

TRIGONOMETRÍA

Desfases de $\frac{\pi}{2}$ y de π , y cambio de signo del ángulo:

$$\cos\left(A + \frac{\pi}{2}\right) = -\sin A$$
$$\cos\left(A - \frac{\pi}{2}\right) = \sin A$$
$$\cos(A \pm \pi) = -\cos A$$
$$\cos(-A) = \cos A$$

$$\sin\left(A + \frac{\pi}{2}\right) = \cos A$$
$$\sin\left(A - \frac{\pi}{2}\right) = -\cos A$$
$$\sin(A \pm \pi) = -\sin A$$
$$\sin(-A) = -\sin A$$

Con n entero:

$$\cos(\pi n) = (-1)^n$$

$$\sin(\pi n) = 0$$

Suma y diferencia de ángulos:

$$\cos(A \pm B) = \cos A \cos B \mp \sin A \sin B$$

$$\sin(A \pm B) = \sin A \cos B \pm \cos A \sin B$$

Sumas y diferencias a productos:

$$\cos A + \cos B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$
$$\cos A - \cos B = -2 \sin \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$
$$\sin A + \sin B = 2 \sin \frac{A+B}{2} \cos \frac{A-B}{2}$$
$$\sin A - \sin B = 2 \cos \frac{A+B}{2} \sin \frac{A-B}{2}$$

Productos a sumas:

$$\sin A \cos B = \frac{1}{2} [\sin(A+B) + \sin(A-B)]$$
$$\cos A \cos B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) + \cos(A+B)]$$
$$\sin A \sin B = \frac{1}{2} [\cos(A-B) - \cos(A+B)]$$

Juntar *seno-más-coseno* en un solo coseno con fase ($a > 0$):

$$a \cos(\omega t) + b \sin(\omega t) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(\omega t - \arctan \frac{b}{a}\right)$$

$$a \cos(\Omega n) + b \sin(\Omega n) = \sqrt{a^2 + b^2} \cos\left(\Omega n - \arctan \frac{b}{a}\right)$$

INTEGRALES

Exponencial ($a \neq 0$):

$$\int_0^t e^{a(t-\theta)} d\theta = \int_0^t e^{a\theta} d\theta = \frac{e^{at} - 1}{a}$$

Exponencial por coseno:

$$\int e^{a\theta} \cos(b\theta) d\theta = \frac{e^{a\theta}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \cos\left(b\theta - \arctan \frac{b}{a}\right) \quad (a > 0)$$

$$= \frac{e^{a\theta}}{a^2 + b^2} (a \cos b\theta + b \sin b\theta)$$

Exponencial por seno:

$$\int e^{a\theta} \sin(b\theta) d\theta = \frac{e^{a\theta}}{\sqrt{a^2 + b^2}} \sin\left(b\theta - \arctan \frac{b}{a}\right) \quad (a > 0)$$

$$= \frac{e^{a\theta}}{a^2 + b^2} (a \sin b\theta - b \cos b\theta)$$

SERIES

Geometría finita ($a \neq 1, n_1 \leq n_2$):

$$\sum_{k=n_1}^{n_2} a^k = \frac{a^{n_1} - a^{n_2+1}}{1 - a}$$

$$\sum_{k=0}^n a^{n-k} = \sum_{k=0}^n a^k = \frac{1 - a^{n+1}}{1 - a} \quad (n_1 = 0, n_2 = n)$$

Geometría infinita ($|a| < 1$):

$$\sum_{k=n_1}^{\infty} a^k = \frac{a^{n_1}}{1 - a}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k = \frac{1}{1 - a} \quad (n_1 = 0)$$

Exponencial por coseno ($|a| < 1$):

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k \cos(\Omega k) = \frac{1 - a \cos \Omega}{1 - 2a \cos \Omega + a^2}$$

Exponencial por seno ($|a| < 1$):

$$\sum_{k=0}^{\infty} a^k \sin(\Omega k) = \frac{a \sin \Omega}{1 - 2a \cos \Omega + a^2}$$

Exponencial por coseno, suma finita (cualquier a que no anule el denominador):

$$\sum_{k=0}^n a^{n-k} \cos(\Omega k) = \frac{\cos(\Omega n) - a \cos(\Omega(n+1)) - a^{n+1}(\cos \Omega - a)}{1 - 2a \cos \Omega + a^2}$$

Exponencial por seno, suma finita (cualquier a que no anule el denominador):

$$\sum_{k=0}^n a^{n-k} \sin(\Omega k) = \frac{\sin(\Omega n) - a \sin(\Omega(n+1)) + a^{n+1} \sin \Omega}{1 - 2a \cos \Omega + a^2}$$

DELTA

Propiedad	Continuo: $\delta(t)$	Discreto: $\delta[n]$
Producto	$\int_{-\infty}^{\infty} \delta(t-a) \delta(t-b) dt = \delta(a-b)$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta[n-a] \delta[n-b] = \delta[a-b]$
Muestreo	$\int_{-\infty}^{\infty} x(t) \delta(t-a) dt = x(a)$	$\sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta[n-a] = x[a]$
Convolución	$x(t) * \delta(t-a) = x(t-a)$	$x[n] * \delta[n-a] = x[n-a]$

CORRELACIÓN Y CONVOLUCIÓN

	Continuo	Discreto
Correlación	$R_{x_1x_2}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(t) x_2(t + \tau) dt$	$R_{x_1x_2}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_1[n] x_2[n + l]$
Autocorrelación	$R_{xx}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) x(t + \tau) dt$	$R_{xx}[l] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] x[n + l]$
Convolución	$(x_1 * x_2)(t) = \int_{-\infty}^{\infty} x_1(\theta) x_2(t - \theta) d\theta$	$(x_1 * x_2)[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x_1[k] x_2[n - k]$