



VNIVERSITAT
DE VALÈNCIA

Señales y Sistemas Lineales

Tema 3 · Sistemas

Grado en Ingeniería Electrónica de Telecomunicación (GIET)

Curso 2026/2027

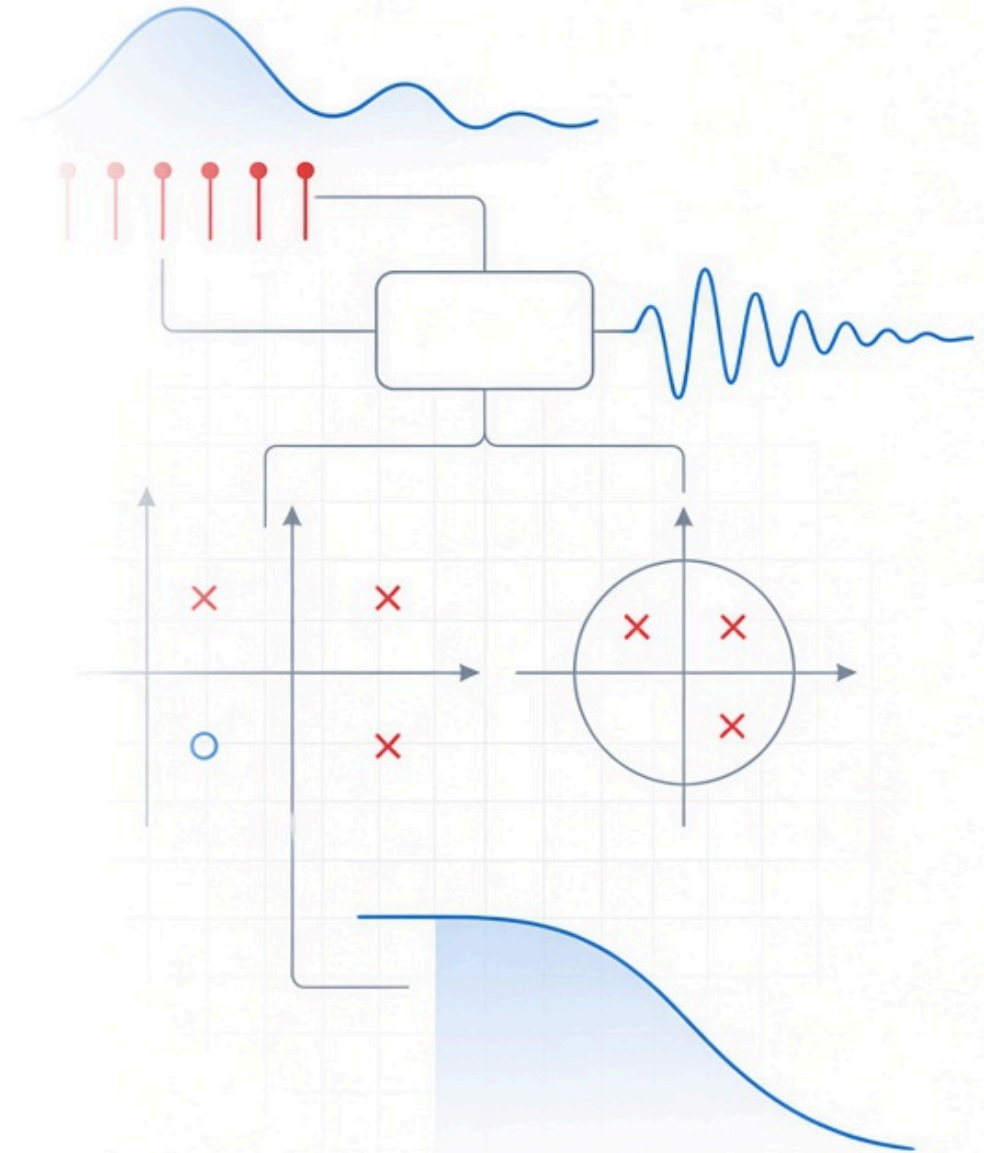
Ricardo Sanz Díaz

ricardo.sanz@uv.es

Departament d'Enginyeria Electrònica

Escola Tècnica Superior d'Enginyeria

Despatx 2.2.14



Contenidos

1. ¿Qué es un sistema?
2. Propiedades de los sistemas
3. Sistemas LTI y respuesta impulsional
4. Interconexión de sistemas



Prerrequisitos

- Tema 1: señales
- Matemáticas I y II
- Circuitos Electrónicos

Sistemas

Introducción

- Ya sabemos bastante sobre **señales**: cómo se describen, se clasifican y se transforman
- Ahora nos ocupamos de **lo que actúa sobre ellas**: un micrófono, un filtro, un amplificador
- Cualquier de estos elementos es un **sistema**
- **Objetivo del tema**: saber qué propiedades tiene un sistema y qué podemos hacer con él.

Por qué importa

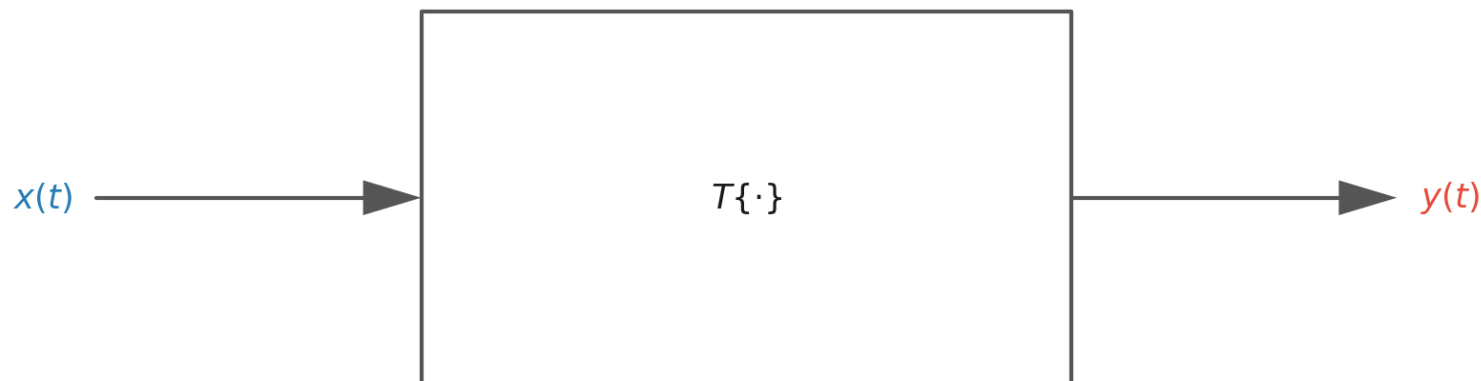
Las herramientas que podremos usar para analizar un sistema **dependen de sus propiedades**. Clasificar bien es el primer paso.

¿Qué es un sistema?

- **Definición:** proceso que transforma una señal de entrada en una señal de salida.

$$y(t) = T\{x(t)\}$$

$$y[n] = T\{x[n]\}$$

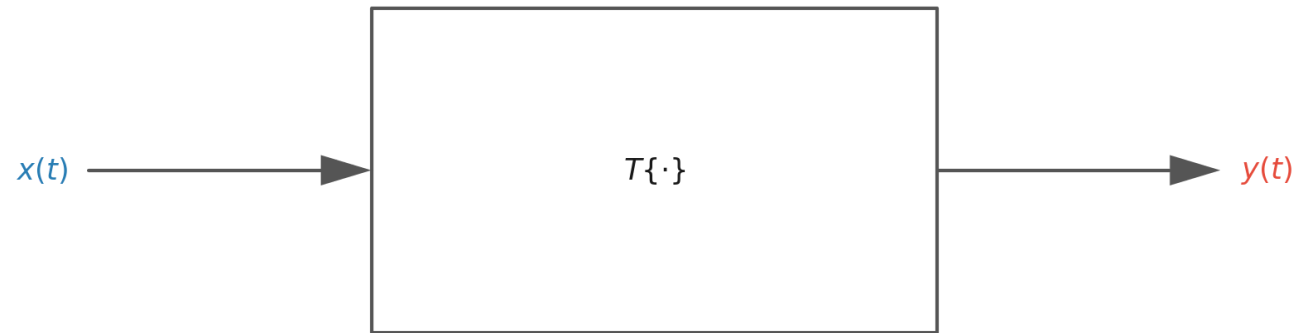


- **Notación:** $T\{\cdot\}$ es el **operador** del sistema; las llaves indican que **actúa sobre una señal**
- **Diagrama de bloques:** la forma habitual de dibujarlo, con la entrada a la izquierda.

