que el multiplicador de estado estacionario es el mismo que el que obtenemos con esta medida de política económica:

$$\frac{\Delta R}{\Delta m} = -\frac{\beta_3}{1-\beta_1}$$

Por otro lado, es fácil comprobar que la única diferencia entre el tipo de interés del estado estacionario inicial y el que se alcanza tras la aplicación de este cambio permanente y no anticipado es el producto del multiplicador anterior por el aumento de la oferta monetaria:

$$R_t^b - R_t^a = -\frac{\beta_3}{1-\beta_1} \Delta m$$

En el Gráfico 8.9 se describen los efectos de este cambio permanente y no anticipado de la oferta monetaria. En términos del espacio $\{r, y\}$ la *IS* es vertical puesto que no depende del tipo de interés a corto plazo sino a largo. Dado que estamos en un modelo keynesiano extremo con precios fijos, el aumento de m provoca un desplazamiento hacia abajo de la función *LM*, provocando una caída de los tipos de interés a corto plazo. Según la condición de arbitraje, al alcanzarse el nuevo estado estacionario instantáneamente, el tipo de interés a largo también disminuye provocando un aumento de la inversión y de la renta, con el consiguiente desplazamiento de la *IS* hacia la derecha. Por lo tanto, el análisis convencional de estado estacionario o estática comparativa es el equivalente al de las políticas permanentes y no anticipadas, aunque este tipo de medidas no se corresponden

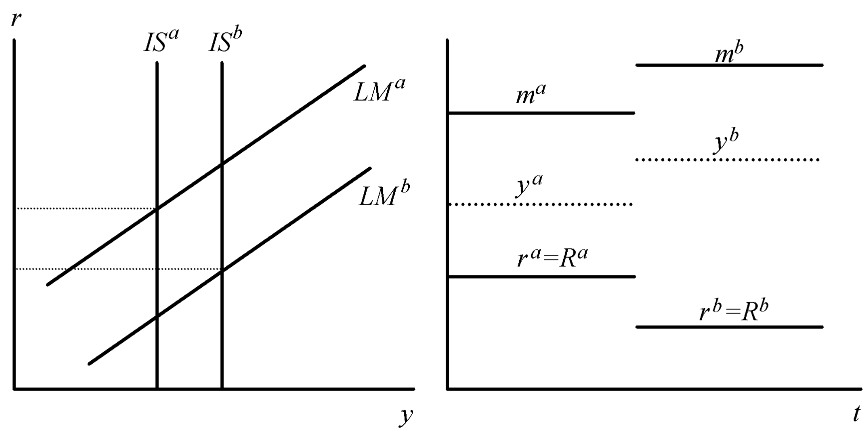

Gráfico 8.9: *Cambio permanente y no anticipado de la oferta monetaria*

con ningún ejercicio realista de política económica. Veamos pues algún ejercicio un poco más sensato.

c) *Cambio permanente en* $t+2$ *y anticipado* en t *de la oferta monetaria:* $\Delta m(t, t+2, \infty)$. Supongamos ahora que el gasto público permanece constante pero que se anuncia que la oferta monetaria aumentará en $t+2$ pasando de m a $m+\Delta m$ de ese momento en adelante. Utilizando de nuevo la expresión (2.17) tenemos

$$R_t^c = \beta_2 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i g - \beta_3 \sum_{i=0}^{1} \beta_1^i m - \beta_3 \sum_{i=2}^{\infty} \beta_1^i (m + \Delta m) =$$

$$= \frac{\beta_2}{1-\beta_1} g - \frac{\beta_3}{1-\beta_1} m - \frac{\beta_3 \beta_1^2}{1-\beta_1} \Delta m$$

Dos resultados destacan en este ejercicio. En primer lugar, a pesar de ser cuantitativamente la misma política monetaria que en el caso anterior (Δm), la diferente estructura temporal da lugar a resultados distintos:

$$| R_t^c - R_t^a | < | R_t^b - R_t^a |$$

En segundo lugar, cuanto más alejada está en el tiempo la realización (conocida por el anuncio) de la política, menor es el impacto al ser $\beta_1 < 1$. En el Gráfico 8.10 se ha representado la dinámica temporal de las variables de este modelo.

El anuncio en t de un aumento de la oferta monetaria hace que los agentes esperen una caída en los tipos de interés futuros tanto a largo como a corto plazo. En previsión

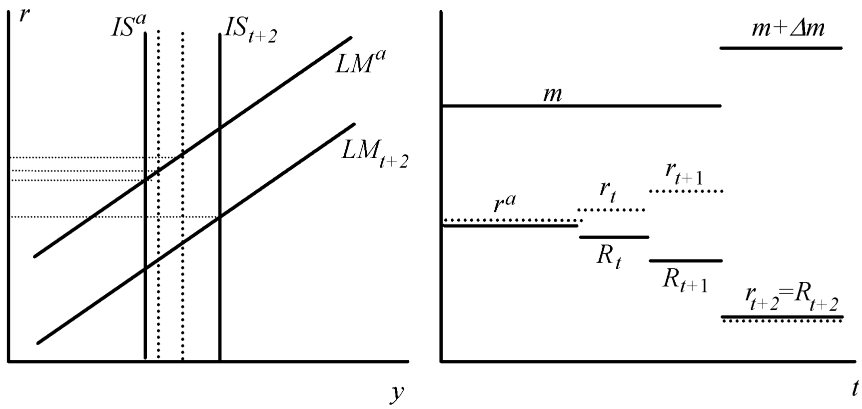

Gráfico 8.10: *Cambio permanente de la oferta monetaria en $t+2$ y anticipado en t.*

de este cambio, demandan activos a largo plazo en t que ofrecen una rentabilidad mayor que la que se espera en $t+2$. ¿Por qué no esperan a comprar los bonos a largo plazo en $t+2$? Todos saben que cuanto más tarden en comprar los bonos más habrá aumentado su precio y, por consiguiente, más habrá caído su tipo de interés. Este deseo de recomponer las carteras de bonos provoca un aumento del precio de los bonos a largo plazo, por lo que su tipo de interés empieza a disminuir en t. A su vez, esta disminución del tipo de interés provoca que la inversión aumente, dando lugar a una expansión de la demanda agregada, lo que ocasiona un aumento de la demanda de dinero. Como los precios son fijos y la oferta de dinero todavía no ha aumentado, los tipos de interés a corto plazo crecen para equilibrar el mercado de dinero. Este efecto, es todavía mayor en $t+1$, ya que la economía se encuentra más cerca del momento en el que cambiará la oferta de dinero, por lo que el *spread* entre el tipo de interés a largo y a corto aumenta. Sin embargo, la economía en $t+2$ alcanza su nuevo estado estacionario por lo que $r_{t+2} = R_{t+2}$. A pesar de que en t y en $t+1$ los tipos de interés a largo y a corto son diferentes, la condición de arbitraje se está cumpliendo en todo momento. Así, $R_t - r_t$ es negativo por que los agentes esperan que en $t+1$ los precios de los bonos a largo plazo aumenten de nuevo:

$$R^e_{t+1} - R_t = \alpha(R_t - r_t)$$

d) *Cambio permanente en $t+2$ y anticipado en t del gasto público:* $\Delta g(t, t+2, \infty)$. En este ejemplo la oferta monetaria permanece constante pero se anuncia en t un aumento del gasto público que pasa de g a $g + \Delta g$ en $t+2$. Utilizando la expresión (2.17) tenemos

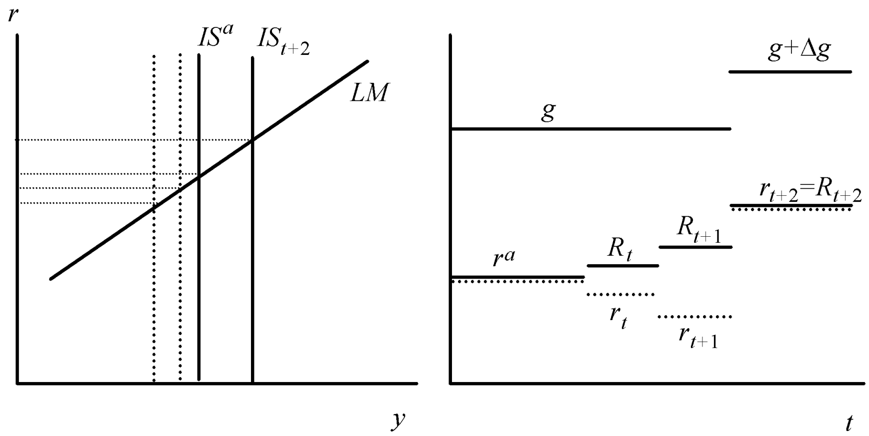

Gráfico 8.11: *Cambio permanente del gasto público en $t+2$ y anticipado en t*

$$R_t^d = \beta_2 \sum_{i=0}^{1} \beta_1^i g + \beta_2 \sum_{i=2}^{\infty} \beta_1^i (g + \Delta g) - \beta_3 \sum_{i=0}^{\infty} \beta_1^i m =$$

$$= \frac{\beta_2}{1-\beta_1} g + \frac{\beta_2 \beta_1^2}{1-\beta_1} \Delta g - \frac{\beta_3}{1-\beta_1} m$$

Este ejercicio muestra la importancia práctica de este tipo de enfoque. Como puede apreciarse, el aumento del gasto público en $t+2$ provoca un incremento de R_t. Si tenemos en cuenta la función *IS* es fácil comprobar que esto provoca una recesión. Para entender este resultado, es necesario entender el mecanismo económico que opera a través de la expresión (2.17). Esta expresión es el resumen de un modelo que presenta tres características: un sistema *IS*−*LM*, una condición de arbitraje y expectativas racionales. Pasemos a explicar como opera este mecanismo en el caso de este anuncio del gasto público en $t+2$.

El anuncio del incremento del gasto público en $t+2$, hace que los agentes esperen que en el futuro se produzca un aumento en r ya que conocen el modelo (*IS-LM*). Ante esta expectativa de aumento de los tipos de interés los agentes quieren recomponer sus carteras: desean ir vendiendo sus activos a largo plazo para tener liquidez que les permita adquirir activos a corto plazo en el futuro. De esta manera, el precio de los bonos a largo plazo cae hoy, aumentando su tipo de interés. ¿Por qué no esperan a vender los bonos a largo plazo en $t+2$? Todos saben que cuanto más tarden en vender sus bonos más habrá caído su precio. El aumento en R_t provoca una recesión a causa de la caída en la inversión, por lo que se dice que este tipo de medidas presenta un *crowding-out* adelantado: la disminución de la inversión provocada ocurre antes de que aumente el gasto público, que finalmente tendrá efectos expansivos.

En el Gráfico 8.11 se recogen todos los cambios que acabamos de mencionar. De nuevo en t y en $t+1$, los tipos de interés a corto y a largo plazo son diferentes, con un *spread* que va en aumento hasta que en $t+2$ se alcanza el nuevo estado estacionario, ya que el incremento del gasto público provoca un aumento de la demanda de dinero con el consiguiente incremento del tipo de interés. El tipo de interés a corto plazo disminuye por los efectos recesivos que tiene el anuncio del aumento del gasto público: como la renta disminuye en t y en $t+1$, el tipo de interés a corto plazo también tiene que disminuir para que el mercado de dinero se encuentre en equilibrio. Al igual que en el caso anterior, a pesar de esta divergencia entre el tipo de interés a corto y a largo plazo la condición de arbitraje se cumple en todo momento: $R_t - r_t$ es positivo por que los agentes esperan que en $t+1$ los precios de los bonos a largo plazo caigan de nuevo.

4. Ejercicios

1. Considere una economía descrita por un modelo clásico de hiperinflación según la siguiente ecuación:

$$m_t - p_t = -\alpha(p_{t+1/t} - p_t)$$

en donde m y p son el logaritmo de la oferta de dinero y de los precios, y $p_{t+1/t}$ es la expectativa racional de p_t.

(a) Describa brevemente el significado de la ecuación anterior. Justifique razonadamente como podemos llegar a la siguiente expresión e interprete su significado:

$$p_t = \frac{1}{1+\alpha}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\alpha}{1+\alpha}\right)^i m_{t+i/t}$$

(b) Suponga que la autoridad monetaria anuncia en t un incremento permanente de la oferta monetaria en $t+2$: $\Delta m(t, t+2, \infty)$. Describa detalladamente cuál es el efecto sobre los precios en t, $t+1$ y $t+2$. ¿Cuál es su interpretación económica?

(c) Suponga que en lugar de aumentar la oferta monetaria de manera permanente, la autoridad monetaria anuncia que se trata de un incremento transitorio hasta $t+3$: $\Delta m(t, t+2, t+3)$ ¿Cómo afecta este hecho a su respuesta del apartado anterior? Justifique detalladamente su respuesta.

(d) Repita los dos apartados anteriores suponiendo que las expectativas son estáticas en lugar de racionales.

2. Si en el modelo de la hiperinflación suponemos que las expectativas son estáticas ($p_{t+1/t} = p_t$), un aumento en la oferta de dinero tendrá efectos reales, ya que en este caso se introduce inercia nominal en precios. Razone su acuerdo o desacuerdo con esta proposición.

3. En el modelo de la hiperinflación es imposible observar, simultáneamente un aumento de los precios y una caída de la oferta de dinero. Razone detalladamente la veracidad o falsedad de esta afirmación.

4. Considere el modelo de la hiperinflación. ¿Cuál de las medidas de política monetaria que se describen a continuación tendrá un mayor efecto sobre los precios y por qué? ¿Y sobre el output y el tipo de interés nominal?

   * Un incremento no anticipado y permanente de la oferta de dinero de m a $2m$.
   * Un incremento no anticipado de la oferta de dinero durante 10 periodos hasta alcanzar $2m$.

5. Considere el modelo clásico representado por la condición de equilibrio en el mercado

monetario:

$$\begin{aligned} m_t - p_t &= -\alpha(p_{t+1/t} - p_t) \\ p_{t+1/t} &= p_{t+1} \end{aligned}$$

en donde m y p son el logaritmo de la oferta de dinero y de los precios, y $p_{t+1/t}$ es la expectativa racional de p_t.

(a) Obtenga el nivel de precios en el periodo t y $t+1$ si el gobierno aplica la siguiente regla de política monetaria:

$$m_{t+i} = m, \qquad \forall i$$

(b) Partiendo de la situación de equilibrio de apartado anterior, suponga que el gobierno pretende reducir el nivel de precios, para lo cual reduce permanentemente la oferta de dinero a la mitad. Obtenga el nivel de precios en el periodo t y $t+1$.

(c) Replique el apartado anterior en el caso de que el gobierno anuncie en el presente la reducción de la oferta monetaria para aplicarla en el periodo $t+3$. ¿Existe alguna diferencia con respecto a la aplicación inmediata de una política monetaria contractiva? ¿Qué evolución espera del nivel de precios y del output si los agentes económicos creyeran que esa reducción anunciada de la oferta monetaria no va a ser posible?

(d) Describa el mecanismo económico que, en cada uno de los casos anteriores, hace variar el nivel de precios en el presente. Describa igualmente el efecto sobre los tipos de interés nominales y reales en cada caso.

6. En el modelo de la hiperinflación, el anuncio de un incremento futuro de la oferta de dinero (m_{t+3}) provoca en el momento presente (t) un incremento del nivel de precios, reduciendo la demanda de saldos reales ($m_t - p_t$). Esta reducción se debe la caída en el volumen de transacciones asociada a la disminución de la renta. Comente, razonadamente, la veracidad de la afirmación anterior.

7. En el modelo de la hiperinflación los efectos sobre los precios, el empleo y la producción del anuncio de una política monetaria más expansivas son asimétricos: cuanto más próximo esté el cambio anunciado, mayor es el impacto sobre el nivel de precios y menor sobre la producción y el empleo. Justifique su acuerdo o desacuerdo con la anterior afirmación.

