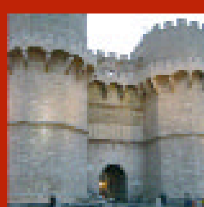
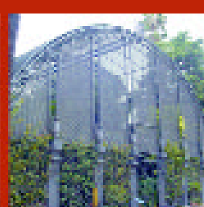
Onofre Monzó
Luis Puig
Tomàs Queralt

I

De les Torres dels Serrans al Jardí Botànic





Títol: Rutes matemàtiques a València
I. De les Torres dels Serrans al Jardí Botànic.
2ª edició modificada.

Onofre Monzó del Olmo
Luis Puig Espinosa
Tomás Queralt Llopis

I.S.B.N.: 978-84-370-6923-4
D.L.:
Printed in Spain
Imprimeix:

RUTES MATEMÀTIQUES A VALÈNCIA

L'ésser humà ve a aquest món amb dos ulls, però només després de pacient ensenyament aprèn a veure. Mitjançant una observació intensiva i una creixent intuïció interna la facultat òptica s'enrobusteix, capacitant-lo per a la creació d'una forma genuïna i, a través d'un lent procés de consideració selectiva, per a l'encunyació de conceptes valoratius d'allò que és artístic. En la nostra època, amb l'èmfasi llibresc del seu sistema educatiu, la capacitat de percepció sensible roman sense desenvolupar i, junt amb ella, el sentit de la bellesa.

Walter Gropius

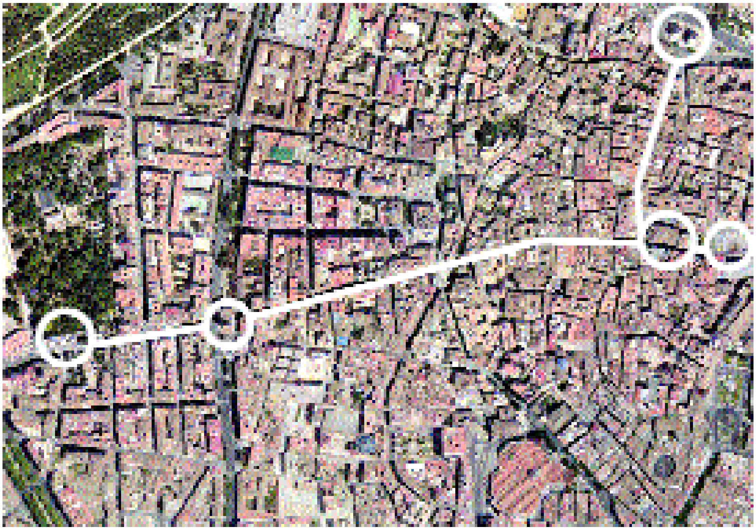
Inicies ara un recorregut en grup pels carrers, places i parcs de València amb la intenció de veure i apreciar les matemàtiques que són presents per tot arreu. Posa't en disposició de veure les matemàtiques del teu voltant, i endavant!
Què hi farem i com?

INSTRUCCIONS I NORMES BÀSIQUES

El més important: segueix les instruccions del monitor i del teu professorat. El recorregut té una durada aproximada de tres hores, durant el qual farem diverses parades. Actua amb precaució durant tota l'activitat.

Hi ha preguntes i propostes que requeriran accions o respostes individuals; d'altres, en parelles o en grup. Hauràs de fer estimacions, mesures, observacions, dibuixos o esquemes, càlculs… i, fins i tot, algunes fotografies. Hi ha activitats que hauràs de fer en un punt concret del recorregut i d'altres, durant tot aquest; algunes activitats hauràs de fer-les en el mateix moment, i d'altres, posteriorment, en classe. Observa especialment el mobiliari urbà (fanals, bancs, papereres, logotips, anuncis, etc.), la geometria del carrer i dels edificis (sòls, portes, reixes, façanes, etc.). Busca cossos i formes (cubs, cilindres, triangles, quadrilàters, còniques, espirals…) i propietats, com ara, paral·lelisme i perpendicularitat, simetries…

Treballa i passa-t'ho ben bé!