Sistemas en la vida cotidiana (i)

Casi cualquier aparato es un sistema: basta identificar qué entra y qué sale.

- **Ecualizador de audio:** la señal de audio entra, sale la misma señal con más graves o agudos.
- **Motor eléctrico:** la señal de control entra, sale la velocidad de giro.
- **Suspensión de un coche:** la fuerza de un bache entra, sale la aceleración del chasis.
- **Un cargador:** la tensión de red entra, sale una tensión continua estable.



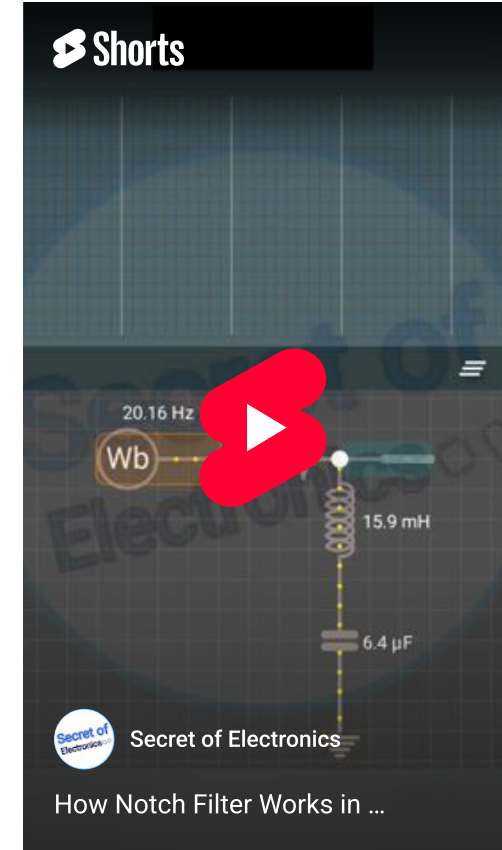
Sistemas en la vida cotidiana (ii)



Amortiguador de bicicleta



Péndulo invertido

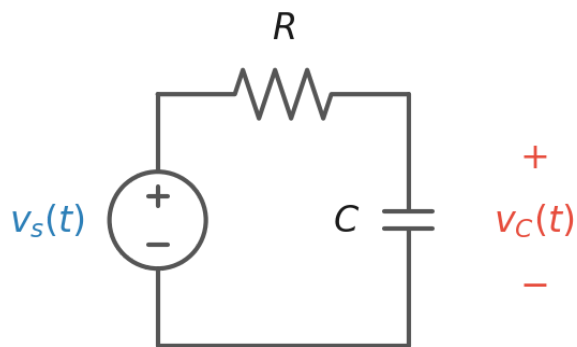


Filtro *notch*

Modelado de sistemas

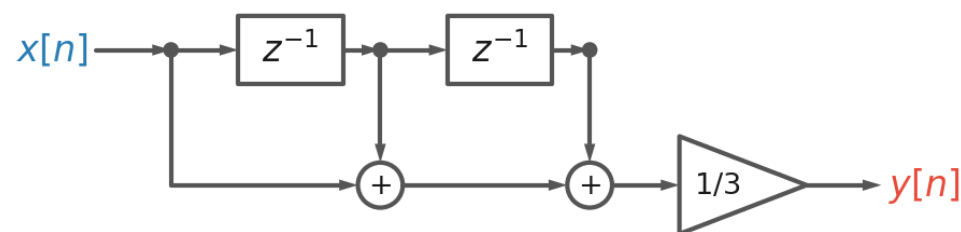
Circuito RC: la entrada es la tensión de la fuente y la salida es la tensión en bornes del condensador

$$RC \frac{dv_C(t)}{dt} + v_C(t) = v_s(t)$$



Promediador móvil: la entrada es una secuencia de valores y la salida es la media de los tres últimos

$$y[n] = \frac{x[n] + x[n-1] + x[n-2]}{3}$$



Ecuaciones diferenciales y en diferencias

Son la forma más habitual de describir un sistema, y nos permiten **predecir la salida** ante cualquier entrada; las estudiaremos en detalle en el siguiente tema.

Propiedades

Las seis propiedades

Vamos a estudiar seis propiedades, y cada una nos dice algo distinto:

- **Memoria:** ¿necesita recordar el pasado?
- **Causalidad:** ¿puede construirse en tiempo real?
- **Invertibilidad:** ¿se puede deshacer lo que hace?
- **Estabilidad:** ¿se le puede dar una entrada sin que se des controle?
- **Invarianza temporal:** ¿se comporta igual hoy que mañana?
- **Linealidad:** ¿vale el principio de superposición?

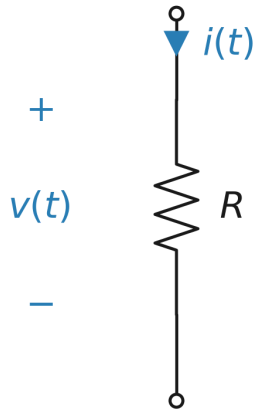
Las dos que mandan

Linealidad e **invarianza temporal** son las importantes. Los sistemas que satisfacen ambas propiedades son los llamados **sistemas LTI** (Lineales e Invariantes en el Tiempo). Todos los métodos de análisis que veremos en el curso se aplican a sistemas LTI.

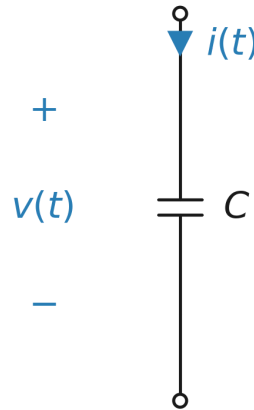
Sin memoria y con memoria

- **Sin memoria** (estático): la salida en un instante solo **depende** de la **entrada en ese mismo instante**.
- **Con memoria** (dinámico): **depende** también del valor de la **entrada en otros instantes**.

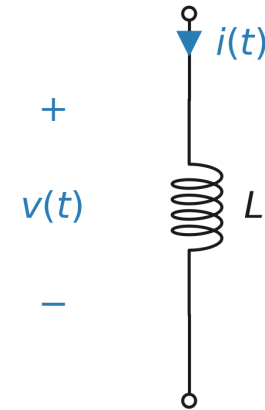
$$v(t) = R i(t)$$



$$i(t) = C \frac{dv(t)}{dt}$$



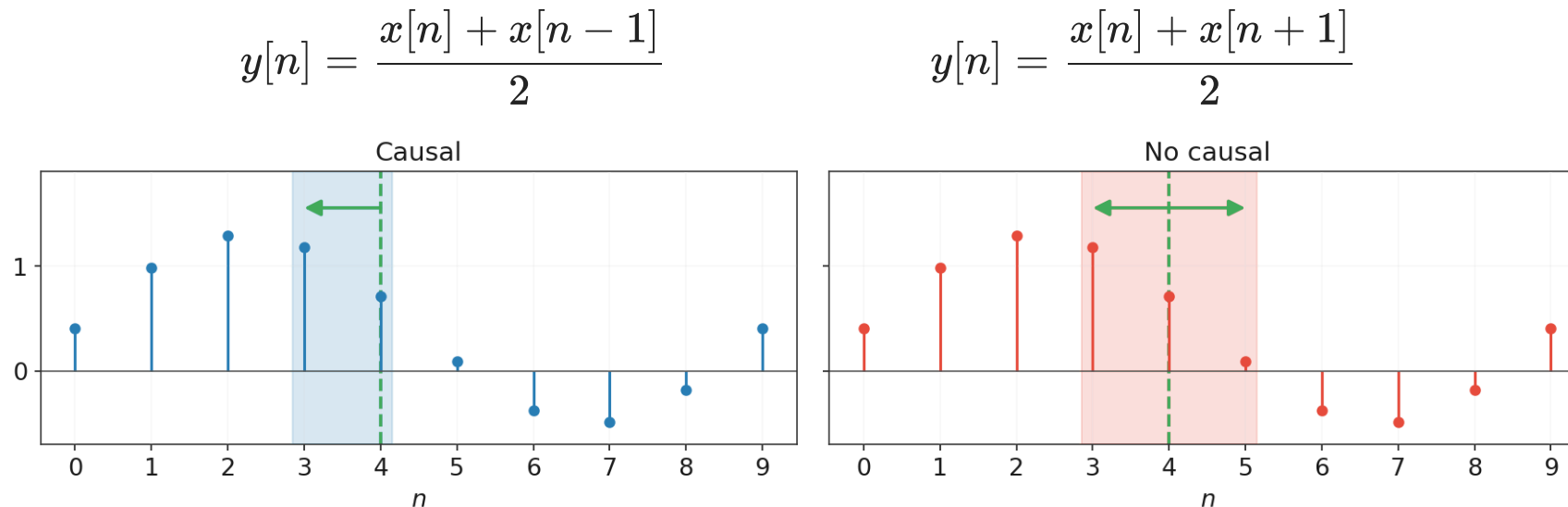
$$v(t) = L \frac{di(t)}{dt}$$



- **Sistemas físicos:** todo lo que almacena energía tiene memoria (condensadores, bobinas, muelles)

