Crecimiento Económico Exógeno

J. Andrés, J. Boscá, R. Doménech y J. Ferri

19 de septiembre de 2023

Indice

1. Introducción

- Objetivo: explicar las diferencias existentes entre economías (países, regiones, etc.) en sus estándares de vida y en las causas que explican el crecimiento económico.
  - ¿Cómo podemos explicar las grandes diferencias en renta per cápita que observamos entre países?
  - ¿Cuáles son los principales determinantes del crecimiento a largo plazo?
  - ¿Existe alguna tendencia a la convergencia en rentas per cápita entre países?

1. Introducción

- El interés en estas cuestiones tuvo su punto álgido en los ochenta y los noventa, pero sigue estando vigente:
  - Disponibilidad de una rica variedad de información económica para muestras grandes de países (Penn World Table PWT10)
  - Desarrollos teóricos: modelos de equilibrio general.
  - Análisis más profundo de los "motores"del crecimiento económico.
  - En la actualidad, el interés se centra en cómo compatilizar el crecimiento de las economías en desarrollo con la sostenibilidad ambiental y que no se queden atrás de la revolución digital, y en la relación entre crecimiento y bienestar social (Jones y Klenow, 2016, y Andrés y Doménech, 2020).

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

- En 1961 Kaldor enumeró seis hechos estilizados básicos, que los modelos de crecimiento deben explicar:
  1. Aunque la productividad del trabajo (renta per cápita, Y/L) no creció significativamente antes de la Revolución Industrial de principios del siglo XIX, el output (Y) y la productividad del trabajo (Y/L) han crecido de forma continuada desde entonces en los países industrializados.
  2. El ratio capital-trabajo (K/L) ha crecido a lo largo del mismo periodo.
  3. La tasa de rentabilidad del capital (r) ha permanecido relativamente estable.
  4. El ratio capital-output (K/Y) también ha permanecido bastante estable a lo largo de amplios periodos de tiempo.
  5. La participación de las rentas del trabajo ($\frac{wL}{Y}$) y de las rentas del capital ($\frac{rK}{Y}$) en el output no muestran ninguna tendencia a lo largo del tiempo.
  6. Existen diferencias sustanciales entre países en las tasas de crecimiento del output y de la productividad del trabajo (”milagros y desastres”).

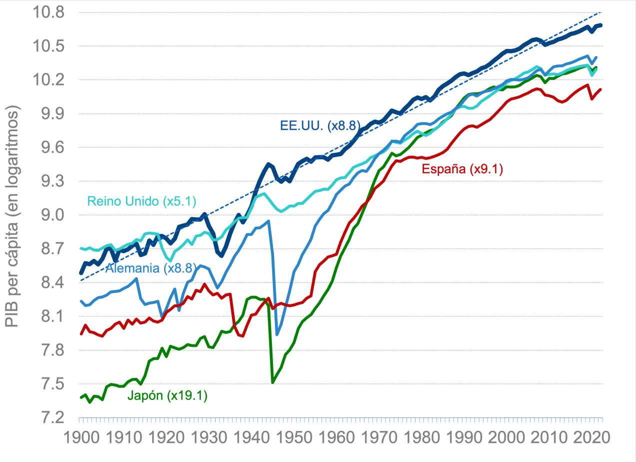
2. Hechos estilizados del crecimiento económico

- Estos seis hechos no son independientes entre sí.
  - Si Y/L crece (Hecho 1) e Y/K permanece constante (Hecho 4), entonces K/L también debe crecer (Hecho 2).
  - Si Y/K permanece constante (Hecho 4) y rK/Y es constante (Hecho 5), entonces r también debe permanecer constante (Hecho 3).
- Por tanto, sólo nos centraremos en cuatro hechos (1, 4, 5 y 6).