DE LES TORRES DELS SERRANS AL JARDÍ BOTÀNIC

El recorregut

Començarem el recorregut en les Torres dels Serrans i finalitzarem en el Jardí Botànic. Al llarg de l'itinerari ens anirem fixant en els diferents elements que poden tindre relació amb les matemàtiques i farem unes parades en què resoldrem les activitats proposades. Hem de prestar atenció al trànsit que hi ha al llarg de la ruta i seguir les indicacions dels monitors i professors.

Les parades:

1 **Torres dels Serrans**
2 **Palau de la Generalitat**
3 **Plaça de la Mare de Déu**
4 **Plaça de la Reina**
5 **Torres de Quart**
6 **Jardí Botànic**

Activitat per a tot el recorregut

Durant el recorregut observaràs la geometria que et rodeja. A més, tracta de localitzar el lloc on s'han pres les fotos que apareixen a continuació, i indica quines idees matemàtiques contenen.

PARADA 1
LES TORRES DELS SERRANS

Situació i context

Començades a construir en 1392 per Pere Balaguer, les Torres naixen com a defensores d'un dels accessos més usats de la València antiga. Circumdades per un fossat, donaven accés als viatgers procedents de la muntanya, conduint des del riu fins al mateix centre històric. Des de 1586 fins a 1887 es van utilitzar com a presó de nobles. En 1865 es derroquen les muralles, amb la qual cosa les Torres queden exemptes. Posteriorment, la seua part posterior va ser descoberta, de manera que des de la Plaça dels Furs es poden observar cinc sales, amb arcs d'ogiva i voltes enervades. Les Torres són un magnífic exponent de l'arquitectura gòtica.

Activitat

Les Torres dels Serrans és una de les portes per què s'accedia a l'interior de la ciutat emmurallada de València. En la seua construcció es van tindre en compte distints factors que feien que la seua defensa fóra el més fàcil possible.

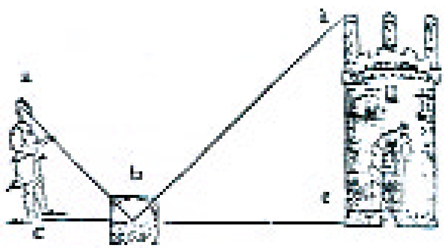
A Observa la forma que té cadascuna de les dues torres. La seua base és un polígon. Quin?

B Enumera els elements geomètrics que es troben a la façana.

C Observa la part posterior que donava a l'interior de la ciutat quan estava emmurallada. Pareix que hi ha un pla de simetria que passaria exactament pel centre de la porta d'entrada a la ciutat. També hi ha un pla imaginari que pareix haver tallat les torres de dalt a baix perpendicularment al sòl, de manera que ens apareixen les seccions dels passadissos interiors. Descriu com són eixes seccions.

D En el primer pis hi ha una finestra molt curiosa. Si haguérem de tapar-la, quina figura geomètrica necessitaríem?

E Des de dalt de les torres es divisa la ciutat. Si disposes d'un pla i una brúixola, series capaç d'orientar el pla?



F Estima l'alçaria de les torres. Després fes servir un espill per a calcular-la aproximadament. Compara la teua estimació amb el teu càlcul i el dels teus companys.

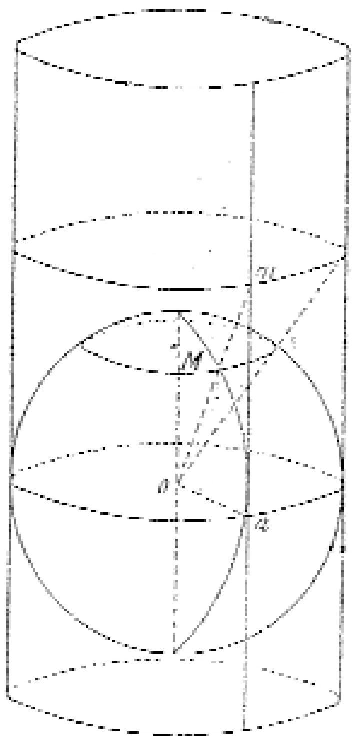
La representació de la superfície de la Terra a un pla

El problema de representar la superfície de la Terra a un pla és antic. Des dels primers mapes perses i xinesos fins a l'actualitat, la cartografia ha intentat donar diferents solucions al problema de representar la superfície de la terra (de forma quasi esfèrica i per tant no desenrotllable) en un pla. Totes les solucions utilitzen un procediment anomenat projecció, que consisteix a posar en correspondència els punts de la superfície d'una esfera amb els d'una figura que puga desenvolupar-se en un pla. Així es pot representar llavors una regió de la superfície de la Terra sobre un pla.

