APELLIDOS: ____ NOMBRE______________________

Responde razonadamente a las preguntas siguientes. Todas las respuestas tienen que basarse en los métodos generales estudiados en la asignatura, y no en cálculos particulares que aprovechen la sencillez de los problemas.

1. **(*)** Estudia si el conjunto siguiente es convexo:

$$S = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x + y = 7,\ x^2 + y^2 + 2z^2 + 2xy - xz - yz + 40x + 30z \geq 10\}.$$

2. Una empresa puede fabricar tres productos en cantidades x, y, z. El problema siguiente determina cuántas toneladas debe producir anualmente de cada uno para maximizar el beneficio, teniendo en cuenta que el presupuesto para la producción es de 100 u.m. y que no puede emplear más de 40 toneladas anuales de una de sus materias primas:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 10x + 2y + 4z & \text{beneficio} \\ \text{s.a} & 10x + \ \ y + 10z \leq 100 & \text{coste} \leq \text{presupuesto} \\ & \ \ 5x + 3y + \ \ 7z \leq \ \ 40 & \text{materia prima empleada} \leq \text{disponible} \\ & x,\ y,\ z \geq 0 & \end{array}$$

   (a) **(*)** Resuelve el problema y expresa con palabras la solución óptima.

   (b) **(0.2 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre los beneficios de la empresa que pudiera disponer de 42 toneladas anuales de la materia prima?

   (c) **(0.1 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre el beneficio de la empresa que se viera obligada a producir al menos 2 toneladas del tercer producto?

   (d) **(0.2 ptos.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de la materia prima disponible.

   (e) **(0.2 ptos.)** Razona si $(15, 0, -5)$ es una solución básica del problema.

3. Una empresa puede fabricar tres productos en cantidades x, y, z. El problema siguiente determina cuántas toneladas debe producir anualmente de cada uno para maximizar el beneficio, teniendo en cuenta que el presupuesto para la producción es de 100 u.m. y que la producción del segundo no puede exceder en más de 5 toneladas a la del tercero:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & xyz & \text{beneficio} \\ \text{s.a} & 4x^2 + y^2 + 5z = 100 & \text{coste} = \text{presupuesto} \\ & y - z \leq 5 & \\ & x,\ y,\ z \geq 0 & \end{array}$$

   Al resolver las condiciones de Kuhn y Tucker se obtienen los puntos $(5, 0, 0)$, $(0, 0, 20)$, $(5/2, 5, 10)$.

   (a) **(*)** Resuelve el problema y expresa con palabras la solución óptima.

   (b) **(*)** Comprueba explícitamente que la solución óptima cumple las condiciones de Kuhn y Tucker.

   (c) **(0.1 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre el beneficio que el presupuesto de la empresa pasara a ser de 90 u.m.?

4. **(*)** Completa las tablas siguientes para un problema de minimizar de modo que el problema sea del tipo indicado en cada una:

		5		0	0	
	x	y	z	s	t	
y	1		-2		-3	2
s	2		0		4	5

Problema no acotado

		5		0	0	
	x	y	z	s	t	
y	1		-2		-3	2
s	2		0		4	5

Solución de arista finita

		5		0	0	
	x	y	z	s	t	
y	1		-2		-3	2
s	2		0		4	5

Solución de arista infinita

5. **(0.2 ptos.)** Estos puntos los tendrás si las respuestas a las preguntas marcadas con **(*)** están expresadas con precisión.

6. Una empresa puede fabricar tres productos en cantidades x, y, z. El problema siguiente determina cuántas toneladas debe producir anualmente de cada uno para maximizar el beneficio, teniendo en cuenta que el presupuesto para la producción es de 100 u.m. y que es necesario producir al menos 4 toneladas anuales del tercer producto:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 20x + 2y + 4z - x^2 - z^2 & \text{beneficio} \\ \text{s.a} & 3x + y + 10z = 100 & \text{coste} = \text{presupuesto} \\ & z \geq 4 & \text{producción 3er producto} \geq \text{producción requerida} \end{array}$$