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Hecho 1: Crecimiento de Y/L

Gráfico: Crecimiento de Y/L desde principios del siglo XX



Fuente: elaboración propia en base a Comisión Europea, OCDE, Maddison Project y Prados de la Escosura (2016)

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Hecho 1: Crecimiento de Y/L en el último siglo

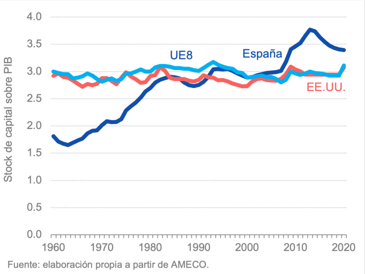
- Nótese que al representar la dinámica temporal (t) de la renta per cápita en logaritmos, la observación de la pendiente nos da una idea de su tasa de crecimiento, ya que:

$$\frac{d\ln x}{dt} \simeq \frac{\Delta x}{x}$$

  en donde Δ es el operador de primera diferencia (e.g., $\Delta x_t \equiv x_t - x_{t-1}$)
- EE.UU. (el líder mundial en productividad) ha crecido a una tasa media anual del 2 % (obsérvese la tendencia).
- El Gráfico 1 muestra el intenso proceso de convergencia experimentado por Japón y Alemania tras la II Guerra Mundial.
- Desde una perspectiva de largo plazo, la caída de la renta pe cápita causada por el COVID-19 es relativamente poco significativa.

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Hecho 4: K/Y constante a lo largo del tiempo



- Sea i la tasa de inversión (I/Y) y δ la tasa de depreciación, de manera que:

$$\Delta K = iY - \delta K$$

Si K/Y es constante, entonces

$$\frac{\Delta\,(K/Y)}{K/Y} = \frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta Y}{Y} = i\frac{Y}{K} - \delta - \gamma_Y = 0$$

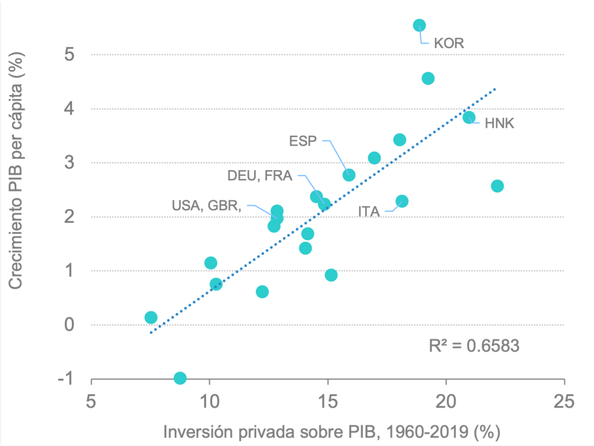
$$\frac{K}{Y} = \frac{i}{\delta + \gamma_Y}$$

Cuando K/Y es constante hay una correlación positiva entre las tasas de inversión y de crecimiento.

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Implicación del Hecho 4: correlación entre la tasa de inversión y de crecimiento del PIB

Gráfico: Tasa de inversión y crecimiento del PIB per cápita, 1960-2019



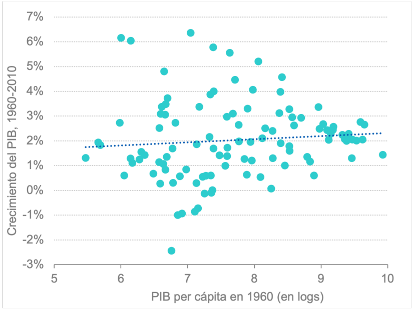
2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Otros hechos

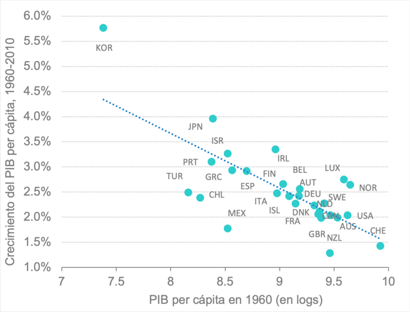
- Otros hechos relevantes:
  7. Se ha producido una ampliación progresiva de las diferencias en rentas per cápita entre los países del mundo (divergencia), si bien las diferencias entre los países industrializados se han reducido progresivamente (convergencia).
  8. El crecimiento del output no puede ser explicado por el crecimiento de los factores productivos. Al realizar ejercicios de contabilidad del crecimiento siempre aparece un residuo (el residuo de Solow).
  9. Existe una correlación positiva entre países entre la tasa de inversión y la tasa de crecimiento del output por trabajador.
  10. Existe una correlación negativa entre países entre la tasa de crecimiento de la población ($\Delta L/L = n$) y la tasa de crecimiento del output por trabajador.
  11. Existe una correlación positiva entre renta per cápita y bienestar social, aunque se observan desviaciones importantes como consecuencia de diferencias en la desigualdad, la esperanza de vida o las horas trabajadas.

