

# EXAMEN DE PROGRAMACIÓN MATEMÁTICA

23/01/02

## MODELO A

APELLIDOS:..... NOMBRE:.....

GRUPO TEORÍA:..... GRUPO PRÁCTICAS MATRICULADO:..... ASISTE A:.....

---

### PREGUNTA 1: Elegir la respuesta correcta. Los errores penalizan 0,1. (1,5 puntos)

1- Se sabe que la función  $f(x,y,z)$  tiene un mínimo local en el punto  $(1,0,2)$ . Si consideramos el problema restringido **Opt  $f(x,y,z)$ , s.a.  $x+y+z \leq 4$**

- a) No se sabe si el punto  $(1,0,2)$  es también mínimo local del problema restringido
- b) El punto  $(1,0,2)$  es también mínimo local del problema restringido
- c) El punto  $(1,0,2)$  es mínimo global del problema restringido
- d) El punto  $(1,0,2)$  pasará a ser máximo en el problema restringido

2.- Sea el siguiente problema:

$$\begin{array}{ll} \text{Max} & x+y \\ \text{s.a:} & y-x^2 \geq 0 \\ & y \leq -4 \end{array}$$

- a) El problema es no acotado
- b) El problema es infactible
- c) El problema tiene solución única
- d) El problema tiene infinitas soluciones

3.-En un problema lineal, si una restricción es de igualdad, entonces la variable dual asociada es:

- a) Una variable nula.
- b) Una variable no negativa.
- c) Una variable no positiva.
- d) Una variable libre.

4.- El conjunto de oportunidades en un problema lineal es siempre:

- a) Un conjunto no convexo.
- b) Un conjunto convexo.
- c) Un conjunto abierto.
- d) Un conjunto adherente.

5- Sea un problema de programación lineal con 7 variables principales, 2 restricciones de desigualdad y una de igualdad. En toda solución factible básica, el número de variables básicas es:

- a) 7
- b) 2
- c) 3
- d) 5

**PREGUNTA 2: (1,75 puntos).** Dado el siguiente problema de programación clásica:

$$\begin{aligned} \text{Opt. } F(x,y) &= 60x + 90y - 2x^2 - 3y^2 \\ \text{s.a.:} \quad & 2x + 4y = 68 \end{aligned}$$

- a) Escriba la función de Lagrange.
- b) Determine el punto o puntos críticos.
- c) Clasifíquelos.
- d) Indique el valor del multiplicador de Lagrange en cada punto crítico.
- e) Justifique cual sería el valor aproximado de la función objetivo en la nueva solución si la restricción fuera:  $2x + 4y = 69$ .

**PREGUNTA 3: (1,5 puntos).** Dado el siguiente problema de programación no lineal:

$$\begin{aligned} \text{Max } c_1x + c_2y \\ \text{s.a: } x^2 + y^2 &\leq b_1 \\ a_{12}x + a_{22}y &= b_2 \\ x &\geq 0 \end{aligned}$$

- a) Escriba la función de Lagrange
- b) Escriba y explique, de forma desarrollada, las condiciones de K-T
- c) Sabiendo que el punto  $(x^*, y^*)$  cumple dichas condiciones, razone si es máximo global del problema.

**PREGUNTA 4: (2,25 puntos).** Considérese el siguiente problema de programación lineal:

$$\begin{aligned} \text{Max } Z &= 2x_1 + x_2 - x_3 \\ \text{s.a. } x_1 + 2x_2 + x_3 &\leq 8 \\ -x_1 + x_2 - 2x_3 &\leq 8 \\ x_1, x_2, x_3 &\geq 0 \end{aligned}$$

Cuya tabla óptima es:

		2	1	-1	0	0	
		$x_1$	$x_2$	$x_3$	$s_1$	$s_2$	
2	$x_1$	1	2	1	1	0	8
0	$s_2$	0	3	-1	1	1	16
	$z_j$	2	4	2	2	0	
	$w_j$	0	-3	-3	-2	0	16

- Escriba el problema dual y encuentre la solución óptima del problema dual a partir del primal.
- Si se tuviese que escoger entre incrementar el término independiente de la primera restricción o de la segunda, ¿qué elección debería realizarse?. ¿Por qué?.
- Obtenga el intervalo de sensibilidad del término independiente  $b_2$ .
- A partir de la tabla determine la solución óptima si  $c_2=5$ .