Causalidad

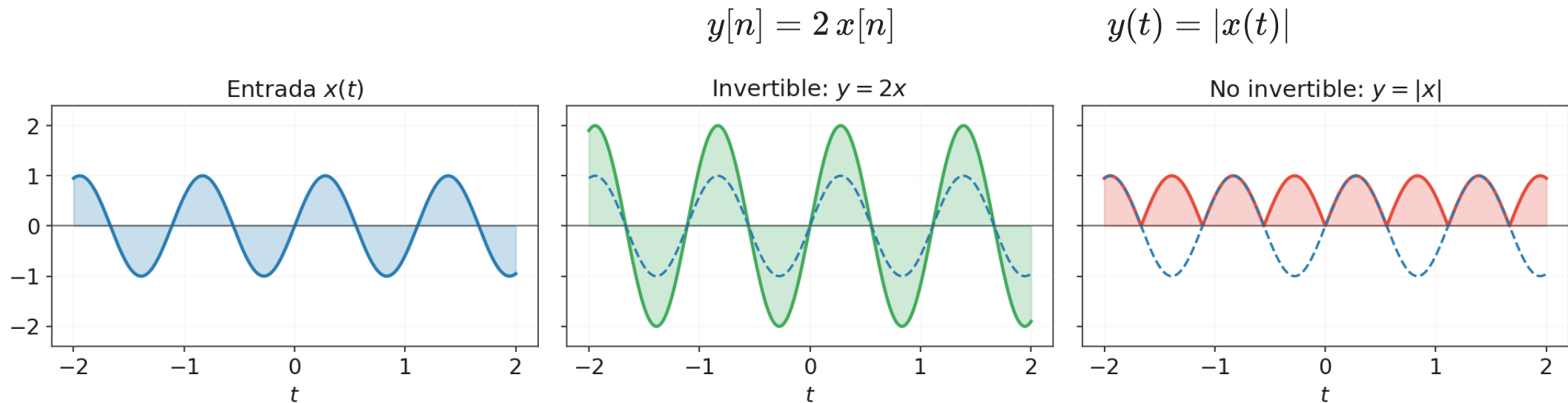
- **Causal:** la salida en cada instante solo depende de la entrada en ese mismo instante y en instantes pasados.
- **No causal:** la salida depende de la entrada en instantes futuros.



- **Sistemas no causales:** los únicos sistemas no causales son **algoritmos** que procesan señales ya grabadas. Cualquier **sistema físico** o **algoritmo en tiempo real**, son **causales**.

Invertibilidad

- **Invertible:** existe otro sistema que, aplicado a la salida, recupera la entrada original
- **No invertible:** no existe tal sistema



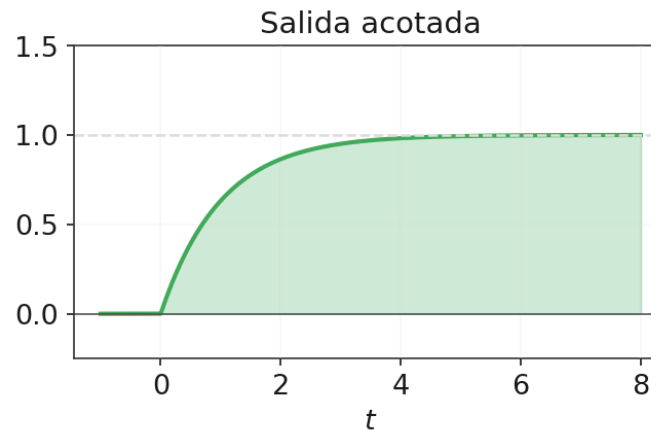
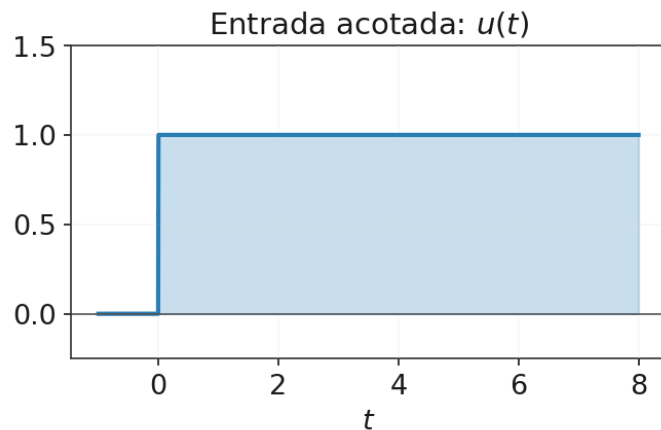
- **Comunicaciones:** cualquier pareja de codificador y decodificador son sistemas inversos

Estabilidad BIBO (*bounded input, bounded output*)

- **BIBO estable:** toda **entrada acotada** produce una **salida acotada**
- **BIBO inestable:** existe alguna **entrada acotada** que produce una **salida no acotada**

$$\dot{y}(t) = -y(t) + u(t)$$

$$y(t) = \int_0^t u(\tau) d\tau$$



- **Sistemas físicos:** en la práctica, los sistemas inestables saturan, oscilan o se rompen. Nunca una variable física crece indefinidamente.

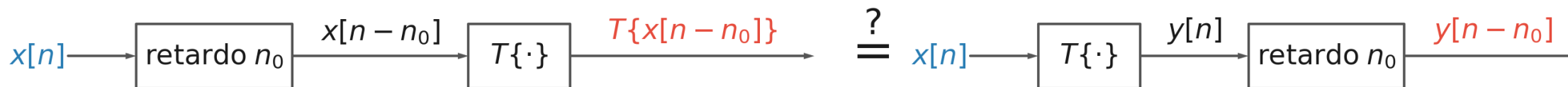
Invarianza temporal (i)

- **Invariante:** un **retardo en la entrada** simplemente **retrasa la salida**

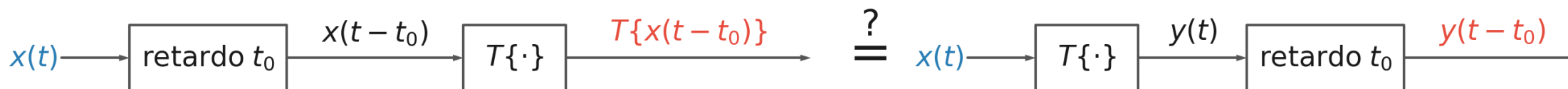
$$T\{x[n - n_0]\} = y[n - n_0] \qquad T\{x(t - t_0)\} = y(t - t_0)$$

- **Variante:** un **retardo en la entrada** produce **una salida totalmente diferente**.

