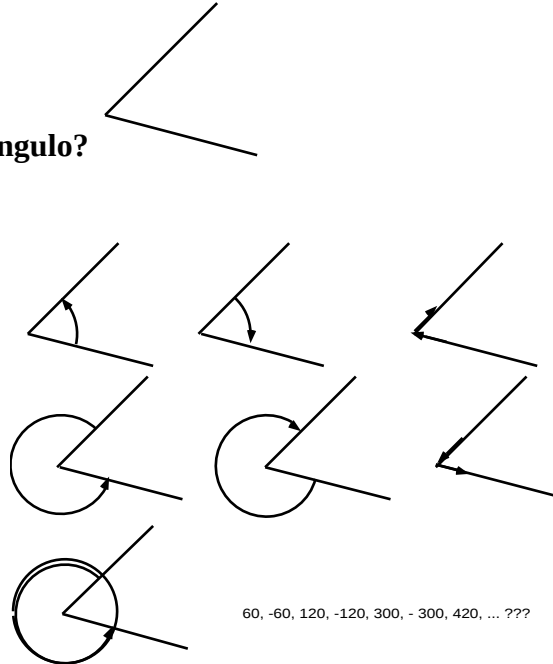


EL ÁNGULO.
ESTUDIO DE UN CONCEPTO GEOMÉTRICO MEDIANTE
REDES ASOCIATIVAS PATHFINDER.

1.- ¿CUÁL ES LA MEDIDA DE UN ÁNGULO?

¿Cuánto mide este ángulo?

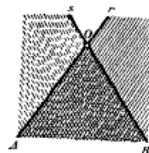


Según como se considere, resulta que un mismo ángulo, tiene distintas medidas.

2.-¿CUÁL ES LA DEFINICIÓN DE ÁNGULO?

- Conjunto de puntos

“Conjunto de los puntos comunes a dos semiplanos, de un mismo plano, cuyos contornos se encuentran en un punto.”

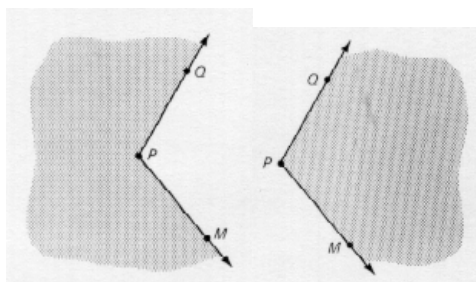


Esta definición tiene varias limitaciones: en primer lugar, no define a un único objeto, sino al menos cuatro objetos diferentes, cuatro ángulos, con lo que la única forma de saber a qué conjunto de puntos nos referimos es señalándolo de un modo especial en el dibujo.

Además, según esta definición ¿cómo se entiende un ángulo de 0° ? ¿y un ángulo de 180° ? ¿y el de 360° ? ¿y los ángulos de más de 360° ? Y en el caso de ángulos como el de -45° , esta definición no tiene sentido.

Conjunto de semirrectas

“ Consideremos dos rayos R_{pq} y R_{pm} que parten del mismo punto P . Estos rayos separan el plano en dos regiones tal como se muestra en la figura:



Cada una de esas regiones se llamará ángulo determinado por los rayos”.

Esta definición tiene las mismas limitaciones de las anteriores. Tampoco diferencia el ángulo cóncavo del ángulo convexo, si no es recurriendo a ayudas en el dibujo.

Cantidad de giro

“La cantidad de giro necesaria para trasladar una línea a la posición de otra”

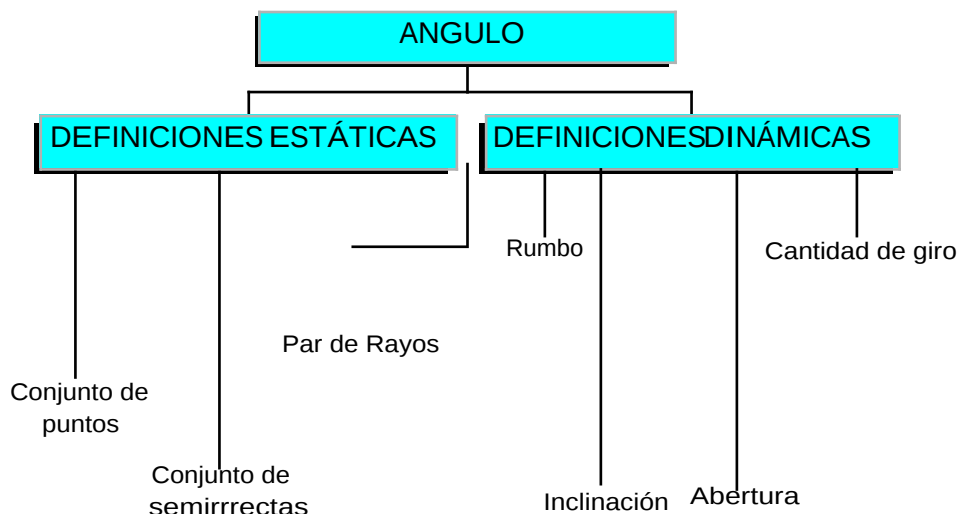
“La cantidad de giro entre dos líneas alrededor de un punto común”

Este tipo de definición contempla la existencia de ángulos mayores de 360° . También tiene en cuenta los ángulos positivos y negativos. Pero también tiene otras limitaciones, pues en realidad ¿es una definición de ángulo o de medida de ángulo?. A la hora de la comprensión por parte del alumno, una cantidad de giro no es algo material ni visualizable fácilmente, al menos en determinadas edades.

Definiciones intuitivas

Hay otro grupo de definiciones que denominamos “intuitivas” que utilizamos en las clases, y que incluyen nociones tales como: “Inclinación”, “Abertura” o “Rumbo”

La conclusión es que no hay una única definición de ángulo.