8. Considere una economía caracterizada por las siguientes ecuaciones:

$$y_t = -\gamma R_t + g_t, \qquad \gamma > 0$$

$$m_t - p_t = \beta y_t - \lambda r_t, \qquad \beta, \lambda > 0$$

$$r_t = R_t - \frac{R_{t+1/t} - R_t}{R_t}$$

$$p_t = \overline{p} = 0$$

$$R_{t+1/t} = E\left[R_{r+1}/I_t\right]$$

en donde y, m, g y p son respectivamente el logaritmo del output, oferta de dinero, gasto público y precios. R y r son los tipos de interés a largo y a corto plazo.

(a) Explique el significado de las ecuaciones anteriores.

(b) Describa detalladamente el mecanismo económico mediante el cual el anuncio de un incremento futuro (por ejemplo, en $t+3$) en la oferta monetaria puede repercutir sobre y_t, R_t y r_t.

(c) Repita el ejercicio del apartado anterior en los dos casos siguientes justificando sus respuestas:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0 \\ \beta &= 0 \end{aligned}$$

(d) ¿Es posible que el anuncio de un incremento futuro del gasto público (por ejemplo, en $t+3$) provoque una expansión en t? Justifique su respuesta. Comente cómo se vería afectado el resultado si sustituye el mecanismo de formación de expectativas por:

$$R_{t+1/t} = r_t.$$

9. Suponga que las expectativas se forman racionalmente. De acuerdo con la condición de arbitraje entre activos cuando los tipos de interés a corto son inferiores que los tipos a largo, estos últimos aumentan, por lo que el diferencial de tipos de interés aumenta continuadamente, hasta producirse un colapso en el mercado financiero. Justifique su acuerdo o desacuerdo con la afirmación anterior.

10. El anuncio de una política monetaria restrictiva en los próximos trimestres puede provocar una caída del tipo de interés a corto plazo hoy, generando una expansión económica temporal. Razone la veracidad o falsedad de la anterior afirmación.

11. La firma de un acuerdo internacional entre dos economías que establece una política común presupuestaria con la finalidad de alcanzar una unión monetaria genera una expansión en la primera y una recesión en la segunda. Infiera razonadamente cómo

era la política presupuestaria de ambos países antes del acuerdo en base al modelo keynesiano de dos activos rentables.

12. Considere una economía caracteriza por las siguientes ecuaciones:

$$y_t = -\gamma R_t + g_t, \qquad \gamma > 0$$

$$m_t - p_t = \beta y_t - \lambda r_t, \qquad \beta, \lambda > 0$$

$$R_{t+1/t} - R_t = \alpha (R_t - r_t), \qquad \alpha > 0$$

$$p_t = \overline{p} = 0$$

$$R_{t+1/t} = E\left[R_{r+1}/I_t\right].$$

(a) ¿Es posible que el anuncio en t de un incremento de la oferta monetaria en $t+j$ provoque una recesión en el periodo t? ¿Por qué? ¿Y si la cuarta ecuación pasa a ser $y_t = hp_t$, en donde h es un parámetro positivo? ¿Cómo se interpretaría esta función? Razone detalladamente todas sus respuestas.

(b) Utilizando nuevamente el sistema de ecuaciones originales en el que los precios eran fijos, analice los efectos que el anuncio en el periodo t de un incremento del gasto público en el periodo $t+j$ tiene sobre el output corriente, en cada uno de los casos siguientes:

$$\begin{aligned} \gamma &= 0 \\ \beta &= 0 \end{aligned}$$

(c) Sustituya el mecanismo de formación de expectativas racionales por el de expectativas estáticas ($R_{t+1/t} = R_t$):

I. ¿Cuál es el efecto sobre R_t de un aumento en g_t. ¿Es relevante para su respuesta el hecho de que el aumento se anuncie como permanente o transitorio?

II. ¿Cuál es el impacto en R_t de un aumento en g_{t+j} anunciando en t?

(d) Sustituya el mecanismo de formación de expectativas racionales por el de expectativas regresivas ($R_{t+1/t} = R_{t-1}$). Obtenga la solución del modelo para R_t en función de las variables exógenas y realice los ejercicios del apartado anterior. Comente los resultados y discuta la relevancia del mecanismo de formación de expectativas.

13. El anuncio de un incremento futuro del gasto público nunca puede provocar una recesión hoy, ya que las empresas empiezan a aumentar su demanda de trabajo para hacer frente al incremento esperado en su producción futura. Comente la veracidad o falsedad de la anterior proposición en base al modelo keynesiano de dos activos rentables.

Capítulo 9
La determinación del tipo de cambio

1. Introducción

En este tema vamos a analizar el papel de la política monetaria y fiscal en el caso de una economía abierta en la que el tipo de cambio fluctúa libremente. Este supuesto es en realidad una simplificación que incorporan los modelos que vamos a analizar, ya que en la mayor parte de las economía las autoridades monetarias intervienen en los mercados de divisas.

Como vamos a ver, el tipo de cambio juega un papel muy importante en el mecanismo de transmisión de la política monetaria y de la política fiscal. A diferencia de los modelos que se han analizado hasta ahora, en los que se trataba el caso de economías cerradas, en este tema se van a analizar los efectos de cambios en la oferta de dinero y del gasto público en economías abiertas. La consideración de un sector exterior introduce una nueva variable en el modelo como es el tipo de cambio, que puede verse afectada de manera muy diversa dependiendo de distintos escenarios que son, entre otros determinantes, función del grado de rigidez de los precios en la economía.[1] En los modelos que vamos a estudiar el tipo de cambio puede responder no sólo a variaciones contemporáneas de la política monetaria o fiscal sino también a cambios en las expectativas sobre la evolución futura de la oferta monetaria o del gasto público, comportándose por lo tanto como una variable no predeterminada.

2. El modelo de Mundell-Fleming con tipos de cambio flexibles

El modelo desarrollado simultáneamente por Mundell (1962) y Fleming (1962) no es sino una extensión del modelo $IS-LM$ con precios fijos al caso de una economía abierta, en el que se analizan los efectos de la política monetaria y fiscal dependiendo de que el tipo

[1] A lo largo de este tema se utilizará la notación continental *europea* del tipo de cambio (número de unidades monetarias nacionales por unidad extranjera) en lugar de la *británica* (número de unidades monetarias extranjeras por unidad nacional). Utilizando la notación europea (británica) una disminución (aumento) del tipo de cambio se interpreta como una apreciación. La introducción del euro ha supuesto pasar a utilizar la notación británica en el tipo de cambio respecto al dólar.

de cambio sea fijo o flexible, así como de que exista movilidad perfecta de capitales o no. El modelo que se presenta a continuación utiliza el supuesto de perfecta movilidad de capitales bajo un régimen de tipo de cambio flexible.

La consideración de economías abiertas obliga a realizar algunos cambios en el esquema $IS - LM$ tradicional. En primer lugar, es necesario analizar cuáles son los determinantes tanto de la balanza por cuenta corriente (exportaciones netas) como de la balanza de capitales. Teniendo en cuenta que el saldo de la balanza de pagos es la suma de la balanza por cuenta corriente (CA) y de la balanza de capitales (KA), en última instancia, los determinantes de la balanza de pagos son respectivamente los determinantes de cada una de estas dos balanzas. La balanza por cuenta corriente refleja básicamente las transacciones comerciales, resultado de las exportaciones e importaciones con el resto del mundo. De manera simplificada, las exportaciones netas son una función positiva del tipo de cambio real ($e + p^* - p$), siempre que se satisfaga la condición de Marshall-Lerner, y del nivel de renta de las economías a las que exportamos (y^*). Una depreciación del tipo de cambio mejora la competitividad de los bienes que se exportan al exterior, mientras que un aumento del nivel de renta exterior da lugar a un aumento de las importaciones de esos países. Por el contrario, un aumento del nivel de renta nacional (y) provoca un aumento de las importaciones con el consiguiente empeoramiento de la balanza por cuenta corriente. Por su parte, el saldo de la balanza de capitales viene determinado por el diferencial de tipos de interés con el exterior. Así pues, el saldo de la balanza de pagos puede escribirse como sigue:

$$BP = CA + KA = \alpha_1(p^* + e - p) + \alpha_1 y^* - \alpha_2 y - \gamma(r^* - r)$$

En segundo lugar, tras plantear cuáles son los determinantes de la balanza por cuenta corriente es necesario incorporar estas variables en la función IS. Supongamos tras los cambios oportunos que la economía puede describirse por medio de las siguientes ecuaciones:

$$y_t = \beta(p^* + e_t - p) - \delta r_t + g_t \tag{2.1}$$

$$m - p = k y_t - \lambda r_t \tag{2.2}$$

$$r_t = r^* \tag{2.3}$$

en donde, por conveniencia, hemos eliminado la renta exterior bajo el supuesto de que y^* es igual a cero, y las variables con subíndice temporal representan las variables endógenas del modelo: el tipo de cambio nominal (e), el nivel de renta (y) y el tipo de interés nominal (r). La ecuación (2.1) es una IS en términos logarítmicos en la que el nivel de demanda agregada depende de las exportaciones netas de bienes y servicios, que a su vez son una función positiva del tipo de cambio real $p^* + e_t - p$ ($\beta > 0$ resulta de la condición Marshall-Lerner). El término $p^* + e_t$ es el precio de los bienes y servicios producidos en el extranjero expresados en moneda nacional. Al considerar que los precios son fijos, la inflación esperada es igual a cero por lo que el tipo de interés real y nominal coinciden. Este supuesto explica porqué en la IS no aparecen expectativas de inflación. La ecuación (2.2) representa el equilibrio entre la oferta y la demanda de dinero. Para simplificar el modelo suponemos que el nivel de saldos reales depende únicamente del nivel de precios de los bienes nacionales.[2] Por último, la ecuación (2.3) recoge el supuesto de perfecta movilidad de capitales, es decir, se trata de una condición de arbitraje según la cual la rentabilidad de los activos nacionales tiene que ser igual a la de los activos exteriores.[3]

Sustituyendo el tipo de interés nacional por el exterior en la IS y en la LM obtenemos un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas (e_t, y_t):

$$y_t = \beta(p^* + e_t - p) - \delta r^* + g_t \tag{2.4}$$

$$m - p = ky_t - \lambda r^* \tag{2.5}$$

Como puede apreciarse, se trata de un sistema recursivo en el que el nivel de renta puede

[2] En general, el nivel de precios en el interior viene dado por una combinación de los precios nacionales y exteriores

$$p^c = \alpha_m p^* + (1 - \alpha_m)p,$$

en donde α_m refleja el porcentaje de las importaciones sobre el PIB.

[3] En realidad, como se verá en la sección siguiente, esta condición de arbitraje no es sino un caso particular de la *paridad no cubierta de tipos de interés*

$$r_t = r^* + (e^e_{t+1} - e_t)$$

en la que no se incorporan expectativas de variaciones del tipo de cambio en el futuro ($e^e_{t+1} - e_t = 0$).

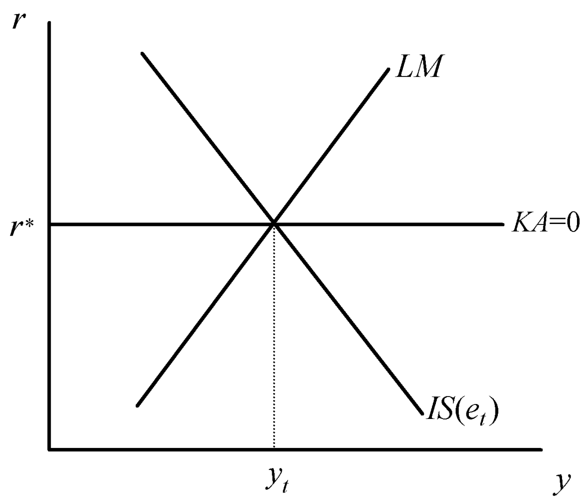

Gráfico 9.1: *Determinación del tipo de cambio y del nivel de renta de equilibrio en el modelo de Mundell-Fleming con perfecta movilidad de capital ($r_t = r^*$).*

obtenerse directamente de la *LM*

$$y_t = \frac{1}{k}(m - p + \lambda r^*) \tag{2.6}$$

En el Gráfico 9.1 se ha representado cómo se determina el nivel de renta de equilibrio, mediante la intersección de la recta que refleja el equilibrio de la balanza de capitales (KA igual a cero cuando $r_t = r^*$), y la LM, que representa las distintas combinaciones de renta y tipo de interés que mantienen el mercado de dinero en equilibrio. Dado el tipo de interés r^*, la LM determina el nivel de renta de equilibrio, y la IS el tipo de cambio que equilibra el mercado de bienes y servicios:

$$e_t = \frac{1}{\beta k}\left(m + (\beta k - 1)p - \beta k p^* + (\lambda + k\delta)r^* - kg\right)$$

Una vez determinado el nivel de equilibrio del tipo de cambio nominal y del nivel de renta, resulta sencillo calcular sus correspondientes multiplicadores con respecto a la oferta de dinero, al gasto público y al tipo de interés exterior:

$$\frac{\partial e}{\partial m} = \frac{1}{\beta k} > 0, \qquad \frac{\partial y}{\partial m} = \frac{1}{k} > 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial g} = -\frac{1}{\beta} < 0, \qquad \frac{\partial y}{\partial g} = 0$$

$$\frac{\partial e}{\partial r^*} = \frac{\lambda + k\delta}{\beta k} > 0, \qquad \frac{\partial y}{\partial r^*} = \frac{\lambda}{k} > 0$$

En el Gráfico 9.2 se han representado los efectos de un aumento de la oferta de dinero ($m_t > m_{t-1}$), que desplaza la función LM hacia la derecha, dando lugar a un aumento del nivel de renta, ya que existe rigidez total en el nivel de precios y el tipo de interés está dado por el tipo de interés exterior. El aumento del nivel de saldos reales se ve compensado por un aumento de la demanda de dinero por motivos de transacción. Observando la IS resulta fácil de ver que para que el nivel de renta aumente es necesaria una depreciación del tipo de cambio nominal, es decir, un aumento de e. Este aumento del tipo de cambio (de e_{t-1} a e_t) propicia un desplazamiento de la IS hacia la derecha hasta pasar justo por el punto en el que se produce la intersección entre la función LM y la recta para KA igual a cero.

El análisis de los efectos de un aumento del gasto público es, si cabe, incluso más sencillo dada la naturaleza recursiva del modelo. Como el nivel de renta se determina mediante la intersección de la recta $r_t = r^*$ y de la función LM, en las que no aparece el gasto público, una política fiscal expansiva sólo tiene efectos en la determinación del tipo de cambio nominal, sobre el que provoca una apreciación. En concreto, el aumento del gasto público (de g_{t-1} a g_t) se ve compensado por una disminución de las exportaciones que deja inalterada la posición de la IS, tal y como se ha representado en el Gráfico 9.3, con el consiguiente empeoramiento de la balanza por cuenta corriente.[4]

Finalmente, en el Gráfico 9.4 se han representado los efectos de un aumento del los tipos de interés a nivel internacional debido, por ejemplo, a una contracción de la oferta monetaria en el resto de países. Como consecuencia del aumento de los tipos de interés ($r^*_t > r^*_{t-1}$) la recta para KA igual a cero, que representa el supuesto de perfecta movilidad de capitales se desplaza hacia arriba. La intersección entre esta recta, en la que $r_t = r^*_t$, y la función LM se produce ahora para un nivel de renta mayor ($y_t > y_{t-1}$). El equilibrio en el mercado de bienes se alcanza tras la depreciación ($e_t > e_{t-1}$) que provoca la salida de capitales hacia el extranjero en busca de una mayor rentabilidad financiera.

[4] En realidad, este análisis de la política fiscal en el modelo de Mundell-Fleming no tiene en cuenta el hecho de que al apreciarse el tipo de cambio la balanza por cuenta corriente experimenta un déficit, suponiendo que se encontraba inicialmente en equilibrio. Este déficit produce una disminución de reservas del banco central que da lugar a una disminución de la oferta monetaria, con el consiguiente desplazamiento de la función LM.