Representación en diagrama de bloques de la condición (continuo):

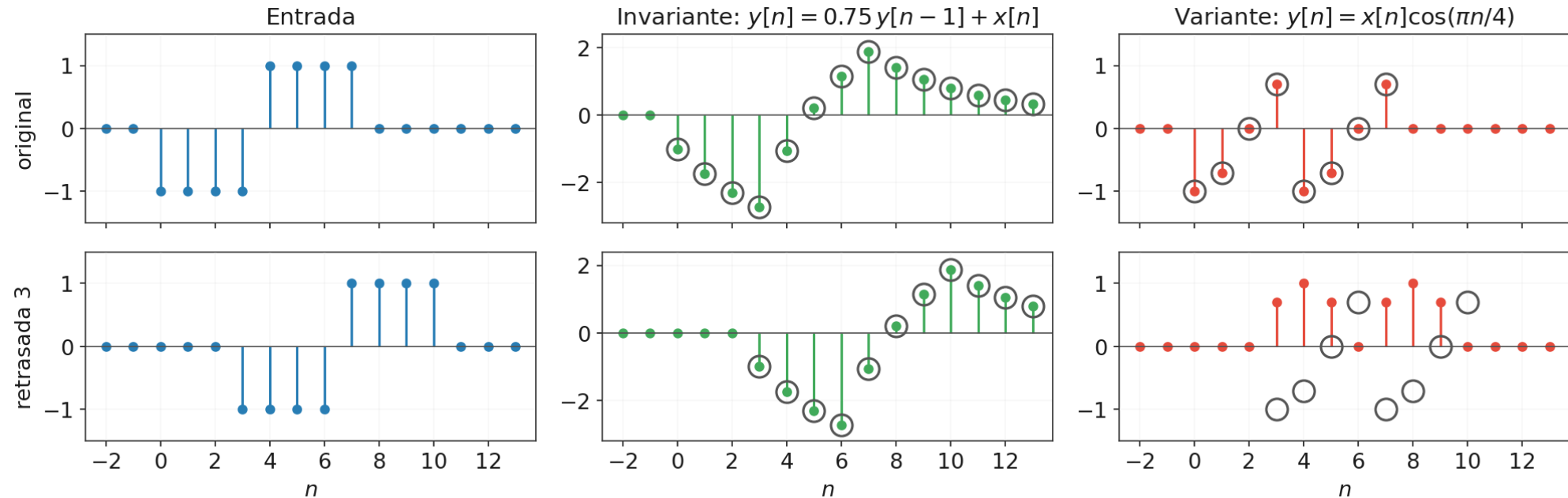


Representación en diagrama de bloques de la condición (discreto):



Invarianza temporal (ii)

Comparativa de un sistema invariante y uno variante en el tiempo:



- **Círculos:** la salida original retrasada. Si rodean a la nueva salida, el sistema es invariante.

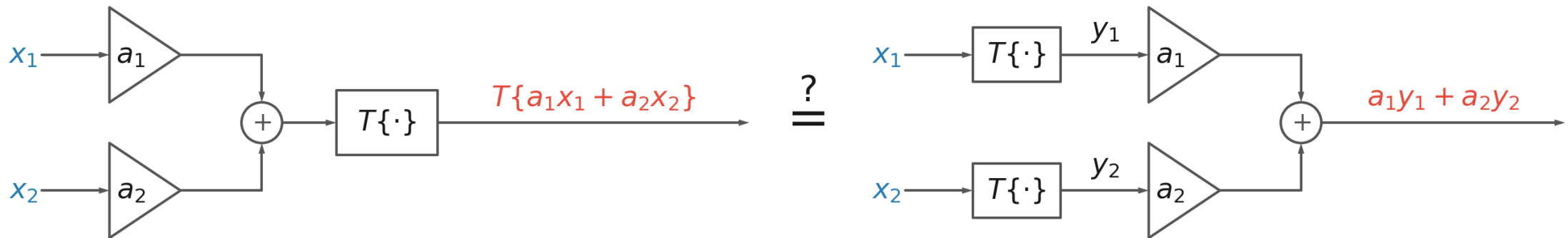
Linealidad (i)

- **Lineal:** cumple el **principio de superposición**, es decir, la salida a una combinación lineal de entradas es la misma combinación lineal de las salidas:

$$T\{a_1x_1 + a_2x_2\} = a_1T\{x_1\} + a_2T\{x_2\}$$

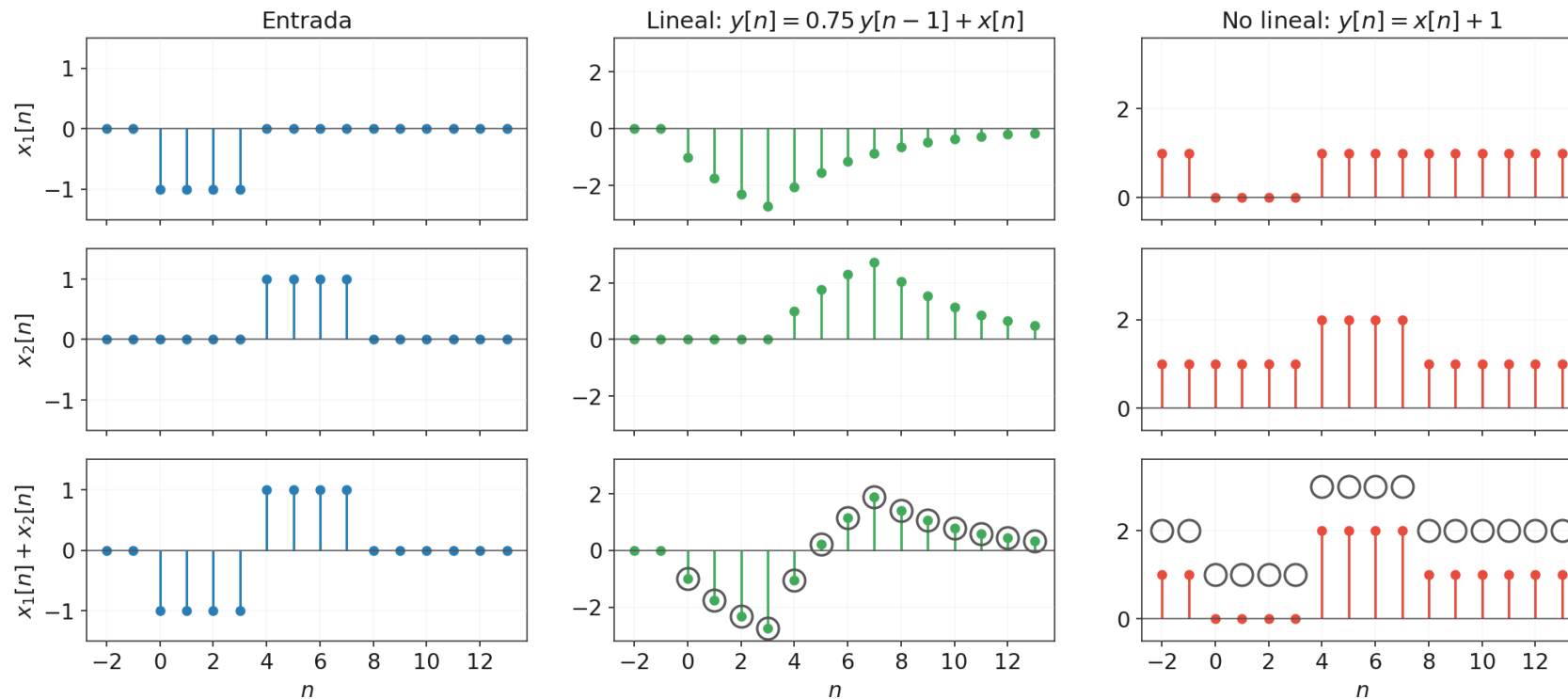
- **No lineal:** no cumple el principio de superposición.

Representación en diagrama de bloques de la condición:



Linealidad (ii)

Comparativa de un sistema lineal y uno no lineal:



- **Círculos:** indican la suma de las salidas individuales; si coinciden entonces el sistema es lineal.

Comprobar si un sistema es LTI

Estrategia para comprobar si un sistema es lineal

1. Calcular la salida $y_1 = T\{x_1\}$ a una entrada cualquiera x_1
2. Calcular la salida $y_2 = T\{x_2\}$ a otra entrada cualquiera x_2
3. Calcular la combinación lineal de las anteriores: $y_A = a_1 y_1 + a_2 y_2$
4. Por otro lado, calcular directamente $y_B = T\{a_1 x_1 + a_2 x_2\}$
5. Si $y_A = y_B$, el sistema es lineal; si no, no lo es.

Estrategia para comprobar si un sistema es invariante en el tiempo

1. Calcular la salida $y_1(t) = T\{x_1(t)\}$ a una entrada cualquiera $x_1(t)$
2. Retrasar esa salida y definir $y_A(t) = y_1(t - t_0)$
3. Definir una entrada auxiliar retrasada $x_2(t) = x_1(t - t_0)$
4. Calcular la salida a dicha entrada auxiliar $y_B(t) = T\{x_2(t)\}$
5. Si $y_B(t) = y_A(t)$, el sistema es invariante en el tiempo; si no, no lo es.

Ejemplo: no lineal pero invariante en el tiempo

Ejemplo 3.1: Linealidad e invarianza de un sistema cuadrático

Comprueba, siguiendo las estrategias anteriores, si el sistema $y(t) = x^2(t)$ es lineal y si es invariante en el tiempo.