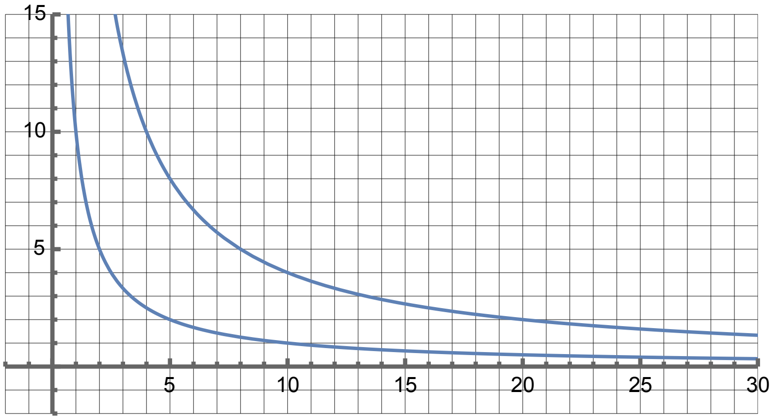
   (a) **(0.4 ptos.)** Resuelve el problema y expresa con palabras la solución óptima.

   (b) **(0.1 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre el beneficio de la empresa que se viera obligada a producir al menos 6 toneladas del tercer producto?

7. **(0.2 ptos.)** Una empresa quiere fabricar entre 10 y 40 toneladas de un producto usando dos materias primas en cantidades x e y. El problema siguiente determina el coste máximo (o mínimo) de las materias primas teniendo en cuenta que la cantidad empleada de la segunda no puede exceder en más de 6 unidades a la cantidad de la primera:

$$\begin{array}{rll} \text{Opt.} & 2x + 5y & \text{coste} \\ \text{s.a} & xy \leq 40 & \text{producción} \leq \text{producción máxima} \\ & xy \geq 10 & \text{producción} \geq \text{producción mínima} \\ & y - x \leq 6 & \\ & x,\, y \geq 0 & \end{array}$$

   Determina gráficamente qué cantidades de las materias primas hacen que el coste sea máximo y cuáles hacen que sea mínimo. Dibuja en la figura todo lo necesario para justificar que las soluciones que das son óptimas y expresa con palabras las soluciones óptimas.



8. Razona la respuesta a las preguntas siguientes:

   (a) **(0.1 ptos.)** Los puntos de Kuhn y Tucker de un problema lineal, ¿son siempre óptimos?

   (b) **(0.1 ptos.)** Las soluciones óptimas de un problema lineal, ¿son siempre puntos de Kuhn y Tucker?

   (c) **(0.1 ptos.)** Las soluciones factibles básicas de un problema lineal, ¿son siempre puntos de Kuhn y Tucker?

APELLIDOS: ________________________ NOMBRE________________

Responde razonadamente a las preguntas siguientes. Todas las respuestas tienen que basarse en los métodos generales estudiados en la asignatura, y no en cálculos particulares que aprovechen la sencillez de los problemas.

1. Una empresa puede fabricar tres productos en cantidades x, y, z. El problema siguiente determina cuántas toneladas debe producir anualmente de cada uno para maximizar el beneficio, teniendo en cuenta que el presupuesto para la producción es de 100 u.m. y que la producción del segundo no puede exceder en más de 5 toneladas a la del tercero:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & xyz & \text{beneficio} \\ \text{s.a} & 4x^2+y^2+5z=100 & \text{coste} = \text{presupuesto} \\ & y-z \leq 5 & \\ & x,\, y,\, z \geq 0 & \end{array}$$

   Al resolver las condiciones de Kuhn y Tucker se obtienen los puntos $(5,0,0)$, $(0,0,20)$, $(5/2,5,10)$.

   (a) **(0.4 ptos.)** Resuelve el problema y expresa con palabras la solución óptima.

   (b) **(0.4 ptos.)** Comprueba explícitamente que la solución óptima cumple las condiciones de Kuhn y Tucker.

   (c) **(0.1 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre el beneficio que el presupuesto de la empresa pasara a ser de 90 u.m.?

2. Una empresa puede fabricar tres productos en cantidades x, y, z. El problema siguiente determina cuántas toneladas debe producir anualmente de cada uno para maximizar el beneficio, teniendo en cuenta que el presupuesto para la producción es de 100 u.m. y que es necesario producir al menos 4 toneladas anuales del tercer producto:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 20x+2y+4z-x^2-z^2 & \text{beneficio} \\ \text{s.a} & 3x+y+10z=100 & \text{coste} = \text{presupuesto} \\ & z \geq 4 & \text{producción 3er producto} \geq \text{producción requerida} \end{array}$$

   (a) **(0.6 ptos.)** Resuelve el problema y expresa con palabras la solución óptima.