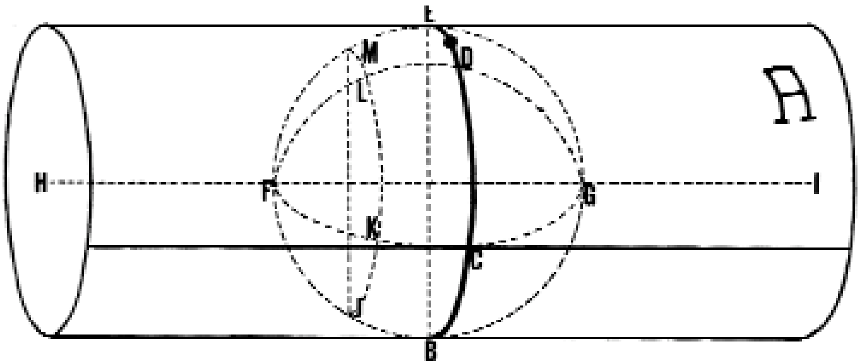
Hi ha diverses maneres de posar en correspondència els punts de la superfície terrestre i els d'un pla. En totes elles, hi ha propietats de les regions que es conserven i propietats que no es conserven. La projecció conforme, conserva els angles: a dos corbes qualssevols de la superfície terrestre que es tallen en un punt, segons un angle α, els corresponen dos corbes sobre el pla que també es tallen segons el mateix angle α. Conservar els angles és el més important si el mapa es vol usar per traçar rumbs.

Projeccions d'aquest estil són les que es fan servir habitualment per als mapes fets a gran escala. Els sistemes de Mercator i de Lambert, que són els més usats, són ambdós projeccions conformes de l'esfera, en el primer cas sobre una superfície cilíndrica i en el segon sobre una superfície cònica. Fixeu-vos que tant la superfície cilíndrica com la cònica es poden desenvolupar en un pla, tallant per una generatriu i aplanant la superfície.

Mercator (1512-1594) va projectar la superfície de la Terra en un cilindre tangent en l'Equador, amb la qual cosa l'eix del cilindre coincideix amb l'eix de rotació de la Terra. Meridians distants angles iguals es transformen en rectes paral·leles equidistants entre si, però els paral·lels distants angles iguals es transformen en rectes perpendiculars a les anteriors, les distàncies de les quals augmenten a mesura que aquestos estan més lluny de l'Equador. El sistema de Mercator conserva els angles, però no conserva la igualtat d'àrees, ja que superfícies amb la mateixa àrea en la Terra, apareixen més grans en la projecció si estan pròximes als Pols que si estan pròximes a l'Equador. Aquesta deformació de la superfície que fa la representació de Mercator es nota poc quan el mapa no és de tot el món sinó només d'una part en què no hi ha molta diferència de latitud.

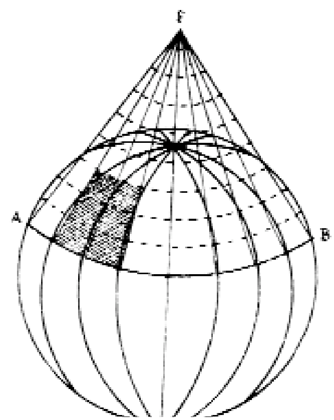


Lambert (1728-1777) va inventar una variant de la projecció de Mercator, que s'anomena Projecció Transversa de Mercator. En aquesta projecció, el cilindre és tangent a un meridià, en compte de tangent a l'Equador, per això s'anomena "Transversa de Mercator", ja que s'ha girat 90° respecte a la de Mercator. Com



a conseqüència d'eixe canvi de posició, ara es conserva la distància entre els paral·lels, però els meridians ni es transformen en rectes ni conserven les distàncies. La projecció que actualment més s'utilitza és la que s'anomena Transversa Universal de Mercator (UTM, en les seues sigles en anglés), que és una variant de la Transversa de Mercator en la que es té en compte que la Terra no és exactament una esfera.