▶  Solución: linealidad

▶  Solución: invarianza

Ejemplo: lineal pero no invariante en el tiempo

Ejemplo 3.2: Linealidad e invarianza de un sistema con ganancia variable

Comprueba, siguiendo las estrategias anteriores, si el sistema $y[n] = n x[n]$ es lineal y si es invariante en el tiempo.

▶  Solución: linealidad

▶  Solución: invarianza

Resumen de propiedades

Propiedad	Condición	Sí cumple	No cumple
Lineal	$T\{a_1x_1 + a_2x_2\} = a_1T\{x_1\} + a_2T\{x_2\}$	$y[n] = 3x[n - 1]$	$y[n] = x^2[n]$
Invariante	$T\{x[n - n_0]\} = y[n - n_0]$	$y[n] = x^2[n]$	$y[n] = n x[n]$
Causal	$y[n]$ depende de $x[k], k \leq n$	$y[n] = x[n] + x[n - 1]$	$y[n] = x[n + 1]$
Estable BIBO	entrada acotada $\Rightarrow$ salida acotada	$y[n] = x[n]/2$	$y[n] = n x[n]$
Sin memoria	$y[n]$ depende solo de $x[n]$	$y[n] = x[n] + 1$	$y[n] = x[n] - x[n - 1]$
Invertible	existe T^{-1} que recupera $x[n]$	$y[n] = 2x[n]$	$y[n] = x^2[n]$

Cuidado con las combinaciones

Un sistema puede ser lineal y variante, o invariante y no lineal. Hay que comprobar uno por uno.

Sistemas LTI

Por qué LTI es la clase que importa

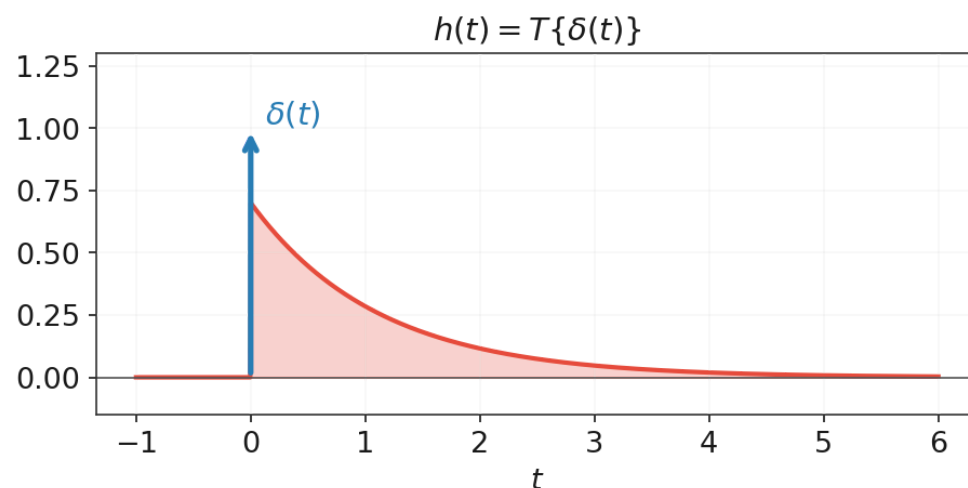
Un sistema **LTI** es **lineal e invariante en el tiempo** (se deben cumplir ambas propiedades). Son fundamentales por los siguientes motivos, entre otros:

- **Se describen con una sola señal**
 - la respuesta impulsional $h[n]$ o $h(t)$ contiene toda la información sobre el sistema
- **La salida se obtiene con una convolución:**
 - Se cumple que $y(t) = (x * h)(t)$ ó $y[n] = (x * h)[n]$ en discreto, y ya sabemos calcularla
- **Admiten transformadas**
 - Laplace y $\mathcal{Z}$ convertirán la convolución en un producto, simplificando mucho el análisis
- **Modelan muchísimos sistemas reales:**
 - Circuitos eléctricos, filtros analógicos/digitales, motores DC, sistemas mecánicos, etc.

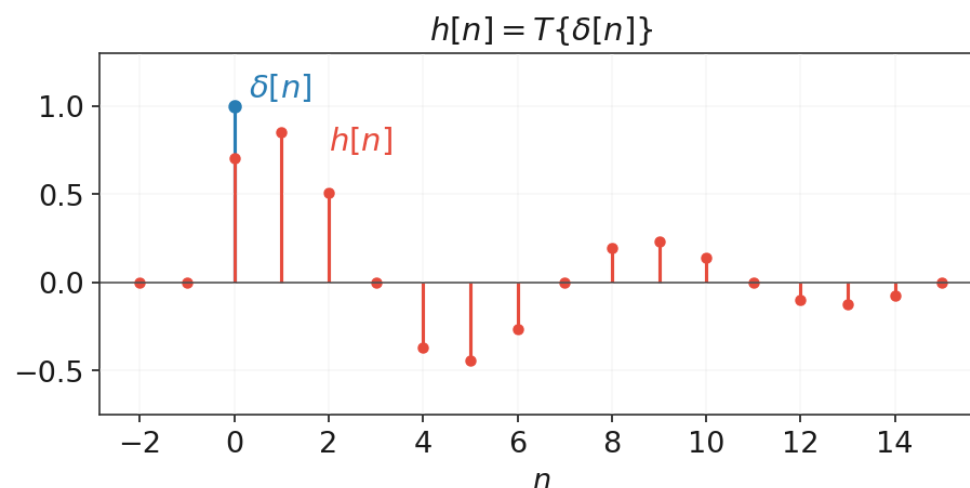
La respuesta impulsional

- **Definición:** se define como la salida del sistema cuando la entrada es un impulso.

$$h(t) = T\{\delta(t)\}$$



$$h[n] = T\{\delta[n]\}$$

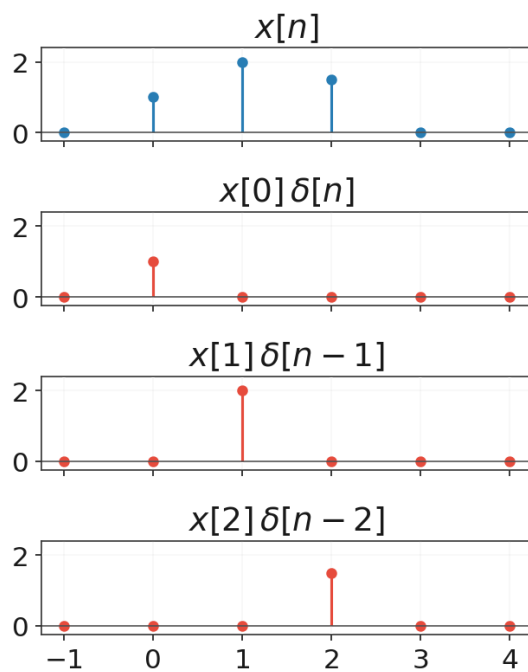


- **Señal de prueba:** por eso el impulso es la señal de prueba por excelencia
- **En el laboratorio:** se mide golpeando el sistema (un golpe a un pendulo, un pulso en un circuito).

Importancia de la respuesta impulsional (i)

- **Descomposición en impulsos:** toda señal discreta es una suma de impulsos desplazados y pesados.

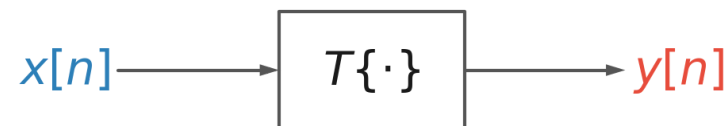
$$x[n] = \sum_{k=-\infty}^{\infty} x[k] \delta[n - k]$$



- **Respuesta impulsional:** la salida del sistema cuando la entrada es un impulso.

$$h[n] = T\{\delta[n]\}$$

- **Salida:** se aplica el sistema a la descomposición y se usan las dos propiedades.



$$y[n] = T\{x[n]\} = T\left\{\sum_k x[k] \delta[n - k]\right\} \stackrel{\text{lineal}}{=} \sum_k x[k] T\{\delta[n - k]\}$$

$$\stackrel{\text{invariante definici3n}}{=} \sum_k x[k] h[n - k] \stackrel{\text{convoluci3n}}{=} x[n] * h[n]$$

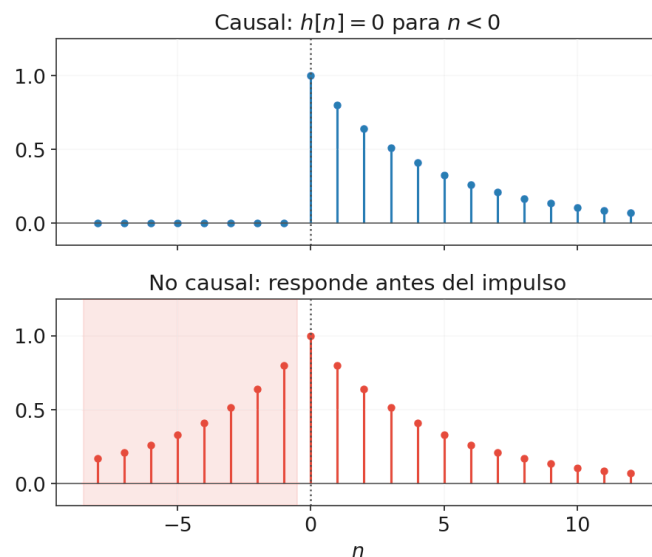
Concepto clave

La **salida** de cualquier **sistema LTI** es la **convoluci3n** de la entrada con su **respuesta impulsional**.

