Ejercicios Tema 2
Macroeconomía Dinámica
Grado Economía

1. Considere el modelo de crecimiento endógeno caracterizado por la siguiente función de producción
$$Y_t = \widetilde{A}_t K_t^{\alpha} (A_t L_t)^{1-\alpha}$$
donde
$$\widetilde{A}_t = \left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\phi}$$
con
$$A_t = 1$$
y el capital y la población evolucionan de cuerdo con las siguientes expresiones
$$\begin{aligned} \Delta K_t &= sY_t - \delta K_t \\ \frac{\Delta L_t}{L_t} &= n \end{aligned}$$

   a. Obtenga (mediante la forma exacta o aproximada) la ecuación fundamental del crecimiento e interprételа.

   b. Obtenga la relación entre el crecimiento de la renta per cápita y del capital per cápita.

   c. ¿Qué sucede con la tasa de crecimiento del capital per cápita en el estado estacionario cuando $\phi + \alpha < 1$? ¿Qué sucede cuando $\phi + \alpha > 1$?

   d. Obtenga las tasas de crecimiento de la renta y el capital per capita cuando $\phi + \alpha = 1$. ¿A qué tasa crecerá la renta agregada? Explique por qué existe crecimiento endógeno.

2. En el modelo de crecimiento endógeno de 'aprendizaje basado en la experiencia' (*learning by doing*) la productividad en una empresa cualquiera j sólo depende de variables que se deciden en el interior de le empresa j, y nunca de variables decididas en otras unidades de producción. Razone su acuerdo o desacuerdo con la anterior afirmación.

3. Considere el la siguiente versión de un modelo de 'learning by doing':
$$\begin{aligned} Y_{jt} &= K_{jt}^{\alpha} (\widetilde{A}_{jt} L_{jt})^{1-\alpha} \\ \widetilde{A}_{jt} &= K_t^{\phi} \\ \Delta K_t &= sY_t - \delta K_t \\ \frac{\Delta L_t}{L_t} &= n \end{aligned}$$

   a. Ofrezca una interpretación económica de las ecuaciones de este modelo y obtenga la función de producción agregada. ¿Qué tipo de rendimientos presenta esta función cuando $\phi > 0$?

   b. Si la empresa considera dado el capital agregado (y por lo tanto $\widetilde{A}_t$), y suponiendo competencia perfecta, obtenga la tasa de rentabilidad del capital y el salario real de la economía. Compruebe que se cumple que la participación de la renta de los factores en la producción es constante.

   c. Obtenga la ecuación del crecimiento y el crecimiento de estado estacionario de la renta por trabajador eficiente, per capita y agregada.Suponga que la estimaciones empíricas muestran que la suma de exponentes de K y L en la función de producción es 1.3 y que la renta del trabajo representa $2/3$ de la renta total. Obtenga un valor aproximado para ϕ. Si la tasa de crecimiento de la población es del 0.5, obtenga el crecimiento de estado estacionario de la renta agregada en esta economía. **Pista:** defina $y_t = \frac{Y_t}{\widetilde{A}_t L_t}$ and $k_t = \frac{K_t}{\widetilde{A}_t L_t}$ la renta y el capital en unidades de trabajo eficiente.

d. Explique qué supuestos sobre n y ϕ necesitaría para transformar el modelo anterior en un modelo AK.

4. Según el modelo de crecimiento endógeno de 'aprendizaje basado en la experiencia' (*learning by doing*), si dos economías son iguales excepto en la tasa de ahorro, aquélla economía que tenga una tasa de ahorro mayor tendrá también un mayor nivel de renta per capita en el estado estacionario, aunque la tasa de crecimiento de ambas economías será la misma a lo largo de la senda de crecimiento equilibrado. Razone la veracidad o falsedad de la anterior afirmación.

5. Considere una economía caracterizada por la siguiente tecnología

$$Y = K^{\alpha}(ehAL)^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1$$

donde h representsa un índice de capital humano per capita y e es la proporción de la dotación de tiempo dedicada a trabajar, siendo $(1-e)$ la proporción de tiempo dedicada a acumular más capital humano de acuerdo con la expresión

$$\Delta h {=} (1-e)\beta h$$

donde β representa la eficiencia en la producción adicional de capital humano. El capital se deprecia a una tasa δ, y existe un crecimiento exógeno de A a una tasa g. También N crece a la tasa n. Suponga que la tasa de ahorro (s) es exógena.

a. Exprese la función de producción y la función de acumulación de capital en unidades de eficiencia (divididas entre AL).

b. Muestre que la siguiente condición de estado estacionario se mantiene: $\gamma_y = \gamma_k = \gamma_h$. Donde γ representa la tasa de crecimiento de la variable correspondiente.

c. Encuentre los determinantes del crecimiento de estado estacionario de esta economía.

d. Explique por qué existe crecimiento endógeno en este modelo.