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Hechos 6 y 7: Convergencia y divergencia



Sin convergencia a escala mundial



Convergencia en la OCDE

Hecho 8: El residuo de Solow

- El residuo de Solow. Supongamos que para producir el PIB necesitamos trabajo y capital y que los factores son remunerados de acuerdo con su productividad marginal ($r = F_k$ y $w = F_L$).

$$Y{=}F(K,L) \Longrightarrow \frac{\Delta Y}{Y}{=}\frac{F_k \Delta K}{Y}{+}\frac{F_L \Delta L}{Y} \Longrightarrow \frac{\Delta Y}{Y}{=}\frac{rK}{Y}\frac{\Delta K}{K}{+}\frac{wL}{Y}\frac{\Delta L}{L}$$

- Sin embargo, en la evidencia empírica indica sistemáticamente que:

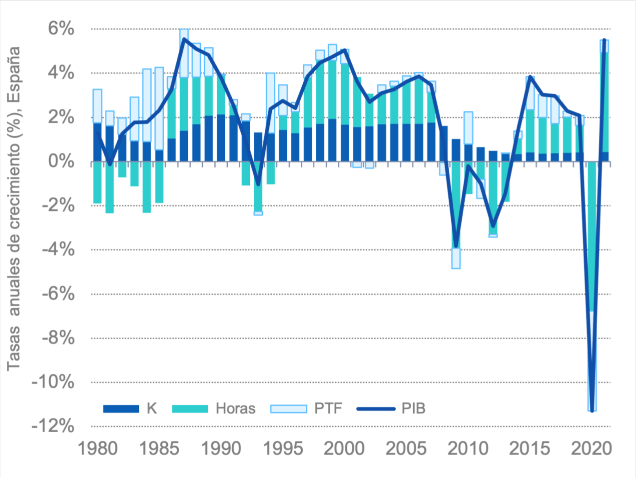
$$\frac{\Delta Y}{Y} > \frac{rK}{Y}\frac{\Delta K}{K} + \frac{wL}{Y}\frac{\Delta L}{L}$$

esto es, existe un residuo positivo. La solución consiste en introducir un tercer determinante del PIB: el nivel de conocimientos (A), de forma que,

$$\frac{\Delta Y}{Y} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{rK}{Y}\frac{\Delta K}{K} + \frac{wL}{Y}\frac{\Delta L}{L}$$

2. Hechos estilizados del crecimiento económico

Hecho 8: El residuo de Solow



Residuo de Solow en España, 1980-2021

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.1 Supuestos

- Supongamos una economía cerrada que produce un bien agregado Y que se consume, C, o ahorra, S, y que existe equilibrio en el mercado de bienes:

$$Y_t = C_t + I_t \Rightarrow S_t = I_t \tag{1}$$

- S representa una fracción constante (s is la tasa de ahorro) del output:

$$S_t = sY_t \tag{2}$$

- El empleo crece a una tasa constante:

$$\frac{\Delta L_t}{L_{t-1}} = n \tag{3}$$

- El capital se deprecia a la tasa δ, de forma que la inversión neta es:

$$K_t - K_{t-1} = \Delta K_t = I_t - \delta K_{t-1} \tag{4}$$

- Mientras que los parámetros son constantes, todas las variables cambian a lo largo del tiempo y deberían ser representadas con un índice temporal, x_t. Cuando no haya confusión dicho índice no se usará

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.1 Supuestos

- La función de producción es Cobb-Douglas y exhibe rendimientos constantes a escala y progreso técnico neutral a la Harrod (A y L entran de forma multiplicativa):
$$Y_t = K_t^{\alpha}(A_t L_t)^{1-\alpha} \tag{5}$$
AL es el trabajo eficiente o trabajo en unidades de eficiencia.
- Progreso técnico exógeno: el conocimiento crece a una tasa constante y exógena g:
$$\frac{\Delta A_t}{A_t} = g \tag{6}$$
- Los mercados de factores también están en equilibrio y
$$F_L(K_t, A_t L_t) = (1-\alpha)\frac{Y_t}{L_t} = \frac{W_t}{P_t} \quad ; \quad F_K(K_t, A_t L_t) = \alpha \frac{Y_t}{K_t} = r_t$$
- La función de producción en unidades de eficiencia o en forma intensiva:
$$y \equiv \frac{Y_t}{A_t L_t} = \left(\frac{K_t}{A_t L_t}\right)^{\alpha} \qquad \Rightarrow \qquad y_t = k_t^{\alpha}. \tag{7}$$