Importancia de la respuesta impulsional (ii)

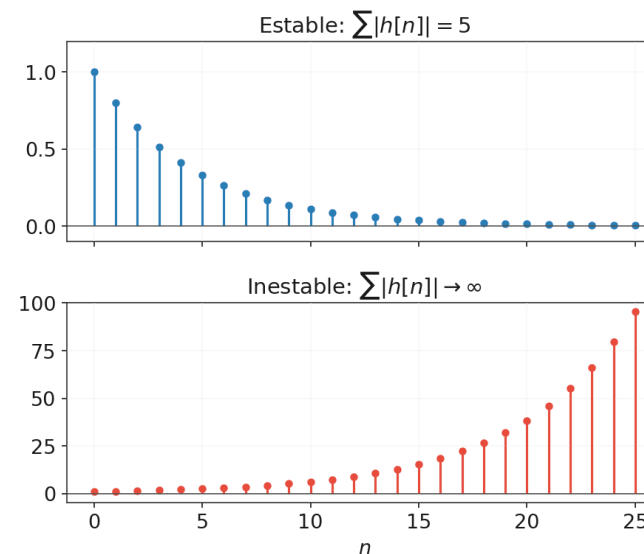
- **Causalidad:** un sistema LTI es causal si y solo si

$$h(t) = 0, \quad t < 0 \qquad h[n] = 0, \quad n < 0$$



- **Estabilidad:** un sistema LTI es estable si y solo si:

$$\int_{-\infty}^{\infty} |h(t)| dt < \infty \qquad \sum_{n=-\infty}^{\infty} |h[n]| < \infty$$



Concepto clave

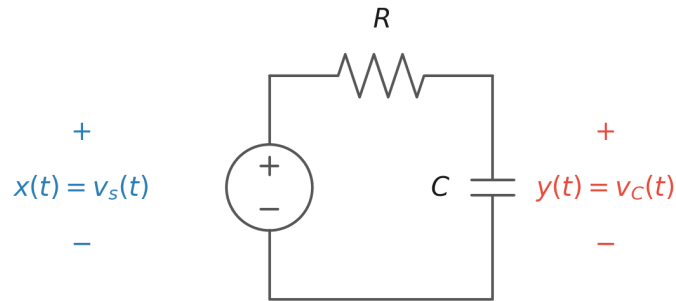
En sistemas LTI, **causalidad y estabilidad**, se **deducen directamente de la respuesta impulsional**.

Calculando la salida de un sistema: circuito RC

Ejemplo 3.3: Circuito RC

La respuesta impulsional de un circuito RC, tomando como salida la tensión del condensador, es

$$h(t) = \frac{1}{RC} e^{-t/RC} u(t)$$



- a) Dibújala tomando $R = 1 \text{ k}\Omega$ y $C = 1 \text{ mF}$.
 - b) ¿Es un sistema causal? ¿Es BIBO estable?
- Calcula $v_C(t)$ si en $t = 0$ se aplica:
- c) tensión continua a 10 V.
 - d) tensión alterna $x(t) = \cos(t)u(t)$.

► 💡 Solución a)

► 💡 Solución b)

► 💡 Solución c)

► 💡 Solución d)



Circuito RC: transitorio y permanente

R

C

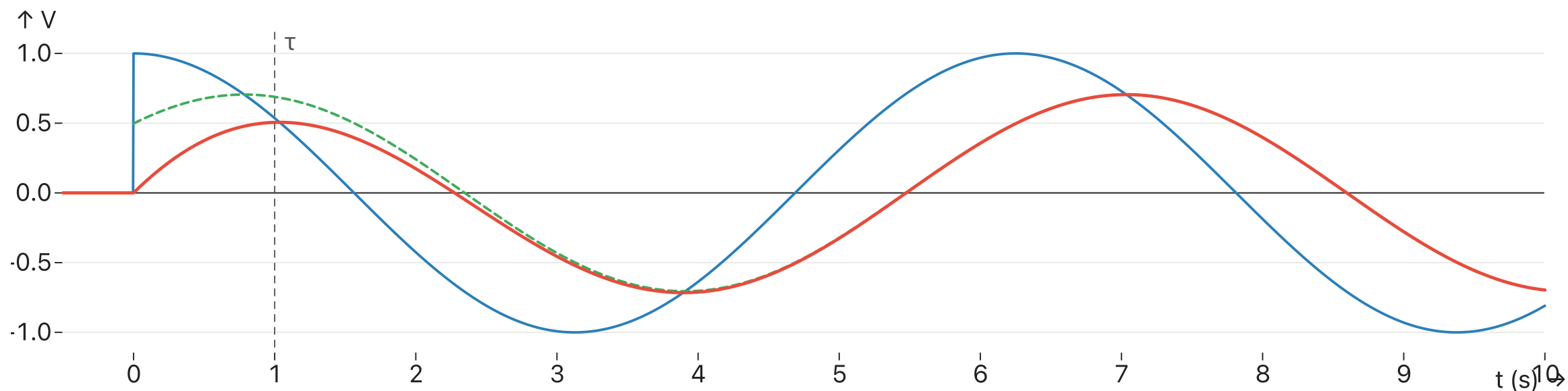
Entrada ☐ Escalón ☒ Senoidal ☐ Cuadrada

f (Hz)



$f_c = 1/(2\pi RC) = 0.159 \text{ Hz}$

— entrada $x(t)$ — salida $v_C(t)$ --- permanente



Transitorio y permanente

- Hemos visto que la salida de un sistema LTI puede descomponerse en dos partes:
 - **Transitorio**: depende de las condiciones iniciales y tiende a cero con el tiempo.
 - **Régimen permanente**: depende de la entrada y permanece indefinidamente.
- A veces, nos puede interesar calcular **solo el permanente**
 - En ese caso, podemos **omitir la función escalón de la entrada**
- Por ejemplo, en el circuito RC anterior:
 - Con $x(t) = \cos(t)u(t)$ obtenemos el **transitorio y el permanente**, como ya hemos visto
 - Con $x(t) = \cos(t)$ obtenemos **solo el permanente**

Ejemplo 3.4: Circuito RC: solo el permanente

Comprueba que si $x(t) = \cos(t)$ en el ejemplo anterior, se obtiene el régimen permanente.