Lambert va inventar també una altra projecció que utilitza un con en compte d'un cilindre. El con es col·loca amb el seu eix coincident amb l'eix de rotació de la Terra, amb la qual cosa la superfície del con és tangent a un paral·lel. Al desplegar la superfície del con s'obté un sector circular en el que els meridians són rectes que passen pel vèrtex del sector circular i els paral·lels són arcs amb centre en eixe vèrtex.



PARADA 2

EL PALAU DE LA GENERALITAT

Situació i context

El Palau de la Generalitat està situat en el barri de la Seu, la part més antiga de la ciutat de València. En aquest barri van estar des dels mes remots orígens fundacionals els principals edificis civils i religiosos, com el fòrum romà, la basílica visigòtica, el palau reial àrab i la mesquita; i, després de la conquesta de Jaume I, la Seu, el palau arquebisbal i altres.

Esplèndid exemple del gòtic civil, amb alguns afegits renaixentistes, la façana que dóna a la plaça de Manises va ser dirigida per l'arquitecte Pere Comte, en 1481. Ha sigut seu de les Corts Valencianes, després de ser-ho de la Diputació i actualment és la seu de la Presidència de la Generalitat. Va ser declarat Monument Històric Artístic en 1931.

Mosaics

Un mosaic és un disseny format per combinacions de figures geomètriques planes, que cobreixen el pla sense deixar buits ni solapar-se. També s'anomena tessel·lat, del llatí tessella, nom que donaven els romans als taulellets usats en els paviments. Les cultures i civilitzacions més antigues han usat els mosaics per a decoració, però també hi ha molts exemples en la naturalesa en què una superfície està recoberta amb formes geomètriques sense deixar buits ni solapar-se.
El mosaic es construeix repetint, de forma ordenada, una o diverses figures geomètriques fins a completar una superfície. Un mosaic s'anomena regular si està construït usant únicament un únic polígon regular, i els vèrtexs del mosaic són també vèrtexs de tots els polígons que concorren en ell. Un mosaic s'anomena semiregular si està construït amb diversos polígons regulars distints (per exemple, triangles i quadrats), amb la condició que tots els seus vèrtexs siguen

iguals. Que dos vèrtexs del mosaic siguen iguals vol dir que la sèrie de polígons que concorren en cada un d'ells és la mateixa (per exemple, triangle, triangle, quadrat, triangle, quadrat). Un mosaic s'anomena uniforme de tipus 2 quan està format per polígons regulars amb dos tipus diferents de vèrtexs. Per a descriure els mosaics utilitzem el símbol de Schläfi, que consisteix a indicar quins polígons concorren en cada vèrtex utilitzant el nombre de costats com a abreviatura del polígon regular corresponent. Així, el mosaic regular d'hexàgons s'anomenarà (6,6,6) o bé 6^3, i el mosaic que hem mencionat com a exemple de semiregular s'anomenarà (3,3,4,3,4).
El motiu mínim d'un mosaic és la figura més xicoteta a partir de la qual és possible construir el mosaic complet, per mitjà de les translacions, girs i simetries que deixen el mosaic invariant, és a dir, per mitjà del que s'anomena les autosimetries, o simplement les simetries, del mosaic.

Activitat

El Palau de la Generalitat consta de tres cossos: dos torrasses i un cos central més baix. És un edifici exempt amb tres portes: la del carrer Cavallers, la de la plaça de Manises i la de la plaça de Sant Bartomeu.

A A la façana que dóna a la plaça de Manises les finestres de la planta baixa tenen decoració geomètrica. Examina els elements de cada finestra. També es poden observar regularitats en la distribució de les finestres. A més, la marqueteria de les finestres forma mosaics. Determina el motiu mínim de cada un d'ells. Descriu de quin tipus de mosaics es tracta, usant el símbol de Schläfi.

B A la façana que dóna a la plaça de Sant Bartomeu es pot veure elements propis de l'art del renaixement: els frontons, les simetries, les proporcions en les finestres... Però no totes les finestres guarden les mateixes proporcions, ja que hi ha finestres quadrades.

C La façana que dóna al carrer de Cavallers és molt semblant a la que dóna a la plaça de Manises. Intenta recordar si hi ha alguna diferència, i després comprova-ho.

