Conversión A/D, D/A. Señales y sistemas discretos (III).

1. Se tiene la señal continua definida como (t en ms): $x(t)=3+2\cdot\cos(10\cdot\pi\cdot t)\cdot sen(30\cdot\pi\cdot t)$; se quiere muestrear con la mínima frecuencia para no tener *aliasing*; además nuestro sistema tiene que presentar una SNRQ mínima de 80 dB. Sabiendo que se tiene un conversor A/D bipolar con un valor máximo de 10 v, determina: a) Frecuencia de muestreo mínima. b) Nº de bits del conversor. C) Amplitud del error de cuantización (sabiendo que se redondea no se trunca).

   Solución: a) fm=40 KHz; nº bits=16; e_q=152.6 μV.

2. Se un sistema discreto definido por la siguiente ecuación en diferencias $y(n)=n\cdot(x(n)-x(n-1))+a\cdot y(n-1)$ cumpliéndose que |a|<1. Determina: a) La linealidad e invarianza temporal del sistema, b) su respuesta impulsional, c) la salida de dicho sistema cuando la entrada es el escalón unitario.

   Solución: a) Es lineal pero no invariante temporal;
   b) $h(n)=-a^{n-1}\cdot u(n-1)$
   c) y(n)=0 para todo n.

3. Demuestra que el reconstructor de primer orden cuya respuesta impulsional h(t) se da a continuación tiene un comportamiento de filtro paso-bajo y, de acuerdo con la teoría, se puede usar como reconstructor de la señal continua a partir de sus muestras discretas (*tendrás que usar la Transformada de Fourier*).

$$h(t)=\begin{cases}1+\dfrac{t}{T} & -T\le t\le 0\\ 1-\dfrac{t}{T} & 0\le t\le T\end{cases}$$

4. Determina la energía y la potencia de las señales $x(n)=\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot u(n)\Leftrightarrow y(n)=\cos\left(\frac{\pi\cdot n}{2}\right)\cdot\left(\frac{1}{2}\right)^n\cdot u(n)\Leftrightarrow z(n)=\left(\frac{j}{2}\right)^n\cdot u(n)$.

   Solución: $E_{X(n)}=E_{z(n)}=\frac{4}{3};\ E_{y(n)}=\frac{16}{15}$
   $P_{X(n)}=P_{z(n)}=P_{y(n)}=0$

5. Se tiene un sistema definido por la siguiente ecuación en diferencias $y(n)=\frac{1}{2\cdot L+1}\cdot\sum_{k=-L}^{L}x(n-k)$. Determina. a) Respuesta impulsional de dicho sistema. b) ¿Es un sistema L.T.I?. c) Determina la estabilidad/causalidad de dicho sistema. d) Determina la salida del sistema cuando la entrada es $x(n)=a^n u(n)$ |a|<1.

Solución: a) $h(n) = \frac{1}{2 \cdot L + 1} \cdot [u(n+L) - u(n-L-1)]$;

b) Es L.T.I.

c) Es estable pero no causal.

d) $h(n) = \frac{1}{(1-a) \cdot (2 \cdot L + 1)} \cdot \{[1 - a^{n+L+1}] \cdot [u(n+L) - u(n-L)] + [a^{n-L} - a^{n+L+1}] \cdot [u(n-L)]\}$

6. Determina la convoluación entre las siguientes dos secuencias: $h(n) = b^n \cdot u(-n)$ y $x(n) = \left(\frac{1}{b}\right)^n \cdot u(n)$ con |b|>1

Solución: $y(n) = \frac{b^2}{b^2 - 1} \cdot b^{-|n|}$

7. Determina la salida del sistema compuesto por la conexión en cascada de dos sistemas cuyas respuestas impulsionales vienen dadas por las siguientes expresiones $h_1(n) = \{........0,0,0,1 \text{ (n = 0)},0,-1,0,0,0,0,\}$ y $h_1(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot u(n)$ cuando la entrada es el escalón unitario:

Solución $y(n) = \delta(n) + \frac{3}{2} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^{n-1} \cdot u(n-1)$

8. Determina la correlación cruzada entre las señales x(n) e y(n); ¿qué conclusiones puedes sacar?. $x(n) = \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right) u(n) \Leftrightarrow y(n) = \left(\frac{1}{4}\right)^n \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right) u(n)$

Solución: $R_{XY}(n) = \frac{64}{63} \cdot \left(\frac{1}{2}\right)^n \cdot \cos\left(\frac{\pi \cdot n}{2}\right) \cdot u(n)$

9. Se tiene la señal continua $y(t) = \sum_{k=0}^{10} \cos(w_a \cdot k \cdot t)$ con t en ms y $w_a = 10\pi$. Considerando el rango audible de 20 Hz a 20 KHz determina a) Mínima frecuencia de muestreo para no tener problemas de *aliasing*. b) Componentes frecuenciales "audibles" en el dominio continuo y en el discreto obtenidas si muestreamos a 40 KHz.

Solución:

a) Fm=100 KHz.

b) Componentes audibles discretas son todas y se tienen 2 de continua; 3 de 5 KHz; 3 de 10 KHz; 2 de 15 Khz y 1 de 20 KHz.