Práctica 2: Análisis Temporal y Transformada Z.
En esta práctica se analizarán los sistemas de procesado digital de señales desde el punto de vista temporal y de la transformada Z. El objetivo fundamental de esta práctica es conocer las diferentes instrucciones que tiene Matlab para realizar las diferentes operaciones que se verán en esta práctica. Estas instrucciones son: ***filter; impz; zplane; conv; xcorr; bilinear e impinvar.*** Esta práctica está dividida en diferentes apartados para que se vea de forma más clara las diferentes aplicaciones de estas instrucciones.

Determinación de la salida de un sistema Uno de los sistemas de procesado digital de señales más utilizados es el *promediador móvil* que queda definido por la siguiente expresión $y(n)=\frac{1}{N}\cdot\sum_{s=0}^{N-1}x(n-s)$; se puede demostrar que este sistema es el óptimo cuando queremos recuperar una señal de valor constante (componente de continua) que se ve afectada por una serie de interferencias variables con el tiempo (vamos….¡ruido!). Esta situación es muy común en aplicaciones reales por lo que su uso está muy extendido. Determina (dado un cierto N) :

a) Respuesta impulsional.
b) Genera una señal x(n)=v+w(n) donde v es una constante y w(n) es el ruido (usando la instrucción ***randn***). Determina la salida del promediador para diferentes valores de N utilizando la instrucción ***conv***, ¿qué compruebas?.
c) Determina la Transformada Z del sistema y usa ahora el comando ***filter*** para determinar el apartado b).

Determinación de la estabilidad de un sistema. Seguidamente analizaremos la estabilidad de un sistema relacionándolo con la posición de polos y ceros de la transformada Z de su respuesta impulsional. Para ello se analizarán los diferentes casos que se pueden tener (polos reales o complejos, simples o con multiplicidad mayor y, por último, con módulo mayor o menor que uno). Con la instrucción ***filter*** vamos a determinar la respuesta impulsional de sistemas con los siguientes polos (la operación ***conv*** te puede ayudar pues la convolución de los coeficientes de 2 polinomios es igual a los coeficientes del producto de esos polinomios.).

1. Polos reales simples (prueba valores positivos y negativos mayores y menores que 1).
2. Polos complejos simples que deberán aparecer por pares conjugados (prueba valores del módulo mayores y menores que 1). ¿Qué controla la fase del polo complejo?, ¿y el módulo?.
3. Repite los apartados 1 y 2 pero ahora los polos ya no son simples.

Determinación de ecuación en diferencias. Uno de los usos dados a la transformada Z es determinar la expresión en diferencias de un sistema que cumple unas determinadas condiciones; una de las aplicaciones más directas es la implementación de generadores de señal mediante ecuaciones en diferencias. Se implementará un generador básico en muchas aplicaciones; este generador viene dado por la siguiente respuesta impulsional Se usa, por ejemplo, en aplicaciones de DTMF (*Dual-Tone Multi-Frequency*) para telefonía donde cada carácter/número queda definido por 2 sinusoides de acuerdo a la siguiente tabla:

1	*2*	*3*	*A*	**697 Hz**
4	*5*	*6*	*B*	**770 Hz**
7	*8*	*9*	*C*	**852 Hz**
*	*0*	#	*D*	**941 Hz**
1209 Hz	**1336Hz**	**1477 Hz**	**1633 Hz.**	

Sabiendo que la frecuencia de muestreo que usaremos es de 8KHz determina la ecuación en diferencias del sistema cuya respuesta impulsional es una sinusoide dada. Comprueba tu resultado con la instrucción ***impz*** (necesitas la Transformada Z de dicha respuesta impulsional)**.** ¿Qué polos/ceros tiene la transformada Z?. Comprueba tu resultado con la instrucción ***zplane.***

<u>Obtención de la función de transferencia a partir de la ecuación en diferencias.</u>. En este punto estudiaremos una aplicación en el campo de la ingeniería biomédica. Un sistema muy usado para eliminar las interferencias que varían lentamente (ya veremos en el tema de la respuesta en frecuencia que significa exactamente esto) es el definido por:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{n} \alpha^{n-k} \cdot \left[x(k) - x(k-1) \right]$$

a) Calcula la función de transferencia de este sistema usando la Transformada Z (ayuda: expresa y(n) en función de y(n-1)). Con esta función de transferencia determina la respuesta impulsional del sistema.

b) Como aplicación de esta función de transferencia vamos a eliminar las variaciones de la línea base en un electrocardiograma (ECG). Para ello carga el fichero vlb.mat y, seguidamente, filtra dicha señal con el sistema propuesto (usando las instrucciones que consideres). Muestra la señal original y la filtrada para diferentes valores de α ($0<\alpha<1$, ¿por qué?).