Todas las definiciones pueden agruparse en dos tipos: estáticas y dinámicas.

Los conceptos básicos, como el de ángulo, no tienen definición verbal precisa, sino que más bien forman una **red cognitiva**. Esta red está formada por elementos que los alumnos adquieren a partir de las definiciones, los ejemplos y la práctica.

Educativamente, quizá la cuestión más importante, no sea encontrar una que sea adecuada, sino, como en otros muchos casos, tratar de que sea el alumno el que

construya su propio concepto de ángulo. Y que lo construya a partir de las situaciones angulares que se le presentan y va manipulando a lo largo de su escolaridad.

3.- LOS EJEMPLOS EN LA PRACTICA EDUCATIVA.

¿Cuáles son los ejemplos que solemos utilizar en la práctica educativa? Existe una amplia variedad de ejemplos, pero podemos agruparlos:

Ángulo considerado como rincón.

- Esquina de una habitación
- Ángulo de un polígono.
- Ángulo que forman las dos caras de una cuña.
- Un abanico.
- ...

Ángulo considerado como par de rayos

- Las dos agujas del reloj.
- Los dedos de la mano.
- El rumbo de una embarcación.
- ...

El problema es que los ejemplos también tienen limitaciones.

- Una puerta que se abre no puede ilustrar la idea de ángulos mayores que 180° .
- Un rincón no sirve para hacernos idea de un ángulo negativo.
- Una aguja que gira nos da idea de un ángulo mayor de 360° , pero la luz giratoria de un faro, no.
- En muchos ejemplos aparecen ángulos formados por superficies, no por líneas.
- ...

4.- CONCEPTOS ASOCIADOS AL DE ÁNGULO.

De la práctica educativa y del empleo de libros de texto en los que aparecen definiciones, ejemplos y ejercicios, podemos extraer un serie de conceptos que están asociados al de ángulo, y que se agrupan según la concepción del mismo que estemos considerando:

- Concepción “estática” de ángulo. Rincón Región angular Lados de un ángulo Rectas secantes.
- Concepción “dinámica” de ángulo. Orientación Giro Dirección Agujas del reloj.
- Conceptos que participan de las dos concepciones. Angulo Abertura Inclinación

Esta es la estructura “lógica” de los conceptos asociados al de ángulo.

Pero entre lo que es la estructura lógica, y lo que es la estructura cognitiva en un alumno en formación, hay diferencias ¿cómo se relacionan los conceptos en la estructura cognitiva del alumno?

5.- LA REPRESENTACIÓN DEL CONOCIMIENTO.

El interés para la enseñanza y la educación, creemos que radica en averiguar cómo se produce la integración de las distintas concepciones de ángulo, de las que hemos hablado, y que van evolucionando, de manera que se modifican a lo largo del tiempo, en la estructura cognitiva del alumno.

Conocer cómo se produce esta evolución, creemos que se puede tratar como un problema de **“adquisición y representación del conocimiento”**.

La representación del conocimiento humano es una de las tareas básicas de la nueva ciencia cognitiva. Su actualidad se pone de manifiesto en tareas como las propias de la Inteligencia Artificial. Muy en resumen consiste en:

- Adquirir el conocimiento que un experto posee acerca de un tema.
- Representar y transmitir la forma en que está organizado ese conocimiento.

De una forma análoga, podemos considerar que conocer qué es lo que nuestros alumnos saben acerca de un tema y transmitirles nuestro conocimiento son tareas propias de nuestro trabajo educativo, tareas que tienen similitud con las de adquisición y representación del conocimiento.

6.- LA INVESTIGACIÓN DEL CONCEPTO DE ÁNGULO. LIMITACIONES METODOLOGICAS.

Nuestro interés radica en dos objetivos. En primer lugar, llegar a conocer la estructura cognitiva de los alumnos en lo que respecta al concepto de ángulo.

Como objeto de investigación, el ángulo creemos que es interesante por las dificultades que al principio destacábamos.

Pero también nos interesa tratar de evitar algunas de las limitaciones que consideramos tienen los métodos actuales.

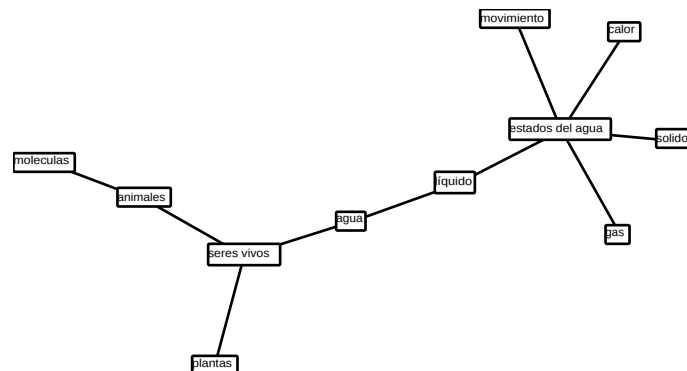
- 1.- Gran inferencia por parte del profesor para expresar lo que el alumno piensa.
- 2.- Trabajos muy laboriosos, que exigen gran esfuerzo en la recogida de los datos y quizá a causa de ello se hacen, en la mayoría de las ocasiones, con muestras muy pequeñas.
- 3.- Análisis de los datos obtenidos casi siempre exclusivamente de tipo cualitativo.

