**Conversión A/D, D/A. Señales y sistemas discretos (II).**

1. Dada la señal $x(n) = a^n \cdot u(n)$ con |a|<1, determina la secuencia de autocorrelación de dicha señal.

**Solución**: $r_{xx}(n) = \dfrac{a^{|n|}}{1-a^2}$

2. Se tienen dos sistemas L.T.I dispuestos en cascada (uno a continuación del otro). Los sistemas quedan definidos por las siguiente ecuaciones en diferencias. $\begin{array}{l} y_1(n) = x_1(n) - x_1(n-1); \\ y_2(n) = a \cdot y_2(n-1) + x_2(n); \end{array}$ determina la salida de la conexión de dichos sistemas cuando la entrada es x(n)=u(n).

**Solución**: $y_2(n) = a^n \cdot u(n);$

3. Se tiene una señal pasa-banda con frecuencia inferior de 12 KHz y frecuencia superior de 15 KHz; determina la frecuencia de muestreo mínima que se podría usar en este sistema. Además se necesita una SNRQ de 40 dB como mínimo; si el conversor A/D (bipolar) como valor máximo 5 voltios; determina también el número de bits del conversor, resolución, y bit-rate

**Solución**: fm=6 KHz; res=39 mv;
nº bits=8; bit-rate=48000 bits/s

4. Un sistema L.T.I discreto muy usado es el que se conoce como promediador móvil que queda definido como $y(n) = \frac{1}{N} \cdot \sum_{k=0}^{N-1} x(n-k)$. Determina. a) Respuesta impulsional de dicho sistema. b) Considera la entrada y(n)=$e^{jwn}$·u(n), determina para esta entrada las condiciones que tiene que cumplir w para que la salida de este sistema (para n>N-1) con esta entrada sea igual a 0.

**Solución**: $h(n) = \frac{1}{N} \cdot [u(n) - u(n-N)]$; $w = \dfrac{2 \cdot \pi \cdot n}{N}$

5. Determina en los sistemas L.T.I definidos por las siguientes respuestas impulsionales sus salidas cuando la entrada es el escalón unitario a) $h(n) = a^n \cdot u(-n - |n_0|)$ con |a|>1 ; b) $h(n) = a^n \cdot (u(n) - u(n-N))$

**Solución**:a) $y(n) = \dfrac{1}{a-1} \cdot \left[ a^{-|n_0|+1} \cdot u(n + n_0 - 1) + a^{n+1} \cdot u(-n - |n_0|) \right]$

b) $y(n) = \dfrac{(a^{n+1} - 1)}{a-1} \cdot [u(n) - u(n-N+1)] + \dfrac{(a^N - 1)}{a-1} \cdot u(n-N+1)$

6. Determina las condiciones sobre a para que el sistema definido por $h(n) = a^n \cdot u(n+2)$ sea estable. ¿Es causal?.

**Solución**: |a|<1; no es causal

7. Se tiene la señal continua (y causal) $x(t)=10\cdot\cos(200\cdot\pi\cdot t)$ t en segundos (señal causal), que pasa a través de un conversor A/D ideal (no consideramos efectos de cuantización) con una frecuencia de muestreo de 400 Hz. Determina la salida del sistema L.T.I definido por $h(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot u(n-2)$ cuando la entrada es x(n).

   **Solución**: $y(n)=\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n-1}+2\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot(n-1)}{2}\right)-\cos\left(\frac{\pi\cdot(n-1)}{2}\right)\right]\cdot u(n)$

8. Determina si el sistema discreto L.T.I definido por la respuesta impulsional $h(n)=(0.9\cdot j)^n\cdot u(n)+(-0.9\cdot j)^n\cdot u(n)$ es estable. Determina la salida del sistema cuando la entrada es x(n)=u(n).

   **Solución**: Es estable

$$y(n)=1.1\cdot u(n)+(0.9)^{n+1}\cdot\left[0.99\sin\left(\frac{\pi\cdot(n+1)}{2}\right)-1.1\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot(n+1)}{2}\right)\right]\cdot u(n)$$

9. Determina la respuesta impulsional del sistema definido por la ecuación en diferencias $y(n)=a\cdot y(n-1)+b\cdot x(n)$;. Determina las condiciones sobre a y b para que el sistema sea estable; ¿es lineal?; ¿es invariante temporal?.

   **Solución**: Es estable para |a|<1, independientemente de b; es lineal e invariante temporal. Las respuesta impulsional es $h(n)=b\cdot a^n\cdot u(n)$.

10. Se tiene un sistema discreto L.T.I cuya respuesta impulsional viene definida por $h(n)=(0.5\cdot j)^n\cdot u(n)$. a) Determina si el sistema es estable. b) Determina la salida del sistema cuando la entrada es $x(n)=\cos(\pi\cdot n)\cdot u(n)$.

    **Solución**: a) El sistema es estable.

    b) $y(n)=\left[\frac{2\cdot(-1)^n}{2+j}+\frac{2\cdot j\cdot(0.5\cdot j)^n}{2+j}\right]\cdot u(n)$

11. Se tiene un sistema L.T.I cuya respuesta impulsional es $h(n)=a^{-|n|}$ para todo n. a) Determina las condiciones sobre a para que el sistema sea estable. b) ¿es el sistema causal?. c) Determina la salida del sistema cuando la entrada es la función escalón unidad.

    **Solución**: a) |a|<1. b)El sistema es no causal.

    c) $y(n)=\frac{1}{a-1}\cdot\left[\left(a+1-a^{-n}\right)\cdot u(n-1)+\left(a^{-|n|+1}\right)\cdot u(-n)\right]$