6. En el modelo de Lucas, cuanto mayor es la proporción de tiempo que se dedica al trabajo (menor la proporción de tiempo dedicado a acumular capital humano) menor es la tasa de crecimiento de la renta per capita en el estado estacionario. Razone la validez de la anterior afirmación.

7. Considere dos economías ($i = A, B$) caracterizadas por la siguiente versión del modelo de Lucas, sin progreso técnico exógeno

$$Y_{it} = K_{it}^{\alpha}(\widetilde{A}_{it} L_{it})^{1-\alpha}, 0 < \alpha < 1$$
$$\widetilde{A}_{it} = eh_{it}$$
$$\Delta h_{it} {=} (1-e)\beta h_{it}$$

donde $e = 0.9$, $\alpha = 0.4$, $\beta = 0.5$ y supondremos que existe perfecta movilidad de capital entre economías, aunque el capital humano no se traslada internacionalmente.

a. Calcule la tasa de crecimiento de la renta per cápita de ambas economías en el estado estacionario.

b. Si la tasa de rentabilidad mundial del capital es $r = 0.08$, obtenga el ratio $\frac{h}{k}$ en cada una de las dos economías.

c. Si en el momento t el capital humano en la economía A es 1.2 y en la economía B es 1, obtenga el ratio entre la renta per capita de la economía A y la economía B.¿Se mantendrán en el futuro las diferencias en renta per capita?

d. Suponga que la acumulación de capital se produce de acuerdo con la siguiente expresión

$$\Delta h_i = (1-e)\beta h_i^{(1-\phi)} h_W^{\phi}$$

donde h_W es un índice del nivel mundial agregado de capital humano. Intreprete esta ecuación y obtenga la tasa de crecimiento de la renta per capita en cada una de las dos economías. ¿Habrá convergencia entre las economías A y B?

8. Suponga que dos economías A y B tienen un nivel de capital humano inicial diferente, de modo que $h_{0A} > h_{0B}$, aunque en ambas el esfuerzo dedicado a aumentar el capital humano $(1-e)$ y la eficiencia en la producción de capital humano β son iguales. En estas circunstancias, de acuerdo con el modelo de Lucas sin difusión de ideas, las dos economías crecerán a la misma tasa y convergerán en el largo plazo en niveles de renta per capita. Comente la veracidad o falsedad de la anterior afirmación.

9. Los efectos spillover en el conocimiento a nivel internacional son suficientes para asegurar la convergencia en renta per capita entre economías que parten de un nivel de capital humano diferente.

10. Según el modelo de Lucas sin difusión de las ideas, la fuga de cerebros (la emigración de personas áltamente cualificadas de los países pobres a los países ricos), favorece la convergencia en renta per cápita entre economías, al reducir la población de los países pobres.

11. EJERCICIO SIMULACIÓN: MODELO DE LUCAS CON DIFUSIÓN DE IDEAS

a. En una hoja de cálculo simule la trayectoria dinámica de la renta per cápita de dos economías (A y B) sin progreso técnico exógeno. Suponga que a partir de un momento inicial, $t = 0$, ambas son iguales en los parámetros fundamentales: $e = 0.9$, $\alpha = 0.3$, $\psi = 0.3$, $\delta = 0.02$, $\phi = 0$, $s = 0.2$, $n = 0.05$, y los valores iniciales de las variables capital y trabajo son también iguales y están dados por las siguientes magnitudes $K_0 = 100$, $L_0 = 100$. Sin embargo, el nivel inicial de capital humano es diferente, lo que está recogido por los índices $h_{0A} = 1$ y $h_{0B} = 0.8$.

b. Compruebe la tasa de crecimiento de la renta per cápita en el estado estacionario, así como el ratio entre los niveles de renta per cápita de ambas economías y verifique que cumple lo que se espera de ellos. ¿Se produce convergencia entre ambas economías?

c. Comprueba lo que sucede con la trayectoria dinámica de la renta per cápita cuando: (1) aumenta la tasa de ahorro de la economía B hasta $s_B = 0.3$; (2) aumenta la eficiencia en la producción del capital humano en la economía B hasta $\psi_B = 0.4$; (3) aumenta el tiempo dedicado a formación hasta $(1 - e_B) = 0.2$. ¿Qué diferencia detecta entre aumentar s y aumentar ψ o $1 - e$?

d. Vuelva a los parámetros iniciales y considere ahora que existen efectos difusión del conocimiento, de modo que $\phi = 0.5$. Obtenga la trayectoria dinámica de la renta per cápita y compruebe lo que sucede en términos de convergencia.