Para cumplir los objetivos de nuestra investigación, necesitaríamos un instrumento que:

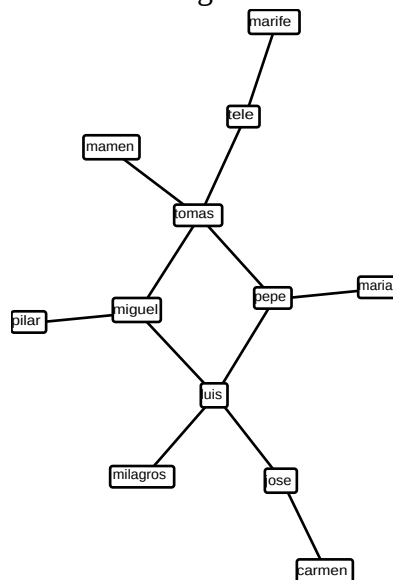
- 1.- Nos permitiera obtener una representación de las asociaciones entre conceptos tal como el alumno las percibe, con la mínima interferencia por parte del profesor, para evitar en lo posible la contaminación de los resultados.
- 2.- Nos permitiera obtener con cierta economía de esfuerzo y medios, los datos pertinentes, de modo que el estudio se pudiera hacer con una muestra suficientemente representativa como para generalizar resultados.
- 3.- Nos permitiera analizar los datos obtenidos de una manera que pudiera cuantificarlos, compararlos y representarlos para que la información obtenida fuera fácilmente interpretable.

7.- REDES ASOCIATIVAS PATHFINDER.

Las Redes Asociativas Pathfinder son representaciones de las relaciones entre conceptos.



Representan una imagen de la estructura cognitiva en una determinada área.



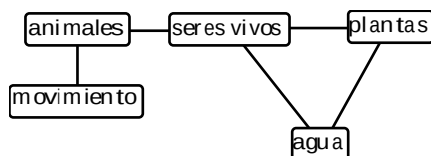
Se obtienen seleccionando, en primer lugar, los conceptos relevantes de una campo de conocimiento:

animales seres vivos plantas movimiento agua

Los conceptos más próximos están más fuertemente relacionados, y los más lejanos, lo estarán menos. Si damos valor numérico a la fuerza de estas relaciones, obtendremos una matriz de datos de proximidad:

	Seres vivos	Plantas	Agua	Animales
Plantas	8			
Agua	7	7		
Animales	8	5	6	
Movimiento	3	1	2	8

Si representamos las relaciones entre los conceptos, dado que todos están más o menos relacionados, obtendríamos una red en la que todos los conceptos estarían relacionados. Pero interesa destacar sólo las relaciones más fuertes. Esto es lo que hace el algoritmo matemático Pathfinder.



Los enlaces entre conceptos pueden ser unidireccionales o bidireccionales, según el tipo de relación entre ellos.

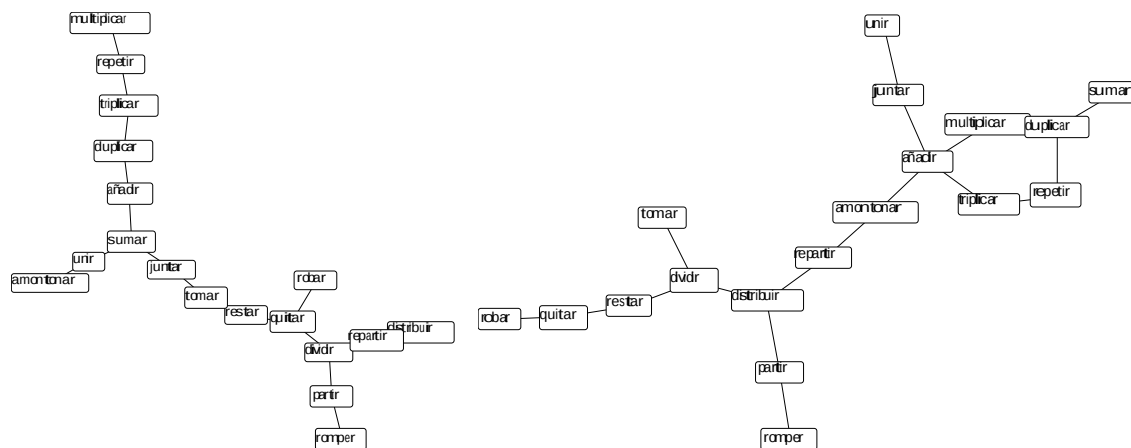
Habitualmente, se trabaja con enlaces bidireccionales, representados por líneas. Los enlaces unidireccionales se representan mediante flechas.

Seleccionando otros conceptos distintos, podemos aplicar las Redes Asociativas Pathfinder a otros campos de conocimiento.

sumar	juntar	unir	amontonar	añadir	restar
robar	quitar	tomar	multiplicar	duplicar	triplicar
repetir	dividir	distribuir	partir	repartir	romper

Y obtendremos distintas representaciones.

Dependerá de los valores de proximidad que cada sujeto considere.



El proceso se lleva a cabo automáticamente mediante el programa **KNOT (Knowledge Organization Tool)**

La obtención de las Redes se lleva a cabo a partir de los datos que el sujeto introduce directamente, sin la intervención del profesor.

Para todos los pares de conceptos que se pueden formar, el sujeto sólo debe señalar cuánta es la relación que él considera que existe entre ellos.

El programa permite, además de representar redes cognitivas:

- Calcular la coherencia de una red, es decir, si ha sido hecha con atención y conocimiento.
- Calcular la similitud entre dos redes.
- Diseñar la red media entre varias.
- Calcular una solución de Escalamiento Multidimensional

Las Redes Asociativas Pathfinder y el programa KNOT permiten, en suma:

- 1.- Obtener una representación de las asociaciones entre conceptos tal como el alumno las percibe, con la mínima interferencia por parte del profesor.

- 2.- Obtener con cierta economía de esfuerzo y medios, los datos pertinentes, con una muestra suficientemente representativa como para generalizar resultados.
- 3.- Analizar los datos obtenidos de una manera que se pueden cuantificar, comparar y representar para que la información obtenida sea fácilmente interpretable.
- 4.- Utilizar métodos tanto cualitativos como cuantitativos.