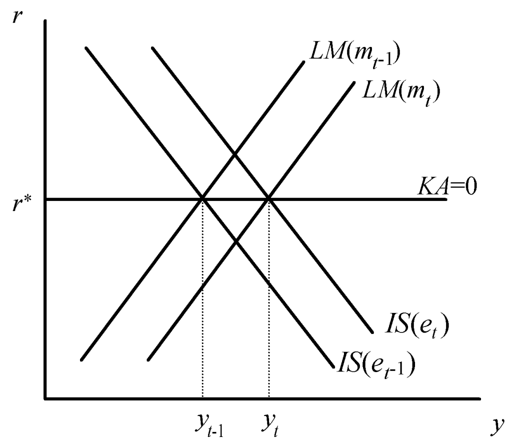

Gráfico 9.2: *Efectos de un aumento de la oferta de dinero en el modelo Mundel-l-Fleming con tipos de cambio flexibles.*

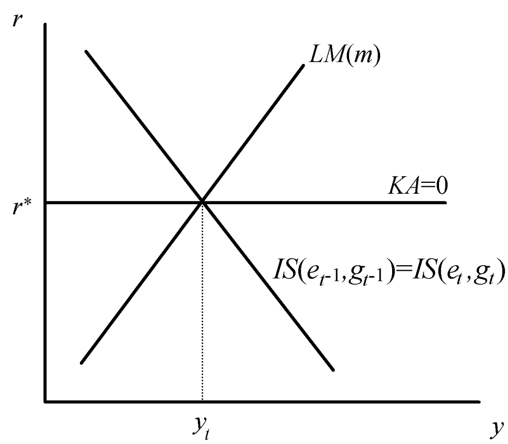

Gráfico 9.3: *Efectos de un aumento del gasto público en el modelo de Mundel-l-Fleming con tipos de cambio flexibles.*

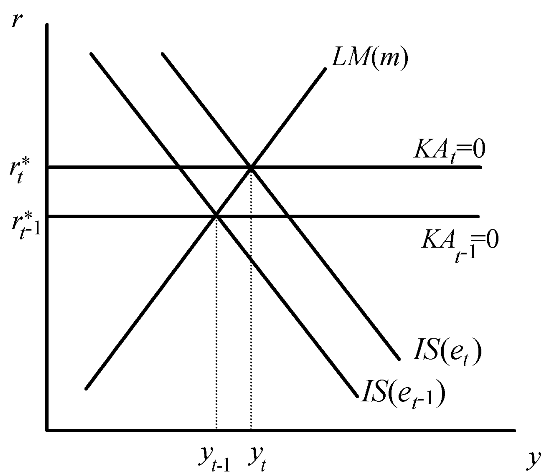

Gráfico 9.4: *Efectos de un aumento del tipo de interés exterior en el modelo Mundell- Fleming con tipos de cambio flexibles.*

Esta depreciación del tipo de cambio da lugar a una mejora de la competitividad y del saldo de la balanza por cuenta corriente, que provoca un desplazamiento de la función *IS* hacia la derecha.

A modo de resumen, en el modelo de Mundell-Fleming con tipos de cambio flexibles una política monetaria expansiva es eficaz para aumentar el nivel de renta mediante la depreciación del tipo de cambio, y tiene efectos similares a los que produce una política monetaria contractiva llevada a cabo por el resto de países. Sin embargo, la política fiscal sólo provoca un cambio en la composición de la demanda agregada, con una disminución equivalente de las exportaciones netas como consecuencia de la apreciación del tipo de cambio.

El cambio en el supuesto de perfecta movilidad de capitales por el de movilidad imperfecta (por ejemplo, debido a la existencia de controles de capital) altera cualitativamente algunos de los resultados del modelo que se acaba de representar, ya que en este caso la recta horizontal que representa la condición de arbitraje entre activos financieros nacionales y extranjeros pasa a tener pendiente positiva, permitiendo que la política fiscal pueda tener efectos sobre el nivel de renta. Por otro lado, las implicaciones sobre la política económica son las opuestas cuando se sustituye el supuesto de tipos de cambio flexibles por el de tipos de cambio fijos, ya que en este caso la política monetaria pasa a tener como objetivo el mantenimiento del tipo de cambio.

3. El modelo monetario de determinación del tipo de cambio

Hasta el momento hemos estado trabajando con el supuesto de precios rígidos, que a corto plazo puede ser una simplificación aceptable. En esta sección abandonaremos este supuesto por el de precios totalmente flexibles y analizaremos el papel de las expectativas de los agentes en la determinación del tipo de cambio corriente. En realidad, el tipo de cambio nominal es el precio de la moneda nacional en términos de otra moneda exterior que equilibra la demanda y la oferta relativa de ambas monedas. Si los agentes esperan que en el futuro el tipo de cambio nominal se deprecie, es decir, que la moneda nacional valga menos con respecto a otras monedas, querrán deshacerse de sus stocks de moneda nacional antes de que ésta se deprecie, lo que da lugar a una disminución de la demanda de moneda nacional en el presente, con la consiguiente depreciación del tipo de cambio. Esta es la razón de que los mercados de divisas estén procesando continuamente toda la nueva información que surge sobre los posibles acontecimientos futuros que pueden determinar el valor de una moneda frente a otras.

La existencia de expectativas sobre la evolución futura del tipo de cambio obliga a cambiar la condición de arbitraje entre activos financieros nacionales y exteriores que hemos estado utilizando. Supongamos que en los mercados financieros internacionales operan agentes que no son aversos al riesgo, de manera que cuando se plantean una inversión en activos nacionales o extranjeros comparan únicamente sus rentabilidades esperadas. Supongamos que una inversión en un activo denominado en moneda nacional tiene una rentabilidad igual a r_t. Sin embargo, la rentabilidad del activo extranjero es igual al tipo de interés de dicho activo (r^*) más la ganancia o pérdida de capital ocasionada por la variación del tipo de cambio entre el momento de compra y el vencimiento del activo. Cuando los agentes deciden entre estas dos estrategias de inversión están comparando sus respectivas rentabilidades esperadas, de manera que la condición de arbitraje pasa a ser ahora

$$r_t = r_t^* + (E_t e_{t+1} - e_t). \tag{2.7}$$

Esta condición de arbitraje se conoce como la *paridad no cubierta de tipos de interés* en contraposición con la *paridad cubierta de tipos de interés*, según la cual se compara la rentabilidad de la inversión en el activo nacional con el tipo de interés del activo extranjero más el coste por cubrir el riesgo de esa operación mediante un contrato en el mercado de divisas a plazo. Cuando no existen ni controles de capital ni aversión al riesgo, la diferencia entre la expectativa en t del tipo de cambio en $t + 1$ y el tipo de cambio corriente, coincide con la diferencia entre el tipo de cambio a plazo para $t + 1$ y al contado, por lo que el tipo de cambio a plazo es un predictor insesgado del tipo de cambio en el futuro.[5]

El modelo monetario de determinación del tipo de cambio se basa en la existencia de mercados de bienes a nivel internacional totalmente competitivos, en los que se satisface la *ley del precio único*, es decir, el precio de un bien extranjero expresado en moneda nacional ha de ser igual al precio del bien nacional, lo que implica que:

$$p_t^* + e_t = p_t, \tag{2.8}$$

es decir, el tipo de cambio real permanece constante e igual a la unidad.

3.1 Resolución del modelo

Bajo el supuesto que caracteriza al modelo clásico de que el nivel de renta se determina a partir del nivel de empleo de equilibrio en el mercado de trabajo, el modelo se completa incorporando dos funciones LM, una para el mercado de dinero nacional y otra para el exterior, que para simplificar supondremos que presentan los mismos coeficientes:[6]

$$m_t - p_t = ky_t - \lambda r_t \tag{2.9}$$

$$m_t^* - p_t^* = ky_t^* - \lambda r_t^* \tag{2.10}$$

Sustituyendo p_t por la expresión (2.8) la ecuación (2.9) se obtiene la siguiente expresión:

$$m_t - p_t^* - e_t = ky_t - \lambda r_t$$

en la que podemos sustituir el nivel de precios en el exterior utilizando la ecuación (2.10)

$$e_t = m_t - m_t^* - k(y_t - y_t^*) + \lambda(r_t - r_t^*).$$

Finalmente, utilizando la *paridad no cubierta de tipos de interés* obtenemos una ecuación en

[5] En ausencia de controles de capitales, si los agentes son aversos al riesgo que entrañan las operaciones internacionales, la condición de paridad no cubierta de tipos de interés debe modificarse para incluir una prima de riesgo (a_t):

$$r_t = r^* + (E_t e_{t+1} - e_t) + a_t,$$

dando lugar a que el tipo de cambio a plazo sea un predictor sesgado del tipo de cambio futuro.

[6] En realidad, la única condición necesaria es que el coeficiente del tipo de interés nominal en ambas funciones LM sea el mismo.

diferencias para el tipo de cambio:

$$(1+\lambda)e_t = m_t - m_t^* - k(y_t - y_t^*) + \lambda E_t e_{t+1}.$$

Con la finalidad de simplificar el análisis que se realiza a continuación, sin pérdida de generalidad supondremos que el término $(y_t - y_t^*)$ es igual a cero, por lo que la ecuación anterior puede escribirse como sigue,

$$(1+\lambda)e_t = m_t - m_t^* + \lambda E_t e_{t+1}.$$

Al igual que en el modelo de la hiperinflación o en el modelo keynesiano con dos activos rentables que se han visto en los capítulos anteriores, esta ecuación admite, en principio, dos soluciones posibles. Sin embargo, desde el punto de vista económico sólo la solución *forward looking* resulta aceptable. La solución *forward looking* se obtiene mediante sustituciones sucesivas de las expectativa del tipo de cambio en el futuro hasta obtener:

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i E_t\left(m_{t+i} - m_{t+i}^*\right) \tag{2.11}$$

en donde se ha aplicado la condición de transversalidad según la cual[7]

$$\lim_{i\to\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i E_t e_{t+i} = 0.$$

La característica fundamental de este modelo, es que el tipo de cambio en el presente es igual al valor esperado en t de la oferta monetaria relativa y del diferencial en el nivel de actividad, presentes y futuros, utilizando $\frac{\lambda}{1+\lambda}$ como factor de descuento. Así pues, en este modelo el tipo de cambio nominal se comporta como una **variable no predeterminada**, es decir, su valor corriente no está condicionado por su pasado sino por las expectativas de los agentes económicos, de manera que el tipo de cambio varía cada vez que los mercados reciben nueva información que ayuda a mejorar la predicción sobre la oferta monetaria y el nivel de actividad en el futuro.

3.2 Ejercicios de dinámica

a) *Estado estacionario*. El estado estacionario se caracteriza porque los valores de todas las variables del modelo permanecen constantes de un periodo a otro. La solución del tipo

[7] En general, como la (semi)elasticidad de la demanda de dinero es negativa y menor que la unidad en términos absolutos (es decir, $0 < \lambda < 1$), dicha condición de transversalidad se satisface para cualquier valor finito del tipo de cambio en el futuro, conforme i tiende a infinito.

de cambio nominal en el estado estacionario puede obtenerse mediante la eliminación de todos los subíndices t. Bajo el supuesto de que

$$E_t m_{t+i} = m, E_t m^*_{t+i} = m^* \qquad \forall i$$

podemos reescribir (2.11) como

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda}(m - m^*) \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i = m - m^*$$

Como se puede apreciar, en el estado estacionario el multiplicador a largo plazo de un aumento de la oferta de dinero es

$$\frac{\partial e}{\partial m} = 1.$$

Como $p = p^* + e$, se cumple que

$$\frac{\partial p}{\partial m} = \frac{\partial P}{\partial M}\frac{M}{P} = 1$$

por lo que la política monetaria sólo tiene efectos sobre las variables nominales, tal y como cabe esperar en un modelo clásico. En concreto, un aumento de la oferta de dinero provoca a largo plazo un aumento del nivel de precios en idéntica proporción, así como una depreciación del tipo de cambio nominal, dejando inalterado el tipo de cambio real y, por lo tanto, la composición de la demanda.

A partir de la expresión (2.11), es evidente que el impacto de una medida de política económica depende no sólo de su magnitud sino también de si se trata de un cambio permanente o transitorio, y de la anticipación con la que los agentes pueden predecir dicho cambio. En los apartados siguientes estudiaremos algunos cambios de estado estacionario y cuál es la dinámica del tipo de cambio de un estado estacionario a otro, partiendo de un estado estacionario en el que:

$$m_{t+i} = m, m^*_{t+i} = m^* \qquad \forall i$$

de manera que el tipo de cambio nominal en la situación de partida a es:

$$e^a = m - m^*$$

b) Cambio permanente y anticipado de la oferta monetaria: $\Delta m(t, t+2, \infty)$. Se produce un cambio de estado estacionario en el que la expectativa de los agentes económicos sobre la oferta monetaria dentro de dos periodos:

$$E_t m_{t+i} = m + \Delta m \qquad \forall i \geqslant 2$$

A partir de la expresión (2.11) obtenemos:

$$\begin{aligned} e_t &= \frac{1}{1+\lambda}\left[\sum_{i=0}^{1}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i m + \sum_{i=2}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i (m+\Delta m)\right] - m^* = \\ & m - m^* + \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 \Delta m, \end{aligned}$$

es decir, el anuncio de un aumento de la oferta monetaria en el futuro provoca una depreciación del tipo de cambio nominal

$$e_t^b - e^a = \Delta e_t = \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 \Delta m$$

Un periodo más tarde el tipo de cambio se vuelve a depreciar, ya que a partir de la expresión (2.11) puede comprobarse que

$$e_{t+1}^b - e_t^b = \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\left(1 - \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\right)\Delta m > 0$$

Finalmente, en $t+2$ la economía alcanza su nuevo estado estacionario en el que

$$e^b - e^a = \Delta m.$$

En el Gráfico 9.5 se han representado en el panel izquierdo los cambios en el espacio $\{y, r\}$, mientras que en el panel derecho aparece la dinámica temporal del tipo de cambio. A partir del estado estacionario descrito por el punto A en el espacio $\{y, r\}$, la función LM se desplaza hacia arriba como consecuencia de la disminución de los saldos reales, ya que la oferta de dinero no aumenta hasta $t+2$, pero los precios ya han empezado a aumentar. Esto provoca un aumento del tipo de interés nacional, si bien la paridad no cubierta de tipos de interés se cumple en todo momento, ya que los agentes están anticipando una depreciación del tipo de cambio. Este proceso vuelve a repetirse en $t+1$, mientras que en $t+2$, la función LM vuelve a su posición inicial, en la que ni el nivel de renta ni el tipo de interés han variado. Como el tipo de cambio nominal y el nivel de precios están aumentando en la misma proporción mientras dura este proceso, el tipo de cambio real permanece inalterado, por lo que el aumento anticipado de la oferta de dinero tampoco tiene efectos sobre la composición de la demanda agregada.

