Transformada Discreta de Fourier.

1) Determina los coeficientes del desarrollo en serie de Fourier (orden N) del siguiente pulso periódico:

$$x(n) = x(n+N)$$

$$x(n)\Big|_{EN\ UN\ PERIODO} = \begin{cases} 1\ si\ 0 \le n < L \\ 0\ si\ L \le n < N \end{cases}$$

2) Dada la secuencia x(n) definida como $\{1\ (n=0), 2,1,0,0,0,0\}$ determina:
   a) $X(e^{jw})$
   b) Su Transformada Discreta de Fourier de orden N, ¿qué tienen en común los resultados a) y b)?.

3) Calcula las DFT de N (N par) puntos de las siguientes señales:

$$x(n) = \delta(n)$$

$$x(n) = \begin{cases} 1\ si\ 0 \le n < (N/2) - 1 \\ -1\ en\ el\ resto \end{cases}$$

4) Aplicando propiedades de la DFT expresa las DFT (orden N) de las siguientes señales en función de la DFT de orden N de x(n):

$$y(n) = x(n) \cdot \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N}\right)$$

$$z(n) = x(n) \cdot \mathrm{sen}\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot n}{N}\right)$$

5) Una señal de tiempo continuo x(t) cuya frecuencia máxima es de 4 KHz se muestrea a 10 KHz. Seguidamente, con la señal muestreada se determina su DFT de 1000 puntos; ¿a qué frecuencias hacen relación los términos 150 y 180 de esta serie?.

6) Dadas las señales:

$$x = \{x(0), x(1), \ldots\ldots x(N-1)\}$$

$$y = \{x(N-1), x(N-2), \ldots\ldots x(0)\}$$

   Determina la relación que existe entre sus DFT de orden N.

7) Determina la DFT de las siguientes señales periódicas:

   x(n)=1 (n=0), 0, –1, 1,0,-1,1,0,-1...... DFT de orden 3.
   x(n)=1 (n=0), 0,0, –1, 1,0,0,-1,1,0, 0,-1...... DFT de orden 4.

8) Dada la secuencia exponencial compleja:

$$x(n) = \begin{cases} e^{jw_0 n}\ \text{con}\ 0 \le n \le N-1 \\ 0\ \text{en el resto de casos} \end{cases}$$

Determina:

a) La transformada de Fourier de x(n); $X(e^{jw})$.
b) La DFT de N puntos de x(n).
c) Particulariza el caso anterior para $w_0=2\pi k/N$.

9) Dada una secuencia finita x(n) que es cero para n <0 y n>N-1, relaciona la DFT de orden N de esta secuencia con las DFT de: a) $y(n) = (-1)^n \cdot x(n)$ b) secuencia conjugada de x(n).

10) Dada una secuencia x(n) que es cero para n<0 y n>N-1 (N par); siendo X(k) su DFT de orden N. Se tiene otra secuencia, w(n), cuya longitud es la mitad que x(n) y cuya DFT de orden N/2 está relacionada con la X(k) de la siguiente forma:

$$W(k) = X(k) + X(k + \frac{N}{2})$$

Determina la relación existente entre las secuencias x(n) y w(n).

11) Dada una secuencia x(n) que es cero para n<0 y n>N-1 (N par) se define la secuencia y(n) de longitud 2N. Determina la relación existente entre las DFT Y(k) (orden 2N) y X(k) (orden N).

$$y(n) = \begin{cases} x\left(\frac{n}{2}\right) \text{si n par} \\ 0 \text{ si n impar} \end{cases}$$

12) Demuestra la identidad de Parseval para la DFT $\sum_{k=0}^{N-1} |X(k)|^2 = N \cdot \sum_{n=0}^{N-1} |x(n)|^2$

13) Demuestra con la ayuda de las secuencias h(n) y x(n) que se puede usar la convolución circular (añadiendo ceros a las secuencias originales) para determinar la convolución lineal.

$$h(n) = \{-1\,(\text{n} = 0),1,0,0,0.....\}$$
$$x(n) = \{1\,(\text{n} = 0),1,0,0,0.....\}$$

14) Dadas $x(n) = \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{4}\right) \cdot [u(n) - u(n-3)]$ e $y(n) = \cos(\pi \cdot n) \cdot [u(n) - u(n-3)]$ determina:

- Las DFT de orden 4.
- La convolución circular de las dos secuencias.
- El apartado anterior usando lo obtenido en el primer apartado junto con la DFT inversa.