►  Solución

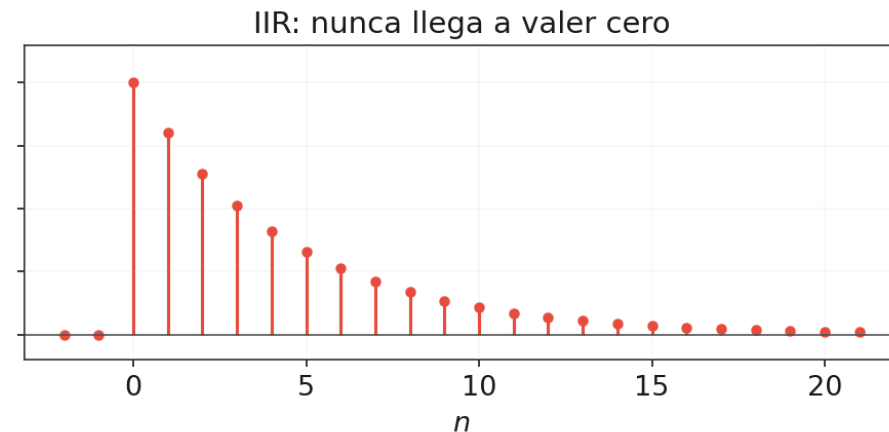
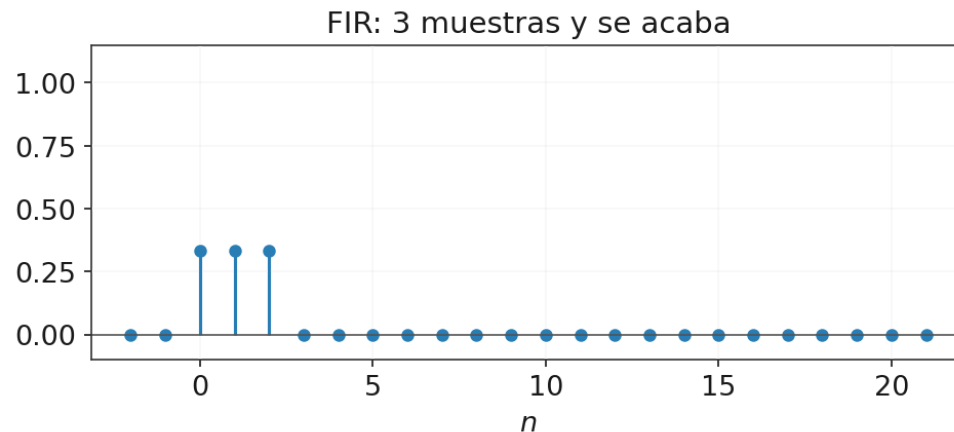
FIR e IIR

Según la duración de la respuesta impulsional, los sistemas discretos se clasifican en:

- **FIR** (*finite impulse response*): su $h[n]$ tiene un número **finito** de muestras no nulas.
- **IIR** (*infinite impulse response*): su $h[n]$ se extiende indefinidamente.

$$h_{\text{FIR}}[n] = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right\}$$

$$h_{\text{IIR}}[n] = 0,8^n u[n]$$



- **Filtros digitales:** un FIR siempre es estable; un IIR puede ser estable o inestable

Ejemplo: promediador de 3 puntos

Ejemplo 3.5: Promediador de 3 puntos

Un sistema digital que calcula la media de las tres últimas muestras de la entrada se describe con la respuesta impulsional:

$$h[n] = \frac{1}{3} \sum_{k=0}^2 \delta[n - k]$$

- a)** Dibuja la respuesta impulsional
- b)** ¿Es FIR o IIR? ¿Es causal? ¿Es estable?
- c)** Calcula la salida para $x[n] = u[n] - u[n - 3]$ usando el método tabular
- d)** ¿Se cumple que la salida en cada instante es la media de las tres últimas muestras de la entrada?

►  Solución a)

►  Solución b)

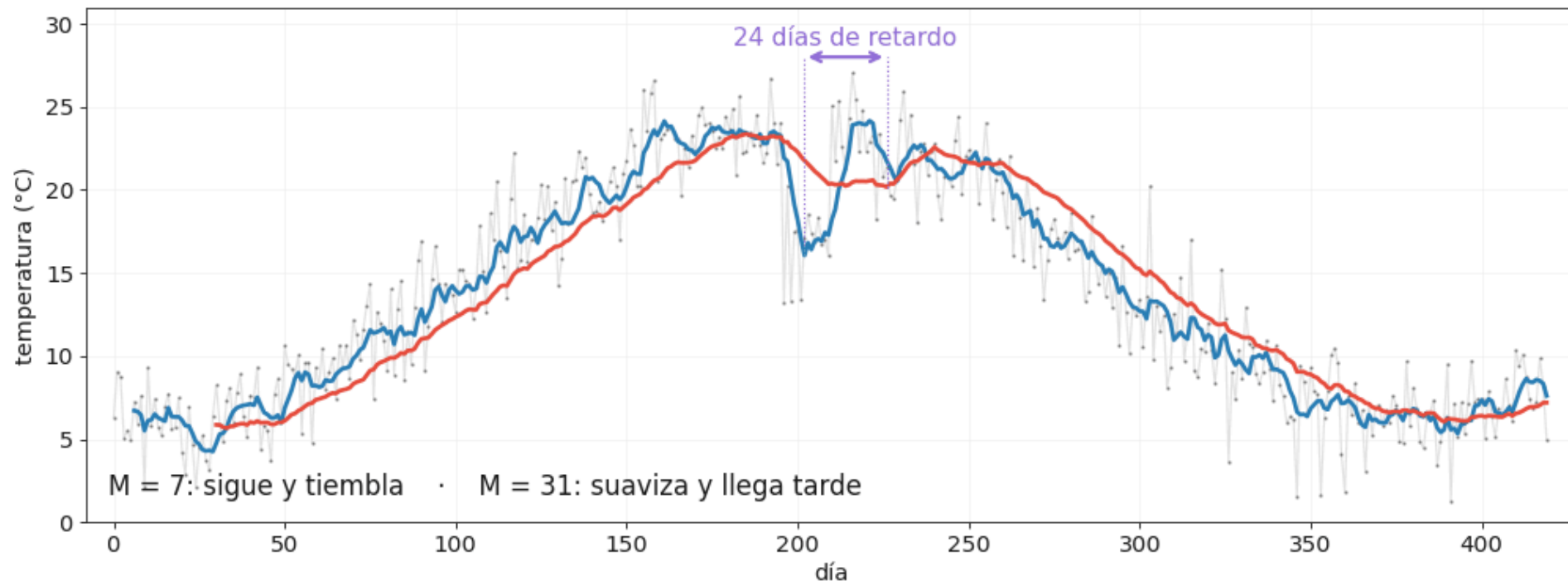
►  Solución c)

►  Solución d)

►  Convolución paso a paso

Promediador: aplicación

La **media móvil** es el filtro más sencillo que existe y se usa a diario: aquí, sobre una serie de temperaturas diarias, ruidosa e irregular. Al aumentar la ventana M el ruido baja, pero el filtro **responde más tarde** a los cambios reales.



Ejemplo: derivador de primer orden

Ejemplo 3.6: Derivador hacia atrás

Este sistema calcula la diferencia entre la muestra actual de la entrada y la anterior:

$$y[n] = x[n] - x[n - 1]$$

- a)** Obtén su respuesta impulsional $h[n]$ y dibújala.
- b)** ¿Es FIR o IIR? ¿Es causal? ¿Es estable?
- c)** Calcula la salida para la entrada triangular $x[n] = \{1, 2, 3, 3, 2, 1\}$ usando el método tabular.

- d)** ¿Se cumple que la salida en cada instante es la derivada de la entrada?

▶  Solución a)

▶  Solución b)

▶  Solución c)

▶  Solución d)

▶  Convolución paso a paso

Ejemplo: control de temperatura

Ejemplo 3.7: Incubadora

El control automático de temperatura de una incubadora recibe como entrada la temperatura deseada, $x[n]$, y da como salida la temperatura medida por un sensor digital cada 5 minutos, $y[n]$. Ambas variables se expresan en °C por encima de la temperatura ambiente. El sistema controlado, en su conjunto, se comporta como un sistema LTI con respuesta impulsional:

$$h[n] = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n u[n]$$

- a)** Dibuja la respuesta impulsional
- b)** ¿Es FIR o IIR? ¿Es causal? ¿Es estable?
- c)** En $n = 0$ se fija la temperatura deseada 16 °C por encima de la ambiente, $x[n] = 16 u[n]$ °C. Calcula la expresión de la temperatura medida a lo largo del tiempo.
- d)** ¿Tiende la temperatura medida a la deseada? ¿Cuánto tarda en llegar al 90 % de su valor de equilibrio?