   (b) **(0.2 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre el beneficio de la empresa que se viera obligada a producir al menos 6 toneladas del tercer producto?

3. Una empresa puede fabricar tres productos en cantidades x, y, z. El problema siguiente determina cuántas toneladas debe producir anualmente de cada uno para maximizar el beneficio, teniendo en cuenta que el presupuesto para la producción es de 100 u.m. y que no puede emplear más de 40 toneladas anuales de una de sus materias primas:

$$\begin{array}{rll} \text{Max.} & 10x+2y+4z & \text{beneficio} \\ \text{s.a} & 10x+\ \ y+10z \leq 100 & \text{coste} \leq \text{presupuesto} \\ & 5x+3y+\ \ 7z \leq \ \ 40 & \text{materia prima empleada} \leq \text{disponible} \\ & x,\, y,\, z \geq 0 & \end{array}$$

   (a) **(0.8 ptos.)** Resuelve el problema y expresa con palabras la solución óptima.

   (b) **(0.3 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre los beneficios de la empresa que pudiera disponer de 42 toneladas anuales de la materia prima?

   (c) **(0.2 ptos.)** ¿Cómo repercutiría sobre el beneficio de la empresa que se viera obligada a producir al menos 2 toneladas del tercer producto?

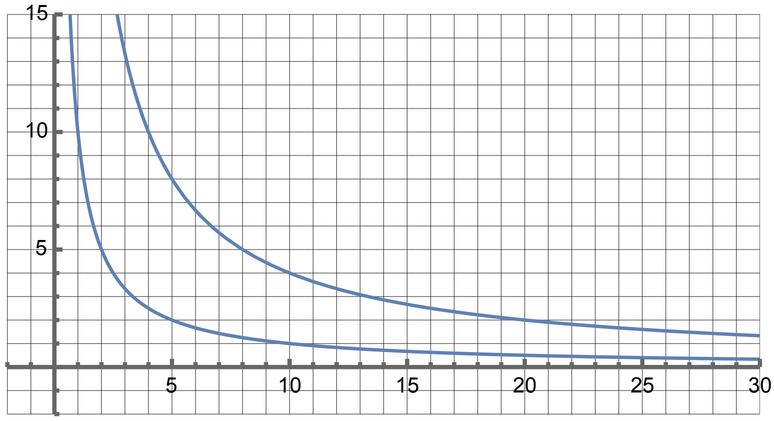
   (d) **(0.3 ptos.)** Calcula el intervalo de sensibilidad de la materia prima disponible.

   (e) **(0.3 ptos.)** Razona si $(15,0,-5)$ es una solución básica del problema.

4. **(0.3 ptos.)** Una empresa quiere fabricar entre 10 y 40 toneladas de un producto usando dos materias primas en cantidades x e y. El problema siguiente determina el coste máximo (o mínimo) de las materias primas teniendo en cuenta que la cantidad empleada de la segunda no puede exceder en más de 6 unidades a la cantidad de la primera:

$$\begin{array}{rll} \text{Opt.} & 2x+5y & \text{coste} \\ \text{s.a} & xy \leq 40 & \text{producción} \leq \text{producción máxima} \\ & xy \geq 10 & \text{producción} \geq \text{producción mínima} \\ & y-x \leq 6 & \\ & x,\, y \geq 0 & \end{array}$$

Determina gráficamente qué cantidades de las materias primas hacen que el coste sea máximo y cuáles hacen que sea mínimo. Dibuja en la figura todo lo necesario para justificar que las soluciones que das son óptimas y expresa con palabras las soluciones óptimas.



5. **(0.4 ptos.)** Estudia si el conjunto siguiente es convexo:

$$S = \{(x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \mid x+y=7,\ x^2+y^2+2z^2+2xy-xz-yz+40x+30z \geq 10\}.$$

6. **(0.4 ptos.)** Completa las tablas siguientes para un problema de minimizar de modo que el problema sea del tipo indicado en cada una:

		5		0	0	
	x	y	z	s	t	
y	1		-2		-3	2
s	2		0		4	5

Problema no acotado

		5		0	0	
	x	y	z	s	t	
y	1		-2		-3	2
s	2		0		4	5

Solución de arista finita

		5		0	0	
	x	y	z	s	t	
y	1		-2		-3	2
s	2		0		4	5

Solución de arista infinita

7. Razona la respuesta a las preguntas siguientes:

   (a) **(0.1 ptos.)** Los puntos de Kuhn y Tucker de un problema lineal, ¿son siempre óptimos?