3. El modelo de crecimiento de Solow
3.1 Supuestos

- Propiedades de la función de producción (condiciones de Inada):

$$f'(k_t) = \alpha k_t^{\alpha-1} > 0 \qquad f''(k_t) = \alpha(\alpha-1)k_t^{\alpha-2} < 0$$

$$\lim_{k\to\infty} f'(k_t) = 0 \qquad \lim_{k\to 0} f'(k_t) = \infty$$

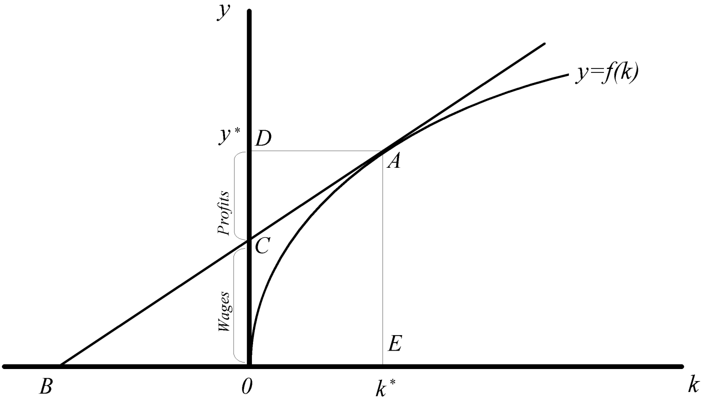
$$f(0) = (0)^{\alpha} = 0 \qquad f(\infty) = (\infty)^{\alpha} = \infty$$

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.1 Supuestos

- Producción y distribución de la renta

$$Y_t = w_t L_t + r_t K_t \implies \quad y_t = w_t + r_t k_t \implies \quad r_t k_t = \alpha k_t^{\alpha} = \alpha y_t \implies w_t = (1\text{-}\alpha) y_t$$



3. El modelo de crecimiento de Solow

3.2 La Ecuación Fundamental del Crecimiento

- Nuestro objetivo consiste en entender cuáles son los determinantes del nivel de renta per cápita (Y/L) y de su tasa de crecimiento $\left(\frac{\Delta(Y/L)}{(Y/L)}\right)$ en el largo plazo, es decir, haciendo abstracción de sus fluctuaciones cíclicas a corto plazo.
- A partir de ahora nos centraremos en los determinantes del output en unidades de eficiencia (y) y su tasa de crecimiento $(\Delta y/y)$.
  - Una vez entendamos los determinantes de y, será fácil volver a la variable en la que realmente estamos interesados: $\frac{Y}{L} = Ay$
  - Y a su crecimiento: $\frac{\Delta(Y/L)}{(Y/L)} = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta(Y/AL)}{(Y/AL)} = g + \frac{\Delta y}{y}$
- A partir de la función de producción:

$$\frac{\Delta y}{y} = \frac{dy}{dt}\frac{1}{y} = f'\frac{dk}{dt}\frac{1}{y} = \frac{\alpha k^{(\alpha-1)}}{k^{\alpha}}\Delta k = \alpha\frac{\Delta k}{k}.$$

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.2 La Ecuación Fundamental del Crecimiento

- Busquemos una expresión para Δk

$$\Delta k = \left[\frac{\Delta K}{K} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A}\right]\frac{K}{AL} = \left[\frac{I}{K} - \delta - n - g\right]k$$

- Utilizando la condición de equilibrio macroeconómico:

$$I \equiv S = sY$$

$$\frac{I}{K} = s\frac{Y}{K} = s\frac{(Y/AL)}{(K/AL)} = s\frac{y}{k} = sk^{(\alpha-1)}$$

