Conversión A/D, D/A. Señales y sistemas discretos.

1. Determina la señal que obtendríamos si aplicáramos un reconstructor ideal a las muestras (frecuencia de muestreo de 100 Hz) de:

$$x(t) = 2 \cdot \cos(250\pi \cdot t) \cdot sen(250\pi \cdot t) + 4 \cdot \cos^2(100 \cdot \pi \cdot t) \quad \text{t en segundos}$$

2. La transformada de Fourier de una señal x(t) viene definida por la siguiente expresión $X(jw) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(t) \cdot e^{-j \cdot w \cdot t} \cdot dt$. Demuestra que el mantenedor de orden 0 cuya función de transferencia viene definida por $h(t) = \begin{cases} \mathbf{T \ 0 \le t \le T} \\ \mathbf{0 \text{ en otro caso}} \end{cases}$ tiene un comportamiento de filtro paso-bajo.

3. La señal continua $x(t) = 2 \cdot \cos(250\pi \cdot t)$ -∞<t<∞ se muestrea con un periodo de muestreo T obteniendo la señal discreta $x(n) = \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{3}\right)$ con -∞<t<∞. Determina el periodo de muestreo T, ¿es único?.

4. Determina la convolución de las siguientes secuencias:

   a) $x(n)=u(n)$; $h(n)=u(n-n_0)$
   b) $x(n)=a^n u(n)$; $h(n)= b^n u(n)$;

5. Se conocen como funciones propias de un sistema, *eigenfunctions,* todas aquellas que cumplen la siguiente propiedad $T[x(n)] = A \cdot x(n)$ donde T es la actuación del sistema sobre la señal x(n) y A es una constante (real o compleja).Demuestra que las señales del tipo $x(n) = B \cdot e^{\alpha \cdot n}$ son funciones propias de los sistemas L.T.I

6. Demuestra que si la entrada a un sistema L.T.I, con respuesta impulsional h(n), es periódica de periodo N, x(n)=x(n+N) la salida del sistema también es periódica de periodo N.

7. Determina cuales de los siguientes sistemas son lineales, invariante temporales:

$$y(n) = \frac{1}{L} \cdot \sum_{s=0}^{L-1} x(n-s)$$
$$y(n) = x(n) \cdot x(3 \cdot n)$$
$$y(n) = \log(x(n)) - 2x(n)$$

8. Determina el periodo (si es periódica la señal) de las siguientes señales:

$$x(n) = \cos\left(\frac{9 \cdot \pi \cdot n}{7}\right)$$
$$x(n) = \cos\left(\frac{2 \cdot n}{5}\right)$$

9. Determina la salida del sistema definido por h(n) $h(n)=2^{n}\cdot u(-n)$ (sistema LTI) cuando la entrada es el escalón unitario, ¿y si la entrada es un pulso de longitud N?.

10. Se quiere diseñar un sistema de audio (20Hz-20 KHz) que tenga una SNRQ de, al menos 80 dB. El conversor a utilizar es unipolar de 5 voltios, ¿cuántos bits son necesarios?, ¿cuánto vale el tamaño de paso en el cuantizador?, ¿cúal es la mínima bit-rate (nº de bits adquiridos por segundo)?.

11. Se tiene una señal pasa-banda que se quiere muestrear a una determinada frecuencia de muestreo. Determina en las siguientes situaciones las frecuencias de muestreo más bajas. Considera que el ancho de banda es B; los límites frecuenciales son f_H y f_L siendo $Q=B/f_H$. Justifica tus respuestas.
    a) Si Q es un entero.
    b) Si Q<2.

12. Determina la salida del sistema definido por $h(n)=\frac{1}{N}\cdot[u(n)-u(n-N)]$ cuando la entrada es $x(n)=e^{j\cdot w\cdot n}$. ¿Qué conclusión sacas?.

13. Determina la energía de la señal x(n) con $x(n)=\cos\left(\frac{\pi\cdot n}{\alpha}\right)\cdot\left(u(n)-u(n-N)\right)$ siendo N un número natural en los siguientes casos:

    a) N es múltiplo de α.
    b) No lo es.

14. Determina la frecuencia de corte de un filtro *anti-aliasing* que se coloca a la salida de un sistema que proporciona la salida $v(t)=10\cdot\left(e^{-1000\cdot t}-e^{-500\cdot t}\right)$ voltios y t en segundos. Supondremos que las componentes frecuenciales por debajo del 10% del valor máximo son despreciables (nota: para determinar las componentes frecuenciales de v(t) tendrás que determinar su Transformada de Fourier que aparece en el problema 2)

15. Dado el sistema definido por $y(n)=n\cdot y(n-1)+x(n)$ determina si es lineal e invariante temporal. Determina la salida del sistema cuando $x(n)=\delta(n)$.

16. Se tiene un sistema T, invariante temporal, que presenta los siguientes pares entrada-salida:

$$x_1(n)=\delta(n)+2\cdot\delta(n-1)\Leftrightarrow y_1(n)=2\cdot\delta(n-1)+3\cdot\delta(n-2)$$
$$x_2(n)=2\cdot\delta(n-1)\Leftrightarrow y_2(n)=2\cdot\delta(n-2)+4\cdot\delta(n-3)$$
$$x_3(n)=\delta(n-4)\Leftrightarrow y_3(n)=3\cdot\delta(n+2)+2\cdot\delta(n+1)$$

¿Es el sistema lineal?; Si la señal de entrada es $\delta(n)$ cuanto vale la salida?