   (b) **(0.1 ptos.)** Las soluciones óptimas de un problema lineal, ¿son siempre puntos de Kuhn y Tucker?

   (c) **(0.1 ptos.)** Las soluciones factibles básicas de un problema lineal, ¿son siempre puntos de Kuhn y Tucker?

APELLIDOS: ____ NOMBRE______________________

1. Modeliza el problema siguiente. Expresa la función objetivo y las restricciones con la notación matemática usual (no con la notación de LINGO):

   El gerente de una empresa tiene seis trabajadores disponibles para encargarse de dos proyectos que hay que realizar simultáneamente. La tabla siguiente indica el salario que cobrará cada trabajador empleado y una valoración de su nivel de formación:

	Albéniz	Bretón	Clavé	Daza	Eslava	del Fresno
Salario	600	800	1 000	1 200	1 500	1 700
Formación	1	2	4	7	8	10

   Además del salario base, cada trabajador cobrará unas dietas por desplazamiento, que son de 200 u.m. para el primer proyecto y de 250 para el segundo.

   Cada proyecto requiere al menos dos trabajadores, y el gerente quiere que el nivel de formación total de los trabajadores destinados a cada proyecto no sea inferior a 15 unidades.

   Por razones contables, el gerente quiere que el coste de cada proyecto no exceda en más del 10% al del otro. Además Bretón está enseñando el oficio a Clavé, por lo que Clavé no debe ser asignado a un proyecto si no se asigna al mismo también a Bretón.

   Determina qué trabajadores deben asignarse a cada proyecto y cuáles conviene destinar a otras tareas para minimizar el gasto.

Escribe el modelo en la plantilla de la hoja adjunta. Tu respuesta se valorará hasta un máximo de 0.5. Si posteriormente lo resuelves con LINGO sin conjuntos la nota se multiplicará por un factor máximo de 2 (con lo que puedes obtener hasta 1 punto), y si lo resuelves usando conjuntos se multiplicará por un factor máximo de 4 (con lo que puedes conseguir hasta 2 puntos). Si tu solución en LINGO no se corresponde con la plantilla, el modelo que se evaluará será el de la plantilla.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE______________________

Definición de las variables:

Función objetivo (con su interpretación):

Restricción 1 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 2 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 3 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 4 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 5 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 6 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 7 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 8 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 9 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 10 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 11 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 12 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 13 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 14 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 15 (con la interpretación de cada miembro):

Restricción 16 (con la interpretación de cada miembro):

Condiciones de no negatividad, integridad, etc.

APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE____________________

Un consumidor se plantea maximizar la utilidad que obtiene con el consumo de tres productos sin que su gasto exceda las 500 u.m. que tiene disponibles, teniendo en cuenta que necesita al menos 40 unidades de los dos primeros y sabiendo que no puede encontrar más de 30 unidades del tercero:

Max.	$5x + 7y + 4z$	Utilidad
s.a	$10x + 15y + 3z \leq 500$	Gasto
	$x + y \geq 40$	Necesidad de los dos primeros productos
	$z \leq 30$	Disponibilidad del tercer producto
	$x,\, y,\, z \geq 0$	

Variable	Value	Reduced Cost
X	41.00000	0.000000
Y	0.000000	0.5000000
Z	30.00000	0.000000

Row	Slack or Surplus	Dual Price
UTILIDAD	325.0000	1.000000
GASTO	0.000000	0.5000000
NECESIDAD	1.000000	0.000000
EXISTENCIAS	0.000000	2.500000

Objective Coefficient Ranges:

Variable	Current Coefficient	Allowable Increase	Allowable Decrease
X	5.000000	8.333333	0.3333333
Y	7.000000	0.5000000	INFINITY
Z	4.000000	INFINITY	2.500000

Righthand Side Ranges:

Row	Current RHS	Allowable Increase	Allowable Decrease
GASTO	500.0000	INFINITY	10.00000
NECESIDAD	40.00000	1.000000	INFINITY
EXISTENCIAS	30.00000	3.333333	30.00000

Responde a las preguntas siguientes. Excepto en la 1, indica claramente:

A) Dato o datos que usas en la respuesta y su interpretación general (sin tener en cuenta la pregunta o el contexto del problema).