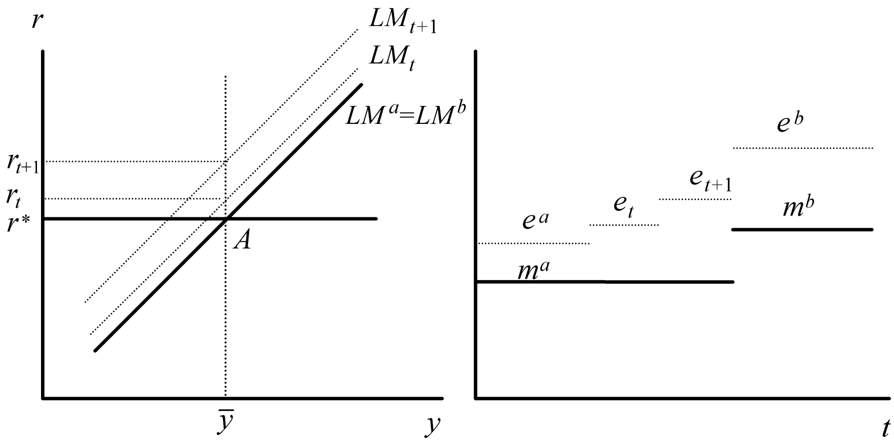

Gráfico 9.5: *Efectos de un cambio permanente y anticipado de la oferta monetaria, $\Delta m(t, t+2, \infty)$*

c) Cambio transitorio y anticipado de la oferta monetaria exterior: $\Delta m^*(t, t+2, t+3)$. En este caso se produce un cambio en las expectativas de los agentes de manera que

$$E_t m^*_{t+2} = m^* + \Delta m^*, E_t m^*_{t+i} = m^* \qquad \forall i \neq 2$$

A partir de la expresión (2.11) se obtiene:

$$\begin{aligned} e_t &= \frac{-1}{1+\lambda}\left[\sum_{i=0}^{1}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i m^* + \left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 (m^* + \Delta m^*) + \sum_{i=3}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i m\right] \\ &\quad +m \\ &= m - m^* - \frac{1}{1+\lambda}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 \Delta m^*, \end{aligned}$$

En este caso, el anunció de un aumento transitorio de la oferta monetaria en el futuro provoca una apreciación del tipo de cambio nominal

$$e_t^c - e^a = \Delta e_t = \frac{-1}{1+\lambda}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 \Delta m^*$$

Es importante observar que la apreciación del tipo de cambio es menor que en el caso en el que el aumento de la oferta monetaria exterior hubiera sido permanente.[8] Un periodo más tarde el tipo de cambio se aprecia de nuevo, ya que a partir de la expresión (2.11) puede

8 En el caso de una aumento permanente puede comprobarse que se hubiera obtenido un resultado análogo al

comprobarse que

$$e^c_{t+1} - e^c_t = \frac{1}{1+\lambda}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)\left(\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right) - 1\right)\Delta m^* < 0$$

Cuando en $t+3$ la economía alcanza finalmente su estado estacionario se verifica que

$$e^c = e^a.$$

En el Gráfico 9.6 se ha representado la dinámica temporal del tipo de cambio nominal ante una variación transitoria de la oferta de dinero exterior, así como los cambios en el espacio $\{y^*, r^*\}$.[9] A partir del estado estacionario descrito por el punto A en el espacio $\{y^*, r^*\}$, el tipo de interés exterior aumenta como consecuencia del aumento esperado de m^*.[10] Utilizando la expresión para la función LM en la que se ha sustituido p en función de $p^* + e$, y p^* en función de m^*, r^* e y^*, es decir,

$$e_t = m_t - m^*_t + \lambda(r_t - r^*_t).$$

se observa claramente que para que el mercado de dinero se encuentre en equilibrio, el aumento del tipo de interés exterior tiene que verse compensado por una disminución del tipo de cambio. Este proceso continúa en $t+1$, pero en $t+2$ aumenta la oferta monetaria exterior, por lo que los agentes esperan una contracción de la misma en $t+3$, dando lugar a una disminución del tipo de interés exterior, como resultado de que $\pi^{*e}_{t+2} < 0$.

4. Rigidez de precios y sobrerreacción del tipo de cambio

4.1 La importancia de la rigidez de precios

En el modelo que acabamos de ver los precios eran totalmente flexibles por lo que el tipo de cambio real se mantenía constante ante un aumento permanente y no anticipado de la oferta monetaria. Sin embargo, es posible que a corto plazo los precios respondan

ejercicio de dinámica b), de manera que

$$\Delta e_t = -\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^2 \Delta m^*$$

[9] En el espacio $\{y, r\}$, la función LM no ve altera su posición ya que ni m ni p alteran su valor.

[10] Conviene recordar que la oferta de dinero todavía no ha aumentado pero el nivel de precios p^* sí, por lo que el tipo de interés nominal aumenta para equilibriar el mercado de dinero, ya que $r^*_t = \rho + \pi^{*e}_t$, en donde ρ es el tipo de interés real y π^{*e}_t es la expectativa de inflación, que en t es positiva.

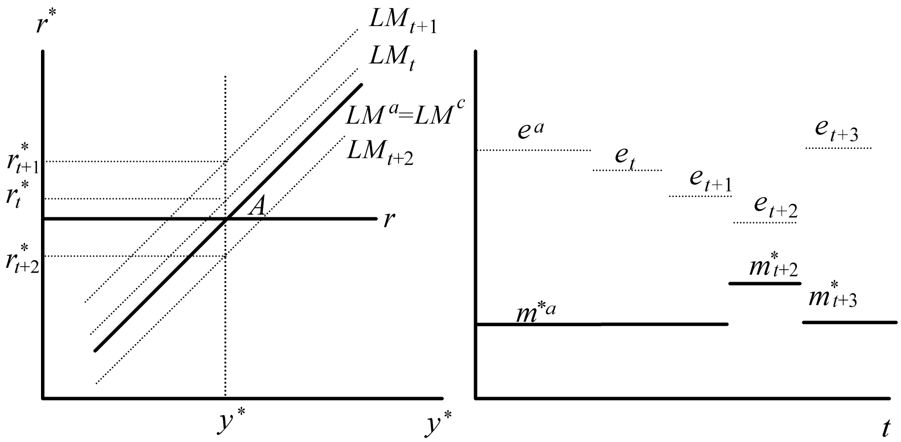

Gráfico 9.6: *Efectos de un aumento transitorio anunciado de la oferta monetaria exterior,* $\Delta m^*(t, t+2, t+3)$.

más lentamente que el tipo de cambio como consecuencia de la existencia de inercias o rigideces. Cuando el tipo de cambio nominal es flexible su cotización puede variar continuamente mientras el mercado de divisas está en funcionamiento. De esta manera, los cambios en la información con la que los agentes determinan sus expectativas influyen rápidamente al alza o a la baja sobre la cotización de una moneda, al variar la oferta y la demanda de divisas en el mercado, por lo que el tipo de cambio se comporta como una variable no predeterminada. Es por esta razón que suele decirse que el mercado de divisas es un mercado *eficiente*, en el que no existen oportunidades de negocio sin aprovechar. Por el contrario, en el mercado de bienes es posible que la presencia de costes asociados a los cambios en los precios o a recoger información relevante sobre las condiciones económicas, así como la existencia de contratos con una vigencia más o menos larga, haga que el nivel de precios presente cierta rigidez a corto plazo, es decir, que su valor a corto plazo venga parcialmente determinado por su pasado, tal y como se caracterizan las variables predeterminadas.

Las consecuencias de estas inercias en los precios sobre la determinación del tipo de cambio a corto plazo fueron estudiadas por Dornbusch (1976), quién encontró que el tipo de cambio puede sobrerreaccionar ante un cambio, por ejemplo, de la política monetaria. Por *sobrerreacción* se entiende aquellas oscilaciones a corto plazo del tipo de cambio ante una perturbación inicial según la cuales éste se aprecia o se deprecia en exceso teniendo en cuenta su nivel de equilibrio a largo plazo, al que tiende más o menos lentamente dependiendo de la inercia en los precios. En estas circunstancias, ante un cambio en la política monetaria que altera el tipo de cambio nominal es posible que el tipo de cambio real también se vea afectado en la misma dirección mientras dura el proceso de ajuste en el nivel de precios. Según el modelo monetarista que se ha visto en la sección anterior un aumento de la oferta monetaria aumenta el tipo de cambio nominal y el nivel de precios dejando inalterado el tipo de cambio real, no sólo a largo plazo sino también a corto plazo:

$$p^* + (e + \Delta e) - (p + \Delta p) \qquad \text{tal que} \qquad \Delta e = \Delta p$$

Sin embargo, si a corto plazo el nivel de precios no ajusta el tipo de cambio real se deprecia inicialmente, para luego ir apreciándose hasta alcanzar su nivel de equilibrio a largo plazo, siguiendo el movimiento del tipo de cambio nominal.

La evidencia empírica parece ser favorable a esta hipótesis de sobrerreacción del tipo de cambio, como pone de manifiesto el Gráfico 9.7. En este gráfico se ha representado la evolución de los índices de tipo de cambio nominal y real del dólar frente al euro entre 1980 y 2010. Como podemos observar, en muchas ocasiones han evolucionado de forma conjunta y las apreciaciones/depreciaciones del tipo de cambio nominal han coincidido con las del tipo de cambio real. Si suponemos que muchas de las oscilaciones del tipo de cambio nominal se deben a variaciones de la oferta monetaria relativa de la UEM con respecto a EE.UU., la rigidez de los precios nos permite explicar por qué el tipo de cambio real también se ve afectado por la política monetaria, de forma cualitativamente similar al tipo de cambio nominal.

4.2 El modelo

Cuando los precios presentan algún tipo de rigidez a corto plazo, el modelo monetarista debe modificarse en dos direcciones. En primer lugar, es necesario especificar una regla de determinación de precios a corto plazo. Para simplificar en la medida de lo posible el modelo de Dornbusch sin alterar sus implicaciones de política económica, supondremos que los precios a corto plazo se forman de la siguiente manera:

$$\begin{array}{lll} p_{t+1} = p_t & \text{si} & y^d(p_t) = \overline{y} \\ p_{t+1} = \{p / y^d(p_{t+1}) = \overline{y}\} & \text{si} & y^d(p_t) \neq \overline{y}, \end{array} \tag{2.12}$$

es decir, el precio permanece constante si el mercado de bienes se encontraba en equilibrio en el periodo anterior pero cambia hasta vaciar el mercado en el caso contrario. Por lo

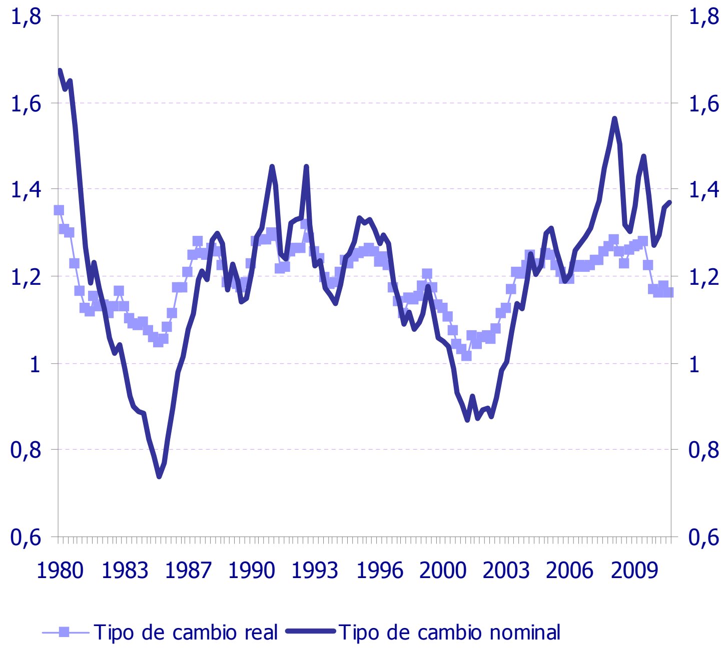

Gráfico 9.7: *Evolución del tipo de cambio nominal y real del dólar frente al euro, 1980-2010. Fuente: Datastream.*

tanto, el precio es rígido a corto plazo, cuando la economía se encontraba en equilibrio, pero es totalmente flexible si la economía presentaba un exceso de oferta o de demanda en el mercado de bienes.[11]

En segundo lugar, como la rigidez de precios permite que el mercado de bienes no se encuentre en equilibrio a corto plazo, para determinar el nivel de renta es necesario añadir un función IS, y suponer que a corto plazo el nivel de renta viene determinado por la demanda agregada ($y_t^d = y_t$). Teniendo en cuenta los supuestos introducidos, el modelo viene ahora descrito por la expresión (2.12) y las ecuaciones siguientes:

$$y_t = \beta(p^* + e_t - p_t) - \delta\left[r - (E_t p_{t+1} - p_t)\right] + g \tag{2.13}$$

[11] En el modelo de Dornbush la regla que determina la evolución de los precios es la siguiente:

$$p_{t+1} = p_t + \phi(y_t^d - \overline{y}).$$

Cuando $\phi = 0$, los precios son totalmente rígidos. Por el contrario, cuando ϕ tiende a infinito los precios son talmente flexibles de manera que $y_t^d - \overline{y} = 0, \forall t$.

$$m - p_t = \kappa y_t - \lambda r_t \tag{2.14}$$

$$r_t = r^* + E_t e_{t+1} - e_t \tag{2.15}$$

Supongamos que inicialmente la economía se encontraba en su estado estacionario, es decir,[12]

$$y_{t-1} = \overline{y}$$

$$p^* + e_{t-1} - p_{t-1} = 0,$$

y que en el periodo t se produce un aumento permanente y no anticipado de la oferta monetaria ($\Delta m(t, t, \infty)$). Utilizando la regla de determinación de precios resulta claro que la economía alcanzará el nuevo estado estacionario en $t+1$, una vez que los precios hayan ajustado por completo. Dadas las propiedades clásicas de este modelo, en el nuevo estado estacionario se verifica que

$$e_{t+1} = e_{t-1} + \Delta m$$

$$p_{t+1} = p_{t-1} + \Delta m$$

$$p^* + e_{t+1} - p_{t+1} = 0$$

$$y_{t+1} = \overline{y},$$

es decir, la política monetaria es neutral a largo plazo, ya que el aumento de la oferta monetaria sólo da lugar a un aumento de los precios, manteniendo el nivel de saldos reales inalterado, y a una depreciación del tipo de cambio nominal, sin afectar al tipo de cambio real. A continuación supondremos para simplificar que

$$e_{t-1} = p_{t-1} = 0$$

[12] Para simplificar supondremos que el logaritmo del tipo de cambio real de equilibrio es igual a cero, tal y como establece la *ley del precio único*.

de manera que

$$e_{t+1} = p_{t+1} = \Delta m.$$

Sin embargo, a corto plazo la rigidez de precios hace que el mercado de bienes no se encuentre en equilibrio. En concreto, como la economía se encontraba en el estado estacionario en $t-1$, la regla de determinación de precios implica que el nivel de precios en t sigue siendo el mismo que en $t-1$. Por lo tanto, podemos resolver el modelo formado por las ecuaciones (2.13) a (2.15) para el periodo t, bajo la condición de que $p_t = p_{t-1} = 0$ lo que implica que $p_{t+1} - p_t = \Delta m$, es decir

$$y_t = \beta(p^* + e_t) - \delta(r_t - \Delta m) + g \tag{2.16}$$

$$(m + \Delta m) = \kappa y_t - \lambda r_t \tag{2.17}$$

$$r_t = r^* + (\Delta m) - e_t \tag{2.18}$$

Así pues, tenemos un sistema de tres ecuaciones con tres incógnitas (y_t, e_t y r_t), cuya solución para el tipo de cambio es la siguiente:

$$e_t = \frac{1}{\lambda + \kappa(\beta + \delta)} \left((1+\lambda)\Delta m + (\delta\kappa + \lambda)r^* - \kappa g + m - \beta\kappa p^*\right).$$

Por lo tanto, el efecto del aumento de la oferta monetaria sobre el tipo de cambio nominal viene dado por el siguiente multiplicador:

$$\frac{\partial e_t}{\partial(\Delta m)} = \frac{1+\lambda}{\lambda + \kappa(\beta + \delta)}$$

Operando con este multiplicador observamos que

$$\kappa(\beta + \delta) < 1 \Rightarrow \frac{\partial e_t}{\partial(\Delta m)} > 1,$$

es decir, cuando $\kappa(\beta + \delta) < 1$ el tipo de cambio nominal sobrerreacciona, ya que se deprecia por encima de su nivel de equilibrio a largo plazo ($e_{t+1} = \Delta m$). Esta sobrerreacción del tipo de cambio nominal en t da lugar a que en el periodo siguiente se aprecie hasta alcanzar su nuevo estado estacionario.

