PROBLEMAS DE REPASO.

1. Dado el sistema digital definido por la siguiente ecuación en diferencias $y(n) = x(n) - x(n-1) + 1.2 \cdot y(n-1) - 0.35 \cdot y(n-2)$, con condiciones iniciales nulas, determina:
   a) La expresión de su respuesta impulsional.
   b) Impleméntalo usando el menor número de retardos.
   c) Determina la salida del sistema cuando la entrada es el escalón unitario.

   Solución: a) $h(n) = \left[8.5 \cdot (-0.7)^n - 7.5 \cdot (-0.5)^n\right] \cdot u(n)$;
   c) $y(n) = 5 \cdot \left[(-0.5)^{n+1} - (-0.7)^{n+1}\right] \cdot u(n)$

2. Sea la señal $x(t) = 10 \cdot \cos(10^3 \cdot t) \cdot \left[sen(2 \cdot 10^3 \cdot t) + \cos(4 \cdot 10^3 \cdot t)\right]$ v y t>0 en segundos. Determina:
   a) La mínima frecuencia de muestreo.
   b) Si se quiere una SNRQ mínima de 96 dB y se tiene un conversor bipolar de 10v determina el error de cuantización.
   c) La *bit-rate* mínima con a)

   Solución: a) Fm= 1591.5 Hz; b) 305.2 μV; c) 25464 bits/s

3. Dado el sistema digital causal definido por la siguiente respuesta impulsional $h(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \left[1 + (-1)^n\right] \cdot u(n)$ determina:
   a) Ecuación en diferencias; ¿es estable?.
   b) Salida del sistema cuando la entrada es el escalón unitario u(n).
   c) Salida del sistema, *en el estado estacionario*, cuando la entrada es $x(n) = \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right) \cdot u(n)$.

   Solución: a) $y(n) = 2 \cdot x(n) + 0.25 \cdot y(n-2)$; el sistema es estable.
   b) $y(n) = \left[\frac{8}{3} + \frac{1}{3}(-0.5)^n - (0.5)^n\right] \cdot u(n)$
   c) $y(n) = 1.6 \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right); n \to \infty$

4. Determina la convolución de
   a) Las señales $x(n) = a^{-|n|}; |a| > 1$ y el escalón unitario u(n).
   b) La señal $x(n) = (0.5)^n \cdot u(n)$ y la señal rampa $y(n) = n \cdot u(n)$. AYUDA: recuerda que la señal rampa sigue la relación $r(n) = \sum_{D=0}^{n} u(n-D)$; usa dicha relación y las propiedades de la convolución

   Solución: a) $y(n) = \frac{1}{1-a^{-1}} \cdot \left[a^n \cdot u(-n) + \left[1 + a^{-1} - a^{-(n+1)}\right] \cdot u(n-1)\right]$
   b) $y(n) = 2 \cdot \left[n + (0.5)^n\right] \cdot u(n)$

5. Determina la señal temporal que da lugar a $H(z) = \dfrac{1}{\left(1 - a \cdot z^{-1}\right) \cdot \left(1 - a \cdot z\right)}$ con la R.O.C definida por $|a| < z < \dfrac{1}{|a|}$ donde |a|<1.

Solución: $h(n) = \dfrac{a^{|n|}}{1 - a^2}$

6. Determina las señales discretas temporales que dan lugar a las siguientes DFT de orden N (N es múltiplo de 12):

a) $X(k) = e^{\frac{4 j \cdot \pi \cdot k}{N}}$; $k = 0,\ldots,N-1$. b) $X(k) = \begin{cases} 1 & si \quad 0 \le n \le \dfrac{N}{4} - 1 \\ 0 & si \quad \dfrac{N}{4} < n < \dfrac{3 \cdot N}{4} \\ 1 & si \quad \dfrac{3 \cdot N}{4} \le n \le N - 1 \end{cases}$

Solución:a) $x(n) = \delta(n) + \delta(n - N/3)$; b) $x(n) = \dfrac{1}{N} \cdot \left[\dfrac{sen(0.5 \cdot \pi \cdot n)}{sen\left(\dfrac{\pi \cdot n}{N}\right)} \right] \cdot e^{\frac{-j \cdot \pi \cdot n}{N}}$

7. Determina la respuesta impulsional del sistema que tiene la siguiente respuesta en frecuencia $H(e^{jw}) = \begin{cases} \mathrm{Re}\,al(C) & |w| < w_c \\ j \cdot \mathrm{Im}\,ag(C) & |w| > w_c \end{cases}$ siendo C un número complejo. ¿Se puede implementar dicho sistema?.

Solución: $h(n) = \dfrac{C^* \cdot sen(w_c \cdot n)}{\pi \cdot n}$; no es implementable.

8. Determina la salida, en estado estacionario, usando Transformadas Z del sistema definido por la respuesta impulsional $h(n) = \left(\dfrac{1}{4}\right)^n \cdot \left[1 + (-1)^n\right] \cdot u(n)$ cuando la entrada es $x(n) = \sin\left(\dfrac{\pi \cdot n}{2}\right) \cdot u(n)$. Usa la respuesta en frecuencia para comprobar el resultado obtenido.

Solución: $x(n) = \dfrac{32}{17} \cdot \sin\left(\dfrac{\pi \cdot n}{2}\right) \cdot u(n)$

9. Implementa, usando el menor número de retardos, el sistema cuya respuesta impulsional viene dada por h(n)=a(n=0), b, -a, -b, a, b........¿Es el sistema estable?. Determina la salida cuando la entrada es $x(n) = \left(\dfrac{1}{2}\right)^n \cdot u(n)$.

Solución: Solo se necesitan 2 retardos; no es estable

$$y(n) = \left[(a + b) + \left(\frac{a - b}{3}\right) \cdot (-1)^n - \frac{1}{3}(a + 2 \cdot b) \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n\right] \cdot u(n)$$