B) Interpretación del dato o datos en el contexto del problema (sin tecnicismos y sin tener en cuenta la pregunta).

C) (Si procede) respuesta razonada a la pregunta.

1. **(0.1 ptos.)** Indica brevemente qué es (qué interpretación tiene) el miembro izquierdo y el miembro derecho de cada restricción.

Gasto	________________	$\leq$	________________
Necesidad	________________	$\geq$	________________
Existencias	________________	$\leq$	________________

2. **(0.8 ptos.)** ¿Qué preferiría el consumidor, ☐ comprar al menos 2 unidades del segundo artículo o ☐ renunciar a 2 unidades del tercero?

3. **(0.4 ptos.)** El consumidor se encuentra con 50 u.m. adicionales que puede dedicar al consumo de los tres productos. ¿Le convendrá aumentar el gasto? ☐ Sí ☐ No. ¿Aumentará el consumo del primer producto? ☐ Sí ☐ No ¿Y el del segundo? ☐ Sí ☐ No ¿Y el del tercero? ☐ Sí ☐ No.

4. **(0.4 ptos.)** La empresa que fabrica el segundo artículo está haciendo una promoción especial que hace que el consumidor valore su utilidad en 8 unidades. ¿Influirá esto en las cantidades consumidas? ☐ Sí ☐ No.

5. **(0.3 ptos.)** Supongamos que la solución hubiera sido:

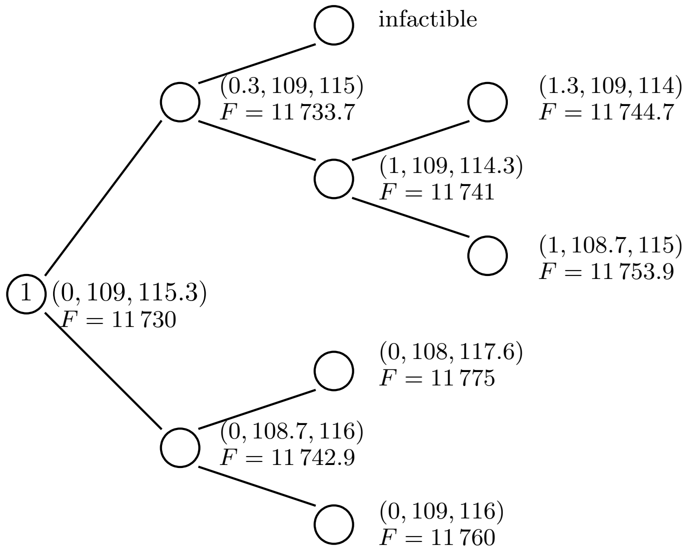
```
       Row     Slack or Surplus      Dual Price
 NECESIDAD         50.00000            0.000000
```

¿Significaría esto que el consumidor preferirá comprar 10 unidades más de los dos primeros productos? ☐ Sí ☐ No. ¿Cuántas comprará en total? ______ unidades.

MATEMÁTICAS II 6-6-25 Recuperación EC

APELLIDOS: ________________________________ NOMBRE____________________

1. Supón que al resolver un problema con variables enteras (x, y, z) has obtenido el árbol siguiente:



   (a) **(0.15 ptos.)** Numera los nodos $1, 2a, 2b, 3a, 3b, 4a, 4b, \ldots$ en el orden preciso que exige el método de ramificación y acotación. Pon sobre cada rama la restricción añadida.

   (b) **(0.2 ptos.)** De los nodos no ramificados, di cuáles están ya cerrados (explicando por qué) y cuáles están pendientes de ramificación, si es que hay alguno pendiente.

   (c) **(0.15 ptos.)** Razona si conocemos ya la solución óptima o si habría que seguir ramificando. Si hay que ramificar, indica qué nodo y con qué restricciones.

2. **(0.2 ptos.)** Construye la tabla del símplex correspondiente a la solución óptima del problema de interpretación.

3. **(0.3 ptos.)** Calcula e interpreta el intervalo de sensibilidad del precio del segundo producto.