- Sustituyendo ahora en la anterior ecuación:

$$\Delta k = \left[\frac{I}{K} - \delta - n - g\right]k$$

- La ecuación fundamental del crecimiento (EFC) es:

$$\Delta k = sk^{\alpha} - (n + g + \delta)k$$

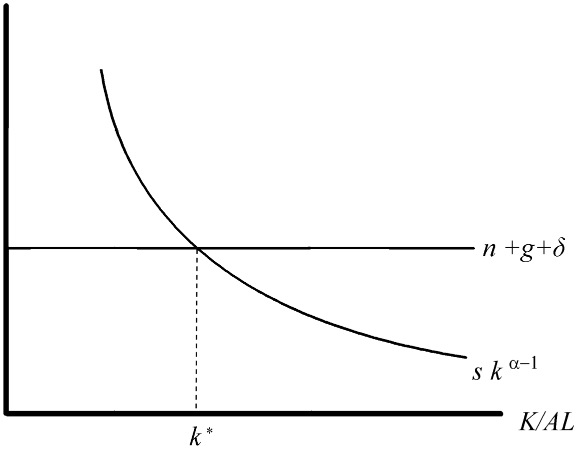
o bien,

$$\frac{\Delta k}{k} = sk^{(\alpha - 1)} - (n + g + \delta) \tag{8}$$

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.2 La Ecuación Fundamental del Crecimiento

Representación gráfica



3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

- De todas las posibles soluciones de esta ecuación en diferencias, estamos interesados en la senda de crecimiento equilibrado o estado estacionario en la que $\Delta k/k$ es constante. Nótese que estamos interesados en explicar la tasa promedio de crecimiento de aquellas variables que hemos considerado (a partir de los hechos estilizados) que ofrecen una buena representación de la tasa de crecimiento de largo plazo.
- El concepto de estado estacionario:
  - La situación a la que tiende la economía y en la que la tasa de crecimiento es constante.
  - La tasa de crecimiento es una variable estacionaria.

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

- Sea γ_k la tasa (constante) de crecimiento de estado estacionario de k. A partir de la ecuación (**??**):

$$\gamma_k = sk^{(\alpha-1)} - (n+g+\delta)$$

$$k = \left(\frac{s}{\gamma_k + n + g + \delta}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \tag{9}$$

- Si el lado izquierdo de (**??**) es constante, k^* es constante también:

$$\gamma_k^* = 0 \tag{10}$$

$$k^* = \left(\frac{s}{n+g+\delta}\right)^{\frac{1}{(1-\alpha)}} \tag{11}$$

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

- **Proposición 1:** *A lo largo de la senda de crecimiento equilibrado (o estado estacionario)* k es constante ($\Delta k^* = 0$).
- **Proposición 2:** *A lo largo de la senda de crecimiento equilibrado el output y el capital crecen a la misma tasas, que es igual a la suma de la tasa de crecimiento de la población y de la tasa de progreso técnico*

$$\frac{\Delta k^*}{k^*} = \frac{\Delta K^*}{K^*} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} = 0$$

$$\gamma_K^* = n + g$$

$$\frac{\Delta y^*}{y^*} = \alpha \frac{\Delta k^*}{k^*} = 0 \Longrightarrow \frac{\Delta Y^*}{Y^*} - \frac{\Delta L}{L} - \frac{\Delta A}{A} = \gamma_Y^* - (n + g) = 0$$

$$\gamma_Y^* = \gamma_K^* = n + g \tag{12}$$

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

- **Proposición 3**: *A lo largo de la senda de crecimiento equilibrado el output per cápita crece a la tasa g.*

$$\gamma^*_{(Y/L)} = \frac{\Delta (Y/L)^*}{(Y/L)^*} = g + \frac{\Delta y^*}{y^*}$$

$$\gamma^*_{(Y/L)} = g \tag{13}$$

- **Proposición 4:** *A lo largo de la senda de crecimiento equilibrado existe pleno empleo de trabajo y capital.*

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

- En el estado estacionario el capital y el output en unidades de eficiencia vienen dados por:

$$k^* = \left(\frac{s}{n+g+\delta} \right)^{\frac{1}{1-\alpha}}, \qquad y^* = \left(\frac{s}{n+g+\delta} \right)^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} \tag{14}$$

- **Proposición 5:** *En el estado estacionario, dados α y g, la renta per cápita es mayor cuanto mayor sea la tasa de ahorro y menor la tasa de crecimiento de la población:*

$$\frac{\partial k^*}{\partial s}, \frac{\partial y^*}{\partial s} > 0 \qquad \frac{\partial k^*}{\partial n}, \frac{\partial y^*}{\partial n} < 0$$