En el Gráfico 9.8 se ha representado en el panel derecho la dinámica del tipo de cambio nominal y del nivel de precios ante el aumento permanente y no anticipado de la oferta monetaria, cuando $\kappa(\beta + \delta) < 1$. En el panel izquierdo se han presentado los cambios es el espacio $\{y, r\}$. Como podemos ver, el nivel de precios se mantiene constante en el periodo t, como resultado del supuesto de inercia en precios, mientras que el tipo de cambio real y nominal se deprecian. En $t + 1$ el nivel de precios aumenta para devolver al mercado de bienes a su situación de equilibrio, mientras que el tipo de cambio real vuelve a su posición inicial y el tipo de cambio nominal alcanza su nueva posición de equilibrio, apreciándose entre t y $t + 1$. Como los agentes esperan esta apreciación del tipo de cambio, $E_t e_{t+1} - e_t$ es negativo, es decir,

$$r_t < r^*.$$

Por otro lado, como el nivel de precios en t no varía, el nivel demanda agregada es superior a la tasa natural de y, por lo que

$$y_t > \overline{y}.$$

Estas dos expresiones explican por qué la economía en t se sitúa en el punto B del panel izquierdo, en el que se cruzan la nueva LM, que se desplaza hacia la derecha como consecuencia del aumento de la oferta monetaria, y la nueva IS, que también se desplaza hacia la derecha debido a la depreciación del tipo de cambio y a las expectativas de aumento en los precios en el periodo siguiente. Sin embargo, en $t + 1$ tanto la LM como la IS vuelven a su posición inicial. La función LM lo hace porque el nivel de saldos reales disminuye una vez que los precios aumentan hasta equilibrar el mercado de bienes ($y^d_{t+1} = \overline{y}$). La función IS vuelve a su posición inicial porque el tipo de cambio real alcanza su nivel de estado estacionario y porque las expectativas de futuros aumentos de los precios son nulas.

El resultado que acabamos de obtener se puede generalizar para el caso en el que los precios ajusten más lentamente. Si los precios tardan varios periodos en alcanzar su nivel de estado estacionario, el tipo de cambio nominal ajusta también más lentamente tras la depreciación inicial, mediante continuas apreciaciones. Esta dinámica es la que se ha presentado en el Gráfico 9.9, para una situación inicial en la que e_{t-1} y p_{t-1} son positivos. Además, suponemos para simplificar que tanto el tipo de cambio real de equilibrio como el nivel de precios exterior son iguales a cero ($p^* + e - p = 0, p^* = 0$), por lo que en el estado estacionario $e = p$, tal y como se recoge en el radiovector con pendiente igual a la unidad. La economía se encuentra inicialmente en un estado estacionario en el que $e^a =$

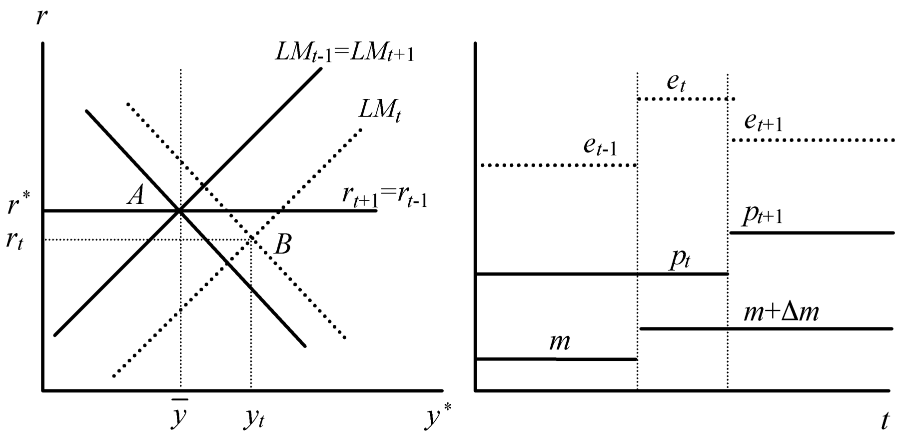

Gráfico 9.8: *Efectos de un aumento permanente y no anticipado de la oferta monetaria cuando los precios son rígidos a corto plazo.*

p^a, pero sufre un aumento permanente y no anticipado de la oferta monetaria, tal que en el nuevo estado estacionario tanto el tipo de cambio nominal como el nivel de precios son mayores ($e^b = p^b$), de forma que esta política monetaria expansiva no tiene consecuencias a largo plazo sobre el tipo de cambio real. A corto plazo, como los precios son rígidos, el tipo de cambio se deprecia por encima de su nivel de equilibrio a largo plazo, es decir, sobrerreacciona. A medida que los precios empiezan a aumentar hasta alcanzar su nivel de estado estacionario tanto el tipo de cambio nominal como el real empiezan a apreciarse.

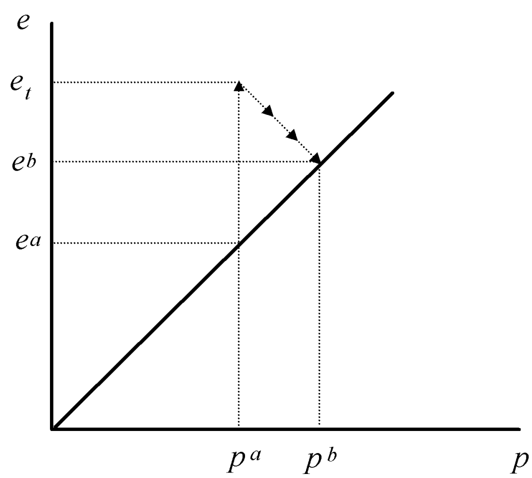

Gráfico 9.9: *La sobrerreacción del tipo de cambio en el modelo de Dornbusch.*

5. Ejercicios

1. Considere una economía caracterizada por las siguientes ecuaciones:

$$r_t = r_t^* + (E_t e_{t+1} - e_t).$$

$$p_t^* + e_t = p_t,$$

$$m_t - p_t = k y_t - \lambda r_t$$

$$m_t^* - p_t^* = k y_t^* - \lambda r_t^*$$

en donde r, e, y, m y p son, respectivamente, el tipo de interés, el tipo de cambio nominal y el logaritmo de la producción, oferta de dinero y precios. Las variables con asterisco son las correspondientes al resto del mundo. Suponga que las expectativas son racionales.

(a) Describa brevemente el significado de las ecuaciones anteriores. Justifique razonadamente cómo podemos llegar a la siguiente expresión e interprete su significado:

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda} \sum_{i=0}^{\infty} \left(\frac{\lambda}{1+\lambda} \right)^i E_t \left(m_{t+i} - m_{t+i}^* \right)$$

(b) Suponga que la autoridad monetaria anuncia en t una reducción permanente de la oferta monetaria en $t+1$. Describa detalladamente cuál es el efecto sobre el tipo de cambio en t y en $t+1$. ¿Cuál es su interpretación económica?

(c) Suponga que en lugar de reducir la oferta monetaria de manera permanente, la autoridad monetaria anuncia que se trata de una reducción transitoria en $t+2$ hasta $t+3$. ¿Cómo afecta este hecho a su respuesta anterior?

(d) Repita los apartados anteriores suponiendo que las expectativas son estáticas ($E_t e_{t+1} = e_t$) en lugar de racionales.

2. En el modelo de Mundell-Fleming con tipos de cambio flexibles una política fiscal expansiva no tiene nunca efectos reales dado que al ser el tipo de cambio nominal flexible, el tipo de cambio real siempre permanece constante. Razone su acuerdo o desacuerdo con la anterior afirmación.

3. En una economía que funciona de acuerdo al modelo monetario de determinación del tipo de cambio, el precio en moneda nacional (p) de un bien extranjero sólo aumentará cuando lo hace el precio extranjero (p^*), permaneciendo inalterado cuando se anuncia un cambio futuro en la oferta relativa de dinero. Razone su acuerdo o desacuerdo con

esta proposición.

4. En el modelo de sobrerreacción del tipo de cambio, una política monetaria expansiva es siempre efectiva, ya que supone una depreciación del tipo de cambio tanto a corto como a largo plazo. Razone su acuerdo o desacuerdo con la anterior proposición.
5. Considere una economía representada por el modelo monetario, en la que el tipo de cambio de equilibrio en t viene determinado por la siguiente expresión:

$$e_t = \frac{1}{1+\lambda}\sum_{i=0}^{\infty}\left(\frac{\lambda}{1+\lambda}\right)^i E_t\left(m_{t+i} - m^*_{t+i}\right)$$

   en donde todas variables tienen la notación habitual.
   (a) Describa brevemente cómo podemos obtener la anterior solución *forward looking*. ¿Cuáles son los determinantes básicos del tipo de cambio nominal en el estado estacionario?
   (b) Suponga que la autoridad monetaria extranjera anuncia en t una reducción permanente de la oferta monetaria en $t+1$. Describa detalladamente cuál es el efecto sobre el tipo de cambio en t y en $t+1$. ¿Cuál es su interpretación económica?
   (c) Suponga ahora que la reducción de m^* es de carácter transitorio hasta $t+2$. ¿Cuál es el efecto sobre el tipo de cambio y sobre el nivel de producción nacional?
   (d) Repita los dos apartados anteriores suponiendo que las expectativas son estáticas en lugar de racionales.
6. Utilizando la paridad no cubierta de tipos de interés, la convergencia de los tipos de interés españoles a los alemanes que se observó durante 1997 y 1998 puede interpretarse como que no se esperaban depreciaciones importantes de la peseta frente al marco alemán. De acuerdo con el modelo monetario de determinación del tipo de cambio, este resultado implica que los agentes económicos esperaban que la oferta de dinero se mantuviera constante tanto en España como en Alemania. Comente razonadamente si la afirmación anterior es cierta o no.
7. Imagine una economía en la que los precios y el tipo de cambio son totalmente flexibles a corto plazo. De acuerdo con el modelo de Dornbusch, el anuncio de un aumento de la oferta monetaria en el futuro provoca la sobrerreacción del tipo de cambio debido a que los agentes económicos anticipan la depreciación de la moneda. Comente razonadamente si la afirmación anterior es cierta o no.

Capítulo 10
La elaboración de la política monetaria

(*Conjuntamente escrito con Antonio Cutanda*)

1. Política Económica y Expectativas Racionales.

La introducción de las expectativas racionales en el análisis macroeconómico ha dado lugar a un profundo debate en relación a la política de estabilización. Como ponen de manifiesto los modelos de Lucas y Sargent y Wallace, si los agentes forman sus expectativas racionalmente, en ausencia de rigideces nominales, la política económica anticipada será plenamente neutral. Aunque la introducción de inercias nominales altera este resultado, el corolario final de dicho debate ha sido una importante relativización del papel de la política económica con fines estabilizadores.

En estas circunstancias, la capacidad de la política económica para responder a las alteraciones cíclicas aparece notablemente minorada con respecto a la postura tradicional keynesiana. De hecho, salvo que se suponga la existencia de importantes inercias nominales, sólo las políticas no anticipadas ofrecen unas mínimas garantías de éxito a los gestores de la política económica cuando persiguen un objetivo de empleo más alto que el correspondiente a la producción potencial o de desempleo inferior a la tasa natural. En este tema analizaremos los términos actuales de dicho debate sobre la política de estabilización, teniendo en cuenta las implicaciones de las expectativas racionales sobre la efectividad de dichas políticas económicas. Tradicionalmente, dicho debate se ha articulado en torno a la elección entre tres estrategias de política económica diferentes, que vamos a ilustrar con la política monetaria:

1. **Reglas fijas**: la autoridad monetaria determina con antelación la parte sistemática o determinística de la oferta monetaria en base al comportamiento previo de la misma. Es decir, existe un compromiso firme de actuación que garantiza una senda temporal estable de la oferta monetaria, al margen de los posibles shocks que puedan producirse en la economía. Un ejemplo de una regla fija de política monetaria es:

$$m_t = k + m_{t-1} + \varepsilon_t^m$$

en donde k es una constante y ε^m es una variable aleatoria ruido blanco. En presencia de expectativas racionales, la validez de esta regla requiere que el gobierno anuncie el valor de k y σ_ε, así como el compromiso firme de no alterar sus valores en el futuro.

2. **Reglas con *feedback* o retroalimentación**: la autoridad monetaria no compromete una determinada senda temporal para la oferta monetaria, como en el caso anterior, sino el sentido y amplitud de sus actuaciones ante una perturbación concreta. El ejemplo básico de este tipo de reglas es:

$$m_t = \lambda(\bar{y} - y_{t-1}) + \varepsilon_t$$

en dónde λ es un parámetro constante y ε_t es una variable aleatoria ruido blanco. Por supuesto, como en el caso anterior, la autoridad monetaria debe comprometer un valor concreto de λ y anunciar el valor de σ_ε.

3. **Discrecionalidad**: la autoridad monetaria elige en cada período el valor de m sin que exista ningún compromiso por su parte en ningún sentido, reservándose los criterios que considera relevantes en la toma de decisiones.

Nuestro análisis se centrará en la determinación de las ventajas de una u otra estrategia de política económica tanto en relación a su efectividad, es decir, al cumplimiento de los objetivos de las distintas actuaciones de política emprendidas, como a la repercusión que sobre el bienestar social puedan derivarse de su utilización. En este sentido, es conveniente analizar inicialmente cuál ha sido la postura tradicional en la literatura económica ante estas cuestiones, así como las críticas más importantes a las que dicha postura ha dado lugar.

La postura tradicional, anterior a la crítica monetarista de los años cincuenta y sesenta, se centraba en la oposición a la discrecionalidad, debido, fundamentalmente, a los importantes retrasos temporales en la aplicación de medidas de política económica concretas y que son un serio condicionante de las mismas, dado que pueden dar lugar a resultados contrarios a los deseados, al aplicarse sobre una situación económica que puede ser muy diferente a la que motivó su adopción. Por todo ello, la postura tradicional era mayoritariamente favorable a las reglas y, dentro de estas, a las reglas con *feedback*, que permitían reaccionar ante perturbaciones, si bien con una serie de retardos.[1]

Sin embargo, también las reglas con *feedback* estuvieron sometidas a una controversia importante. La crítica monetarista a este tipo de reglas se centraba en dos puntos

[1] Estos retardos surgen como consecuencia del tiempo necesario para identificar la fuente de la perturbación, para elegir las medidas de política económica más adecuadas en cada caso y para que surtan los efectos deseados. En este sentido, la política fiscal implica retrasos incluso más importantes, al requerir complejos trámites parlamentarios, por lo general intensivos en tiempo.

básicos. En primer lugar, dichas reglas son, por lo general, muy complicadas y requieren un profundo conocimiento del funcionamiento del sistema económico. En segundo lugar, se trata de reglas cuya aplicación es demasiado lenta, lo que las puede hacer ineficientes *ex-post*, de forma parecida a lo que ocurre con la discrecionalidad.

Por otra parte, la crítica neoclásica argumentaba que, en una economía en la que las expectativas son racionales, los dos tipos de reglas tienen el mismo efecto sobre la varianza del componente cíclico del output y sobre su esperanza, en base a la proposición de neutralidad del componente anticipado de la política monetaria, por lo que se recomendaba optar por la más simple.

Con posterioridad, los resultados de la Nueva Macroeconomía Clásica en este campo han revolucionado la concepción de la política económica. Como sabemos, cuando los agentes forman sus expectativas racionalmente, el futuro importa, dada la relevancia que dichas expectativas adquieren en las decisiones económicas del presente. De esta forma, el sector público no tiene que ceñirse, en el diseño de la política económica, a las actuaciones tradicionales como, por ejemplo, una alteración de la oferta monetaria corriente, sino que puede recurrir a anuncios de política económica con la intención de afectar a las expectativas de los agentes y, a través de estos anuncios, conseguir efectos reales en el presente. En ese sentido, puede considerarse que el gobierno dispone de un nuevo instrumento de política económica que se añade a los instrumentos tradicionales: las propias expectativas de los agentes económicos.