PARADA 3

LA PLAÇA DE LA MARE DE DÉU

Situació i context

La plaça de la Mare de Déu ha d'haver format part del gran fòrum de la València romana, on s'encreuaven el Cardo, que havia de correspondre a l'actual carrer del Salvador, i el Decumanus. El Cardo arribava pel nord, més enllà del pont sobre el Túria, fins a la via de Saguntum, i pel sud acabava en una porta situada en l'actual carrer de la Mar. El Decumanus, seguint cap a l'oest l'actual carrer dels Cavallers, arribava fins a les torres de Quart, i per l'est acabava en el carrer del Governador Vell. Precisament en aquesta noble via del Decumanus és on està ara el Palau de la Generalitat i on els nobles valencians es van fer edificar, en el mateix carrer i en les places pròximes, molts palaus els noms dels quals encara corresponen als dels seus propietaris més importants.

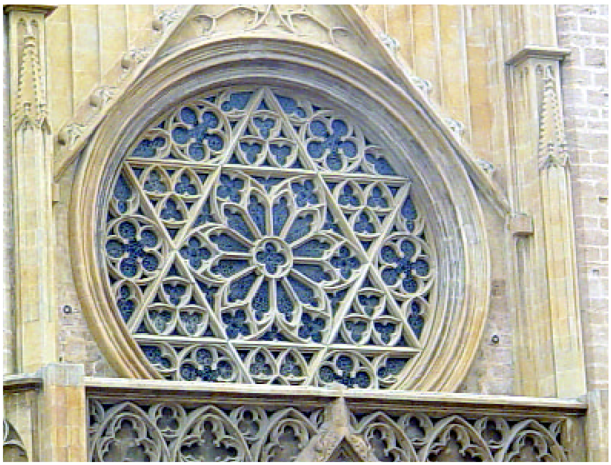
Activitat

A Localitza el lloc de la plaça on s'encreuaven perpendicularment les dues vies que eren els eixos de la ciutat romana. Podries estimar la superfície de la plaça? Quantes persones creus que cabrien si estiguera plena de gent?

B La font de la plaça representa el riu Túria rodejat per unes donzelles, que simbolitzen les séquies de València construïdes pels romans. Sabries identificar la forma de la font?

C En la façana de la Basílica observem tres portes d'accés, una d'elles inutilitzada. Fixem-nos que cada porta té sobre ella un balcó i que la grandària dels tres balcons està en proporció amb la de les tres portes.

D Observa la porta dels Apòstols. Segur que trobaràs elements proporcionals entre si. Sobre ella hi ha una rosassa en què hi ha inscrit un estel de sis puntes, compost per dos triangles equilàters. La rosassa està rodejada per cercles concèntrics, i sobre ella hi ha una cornisa paral·lela als costats d'un dels triangles.



Fes una foto de la porta de manera que aparega la rosassa i identifica les figures geomètriques que t'apareguen en la foto.
Mesura les dimensions de la porta. Si el diàmetre de la rosassa és de 6'5 m, calcula:

- l'escala de la foto que has fet;
- l'àrea de la rosassa.

E Mesura l'angle amb què es veu el llanternó o cimbori amb un goniòmetre o un clinòmetre. El farem servir per a estimar l'alçària de la torre. Caldrà mesurar també des de quina distància a la torre prens aquesta mesura. Per cert, a quin poliedre correspon la forma de la torre?

F Observa la placa commemorativa, en el sòl entre la Basílica i la Catedral, que arreplega el testimoni literari de Tito Livio sobre la fundació de Valentia.

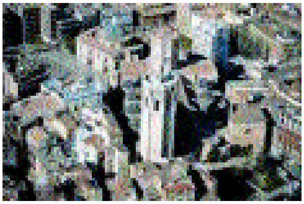
IUNIUS BRUTUS CONSUL HISPANIA IS QUI SUB VIRIATHO MILITAVERANT AGROS ET OPPIDUM DEDIT QUOD VOCATUM EST VALENTIA.

(El cònsol Junio Bruto va donar a Hispània terres i un lloc fortificat, que va rebre el nom de Valentia, als que van lluitar en època de Viriat).

A més hi ha una indicació de l'any en nombres romans. Investiga aquest tipus de numeració i compara-la amb l'actual.