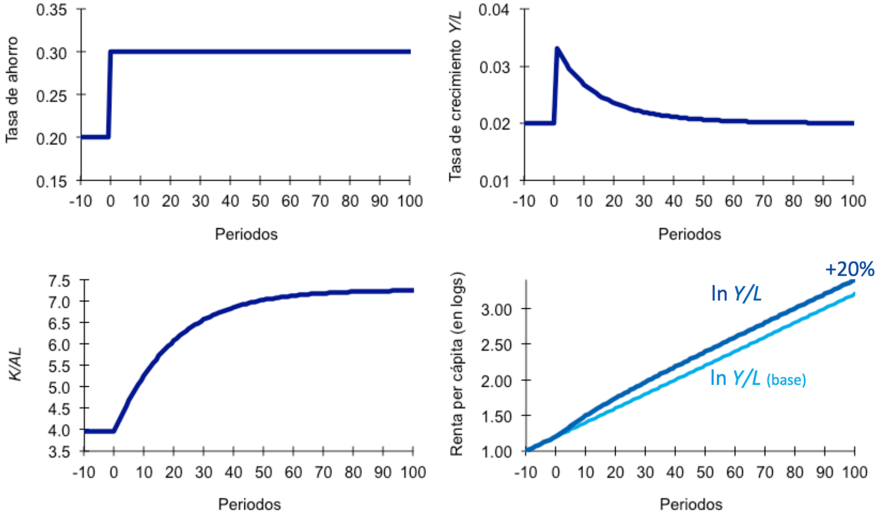
- **Proposición 6:** *A lo largo de la senda de crecimiento equilibrado la tasa de crecimiento de la renta per cápita es independiente de las tasas de ahorro y de crecimiento de la población:*

$$\frac{\partial \gamma^*_{(Y/L)}}{\partial s} = \frac{\partial \gamma^*_{(Y/L)}}{\partial n} = 0$$

3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

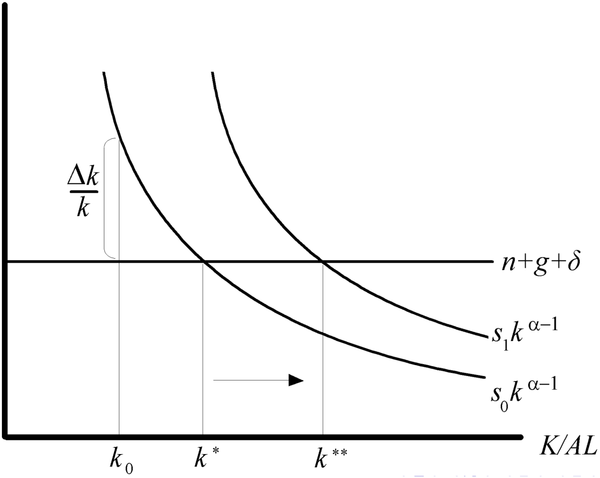
Análisis gráfico: Un incremento de la tasa de ahorro (XLS)



3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

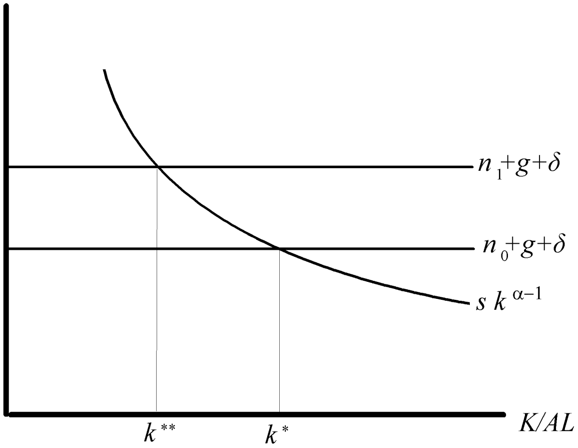
Análisis gráfico: Un incremento de la tasa de ahorro



3. El modelo de crecimiento de Solow

3.3 La dinámica del modelo: el estado estacionario

Análisis gráfico: Un incremento de n



- Ahora pasamos a analizar la dinámica fuera del estado estacionario. Aunque esto pueda parecer una cuestión meramente técnica, en realidad tiene importantes implicaciones teóricas, empíricas y de política económica. Empecemos por establecer el siguiente resultado.
- **Proposición 7: Convergencia.** *Para cualquier valor inicial de k la economía converge a su nivel de estado estacionario:*