Las posibilidades que se abren al sector público con este nuevo instrumento de política económica son muy amplias. Una vez que el anuncio del sector público ha surtido los efectos deseados, a través de su repercusión en las expectativas, en principio nada impide el incumplimiento del mismo (actuación que podemos caracterizar como un engaño, independientemente de que sea deliberado o sobrevenido). El incentivo del sector público para realizar este tipo de actuaciones puede ser muy elevado, dada la principal implicación de política económica de los modelos con expectativas racionales, a saber, la neutralidad de la política anticipada. Una vez planteado el debate en estos términos, las vías de análisis se ven notablemente enriquecidas. Si los agentes son plenamente racionales, y disponen de la misma información que el sector público, surge un problema de credibilidad de los anuncios de política económica. De esta forma, parece bastante plausible que la efectividad de este tipo de actuaciones depende crucialmente de su credibilidad o reputación, que básicamente viene determinada por el comportamiento en el pasado de los gestores de la política económica.

Podemos ilustrar esta problemática con un ejemplo de política fiscal. El establecimiento de un mecanismo tributario basado en la declaración de ingresos del propio sujeto pasivo, como el IRPF, requiere el anuncio por parte de la administración del máximo rigor, presente y futuro, en la persecución del fraude fiscal. Por supuesto, que los agentes crean dicho anuncio dependerá de la reputación que el sector público se haya labrado en este terreno en el pasado. Por otra parte, con el paso del tiempo, ante una situación de fraude generalizado, la administración tendrá un incentivo muy importante para decretar una amnistía fiscal, como el único medio para conseguir el afloramiento de las rentas ocultas y un mayor volumen de ingresos. Pero la efectividad de la amnistía fiscal dependerá de si el sector público puede hacer creíble el compromiso de que ésta jamás volverá a promulgarse, es decir, que se trata de una última oportunidad, junto a la voluntad firme de rigor fiscal tras la misma.

Por lo tanto, resulta comprensible que uno de los resultados de la discusión haya sido el fortalecimiento de las posturas favorables a la independencia del banco central del poder político. La independencia del banco central, siempre que sus fines sean el control de la inflación y la estabilidad macroeconómica, garantiza la ausencia de prácticas de política económica como las que ilustra el ejemplo anterior, al menos en la ejecución de la política monetaria. De hecho, tal y como muestra el Gráfico 10.1, existe una correlación muy elevada, que no puede ser casual, entre el conjunto de países en los que el banco central presenta un mayor grado de independencia del poder político y el de aquellos de menor tasa de inflación y mayor estabilidad macroeconómica, como Alemania o Estados Unidos.[2]

En lo que sigue, abordaremos esta problemática en dos fases. En primer lugar, utilizando un marco de análisis similar al del modelo de Lucas y Sargent y Wallace, presentaremos un modelo de mercados eficientes, que permite ilustrar la importancia de los anuncios de las políticas de demanda en el futuro sobre la determinación del output, cuando dan lugar a una revisión de expectativas. A continuación, estudiaremos un modelo especialmente diseñado para el análisis del debate entre reglas y discrecionalidad de la política económica, así como de las cuestiones relacionadas con la credibilidad y la reputación de la autoridad monetaria o fiscal.

[2] Los datos de independencia de los bancos centrales utilizados en el Gráfico 1 proceden de Alberola, Marqués y Sanchís (1997), mientras que los datos de inflación corresponden a las tasas de crecimiento anuales del deflactor del PIB entre 1973-1991.

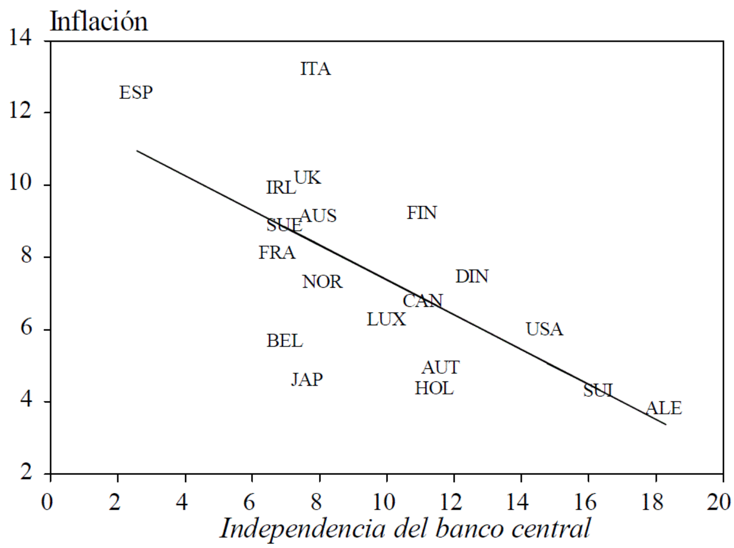

Gráfico 10.1: *Relación entre la independencia de los bancos centrales y la tasa de inflación en los países de la OCDE, anterior ala creación del BCE.*

2. Política de estabilización en un modelo neoclásico de mercados eficientes

Tanto en los modelos de ciclo económico de equilibrio, en los que los mercado de bienes y el de trabajo se vacían (por ejemplo, el de Sargent y Wallace), como aquellos en los que existen inercias nominales (por ejemplo, el modelo de Fischer), el debate sobre la efectividad de la política monetaria se ha centrado en averiguar si los cambios contemporáneos en la oferta monetaria pueden tener algún efecto sobre el nivel de actividad económica. Sin embargo, hasta el momento no hemos introducido ningún mecanismo que nos permita analizar situaciones más realistas en las que se plantean anuncios de cambios futuros en la política monetaria. ¿Puede el anuncio, por parte de la autoridad monetaria, de un aumento o una disminución de la oferta de dinero tener efectos sobre el output de una economía? Para poder responder a esta pregunta utilizando el instrumental analítico de los temas anteriores se hace necesario introducir algunos cambios en los modelos que hemos estudiado.

El modelo que analizaremos a continuación tiene dos objetivos. El primero de ellos es plantear un contexto en el que poder discutir la influencia de la credibilidad de los anuncios de política económica y de la reputación de sus gestores en el diseño de la política de estabilización. El segundo de ellos es completar la visión sobre la cuestión de la neutralidad de la política anticipada. Para ello, consideremos el siguiente modelo macroeconómico:

$$y_t^s = \overline{y} + \beta(p_t - p_{t/t-1}) + \varepsilon_t \tag{2.1}$$

$$y_t^d = -\gamma(r_t - \pi_t^e) \tag{2.2}$$

$$m_t - p_t = ky_t^d - \frac{1}{\lambda}r_t \tag{2.3}$$

$$\pi_t^e = E(p_{t+1}/I_t) - p_t = p_{t+1/t} - p_t \tag{2.4}$$

$$y_t^d = y_t^s = y_t \tag{2.5}$$

Este es un modelo con una estructura similar a los modelos del ciclo que hemos estudiado, aunque como veremos presenta una diferencia que tiene implicaciones muy importantes sobre la política económica. Entre los elementos comunes se encuentra la utilización de la curva de oferta agregada como la que se obtiene en el modelo de Lucas, en la que y_t^s depende de las sorpresas en precios (por tanto, sorpresas en la inflación).

Sin embargo, a diferencia de lo que ocurre con la oferta agregada, la inflación esperada relevante para la demanda agregada se determina sobre la base de un conjunto de información más amplio: aquel compuesto por la información disponible en t y no en $t-1$. Es por esta razón por la que decimos que existe un mercado financiero eficiente, que es capaz de utilizar toda la información disponible, a diferencia de lo que ocurre en el mercado de trabajo, en donde las expectativas se determinan con un conjunto de información más restringido. El modelo descrito por las ecuaciones (2.1) a (2.5) representa una amplia gama de fenómenos macroeconómicos caracterizados por la presencia de mercados *ineficientes* (e.g.:mercado de trabajo) y mercados *eficientes* (e.g.:mercado financiero), algunos de los cuales ya se ha visto con anterioridad como, por ejemplo, modelos con dos activos rentables en el que los activos a corto plazo ajustan más rápidamente que los activos a largo, o en los modelos de economía abierta en los que las rigideces del nivel de precios provocan la sobrerreacción del tipo de cambio ante cambios en las expectativas.

La resolución del modelo es estándar y se realiza según los pasos siguientes (tal y como se explica en el anexo):

1. A partir de la *IS* y de la *LM* se obtiene una función de demanda agregada cuya posición en el espacio $\{p, y\}$ dependerá de la cantidad de dinero y de las expectativas en t del nivel de precios en $t + 1$:

$$y_t^d = \frac{1}{1 + \gamma k \lambda}(\lambda \gamma m_t + \gamma p_{t+1/t} - \gamma(1 + \lambda) p_t) \tag{2.6}$$

   Esta ecuación de demanda agregada es decreciente en p_t y se desplaza a la derecha (izquierda) cuando m_t o $p_{t+1/t}$ aumenta (disminuyen).

2. Utilizando la ecuación de oferta (2.1), de demanda (2.6) y la condición de equilibrio en el mercado de bienes, es posible obtener una función para los precios, que depende de m_t, de $p_{t+1/t}$ y de $p_{t/t-1}$:

$$p_t = \phi_1 m_t + \phi_2 p_{t+1/t} + \phi_3 p_{t/t-1} - \phi_4 \varepsilon_t$$

3. Dado que esta expresión no es operativa al depender de $p_{t+1/t}$ y de $p_{t/t-1}$, tenemos que resolver dicha función para p_t, mediante sustituciones sucesivas obteniendo una solución *forward looking*, según la cual los precios de hoy, p_t, dependen de las expectativas en t (las del mercado eficiente) y en $t - 1$ (las del mercado ineficiente) de la oferta de dinero de hoy en adelante:

$$p_t = \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i m_{t+i/t} + \sum_{i=0}^{\infty} \Omega_i m_{t+i/t-1} - \phi_4 \varepsilon_t \tag{2.7}$$

   en donde $\mu_i > \mu_{i+1}$ para cualquier i, es decir, la oferta monetaria afecta cada vez menos a p_t conforme nos alejamos en el futuro.

4. A partir de la ecuación (2.7) podemos obtener una expresión para la sorpresa de precios $(p_t - p_{t/t-1})$, que sustituyendo en la función de oferta agregada nos permite obtener la siguiente forma reducida del output:

$$y_t = \beta \mu_0 (m_t - m_{t/t-1}) + \beta \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i (m_{t+i/t} - m_{t+i/t-1}) + v_t \tag{2.8}$$

El primer término de esta expresión recoge la sorpresa monetaria corriente sobre el comportamiento de m_t, mientras que el sumatorio recoge la sorpresa monetaria al pasar de $t - 1$ a t en términos del comportamiento futuro de m.

La ecuación (2.8) proporciona un resultado muy interesante, según el cual en este modelo los anuncios sobre cambios futuros de la oferta de dinero, es decir, cambios en las expectativas de los agentes económicos, tienen efectos reales en el presente. En esta situación la autoridad monetaria dispone de un instrumento adicional a los cambios en m_t: la posibilidad de alterar las expectativas de los agentes económicos y afectar a y_t. Cuando las expectativas de los agentes económicos sobre la política económica futura afectan su comportamiento presente, los gobiernos tiene un fuerte incentivo para modificar estas expectativas. Es por ello que este resultado plantea algunas cuestiones, que se tratan de aclarar y contestar en los próximos apartados, tan interesantes como las siguientes:

- ¿En qué medida serán creíbles los anuncios de la autoridad monetaria?
- ¿En qué situaciones tendrá la autoridad monetaria incentivos para invertir en reputación?
- ¿Cuáles son los mecanismos que limitan los incentivos de los gobiernos para engañar a los agentes anunciando una medida de política económica y llevando finalmente a cabo otra?

3. La Inconsistencia Temporal de los Planes Optimos

Aunque el problema de inconsistencia temporal puede surgir tanto con la política fiscal como con la monetaria, en el ejemplo que se presenta a continuación nos ceñiremos a ésta última. Supongamos que la autoridad monetaria persigue dos objetivos simultáneamente: estabilizar los precios y las desviaciones cíclicas del output sobre un determinado nivel. Estos dos objetivos aparecen recogidos en la siguiente función de pérdida que la autoridad monetaria trata de minimizar:

$$Z_t = a\pi_t^2 + (y_t - k\overline{y})^2 \tag{2.9}$$

teniendo en cuenta la restricción que impone la curva de oferta con sorpresas del sector privado:

$$y_t = \overline{y} + b(\pi_t - \pi_t^e) \tag{2.10}$$

en dónde a y b son coeficientes no negativos, k es mayor que la unidad, y es el logaritmo del output y π es la tasa de inflación. La expresión (2.10) es una curva de oferta agregada de Lucas, en la que la sorpresa en precios se ha expresado en términos de tasas de inflación. Para mayor simplicidad no se ha introducido ninguna perturbación aleatoria. Como se puede apreciar en la expresión (2.9), la desviación cíclica que aparece en la función de pérdida de la autoridad monetaria es con respecto a un nivel de output superior a la tasa natural ($k > 1$). El parámetro a mide las preferencias del gobierno en relación a la inflación y el desempleo en la economía, y su objetivo será la minimización de la función de pérdida mediante la elección de una tasa de inflación óptima, que denominaremos π^*. Así pues, estamos ante un caso de diseño de política económica. Existen dos alternativas para considerar el problema de elección del gobierno dependiendo de que nos encontremos ante uno o más periodos, en cuyo caso es necesario considerar la situación de juego repetido que se establece entre el gobierno y los agentes privados.

3.1 Problema de elección en un único período.

En este caso, la solución del problema descrito por las ecuaciones (2.9) y (2.10) se obtiene mediante programación estática estándar, de manera que

$$\min_{\pi_t} Z_t = a\pi_t^2 + (y_t - k\overline{y})^2$$

sujeto a

$$y_t = \overline{y} + b(\pi_t - \pi_t^e),$$

$$\pi_t^e = \overline{\pi}_t^e,$$

es decir, el gobierno escoge aquella tasa de inflación que minimiza la función de pérdida, dada la función de oferta agregada de Lucas y unas expectativas de inflación por parte de los agentes privados. Así pues, sustituyendo estas dos restricciones en la función de pérdida, el problema puede plantearse como

$$\min_{\pi_t} Z_t = a\pi_t^2 + \left(b(\pi_t - \overline{\pi}_t^e) + (1-k)\overline{y}\right)^2,$$

cuya condición de primer orden es

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \pi_t} = 2a\pi_t + 2\left(b(1-k)\overline{y} + b^2(\pi_t - \overline{\pi}_t^e)\right) = 0$$

que permite obtener el siguiente valor de la inflación óptima:

$$\pi_t^* = \frac{b}{a+b^2}\left(b\overline{\pi}_t^e + (k-1)\overline{y}\right) \tag{2.11}$$

Así pues, la inflación óptima es creciente con las expectativas de inflación de los agentes privados ($\partial\pi_t^*/\partial\overline{\pi}_t^e > 0$), con el valor del parámetro k ($\partial\pi_t^*/\partial k > 0$) y el valor de la tasa natural del output ($\partial\pi_t^*/\partial\overline{y} > 0$), y decreciente con la aversión del gobierno a la inflación ($\partial\pi_t^*/\partial a < 0$).

La solución (2.11) es la solución estándar si consideramos que π^e está dada, es decir, que las expectativas de inflación no son racionales y tienen poco que ver con el proceso por el que se determina la inflación. Si los agentes son racionales y conocen el comportamiento del gobierno, π^e será una variable endógena. En este caso, la inflación óptima dependerá de la credibilidad que los anuncios del gobierno tengan para los agentes. Como vamos a comprobar, la solución obtenida depende de forma crucial del proceso de formación de expectativas de los agentes. De esta forma, existen tres posibles soluciones.