PARADA 4

LA PLAÇA DE LA REINA



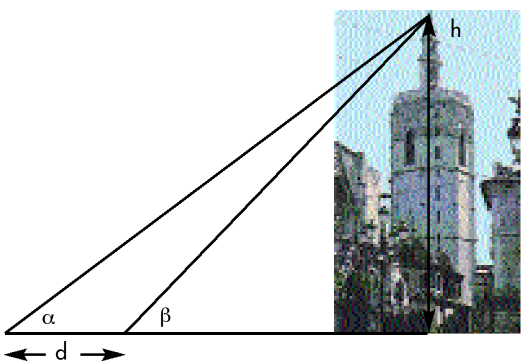
Situació i context

El lloc que actualment ocupa la plaça de la Reina estava constituït per edificis i un laberint de carrers semblant al què es troba al voltant de la Seu. Aquests edificis es van demolir al començament del segle XX, donant lloc al que és actualment la plaça.

Activitat

El que primer crida l'atenció de la plaça de la Reina és la torre-campanar de la Catedral, que anomenem el Miquelet. La torre es va construir en un moment en què la ciutat pugnava en importància amb altres, en un intent de dotar-se de construccions emblemàtiques que la identificaren i mostraren com la més important de l'antic Regne.

A Estima l'alçària del Miquelet, i després fes el càlcul utilitzant algun instrument de mesura. Pots utilitzar l'esquema que s'adjunta i prendre les mesures amb un clinòmetre i una cinta mètrica.



B Davant de la porta barroca de la Catedral, un poc cap a la dreta, hi ha una maqueta del conjunt catedralici. Observa els elements de simetria i descriu-los. Què li faria falta per a ser simètrica? Quina creus que pot ser l'escala utilitzada per a fer la maqueta?

C A la mateixa maqueta, pensada perquè les persones cegues puguen apreciar el que és la Catedral, hi ha una altra més xicoteta de la ciutat. Intenta localitzar distints llocs de la ciutat amb els ulls tancats.

D Molts de nosaltres no sabem el codi que usen les persones cegues per a llegir: es denomina el codi Braille. Intenta identificar alguna lletra del text que apareix. Què pots fer per a descobrir el codi, aprofitant que el text està escrit en castellà?

E A la façana de la Catedral, pot veure's una finestra, la forma de la qual és peculiar. El perímetre de l'obertura de la finestra és una figura geomètrica que s'obté traçant tres arcs de circumferència des dels tres vèrtexs d'un triangle equilàter, prenent com a radi el costat del triangle. Eixa figura geomètrica es coneix amb el nom de triangle de Reuleaux i té la interessant propietat que és una corba d'amplària constant. Aquesta propietat li permet rodar entre rectes paral·leles tocant sempre a ambdós rectes, cada una en un sol punt, i rodar en l'interior d'un quadrat tocant sempre als seus quatre costats, cada un en un punt. A més, és la figura d'amplà-

ria constant de menor àrea, per a un valor donat de l'amplària.
Aquestes propietats geomètriques fan que el triangle de Reuleaux siga adequat per fer peces industrials amb eixa forma per a diversos usos: els trepants que perforen forats quadrats, alguns mecanismes dels projectors de cine, o l'anomenat motor Wankel, en el que el pistó dels motors d'explosió clàssic és substituït per una peça amb forma de triangle de Rouleaux, la qual cosa fa que el moviment siga més suau i silenciós.

F Al carrer de la Barcella observaràs una passarel·la que connecta la catedral amb el Palau arquebisbal. Al mur del Palau arquebisbal hi ha una pedra, datada de l'època romana, que va servir de motle per al recipient que es feia servir com a mesura dels cereals. Eixa mesura s'anomenava "barcella". Al Museu d'Història de València està la barcella original. Investiga sobre la forma del recipient, la seua capacitat i les mesures tradicionals relacionades amb la barcella.

PARADA 5

LES TORRES DE QUART

Situació i context

El Portal de Quart, constitueix junt amb el dels Serrans, anterior en construcció, el principal testimoni de les restes d'una ciutat emmurallada, com ho va ser la València medieval. Es tractava de la porta que enllaçava amb el camí que, passant per Quart, es dirigia cap a Castella, i per tant constituïa una de les principals portes d'accés a la ciutat, junt amb la dels Serrans oberta cap al nord i altres ja desaparegudes (com la de Sant Vicent cap al sud, o la del Mar, cap a l'est i per tant cap al Grau). Es va construir entre 1441 i 1460 i va vindre a substituir un portal menor anterior que no es trobava d'acord amb la importància d'aquest accés a la ciutat.