Esta técnica fue desarrollada a principios de los noventa por Schvaneveldt y su equipo en la Universidad de Nuevo México.

Existe un número creciente de referencias de utilización en el ámbito anglosajón, sobre todo en el campo de la Psicología Cognitiva y en tres ámbitos principalmente: Investigación básica, formación del profesorado y diseño de productos hipermedia.

8.- NUESTRA INVESTIGACION. ESTUDIO EXPLORATORIO.

8.1.- Selección de la muestra:

La muestra final seleccionada se tomó de dos Centros Públicos de Enseñanza.

Por lo que se refiere al primero, se trata de un pequeño centro rural de 5 unidades. Participaron 16 alumnos correspondiente a los cursos 3º (6 alumnos con una media de edad de 9 años) y 4º (10 alumnos con una media de edad de 10 años).

En cuanto al segundo, se trata de un centro urbano, con 24 unidades. En este centro participaron 35 alumnos de los cursos 5º (19 alumnos con una media de edad de 11 años) y 1º de ESO (16 alumnos con una media de edad de 13 años).

Muestra	
Alumnos 3º	6
Alumnos 4º	10
Alumnos 5º	19
Alumnos 1º ESO	16
Total Alumnos	51

8.2.- Selección de instrumentos de obtención de datos.

Los instrumentos seleccionados fueron dos: las Redes Asociativas Pathfinder, que hemos descrito anteriormente y el Índice de Complejidad de Redes.

8.2.1.- Índice de Complejidad de Redes.

Este índice, que proponemos, evalúa de forma cuantitativa la complejidad de una red. Tiene en cuenta tres factores, en los que seguimos el procedimiento propuesto por Novak para evaluar sus mapas conceptuales.

- Las relaciones.

Vienen indicadas por los enlaces entre los nodos de la red. Dado que las redes son grafos, en el sentido matemático del término, la cantidad de relaciones se puede representar en forma numérica por la densidad del grafo, definido como el número de enlaces totales partido por el de enlaces posibles.

- Las jerarquías.

La representación de las jerarquías serían los nodos que llamaremos “múltiples”, entendiendo por tales aquellos a los que llegan más de dos enlaces bidireccionales.

Estos nodos, que tienen más relaciones con los demás, serían más importantes, de mayor “jerarquía”. La mayor jerarquía vendría dada por el mayor número de enlaces que llegan a un nodo, que denominamos “grado”.

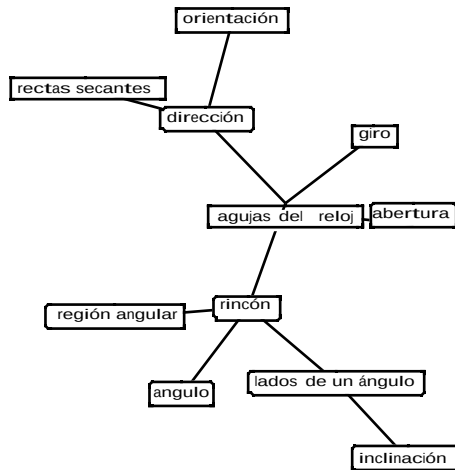
-Las conexiones cruzadas.

En realidad ese aspecto también es, de nuevo, medido por la densidad del grafo, dado que, a mayor número de enlaces, hay más enlaces cruzados entre nodos. La razón es que, al aumentar los enlaces, dado que en este tipo de representaciones todos los nodos

están enlazados, tienen que aparecer otros enlaces por caminos indirectos: en definitiva, enlaces cruzados.

Indice de Complejidad de Redes = $D \times N \times S$
 donde:
 D = Densidad del grafo
 N = Número de nodos múltiples
 S= Suma de los grados de los nodos múltiples.

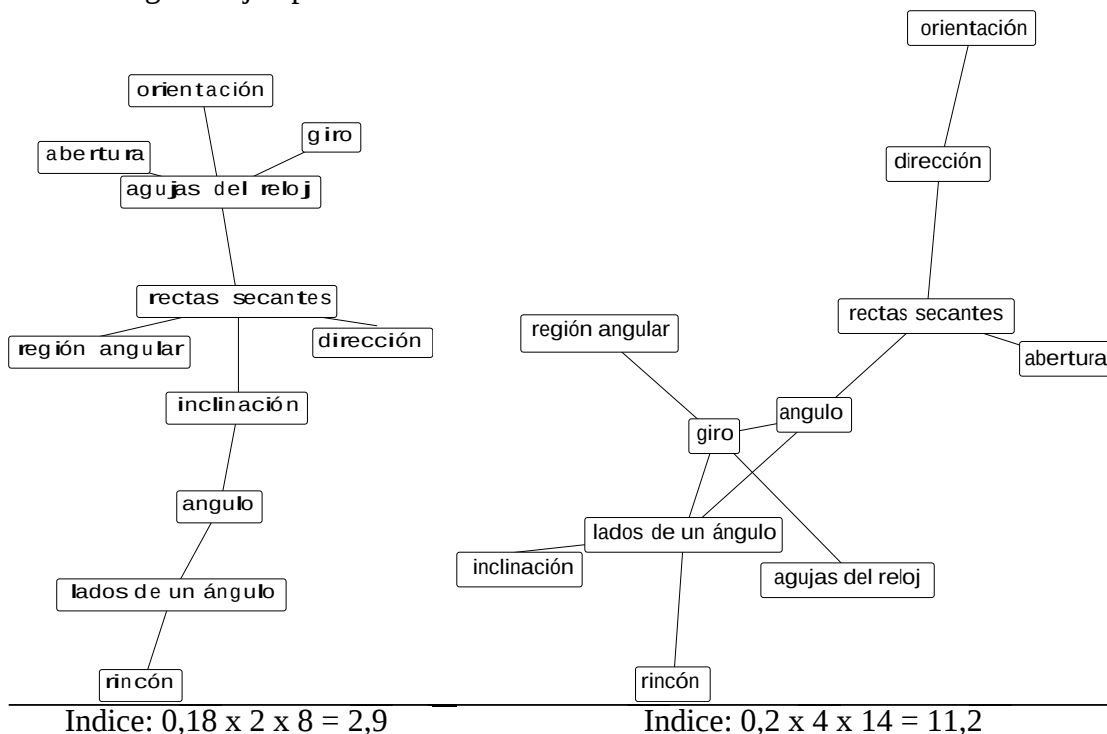
Veamos un ejemplo:



- Densidad del grafo: Tenemos 10 enlaces bidireccionales, o 20 unidireccionales, y hay 110 (11x10) enlaces posibles. La densidad será $20/110 = 0,18$
- Número de enlaces múltiples: Dirección , agujas del reloj y rincón: 3
- Sumas de los grados de los enlaces múltiples: Dirección (3), agujas del reloj (4) y rincón (4): 11

El Índice de Complejidad de para esta red será: $0,18 \times 3 \times 11 = 5,94$

Veamos algunos ejemplos más:



8.3.- Selección de conceptos:

La selección de conceptos a utilizar en la prueba se llevó a cabo mediante:

- Análisis de los libros de texto.

Se seleccionaron los conceptos de los textos de 3º y 4º de Primaria que aparecían más frecuentemente o más destacados en definiciones, ejemplos y ejercicios de los libros de texto.

- Entrevistas al profesor.

Se llevaron a cabo dos entrevistas con los profesores de 3º y 4º curso.

En ellas se anotaron cuáles eran los conceptos utilizados al explicar el de ángulo en los ejemplos utilizados, y en los demás recursos didácticos.

Tras analizar los libros de texto, los resultados de la entrevista, y la literatura científica sobre el tema, se escogieron los siguientes conceptos:

- Concepción “estática” de ángulo. Rincón Región angular Lados de un ángulo Rectas secantes.
- Concepción “dinámica” de ángulo. Orientación Giro Dirección Agujas del reloj.
- Conceptos que participan de las dos concepciones. Ángulo Abertura Inclinación

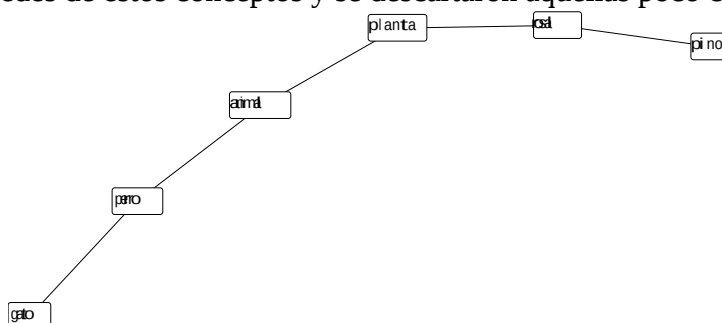
8.4.- Realización de la prueba de accesibilidad.

Se llevó a cabo para garantizar que, los alumnos de menor edad (3º, 4º y 5º) podían realizar la prueba.

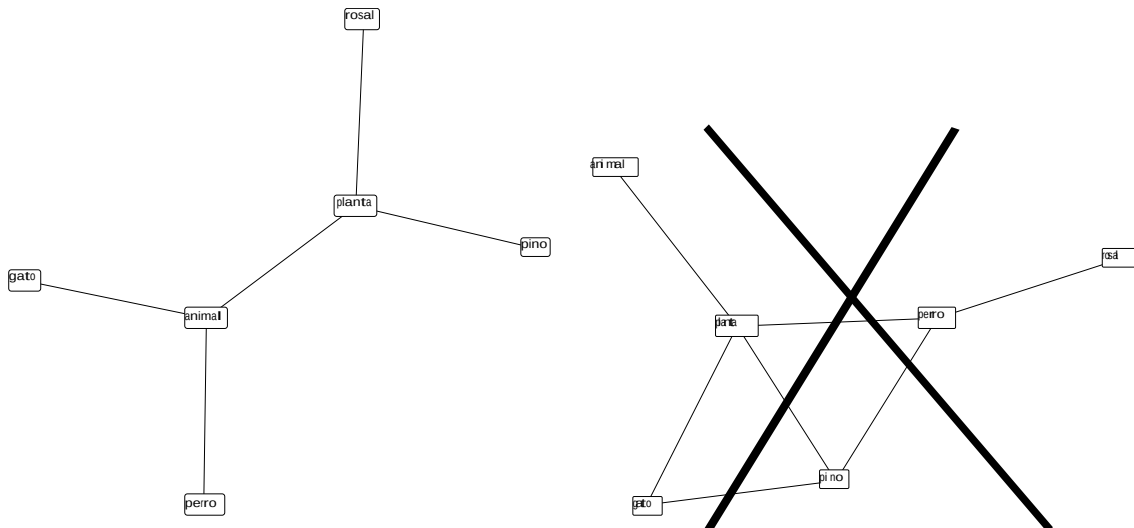
Se utilizaron conceptos sencillos, de un dominio accesible a los alumnos.

Conceptos prueba de accesibilidad:

Perro Gato Animal Planta Rosal Pino



Se obtuvieron redes de estos conceptos y se descartaron aquellas poco coherentes.



Para descartarlas, se utilizó el **Índice de Coherencia**, que se calcula en el programa Knot. Se descartó a aquellos alumnos con coherencia negativa o una desviación típica por debajo de la media.