Regla Monetaria

El gobierno anuncia y sigue una política monetaria. En este caso, el gobierno decide su inflación óptima incorporando el hecho de que va a cumplir su anuncio y que los agentes confían en ello, de modo que:

$$\pi_t = \pi_t^e \tag{2.12}$$

El problema de optimización gubernamental es ligeramente diferente al anterior, que en este caso se convierte en

$$\min_{\pi_t} Z_t = a\pi_t^2 + \left((1-k)\overline{y}\right)^2 .$$

Utilizando el superíndice r para distinguir el resultado que se obtiene en este caso (regla monetaria) la solución viene dada por:

$$\pi_t^r = \pi_t^e = 0$$

$$y_t^r = \overline{y}$$

$$Z_t^r = (k-1)^2\overline{y}^2. \tag{2.13}$$

Discrecionalidad

En este caso, el gobierno decide en cada momento la política óptima tomando como dadas las expectativas de los individuos, por lo que nos encontramos ante el problema clásico de diseño que hemos computado en la expresión (2.11). Si suponemos que los individuos forman sus expectativas racionalmente, las fijarán en la tasa de inflación óptima para el gobierno, que los agentes conocen que viene dada por la expresión (2.11), es decir, si denominamos π^d a la tasa de inflación resultante de la actuación discrecional del gobierno:

$$\pi_t^e = \pi_t^d \tag{2.14}$$

que sustituyendo en (2.11) permite obtener

$$\pi_t^d = \frac{b}{a}(k-1)\overline{y} = \pi_t^e \tag{2.15}$$

que permite obtener los siguientes resultados para el nivel de producción y de la pérdida para el gobierno

$$y_t^d = \overline{y}$$

$$Z_t^d = (k-1)^2\overline{y}^2\left(1+\frac{b^2}{a}\right). \tag{2.16}$$

Engaño

El gobierno es capaz de anunciar una política pero termina llevando a cabo otra distinta. En este caso, los agentes creen el anuncio que hace el gobierno, que se convierte en su expectativa de inflación. En la práctica, y siempre que los agentes crean los anuncios realizados, el engaño implica que el gobierno tiene dos instrumentos de política: la inflación corriente y las expectativas de inflación que es capaz de generar. La solución al problema vendrá dada, por lo tanto, por el siguiente problema de minimización:

$$\min_{\pi_t \pi_t^e} Z_t = a\pi_t^2 + (b(\pi_t - \pi_t^e) + (1-k)\overline{y})^2 \tag{2.17}$$

que da lugar a las siguientes condiciones de primer orden:

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \pi_t} = 2a\pi_t + 2b\left(b(\pi_t - \pi_t^e) + (1-k)\overline{y}\right) = 0 \tag{2.18}$$

$$\frac{\partial Z_t}{\partial \pi_t^e} = -2b\left(b(\pi_t - \pi_t^e) + (1-k)\overline{y}\right) = 0, \tag{2.19}$$

de dónde obtenemos que la tasa de inflación óptima, que denominaremos π^p, y el anuncio de inflación vienen dados por:

$$\pi_t^p = 0 \tag{2.20}$$

$$\pi_t^e = -\frac{k-1}{b}\overline{y}, \tag{2.21}$$

y en consecuencia:

$$y_t^p = k\overline{y}$$

$$Z_t^p = 0. \tag{2.22}$$

Como puede observarse el gobierno anuncia una tasa de inflación negativa para luego llevar a cabo una inflación igual a cero, produciéndose una sorpresa de inflación negativa que permite alcanzar el objetivo de producción $k\overline{y}$, mientras que en los dos casos anteriores la producción corriente era igual a su tasa natural.

Barro y Gordon (1983) consideran un último caso particular de éste, consistente en analizar el resultado a que da lugar una situación en la que el gobierno cuenta sólo con una capacidad parcial de engaño. Como un poder tan amplio del gobierno como el que acabamos de ver es difícilmente aceptable, resulta conveniente considerar una alternativa en la que los agentes esperan una tasa de inflación nula, situación a partir de la que se produce el engaño gubernamental. Como veremos, el engaño a partir de una inflación esperada igual a cero es un caso de particular interés ya que $\pi_t^e = 0$ es la que resultaría si los agentes esperasen que el gobierno aplicara la regla óptima. Podemos obtener la solución a este problema a partir del último de los casos analizados sin más que considerar que $\pi_t^e = 0$. Así, a partir de la expresión (2.11):

$$\pi_t^L = \frac{b}{a+b^2}(k-1)\overline{y} \tag{2.23}$$

por lo que

$$y_t^L = \frac{a+kb^2}{a+b^2}\overline{y}$$

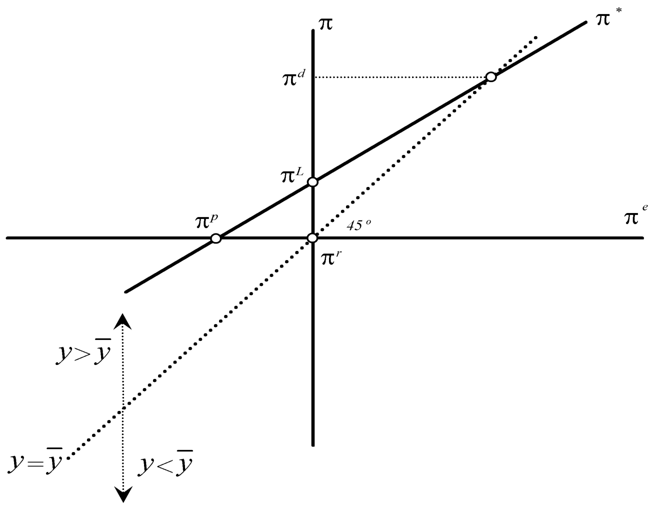

Gráfico 10.2: *Distintas soluciones de la tasa de inflación al problema de la política monetaria óptima.*

$$Z_t^L = \frac{a}{a+b^2}(k-1)^2\overline{y}^2 \tag{2.24}$$

Los resultados obtenidos permiten señalar que existe un problema importante de credibilidad de la autoridad monetaria, ya que como podemos observar a partir de las ecuaciones (2.13), (2.16), (2.22) y (2.24), la pérdida del gobierno es menor cuando engaña

$$Z_t^p < Z_t^L < Z_t^r < Z_t^d$$

de manera que los agentes económicos observan que incluso cuando el gobierno anuncia una regla de inflación nula existen incentivos para que termine llevando a cabo una inflación positiva.

El Gráfico 10.2 permite analizar las distintas soluciones de política económica obtenidas en relación a la tasa de inflación. Es evidente, pues, que la regla de inflación nula difícilmente puede ser escogida. Si el gobierno anuncia que va a aplicar $\pi_t^r = 0$, los individuos, que forman sus expectativas racionalmente, saben que si basan sus expectativas en este anuncio generan un incentivo a engañar por parte del gobierno que viene dado por la diferencia entre Z_t^r y Z_t^L :

$$Z_t^r - Z_t^L = \frac{b^2}{a+b^2}Z_t^r = \frac{b^2}{a+b^2}(k-1)^2\overline{y}^2 > 0$$

Aunque la regla es una política óptima en el momento en que se anuncia, una vez que los agentes privados fijan sus expectativas al anuncio de inflación ($\pi_t^e = 0$), surge un problema de **inconsistencia temporal**, ya que en el momento de llevar a cabo la política anunciada el gobierno encuentra óptimo que la inflación sea positiva ($\pi_t > 0$). La expresión obtenida para el incentivo a engañar del gobierno indica que existen múltiples soluciones para este problema en función de los valores de los parámetros del modelo. En concreto, obsérvese que el modelo da lugar a los siguientes resultados dependiendo de dichos valores:

1. Tanto una elevada (baja) aversión del gobierno por la inflación, como la escasa (elevada) repercusión de las sorpresas en precios sobre el output (i.e., si desaparece la distinción entre corto y largo plazo en la oferta agregada), repercuten en un escaso (alto) incentivo a engañar por parte del gobierno:

$$\lim_{a\to\infty} Z_t^r - Z_t^L = \lim_{b\to 0} Z_t^r - Z_t^L = 0$$

2. Por otra parte, el incentivo a engañar por parte del gobierno tiende a reducirse (crecer) cuanto menos (más) ambicioso es éste en sus objetivos de empleo en el diseño de su política económica, es decir:

$$\lim_{k\to 1} Z_t^r - Z_t^L = 0$$

En cualquier caso, al existir en este modelo un único período, el coste que tiene que asumir el gobierno por engañar a los agentes privados es nulo mientras que el incentivo a engañar es inequívocamente positivo (siempre que a, b y k presenten los valores adecuados, de acuerdo con el análisis anterior), por lo que el gobierno elegirá en la práctica engañar a los agentes, con una inflación positiva ($\pi_t^L > 0$). Sin embargo, como lo agentes privados son conscientes de este incentivo a engañar por parte del gobierno, actúan como si éste decidiera su política de forma discrecional, con lo que en la práctica el resultado sera

$$\pi_t^e = \pi_t^d = \pi_t$$

$$Z_t = Z_t^d$$

que es el peor de los resultados posibles, por lo que podemos concluir que la regla no es sostenible en un contexto en el que la elección de la política monetaria óptima afecta a un único periodo. Este resultado de insostenibilidad de la regla puede cambiar si consideráramos modelos en los que permitimos la reacción de los agentes privados en el caso de que el gobierno incumpla sus anuncios de política económica. A continuación estudiaremos bajo qué condiciones podemos resolver el problema de inconsistencia temporal.

4. El problema de la inconsistencia temporal en un contexto de juego repetido.

Los resultados de la sección anterior han permitido demostrar que existe un incentivo por parte del gobierno a desdecirse de los compromisos de política económica realizados en el pasado, debido fundamentalmente al hecho de que con el engaño el gobierno alcanza la menor de las pérdidas posibles o, en otros términos, sus mayores cotas de bienestar. Este fenómeno es el que hemos denominado problema de inconsistencia temporal de la política económica.

Sin embargo, en realidad, y como se ha señalado en la sección anterior, el incentivo a engañar puede verse compensado por su coste, que viene dado por la reacción de los agentes privados. Este coste se mide en términos de una pérdida de reputación del gobierno cuando el proceso de diseño de la política económica se repite a lo largo de varios períodos. En ese caso, el resultado de dicho proceso depende, de forma crucial, de dos supuestos:

1. el número de períodos considerado. En este sentido, consideraremos un número infinito de períodos.
2. el mecanismo de castigo, o formación de expectativas, aplicado por los agentes económicos. Supondremos que dicho mecanismo obedece el siguiente esquema de formación de expectativas:

$$\begin{array}{lll} \pi_t^e = \pi_t^r & si & \pi_{t-1} = \pi_{t-1}^e \\ \pi_t^e = \pi_t^d & si & \pi_{t-1} \neq \pi_{t-1}^e \end{array} \tag{2.25}$$

Cuando los agentes privados observan que en el período anterior se han cumplido sus expectativas entienden que el gobierno ha cumplido sus anuncios de política económica (o la regla comprometida), por lo que fijan sus expectativas para el período siguiente en función de la política monetaria anunciada, es decir, la regla para el periodo siguiente resulta creíble. Sin embargo, si en el período anterior los agentes observan que sus expectativas de inflación han resultado erróneas, aplican un castigo al gobierno consistente en fijar sus expectativas en el valor de inflación que resultaría de la actuación discrecional, independientemente de la regla de política monetaria anunciada.

Por lo tanto, en este contexto de juego repetido, la autoridad monetaria deberá evaluar sus acciones de política económica comparando el beneficio que reporta el engaño con el coste que conlleva en términos de reputación, es decir, determinará la política económica a aplicar evaluando los dos términos siguientes:

1. la *tentación de engañar* (T), que viene dada por la mayor pérdida de bienestar generada por la aplicación de la regla de política monetaria en el período t en relación a la que genera el engaño en el mismo período:

$$T = Z_t^r - Z_t^L = \frac{b^2}{a+b^2} Z_t^r \tag{2.26}$$

2. el *coste de engañar* (C), dado por la mayor pérdida de bienestar en el período $t+1$ que implica la reacción de los agentes al engaño en t a través del mecanismo de castigo (2.25) con respecto al caso en el que el gobierno mantiene su reputación por no haber engañado en t:

$$C = Z_{t+1}^d - Z_{t+1}^r = \frac{b^2}{a} Z_{t+1}^r$$

La ganancia de engañar (G) se obtiene directamente de la comparación de la tentación con el coste del engaño, teniendo en cuenta que ambos se producen en momentos diferentes. Bajo el supuesto de que ni la función de pérdida del gobierno ni la función de oferta cambian su forma, tenemos que

$$Z_{t+1}^r = Z_t^r$$

de manera que la ganancia del engaño viene dada por:

$$G = T - \frac{C}{1+r} = \left(\frac{b^2}{a+b^2} - \frac{b^2}{a} \frac{1}{1+r} \right) Z_t^r \tag{2.27}$$

De la expresión (2.27) obtenemos los siguientes resultados:

- Cuando el tipo de interés tiende a cero, el coste del engaño tiende a su valor máximo en términos de valor presente, lo que garantiza una ganancia negativa:

$$\lim_{r \to 0} G = \left(\frac{b^2}{a+b^2} - \frac{b^2}{a} \right) Z_t^r = -\frac{b^2}{a} T < 0$$

  En este caso, el gobierno no incumplirá la regla de política monetaria y se obtiene un equilibrio reputacional que satisface la expresión (2.25).

- Cuando el tipo de interés tiende a infinito, el coste del engaño se anula, por lo que la ganancia del engaño coincide con la tentación de engañar, alcanzado su máximo valor posible:

$$\lim_{r\to\infty} G = T > 0$$

En este caso, la que podemos denominar regla ideal de política económica, $\pi^r = 0$, no es sostenible, ya que la inflación se aleja de su valor óptimo de forma sistemática cada dos períodos. En concreto, cuando los agentes son engañados en t sus expectativas pasan a ser $\pi^e_{t+1} = \pi^d_{t+1}$. Como en $t+1$ los agentes comprueban que sus expectativas coinciden con la inflación observada, creen el anuncio de inflación del gobierno para $t+2$. Sin embargo, en $t+2$ la autoridad monetaria encuentra óptimo volver a engañar a los agentes, repitiéndose este juego cada dos periodos.[3]

A la vista del resultado que acabamos de obtener se desprende que, en determinadas circunstancias (por ejemplo, para valores elevados del tipo de interés), los agentes conocen el incentivo del gobierno a no llevar a cabo sus compromisos previos de política económica, ya que la ganancia del engaño presenta un valor positivo. En estas circunstancias, los agentes no serían racionales si mantuvieran unas expectativas de inflación nula de acuerdo con la regla de política monetaria anunciada. Esto significa que sólo determinadas reglas, *i.e.*, aquéllas que impliquen un coste neto del incumplimiento para el gobierno, serán sostenibles.

Por lo tanto, para un determinado valor elevado del tipo de interés puede calcularse una regla de política monetaria, sostenible como equilibrio reputacional con expectativas racionales y consistente con (2.25). En particular, cualquier regla que satisfaga la siguiente condición tendría este carácter:

$$G = \left(Z_t^{r*} - Z_t^{L*}\right) - \frac{1}{1+r}\left(Z_{t+1}^{d*} - Z_{t+1}^{r*}\right) < 0 \tag{2.28}$$

En la sección siguiente se presenta un ejercicio de cálculo de la regla de política monetaria sostenible a partir de una función de pérdida particular.

5. Cálculo e interpretación de la regla sostenible óptima

Como hemos señalado previamente, la mejor regla de política monetaria sostenible es

[3] Este resultado depende del mecanismo de castigo considerado, que es muy favorable al engaño gubernamental. La contrapartida podría ser un mecanismo de castigo que abarcara más de un período. En este caso, el coste del engaño debería incluir las pérdidas experimentadas en todos los períodos en los que se produce la penalización, lo que haría mucho más improbable el engaño. La existencia de diferentes mecanismos de castigo puede explicar las diferencias en la permisividad de la inflación en distintas economías. En nuestro modelo, y dado el mecanismo de castigo, estas diferencias sólo pueden aparecer a través de un valor relativamente elevado del coeficiente a, es decir, cuando la autoridad monetaria es muy aversa a la inflación.

aquélla que minimiza los costes esperados, sujeta a la restricción de que el coste del engaño es, al menos, tan grande como la tentación de engañar, de acuerdo con la expresión (2.28).