►  Solución a)

►  Solución b)

►  Solución c)

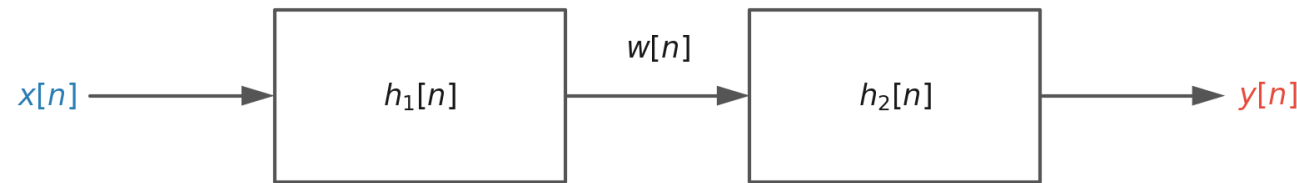
►  Solución d)

Interconexión

Conexión en serie

Dos sistemas están en serie cuando la salida del primero es la entrada del segundo (también llamada **cascada**):

$$y(t) = T_2\{T_1\{x(t)\}\} \qquad h = h_1 * h_2$$

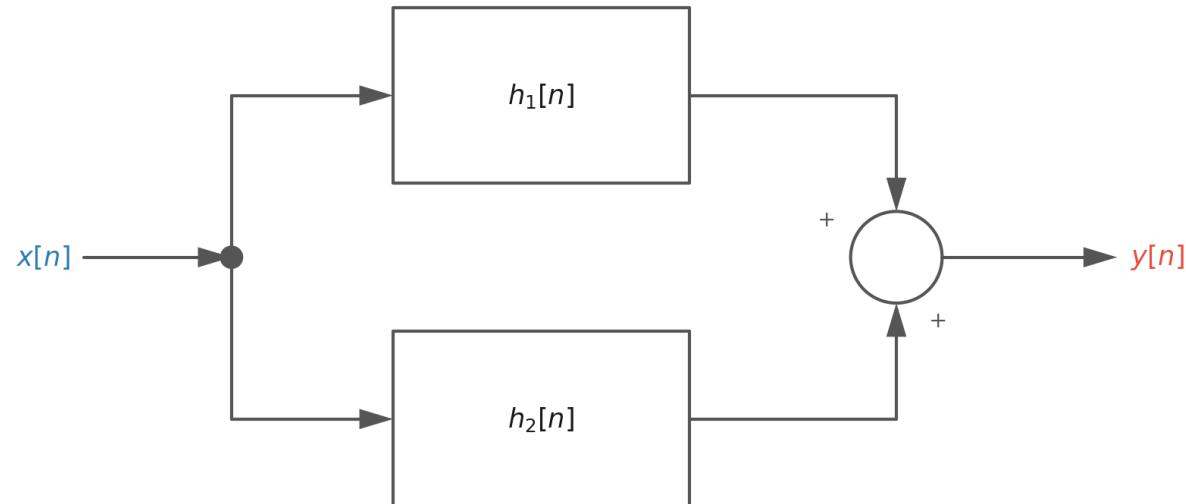


- Las respuestas impulsionales se **convolucionan**, no se multiplican.
- La conexión en serie es **conmutativa**: el orden de los bloques no importa.
- **Ejemplo**: la cadena micrófono → preamplificador → ecualizador → altavoz es una cascada.

Conexión en paralelo

Dos sistemas están en paralelo cuando la misma entrada alimenta los dos sistemas y las salidas se suman.

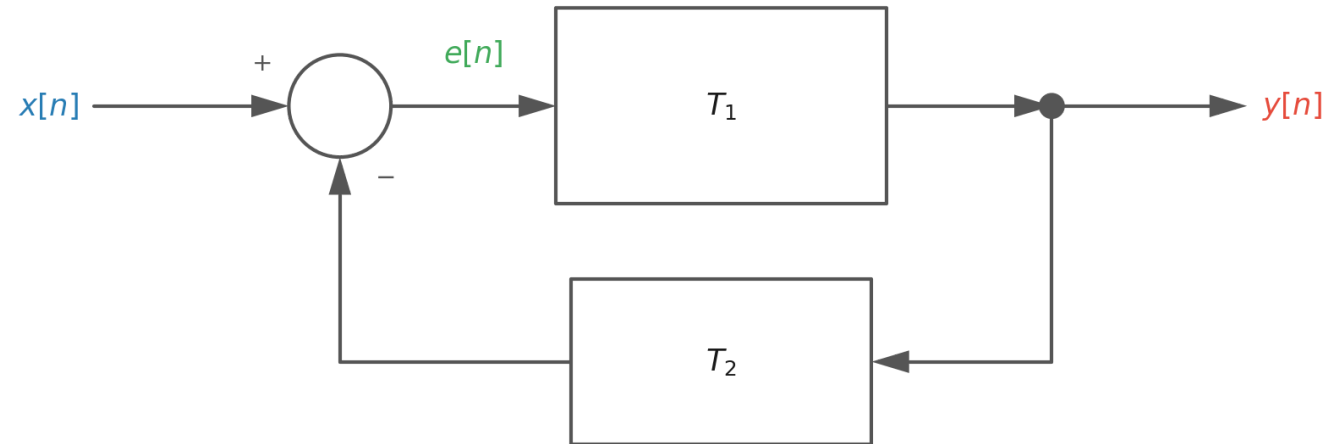
$$y(t) = T_1\{x(t)\} + T_2\{x(t)\} \quad h = h_1 + h_2$$



- En este caso se **suman** las respuestas impulsionales
- **Ejemplo:** un ecualizador de bandas es un paralelo de filtros, cada uno con su ganancia

Realimentación

- **Definición:** parte de la salida vuelve a la entrada y se resta de ella.

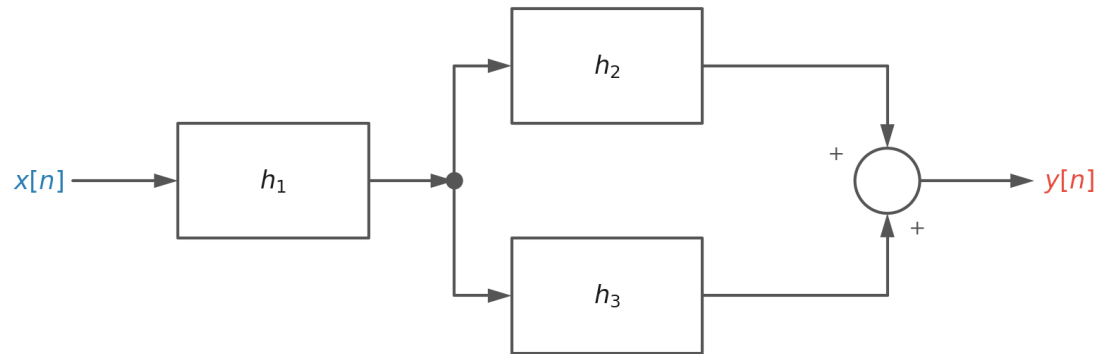


- **Sistemas de control:** la realimentación permite que un sistema siga una referencia, por ejemplo, la temperatura en un termostato o la velocidad del coche en un control de crucero.
- **Solución:** el cálculo del sistema equivalente requiere el uso de transformadas (Laplace o $\mathcal{Z}$), lo veremos más adelante

Simplificar un diagrama

Ejemplo 3.8: Diagrama de bloques mixto

Se tiene el siguiente diagrama:



con $h_1[n] = \delta[n] + \delta[n - 1]$, $h_2[n] = 2\delta[n]$ y $h_3[n] = \delta[n - 1]$.

a) Obtén la respuesta impulsional equivalente $h[n]$ entre $x[n]$ e $y[n]$

b) Calcula la salida si la entrada es $x[n] = \{1, 2, 1\}$.

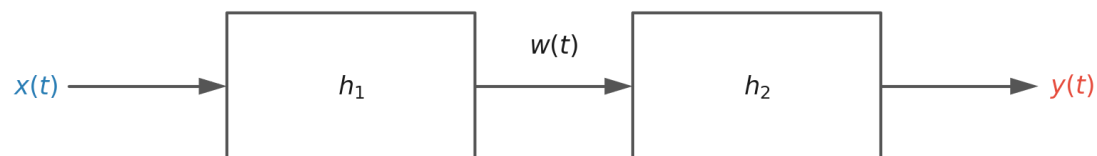
► Solución a)

► Solución b)

Ejemplo: termómetro con filtro RC

Ejemplo 3.9: Termómetro con filtro RC

Un termómetro electrónico se modela como $h_1(t) = e^{-t} u(t)$. Su salida pasa por un filtro RC modelado como $h_2(t) = 2 e^{-2t} u(t)$, que elimina ruido:



La entrada $x(t)$ es la temperatura (°C) y la salida $y(t)$, la tensión filtrada (V)

- a)** Calcula la respuesta impulsional $h(t)$ de la interconexión
- b)** La temperatura sube de forma brusca 5 °C. Calcula evolución de la lectura $y(t)$ y el tiempo que tarda en alcanzar el 90 % de su valor final
- c)** Repite el apartado anterior pero calculando la salida del sensor sin filtrar, es decir, $w(t)$. ¿Tarda más o menos en alcanzar el 90 % de su valor final?

► 💡 Solución a)

► 💡 Solución b)

► 💡 Solución c)

Para terminar



Vaya a wooclap.com

Ingresa el código de evento en el banner superior

Código de evento

RIMELNC



Esperando a los participantes...