$$\text{si } k_0 < k^* \text{ entonces } k_0 \text{ aumenta hasta } k^*$$

$$\text{si } k_0 > k^* \text{ entonces } k_0 \text{ disminuye hasta } k^*$$

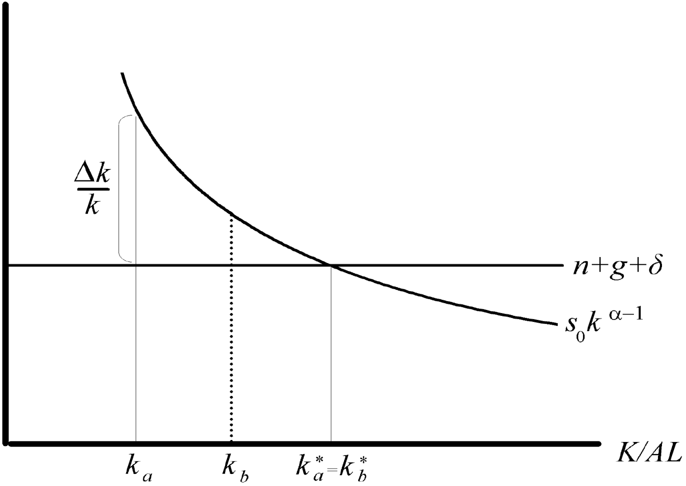
- **Proposición 8:** Convergencia absoluta. *Si dos países (**a** y **b**) tienen el mismo estado estacionario, el país más pobre crece a una tasa más elevada que el país más rico si los dos países se encuentran por debajo de su estado estacionario:*

$$k_a^* = \left(\frac{s_a}{n_a + g + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = \left(\frac{s_b}{n_b + g + \delta}\right)^{\frac{1}{1-\alpha}} = k_b^*.$$

Si $k_a^0 < k_b^0 \Longrightarrow y_a^0 < y_b^0$, como $s_a = s_b$ y $n_a = n_b$, entonces:

$$\left.\frac{\Delta k}{k}\right|_{k_a^0} = s_a (k_a^0)^{\alpha-1} - (n_a + g + \delta) > \left.\frac{\Delta k}{k}\right|_{k_b^0} = s_b (k_b^0)^{\alpha-1} - (n_b + g + \delta)$$

Convergencia absoluta: El país más pobre crece a una tasa mayor que el país más rico



4. Renta per cápita: crecimiento y convergencia

4.1 Convergencia en el modelo de Solow

- **Proposición 9: Convergencia relativa o condicional**. *Cada país converge a su propio estado estacionario a tasas de crecimiento decrecientes.* En ese caso, si

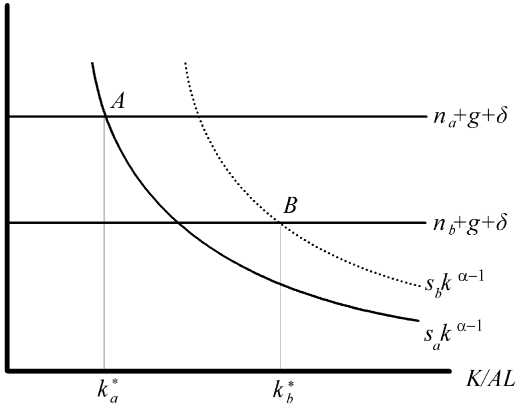
  $$s_a < s_b \qquad \text{y} \qquad n_a > n_b$$

  el país más pobre crece a una tasa mayor, si su distancia al estado estacionario es mayor que la del país rico a su propio estado estacionario.

4. Renta per cápita: crecimiento y convergencia

4.1 Convergencia en el modelo de Solow

Convergencia relativa o condicional: Cada país converge a su propio estado estacionario a tasas de crecimiento decrecientes.



4. Renta per cápita: crecimiento y convergencia

4.2 Evidencia empírica sobre la hipótesis de convergencia

- La literatura empírica acerca de la hipótesis de convergencia confirma para muestras grandes de países la existencia de convergencia relativa, rechazando la hipótesis de convergencia absoluta
- El contraste de convergencia absoluta: Mankiw, Romer y Weil (1992). Del análisis de convergencia sabemos que

$$k_t - k_{t-1} = -\lambda \left(k_{t-1} - k^*\right)$$

y, por tanto,

$$k_t - k^* = (1-\lambda)\left(k_{t-1} - k^*\right)$$

o

$$\frac{k_t - k^*}{k^*} = (1-\lambda)\frac{\left(k_{t-1} - k^*\right)}{k^*}$$

Definamos ahora $z_t \equiv \frac{k_t - k^*}{k^*}$. Dadas las propiedades del logaritmo neperiano:

$$z_t \simeq \ln(1+z_t) = \ln\left(\frac{k_t}{k^*}\right)$$

- Por tanto, podemos escribir la proposición de convergencia como:

$$\ln k_t - \ln k^* = (1-\lambda)\left(\ln k_{t-1} - \ln k^*\right) = (1-\lambda)^t \left(\ln k_0 - \ln k^*\right)$$

o bien

$$\ln k_t - \ln k_{t-1} = \lambda \ln k^* - \lambda \ln k_{t-1}$$

de manera que en términos del output per cápita:

$$\ln y_t - \ln y_{t-1} = \lambda \ln y^* - \lambda \ln y_{t-1}$$

4. Renta per cápita: crecimiento y convergencia

4.2 Evidencia empírica sobre la hipótesis de convergencia

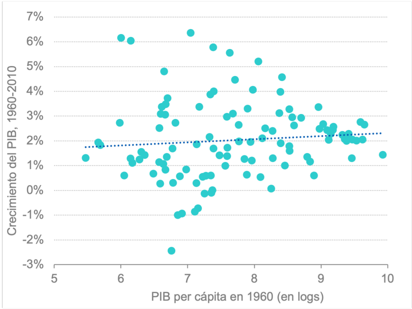
- Podemos utilizar esta expresión para llevar a cabo un contraste simple de la hipótesis de convergencia absoluta para los países del mundo.
  - La expresión se puede escribir como:

$$\ln \widetilde{y}_{iT} - \ln \widetilde{y}_{it} = a + b \ln \widetilde{y}_{it} + u_{it}$$

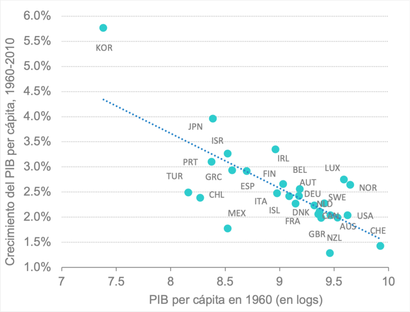
    en donde el término independiente incluye $\ln y^{*}$
  - En una muestra amplia de 98 países no productores de petróleo, donde $\widetilde{y}$ es el PIB por adulto, $t = 1960$ y $T = 1985$, se obtiene que $b = 0{,}094$ y no es estadísticamente significativo.
  - En una muestra de 22 países pertenecientes a la OCDE se obtiene que $\widehat{b} = -0{,}34$ y significativo.

4. Renta per cápita: crecimiento y convergencia

4.2 Evidencia empírica sobre la hipótesis de convergencia



Sin convergencia a escala mundial



Convergencia en la OCDE

4. Renta per cápita: crecimiento y convergencia

4.2 Evidencia empírica sobre la hipótesis de convergencia

- ¿Qué lógica tiene este resultado?: En la muestra completa los países tienen estados estacionarios distintos, mientras que los países de la OCDE tienen estados estacionarios más parecidos.
- Podemos contrastar la hipótesis de convergencia relativa incluyendo *proxies* para el estado estacionario de cada país (tasas de ahorro, de crecimiento de la población, etc) recogidas en el vector x_{it}:

$$\ln \widetilde{y}_{iT} - \ln \widetilde{y}_{it} = a + b \ln \widetilde{y}_{it} + c x_{it} + u_{it}$$

En este caso $\widehat{b} = -0{,}14$ y significativo en la muestra grande de países.

5. Conclusiones

- El modelo de crecimiento de Solow es capaz de explicar razonablemente bien muchos de los hechos estilizados del crecimiento económico.
- El modelo de crecimiento de Solow explica el crecimiento de la renta per cápita a largo plazo como resultado del progreso tecnológico.
- El modelo de crecimiento de Solow explica la convergencia entre países cuando tienen el mismo estado estacionario: recuérdense las nociones de convergencia absoluta y relativa.
- Este modelo utiliza el supuesto de que el crecimiento es exógeno: la política económica puede afectar al nivel de bienestar pero no a la tasa de crecimiento a largo plazo de un país.
- A pesar de su simplicidad, se pueden realizar cambios en el modelo de Solow con los que analizar cuestiones tan relevantes como la importancia del capital humano o las implicaciones económicas del cambio climático (Tsigaris y Wood, 2016).