Servivo 3º			Servivo 4º			Servivo 5º		
1	Carlos	0,9169	1	Belén	0,5004	1	Alberto	0,5430
2	Loren	0,6543	2	Carmen	0,2228	2	Mª Angeles	0,9990
3	Marcos	0,8045	3	Carmen2	0,2228	3	Javier	0,3698
4	Isabel	0,7658	4	Elena	0,8050	4	Victor	0,4420
5	Lourdes	0,5274	5	Eugenio	0,6014	5	Matias	0,7733
6	Mónica	0,9672	6	Jesús	0,1428	6	Laura	-0,0641
Media: 0,7727			7	Pilar	0,9990	7	Maria R.	0,9451
Desviación típica: 0,1636			8	Soraya	-0,1533	8	M.Enrique	0,1441
			9	Victor	0,9594	9	Rosalía	0,8658
			10	Yanira	0,8971	10	Roberto	0,5231
			Media: 0,5197			11	Alejandro	0,4144
			Desviación típica: 0,3979			12	Amanda	0,3372
						13	Maria I.	0,4368
						14	Iván	-0,1863
						15	Jose M.	0,9382
						16	Rubén	0,7243
						17	Jesús	0,8732
						18	Cristina	0,0393
						19	J. Luis	0,5641
						Media: 0,5096		
						Desviación típica: 0,3518		

8.5.- Aplicación de la prueba.

La prueba se llevó a cabo en ordenadores Macintosh a los que los alumnos fueron accediendo durante dos días.

Se facilitó a todos los alumnos la misma información:

“En el ordenador van a aparecer una serie de palabras que tienen algo que ver unas con otras, que tienen cierta relación: poca, mucha o regular. Tú tienes que indicar cuánta. Si señalas con el ratón a la derecha es mucha, si señalas a la izquierda es poca, y hacia el centro es regular”.

Use the mouse to rate the concepts:

líquido
calor

Low Relatedness High

Left

8.6.- Análisis de los resultados.

En esta segunda parte de nuestro estudio, obtuvimos datos de 47 alumnos, que no habían sido descartados tras realizar la prueba de accesibilidad.

De nuevo se aplicó el Índice de Coherencia para identificar a aquellos alumnos que no habían realizado la prueba con atención o no conocían suficientemente el campo de conocimiento.

Coherencia Angulos 3			Coherencia Angulos 4		
1	Carlos	0,5803	1	Belén	0,3098
2	Loren	0,3243	2	Carmen	0,1766
3	Marcos	-0,0632	3	Carmen2	0,5520
4	Isabel	0,2134	4	Elena	0,3485
5	Lourdes	0,3244	5	Eugenio	0,1266
6	Mónica	-0,0098	6	Jesús	0,1615
Media: 0,2282			7	Pilar	0,3316
Desviación típica: 0,2384			8	Víctor	0,1843
Coherencia Angulos 5			9	Yanira	-0,7044
1	Alberto	0,1207	Media: 0,1652		
2	M ^a Angeles	-0,4168	Desviación típica: 0,3516		
3	Javier	-0,0304	Coherencia Angulos 1º E		
4	Víctor	0,2326	1	Abel	0,4932
5	Matías	0,1318	2	Lucía	0,3134
6	María R.	0,3112	3	Rafael	0,4630
7	Rosalía	0,1052	4	David	0,3975
8	Roberto	0,1322	5	María	-0,1993
9	Alejandro	0,2788	6	Corbacho	0,0069
10	Amanda	0,3701	7	Eva	0,1392
11	María T.	-0,1937	8	Esther	0,5103
12	Jose M.	0,3325	9	Jairo	0,2927
13	Rubén	0,0055	10	Lorena	-0,0608
14	Jesús	0,3286	11	Noemí	0,4742
15	Cristina	0,3601	12	Javier	0,2952
16	J. Luis	0,7227	13	Ismael	0,0571
Media: 0,1744			14	Jose M.	0,0571
Desviación típica: 0,2610			15	Abel2	-0,1979
			16	Erica	0,1831
			Media: 0,2016		
			Desviación típica: 0,2400		

Tras calcular el índice de coherencia, se descartó a los alumnos con coherencia negativa o una desviación típica por debajo de la media.

Muestra definitiva	
Alumnos 3º	4
Alumnos 4º	8
Alumnos 5º	12
Alumnos 1º ESO	10
Total Alumnos	34

A esta muestra de alumnos se le aplicó el Índice de Complejidad de Redes

Complejidad Alumnos 3º		Complejidad Alumnos 4º	
Alumno 1	0,8	Alumno 1	10,4
Alumno 2	2,2	Alumno 2	13,1
Alumno 3	2,9	Alumno 3	2,5
Alumno 4	2,5	Alumno 4	0,7
		Alumno 5	0,9
		Alumno 6	9,6
		Alumno 7	11,3
		Alumno 8	6

Complejidad Alumnos 5º

Alumno 1	2,5
Alumno 2	4,9
Alumno 3	0,9
Alumno 4	5,4
Alumno 5	2,5
Alumno 6	5,4
Alumno 7	11,2
Alumno 8	5
Alumno 9	1,2
Alumno 10	2,5
Alumno 11	3,2
Alumno 12	2,2