**PREGUNTA 5: (1 punto).** Modelice matemáticamente el siguiente problema:

*“El Ayuntamiento de una cierta ciudad dispone de un presupuesto de 4,3 millones de Euros para el próximo año dentro del capítulo de construcción de nuevos colegios. Tras un estudio preliminar, se preseleccionan 6 zonas con un determinado “nivel de satisfacción social” asociado y se pide presupuesto para la construcción de un colegio en cada una de las zonas. Los datos obtenidos son los siguientes:*

	coste (en millones de €)	nivel de satisfacción social
Zona 1	1	10
Zona 2	2.5	40
Zona 3	1	30
Zona 4	1.3	26
Zona 5	2.6	30
Zona 6	1.8	20

*¿En qué zonas debe construir el ayuntamiento los nuevos colegios?”*

**PREGUNTA 6: (1 punto).** Sea el siguiente problema de programación matemática:

*“Una fábrica de muebles produce en una de sus secciones tres modelos de librerías denominados París, Berlín y Viena usando: como materia prima tablero tipo DM, 5 trabajadores que trabajan 40 horas semanales cada uno y tres máquinas iguales que se pueden utilizar indistintamente. Las necesidades para producir una librería de cada modelo, las disponibilidades semanales de cada recurso y los beneficios unitarios de cada tipo de librería vienen dados por la siguiente tabla:*

	París	Berlín	Viena	Recursos
Tablero DM	1	1	3	100
Horas m.o	2	3	3	200
Horas máquina	1	2	2	120
Beneficio (€/unidad)	10	15	21	

*Además por su experiencia comercial la empresa sabe que se venden al menos tantas librerías del modelo París como de los modelos Berlín y Viena conjuntamente.*

*Se desea determinar la cantidad semanal a producir para maximizar el beneficio.”*

Planteado y resuelto el problema usando el programa GAMS se obtuvo la siguiente solución:

S O L V E		S U M M A R Y			
MODEL	MUEBLES	OBJECTIVE	B		
TYPE	LP	DIRECTION	MAXIMIZE		
SOLVER	CPLEX	FROM LINE	17		
****	SOLVER STATUS	1	NORMAL COMPLETION		
****	MODEL STATUS	1	OPTIMAL		
****	OBJECTIVE VALUE		1040.0000		
EQUATION NAME		LOWER	CURRENT	UPPER	
-----		-----	-----	-----	
BENEFICIO		-INF	0	+INF	
TABLERO		80	100	120	
HORAS_PER		175	200	220	
HORAS_MAQ		100	120	130	
DEMANDA		-33.33	0	+INF	
VARIABLE NAME		LOWER	CURRENT	UPPER	
-----		-----	-----	-----	
PARIS		-2	0	1	
BERLIN		-2	0	2	
VIENA		-6	0	9	
B		1.443e-015	1	+INF	
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	EQU BENEFICIO	.	.	.	1.000
----	EQU TABLERO	-INF	100.000	100.000	2.000
----	EQU HORAS_PER	-INF	200.000	200.000	3.000
----	EQU HORAS_MAQ	-INF	120.000	120.000	2.000
----	EQU DEMANDA	-INF	-33.333	.	.
		LOWER	LEVEL	UPPER	MARGINAL
----	VAR PARIS	.	60.000	+INF	.
----	VAR BERLIN	.	20.000	+INF	.
----	VAR VIENA	.	6.667	+INF	.
----	VAR B	-INF	1040.000	+INF	.
****	REPORT SUMMARY :	0	NONOPT		
		0	INFEASIBLE		
		0	UNBOUNDED		

Se PIDE

- La solución obtenida con el GAMS.
- ¿Le interesa a la empresa hacer horas extraordinarias a un precio adicional de 2€? Razone la respuesta.
- ¿Qué cantidad de tablero DM utiliza semanalmente?
- Indique cuál es el rango de variación (sensibilidad) permitido para el beneficio unitario obtenido por las librerías modelo Viena para que no cambie la estructura óptima del problema.

**PREGUNTA 7: (1 puntos). A entregar en el aula informática**