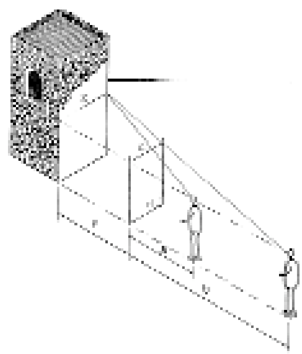
Activitat

A Si observes les Torres des de la part interior de l'antiga ciutat murallada, veuràs certes semblances amb les Torres dels Serrans. Indica-les.

B En l'interior de la Torre observaràs un buit de forma octogonal. Determina la superfície que comprén. Sabries dibuixar un octògon regular amb regle i compàs?

C En línies generals, el Portal segueix també el model de porta flanquejada per torres, però amb unes peculiaritats que la distingeixen de la Porta dels Serrans. La més important és que les torres prismàtiques se substitueixen per torres semicilíndriques. Aquesta característica ha fet que aquestes Torres es relacionen amb el model de l'Arc de Triomf de Castel Nuovo de Nàpols. Com estimaries el volum de cada torre, al ser semicilíndriques?

D Imagina que eres un atacant a les torres i no et pots aproximar per a mesurar la seua amplària. Estima eixa amplària amb algun mètode indirecte de càlcul.



PARADA 6

EL JARDÍ BOTÀNIC

Situació i context

Després d'instal·lar-se en diverses localitzacions, l'any 1802 es decideix emplaçar el jardí botànic de la Universitat en l'hort de Tramoieres, extramurs de la ciutat. Aquesta instal·lació va ser impulsada pel rector de la Universitat de València, Vicente Blasco, amb l'assessorament del botànic Cavanilles. Després de diverses èpoques de decadència, la Universitat va mamprendre una renovació integral del jardí, sota la direcció de Manuel Costa, gràcies a la qual es va poder commemorar el seu 200 aniversari amb l'esplèndid jardí què gaudim actualment.

Activitat

A Observa la façana exterior del Jardí Botànic que dóna al carrer Quart i descriu els elements geomètrics que detectes.

B Quina és la llum de cada finestra circular?

C La dependència d'entrada al jardí té una forma característica, ja que pareix un cilindre. Per a què penses que l'arquitecte ho va dissenyar d'aquesta manera?

D En l'interior del jardí observaràs múltiples connexions entre les matemàtiques i formes de la naturalesa. Descriu alguna d'eixes formes.

E Observa l'umbracle. Determina quin model funcional serviria millor per a descriure la forma de la seua coberta.

Matemàtiques i naturalesa

Segurament observaràs que moltes formes de la naturalesa tenen a veure amb models geomètrics: l'esfera, l'ona, l'hexàgon, el fractal, la paràbola, l'hèlix, l'espiral… Però, per què hi ha formes que són més freqüents que altres? Quina raó determina aquestes formes?

Molts fulles d'arbres tenen un eix de simetria. Els pètals de moltes flors tenen disposicions pentagonals o hexagonals regulars. Les falagueres reprodueixen la idea de fractal. Els troncs de certes palmeres tenen disposició en hèlice. L'espiral empaqueta, per la qual cosa és una bona manera de créixer sense ocupar molt d'espai. Si tallem un bresca d'abelles amb un ganivet, el tall és un mosaic d'hexàgons. Açò és eficaç perquè els hexàgons cobreixen el pla usant relativament menys material per als seus costats que qualsevol altra figura geomètrica.

ALGUNES LECTURES RECOMANADES

Meavilla, V. (1995). *Medir sin esfuerzo*. Colección Saber Hacer. Madrid: Alhambra Longman.

Mora, J. A. y Rodrigo, J. (1993). *Mosaicos*. Colección dos puntos. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.

FECYT

AÑO de la CIENCIA 2007

VNIVERSITAT DE VALÈNCIA

CÀTEDRA DE DIVULGACIÓ DE LA CIÈNCIA

MUSEU DE LES CIÈNCIES PRÍNCIPE FELIPE

VALENCIA

CSIC

MINISTERIO DE CIENCIA Y TECNOLOGÍA

CAM

OBRES SOCIALS

Societat d'Educació Matemàtica de la Comunitat Valenciana "al-Khwarizmi"