<u>Determinación de funciones inversas.</u> La Transformada Z permite determinar el sistema digital "inverso" a uno dado. A nivel temporal esta operación no es evidente siendo inmediato al usar la transformada Z. En nuestro ejemplo vamos a generar una señal que se ve afectada por su eco; esto es: $y(n) = x(n) + a \cdot x(n-D)$.

a) Genera la señal y(n) con a=0.9 y D=20. Utiliza como señal de entrada x una señal aleatoria utilizando la instrucción ***randn;*** para determinar la señal y(n) puedes usar tanto la instrucción ***conv*** (necesitas conocer la respuesta impulsional) como ***filter*** (necesitas la transformada Z). Representa la señal y(n); ¿puedes observar ese eco en la señal temporal?.

b) Determina la autocorrelación de la señal y(n) usando Matlab (instrucción ***xcorr***) para determinar dicho retardo. ¿Qué explicación tienes para los diferentes máximos de esta autocorrelación?.

c) Filtra la señal y(n) con el sistema adecuado para eliminar ese eco (sistema cuya transformada Z será la inversa del que da lugar a y(n)); comprueba en la señal resultante que dicho eco ha desaparecido usando de nuevo la operación ***xcorr*** con la señal final.

<u>Relación con la transformada de Laplace.</u> La transformada Z permite el nexo de unión entre el diseño de sistemas continuos y discretos al poderse establecer una relación con la transformada de Laplace. Esta correspondencia se puede establecer a través de la transformación impulso invariante y la transformación bilineal. En este ejercicio plantearemos la transformación bilineal que hace la correspondencia

$$p \Leftrightarrow \frac{2}{T} \cdot \left(\frac{z-1}{z+1} \right)$$

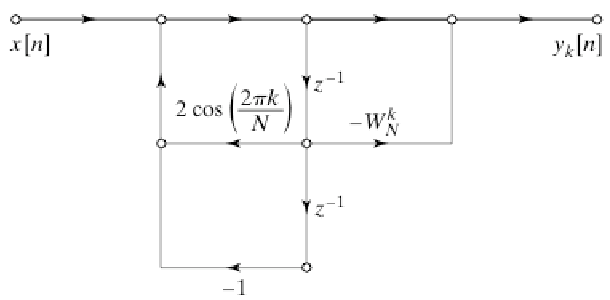
siendo T el periodo de muestreo.

a) Determina numéricamente el equivalente digital al sistema continuo definido por la expresión $T(p) = \frac{w_a}{p^2 + w_a^2}$ (esta función es la transformada de Laplace de un seno con frecuencia angular w_a). Utiliza f_a = 1Hz y T=0.1 s. Una vez obtenido calcula la respuesta impulsional de dicho sistema y comprueba que se corresponde con dicho sistema continuo muestreado con periodo de muestreo T.

b) Matlab también dispone de una instrucción para esta operación (***bilinea***r), comprueba tu resultado usando dicha instrucción.

c) Si lo que se quiere es usar la transformación impulso invariante se utiliza la instrucción ***impinvar*** ; determina el equivalente digital del sistema definido en a) usando dicha instrucción; comprueba su respuesta impulsional.

<u>Cálculo de la función de transferencia usando el diagrama de bloques.</u> Uno de los usos más extendidos de esta transformada consiste en determinar la función de transferencia usando diagrama de bloques ò ecuaciones en diferencias acopladas (es la misma aplicación vista desde dos puntos de vista diferentes). En el siguiente ejemplo nos proporcionan el diagrama de bloques; siendo $W_N^K = e^{\frac{-2 \cdot \pi \cdot k \cdot j}{N}}$.



a) Determina la Transformada Z del sistema; a partir de aquí determina su respuesta impulsional usando Matlab (escoge diferentes valores de N y k)

b) Utiliza para x(n) sinusoides con $w = \frac{2 \cdot \pi \cdot k}{N}$ y con otros valores diferentes ¿qué observas?.