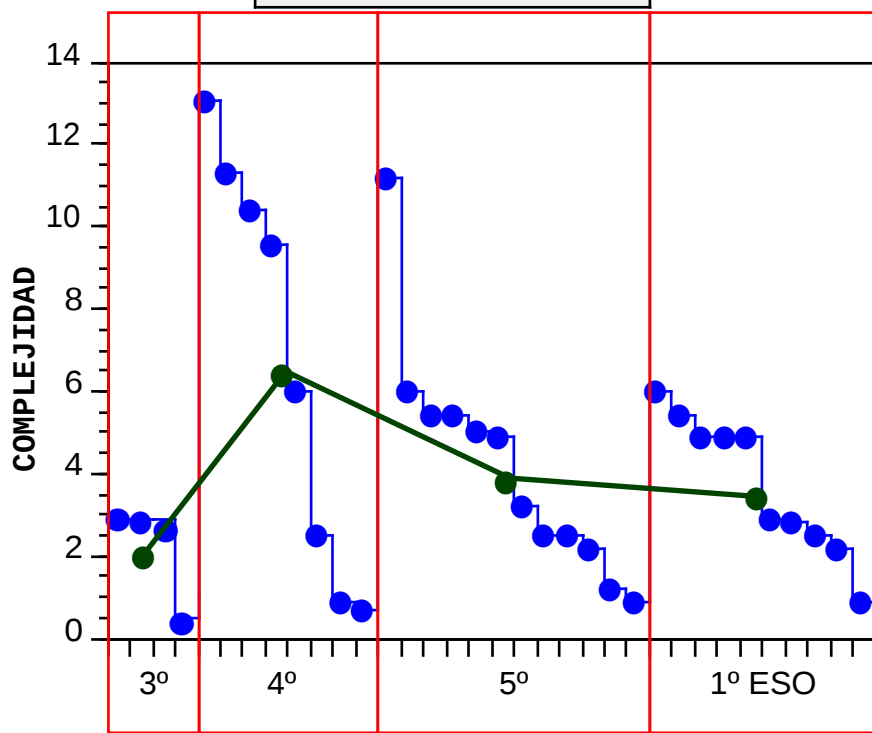
Complejidad Alumnos 1º ESO

Alumno 1	2,8
Alumno 2	4,9
Alumno 3	4,9
Alumno 4	4,9
Alumno 5	6
Alumno 6	2,5
Alumno 7	2,9
Alumno 8	5,4
Alumno 9	0,9
Alumno 10	2,2

Veamos una representación gráfica de los valores del Índice de Complejidad de Redes. Ordenemos estos resultados de mayor a menor según cada curso. Veamos además cuál es la media para cada curso.

Media de los Indices de Complejidad

Indice alumnos 3º:	2,1
Indice alumnos 4º:	6,8
Indice alumnos 5º:	3,9
Indice alumnos ES0:	3,7



Observando los datos, podemos comprobar:

- En 3º las redes son muy simples.
- En 4º son más complejas.
- En 5º baja su complejidad.
- En los alumnos de ESO son aún menos complejas.

Nuestra interpretación de estos datos es la siguiente:

- Para los alumnos de 3º curso los conceptos están muy poco organizados, y guardan poca relación unos con otros. Esto es lógico, pues es el curso donde sólo han ido empezando a estudiar el concepto de ángulo.
- A partir de 4º empiezan a crearse más enlaces entre estos conceptos, aunque todavía están bastante desorganizados. Aumenta la complejidad media de las redes de los alumnos.
- A partir de 5º parece que los conceptos se van organizando y las redes cognitivas, en lugar de hacerse más complejas, tienden a simplificarse, nucleándose en torno a cada vez menos conceptos. Estos conceptos “nucleares” serían los puntos clave a los que el alumno “ancla” su estructura cognitiva.
- En la ESO, estos conceptos clave aparecen como mejor establecidos y se van nucleando en torno a las concepciones “estática” y “dinámica” del concepto de ángulo. Aparece en estas representaciones el concepto de “ángulo” como concepto central al que el alumno va “anclando” otros conceptos más concretos.

Estos resultados son, aparentemente, paradójicos, pues parece que, de acuerdo con las leyes del desarrollo psicológico, estas redes debieran hacerse más complejas con la edad.

Nuestros datos indican que esto no ocurre así.

Nuestra interpretación es que, conforme avanza el dominio de un campo de conocimiento, hay ciertas relaciones entre conceptos que se hacen más importantes que las demás, y se convierten en las más utilizadas por el alumno.

Utilizando un símil geográfico, sería como si conforme avanza nuestro conocimiento de una región, utilizáramos sólo las carreteras principales, dejando las secundarias para usos ocasionales.

8.7.- Conclusiones.¹

Sobre la metodología utilizada

- Se ha llevado a cabo un estudio de la representación del conocimiento como área de investigación.
- Se ha procedido a una revisión de las técnicas habitualmente utilizadas en este campo.
- Se ha realizado un estudio detallado de las redes Pathfinder y sus aplicaciones, analizando sus posibilidades teóricas y su aplicación práctica a través del programa Knot.
- La técnica Pathfinder se revela como un buen instrumento para la representación de la estructura cognitiva de los alumnos.
- El “Índice de complejidad de Redes” permite estudiar con un enfoque cuantitativo la complejidad de las redes Pathfinder.

Sobre el objeto de estudio

- Se ha realizado un estudio exploratorio que refleja el tratamiento y evolución del concepto a lo largo de los distintos cursos de la enseñanza obligatoria.
- Se ha comprobado que el concepto de ángulo es muy complejo y evoluciona lentamente en la mente del alumno, estructurándose en torno a conceptos cada vez más inclusivos.

¹ Estas conclusiones son referidas al trabajo completo de investigación, más amplio que lo expuesto en este resumen.

- Los “conceptos nucleares” que aparecen en nuestro estudio confirman los dos enfoques “estático” y “dinámico” del ángulo.
- La evolución del concepto de ángulo se hace de tal manera que las redes cognitivas de los alumnos son más sencillas conforme avanza la edad y el conocimiento de la materia.

8.8.- Limitaciones del estudio

- La muestra, al tratarse de un primer estudio exploratorio, es pequeña.
- Se trata de una muestra no aleatoria, por lo que no pueden generalizarse conclusiones.
- En un posterior estudio es necesario efectuar un contraste de tipo estadístico más detallado.
- Sería útil hacer un análisis descriptivo más detallado de las redes individuales
- Es precisa una mayor atención al tratamiento de los datos obtenidos de alumnos con bajo Índice de Coherencia.
- La técnica Pathfinder debiera ser complementada con otras.