En este ejercicio vamos a considerar una función de pérdida gubernamental más sencilla que la considerada en las secciones anteriores para simplificar el análisis. Esta función de pérdida viene dada por la siguiente expresión:

$$Z_t = \frac{a}{2}\pi_t^2 - b(\pi_t - \pi_t^e) \tag{2.29}$$

en la que no se cuantifica un objetivo de producción o de empleo de forma explícita ($k = 1$) y en la que se incorpora la información anteriormente contenida en la curva de oferta . La sorpresa de la inflación está acompañada por un signo negativo, debido a que se introduce en la función de pérdida en términos lineales y no cuadráticos, al tiempo que el coeficiente de aversión a la inflación se encuentra dividido por dos, para mayor simplicidad. En este caso, el computo de la inflación óptima (expresión (2.11)) arroja ahora el siguiente resultado:

$$\pi_t^* = \frac{b}{a}$$

que se puede comprobar que coincide con las tasas de inflación asociadas a la política discrecional, π^d, y al engaño, π^L.[4] Asimismo, es fácil comprobar que las funciones de pérdida del gobierno en cada uno de los ejercicios considerados alcanzan los siguientes valores:

$$Z^r = 0, \qquad Z^d = \frac{1}{2}\frac{b^2}{a} = -Z^L \tag{2.30}$$

Podemos calcular ahora la tentación de engañar y el coste del engaño asociado con la mejor regla de política sostenible R^*. Para ello, debe tenerse en cuenta que las expectativas de inflación de los agentes privados vienen dadas por la tasa de inflación asociada a dicha regla:

$$\pi^e = \pi^{r*}$$

excepto en el caso del engaño, en el que se esperará una inflación igual a cero. Por lo tanto,

[4] Para mayor sencillez, sólo consideramos el caso del engaño a partir de unas expectativas de inflación nula.

las funciones de pérdida son:

$$Z^{r*} = \frac{a}{2}\pi^2 = \frac{b^2}{2a} = Z^{d*} \tag{2.31}$$

$$Z^{L*} = \frac{a}{2}\pi^2 - b\pi \tag{2.32}$$

mientras que la tentación y el coste de engañar descontado son:

$$T^* = Z^{r*} - Z^{L*} = \frac{a}{2}\left(\frac{b}{a} - \pi\right)^2 \tag{2.33}$$

$$\frac{1}{1+r}C^* = \frac{1}{1+r}\left(Z^{d*}_{t+1} - Z^{r*}_{t+1}\right) = \frac{1}{1+r}\frac{a}{2}\left(\left(\frac{b}{a}\right)^2 - \pi^2\right) \tag{2.34}$$

La representación de estas dos variables en función de la tasa de inflación se encuentra en el Gráfico 10.3. Cuando la inflación es cero, $\pi = 0$, la tentación del gobierno coincide con la pérdida asociada a la discrecionalidad, $Z^{d*} = Z^{r*}$, mientras que se anula para la tasa de inflación que resulta de dicha política:

$$\pi^d = \frac{b}{a}$$

El coste descontado del engaño, $C/(1+r)$, presenta su máximo para un valor nulo de la tasa de inflación, en cuyo caso la pérdida del gobierno es la asociada a la política discrecional, es decir, $Z^{d*}/(1+r)$ y desaparece cuando se verifica la tasa de inflación asociada a dicha política.

Del análisis del Gráfico 10.3 se comprueba que la ganancia del engaño se anula para dos valores positivos de la tasa de inflación asociada a la regla:

1. la inflación discrecional, ya mencionada
2. y un valor positivo inferior a la anterior que viene dado por:

$$\frac{1 - \frac{1}{1+r}}{1 + \frac{1}{1+r}}\frac{b}{a} = \alpha\pi^d < \pi^d \tag{2.35}$$

lo que establece un rango de valores para las tasas de inflación anunciadas por el gobierno que pueden ser creídas por los agentes económicos, ya que verifican una ganancia del engaño negativa.

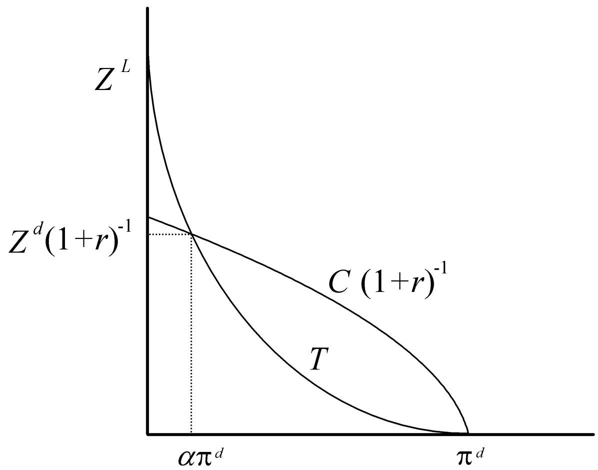

Gráfico 10.3: *Regla de inflación sostenible.*

La regla óptima sostenible de política monetaria se dará entonces para la menor de estas tasas de inflación:

$$\pi^{r*} = \alpha\pi^d \tag{2.36}$$

que presenta un valor intermedio entre la regla ideal, $\pi^r = 0$, y la discrecionalidad, $\pi = \pi^{d*}$. De hecho, se puede considerar como una media ponderada de éstas, en función del valor del tipo de interés. Por otra parte, depende del parámetro a, que mide la aversión del gobierno por la inflación, y de la pendiente de la curva de oferta b, de manera que el aumento de b (disminución de a) hará crecer π^{r*}.

6. Ejercicios

1. Suponga que la autoridad monetaria de un país decide su política monetaria (π) en un único periodo para minimizar la siguiente función de pérdida:

$$\Omega = a(\pi_t - \theta)^2 + (y_t - k\overline{y})^2$$

sujeta a la siguiente función de reacción:

$$y_t = \overline{y} + b(\pi_t - \pi_t^e)$$

El parámetro θ puede ser positivo o negativo.

(a) Suponga primero que el gobierno anuncia y cumple una regla de política monetaria creída por los agentes económicos. ¿Cuál será la regla óptima? ¿Por qué?

(b) Comente la siguiente afirmación: en este modelo una regla de inflación cero nunca será creída por los agentes económicos por ser temporalmente inconsistente.

(c) Suponga dos países, A y B, caracterizados por el modelo descrito por las dos ecuaciones anteriores, con la única diferencia de que $\theta^A < \theta^B$. Sin necesidad de resolver el modelo, razone que país tendrá más problemas de credibilidad en la elaboración de su política monetaria.

(d) Suponga que $\theta = \pi_t^e$. ¿Qué interpretación daría al parámetro a en este caso? Bajo este supuesto, ¿se mantiene su respuesta al primer apartado? Razone su respuesta.

2. Razone brevemente su acuerdo o desacuerdo con esta afirmación:

(a) Si los agentes económicos forman sus expectativas adaptativamente el gobierno les podrá engañar sistemáticamente. Por lo tanto, la política monetaria será siempre temporalmente inconsistente.

(b) En un mundo de expectativas racionales, suponga que el gobierno se caracteriza por una elevada aversión a la inflación. En estas condiciones, a este gobierno le resultará mucho más difícil la consecución de sus objetivos sobre la tasa de inflación.

(c) Suponga que las expectativas son racionales y que a la autoridad monetaria sólo le preocupan los efectos negativos de la inflación. En estas circunstancias no existe problema de inconsistencia temporal, por lo que el anuncio de una inflación igual a cero resulta creíble.

3. Considere una economía en la que la autoridad monetaria tiene que decidir la política monetaria (el nivel de inflación) que ha de llevar a cabo durante un único periodo,

para minimizar

$$\Omega = a\pi_t^2 + (y_t - k\overline{y})^2$$

sujeta a la siguiente función de reacción:

$$y_t = \overline{y} + b(\pi_t - \pi_t^e)$$

(a) ¿Considera que el anuncio de una inflación cero sería creíble para los agentes económicos? ¿Por qué? Si los agentes creyesen los anuncios de la autoridad monetaria, ¿sería óptimo anunciar una inflación cero?

(b) ¿Puede el gobierno llevar a cabo una regla de política monetaria que le permita alcanzar el nivel mínimo de la función de pérdida? ¿Bajo que circunstancias podría alcanzar este nivel con algún otro tipo de política?

(c) Suponga que $k = 1$. ¿Por qué podemos afirmar que no existe en este caso problema de credibilidad? Comente su acuerdo o desacuerdo con la siguiente afirmación: cuando el objetivo de output de la autoridad monetaria es mayor o menor que la tasa natural ($k \lesseqgtr 1$) la falta de credibilidad del gobierno provoca una inflación positiva.

(d) Suponga ahora que $b = 0$. ¿Por qué podemos afirmar que en este caso no existe problema de credibilidad? Comente su acuerdo o desacuerdo con la siguiente afirmación: la elección del parámetro b es uno de los instrumentos más importantes que tiene el banco central para luchar contra la inflación.

4. El Banco Central Europeo tiene un claro mandato de supeditar el conjunto de la política de estabilización a la estabilidad de precios en la Unión Monetaria Europea. Suponga que en las economías europeas los agentes forman racionalmente sus expectativas. En estas circunstancias no existe problema de inconsistencia temporal incluso aunque los tipos de interés fueran prácticamente nulos, por lo que el anuncio de una inflación igual a cero resulta creíble. Comente razonadamente si la afirmación anterior es cierta o no.

5. Recientemente el futuro presidente del Banco Central Europeo ha emitido un serio aviso para que los gobiernos de los distintos países de la UE controlen el déficit público. La finalidad de este tipo de mensajes es que una regla monetaria que persiga una inflación reducida resulte creíble. Comente razonadamente si la afirmación anterior es cierta o no. Utilizando la típica función objetivo de la autoridad monetaria, ¿cómo trata de resolver el BCE el problema de inconsistencia temporal?

7. Apéndice A:

Resolución del modelo del ciclo económico con mercados eficientes

La resolución de este modelo se realiza según los pasos siguientes:

1. Utilizamos la IS, LM y mecanismo de formación de expectativas en los mercados financieros -ecuaciones (2.2), (2.3) y (2.4)- para obtener la función de demanda agregada:

$$y_t^d = -\gamma(\lambda k y_t^d - \lambda m_t + \lambda p_t - p_{t+1/t} + p_t)$$

en la que podemos despejar y^d :

$$y_t^d = \frac{1}{1+\gamma k\lambda}\left(\lambda\gamma m_t + \gamma p_{t+1/t} - \gamma(1+\lambda)p_t\right) \tag{2.37}$$

Esta ecuación de demanda agregada es decreciente en p_t y se desplaza a la derecha (izquierda) cuando m_t o $p_{t+1/t}$ aumenta (disminuyen).

2. Obtención de una función para los precios, utilizando la ecuación de oferta, (2.1), de demanda (2.37) y la condición de equilibrio en el mercado de bienes. La expresión (2.1) es una ecuación de oferta estándar, creciente en p_t para un $p_{t/t-1}$ dado. Resolviendo estas ecuaciones obtenemos la siguiente expresión para los precios:

$$p_t = \phi_1 m_t + \phi_2 p_{t+1/t} + \phi_3 p_{t/t-1} - \phi_4 \varepsilon_t \tag{2.38}$$

en donde ϕ_i son parámetros positivos resultado de combinaciones no lineales de β, γ, λ y k. Puede comprobarse además que ϕ_2 y ϕ_3 son menores que la unidad, mientras que $\phi_4 < 1/\beta$.

3. La expresión (7) no es todavía una solución, ya que incorpora una variable endógena a la derecha ($p_{t+1/t}$). Puede demostrarse que la solución a (2.38) es de la forma:

$$p_t = \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i m_{t+i/t} + \sum_{i=0}^{\infty} \Omega_i m_{t+i/t-1} - \phi_4 \varepsilon_t \tag{2.39}$$

en donde:

$$\mu_i = \phi_i \left(\tfrac{\phi_2}{1-\phi_3} \right)^i > 0$$

con lo que $\mu_i > \mu_{i+1}, \forall i$.

4. A partir de (2.39) es inmediata la obtención de una expresión para la sorpresa de

precios. Restando la siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} p_t - p_{t/t-1} &= \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i m_{t+i/t} + \sum_{i=0}^{\infty} \Omega_i m_{t+i/t-1} - \phi_4 \varepsilon_t \\ &+ \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i m_{t+i/t-1} + \sum_{i=0}^{\infty} \Omega_i m_{t+i/t-1} \\ &= \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i (m_{t+i/t} - m_{t+i/t-1}) - \phi_4 \varepsilon_t \end{aligned} \tag{2.40}$$

Sustituyendo (2.40) en la función de oferta obtenemos una forma reducida expresión para el output:

$$y_t = \beta \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i (m_{t+i/t} - m_{t+i/t-1}) + v_t$$

en donde $v_t = (1 - \phi_4 \beta) \varepsilon_t$, cuyo coeficiente es positivo. La solución (10) tiene una forma familiar:

$$y_t = \beta \mu_0 (m_t - m_{t/t-1}) + \beta \sum_{i=0}^{\infty} \mu_i (m_{t+i/t} - m_{t+i/t-1}) + v_t \tag{2.41}$$

El primer término de esta expresión recoge la sorpresa monetaria corriente sobre el comportamiento de m_t. El segundo término recoge la sorpresa monetaria al pasar de $t-1$ a t, sobre el comportamiento futuro de m.

Con esta ecuación podemos analizar la neutralidad de la política monetaria anticipada. Es evidente que la política monetaria, anticipada o no, no puede alterar sistemáticamente el output. Sin embargo, en este caso la política monetaria sí que tiene efectos sobre el componente cíclico del nivel de renta a corto plazo. Consideremos una regla de política económica completamente sistemática (sin componente no anticipado):

$$m_t = \lambda_1 v_{t-1} + \lambda_2 v_{t-2} \tag{2.42}$$

es decir, la ecuación (2.42) implica que m_t es perfectamente anticipable en $t-1$. Utilizando esta expresión podemos calcular las siguientes sorpresas :

$$\left. \begin{array}{l} m_{t/t} = \lambda_1 v_{t-1} + \lambda_2 v_{t-2} \\ m_{t/t-1} = \lambda_1 v_{t-1} + \lambda_2 v_{t-2} \end{array} \right\} \Rightarrow m_t - m_{t/t-1} = 0$$

$$\left. \begin{array}{l} m_{t+1/t} = \lambda_1 v_t + \lambda_2 v_{t-1} \\ m_{t+1/t-1} = \lambda_2 v_{t-1} \end{array} \right\} \Rightarrow m_{t+1/t} - m_{t+1/t-1} = \lambda_1 v_t$$

$$\left.\begin{array}{l} m_{t+2/t} = \lambda_2 v_t \\ m_{t+2/t-1} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{t+2/t} - m_{t+2/t-1} = \lambda_2 v_t$$

$$\left.\begin{array}{l} m_{t+i/t} = 0 \\ m_{t+i/t-1} = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow m_{t+i/t} - m_{t+i/t-1} = 0, \forall i$$

Por lo tanto,

$$y_t = \beta\mu_1(\lambda_1 v_t) + \beta\mu_2(\lambda_2 v_t) + v_t,$$

es decir, la política monetaria anticipada en t por una parte de la economía (el mercado eficiente) puede tener efectos reales.

Bibliografía

Fisher, I. (1930): *The Theory of Interest*. MacMillan, New York.

Friedman, M. (1957): *A Theory of the Consumption Function*. Princenton University Press. Princenton.

Modigliani, F. y R. H. Brumberg (1954): "Utility Analysis and the Consumption Function: an Interpretation of Cross-Section data,ı in Kenneth K. Kurihara, ed., *PostKeynesian Economics*, New Brunswick, NJ. Rutgers University Press, pp 388–436.

Romer, D. (1957): *Advanced Macroeconomics*. Tercera edición. McGraw-Hill/Irwin.

"".

A.

A

(2.43)

(2.43)