8.9.- Problemas abiertos y sugerencias para nuevas investigaciones.

- Es necesario ampliar el rango de edades de los alumnos integrantes de la muestra para confirmar la tendencia en la evolución de las redes cognitivas.
- La investigación en la idea de “conceptos nucleares” puede ser profundizada.
- Sería necesario “refinar” el Índice de Complejidad de Redes, limitando su variabilidad.
- Convendría analizar la red conceptual presente en el libro de texto que utilizan alumno y profesor y las interacciones de las redes de unos y otros.
- Sería interesante estudiar la transferencia de las redes cognitivas del profesor al alumno.
- La metodología empleada podría utilizarse en el estudio de otros tópicos matemáticos.

9.- BIBLIOGRAFIA

- Bajo, M.T. y Cañas, J.J. (1.994). Métodos indirectos de adquisición del conocimiento. En Adarraga, P. y Zaccagnini, J.L. (eds.), Psicología e Inteligencia Artificial. Trotta. Madrid
- Barab, S y otros. (1996). Assessing Hypermedia Navigation through Pathfinder: Prospects and Limitations. Journal of Educational Computing Research; v15 n3 p185-205.
- Berger, C. y Dershimer, Ch. (1993) Using Technology to Measure Change in Students' Science Learning. Presented at the National Association for Research in Science Teaching. Atlanta Georgia, Abril 1993.
- Byrne, C. y McCracken, S. (1999) An Adaptive Thesaurus Employing Semantic Distance, Relational Inheritance and Nominal Compound Interpretation for Linguistic Support of Information Retrieval. Journal of Information Science; v25 n2 p113-31
- Casas L. y Luengo, R. (1.999) La exploración de la estructura conceptual en los alumnos. Un método empírico: las Redes Asociativas Pathfinder. En “Campo Abierto”, n ° 16. Pags. 13 a 33. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Badajoz.
- Casas, L. y Luengo, R. (2.000) Aproximación al concepto de ángulo a través de redes asociativas Pathfinder en alumnos de educación primaria y secundaria obligatoria. En “Campo Abierto”, n° 17. Pags. 39 a 60. Revista de la Facultad de Educación de la Universidad de Extremadura. Badajoz.
- Contreras, A. (1.993) Evolución de concepciones sobre nociones geométricas elementales en entornos de programación con el lenguaje logo. Tesis Doctoral. Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Diekhoff, G. (1983) Relationship judgements in the evaluation of structural understanding. Journal of Educational Psychology, 71, 64-73.

- Eckert, A. (1997) Die Netzwerk Elaborierungs Technik (NET) - Ein Instrument zur computerunterstützten Diagnose von Wissensstrukturen. En E. Witruk & G. Friedrich (Hrsg.), Pädagogische Psychologie - Streit um ein neues Selbstverständnis (pags. 168-176). Landau: Verlag Empirische Pädagogik.
- Ennis, C. y otros.(1997) The Influence of Teachers' Educational Beliefs on Their Knowledge Organization. Journal of Research and Development in Education; v30 n2 p73-86.
- Geeslin, W. y Shavelson, R. (1975) An exploratory analysis of the representation of a mathematic structure in students' cognitive structure. American Educational Research Journal, 12, 21-39.
- Goldsmith, T. y otros. (1991) Assessing Structural Knowledge. Journal of Educational Psychology; v 83 n 1 p 88-96.
- Gomez, R. y Housner, L (1992). Pedagogical Knowledge Structures in Prospective Teachers. Eric ED351307.
- Gonzalvo, P. y otros. (1994) Structural Representations in Knowledge Acquisition. Journal of Educational Psychology; v86 n4 p601-16.
- Johnson, P. y otros (1994) Locus of Predictive Advantage in Pathfinder-Based Representations of Classroom Knowledge. Journal of Educational Psychology; v86 n4 p617-26.
- Jonassen, D. y otros (1993) Structural Knowledge: Techniques for Representing, Conveying and Acquiring Structural Knowledge. Hillsdale, NJ: Laurence Erlbaum Associates.
- KNOT Software. (1989) Interlink, Inc. P.O. Box 4086 UPB, Las Cruces, NM 88003-4086.
- Koneman, Ph. y Jonassen, D. (1994) Hypertext Interface Design and Structural Knowledge Acquisition. ERIC ED373727
- Kokoski, T. y Housner, L. (1994) Pathfinder Analysis of Knowledge Structures: An Exploratory Investigation of Math and Science Teacher Educators. ERIC ED376218.
- Kruscal, J. (1964) Multidimensional scaling by optimizing goodness of fit to a non-metric hypothesis. Psychometrika, 29, 1-27.
- Luengo, R. (1991): Logo en el entorno Hypercard: Un intento de utilizar el ordenador en la enseñanza de una forma no convencional. Tesis Doctoral. ICE de la UNEX (Badajoz, Marzo de 1991).
- Luengo, R. (1997) Geometría Diferencial Logo. El ejemplo de los Poligonos Nazaríes. Número monográfico de la revista Epsilon Nº 38. Pags. 81 a 100. Sociedad Andaluza de Educación Matemática “Thales”. Sevilla
- Magina, S. y Hoyles, C. (1991) Developing a map of children's conceptions of angle. Proceedings Fifteenth PME Conference.,p. 358-364.
- McGaghie, W. (1.996) Comparison of Knowledge Structures with the Pathfinder Scaling Algorithm. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research (New York, April 8-12, 1996)
- Mitchelmore, M. C. (1990). Psychologische und mathematische Schwierigkeiten beim Lernen des Winkelbegriffs. Mathematica Didactica, 13(2), 19-37.
- Mitchelmore, M. C. y White, P. (1998 b). Development of angle concepts: A framework for research. Mathematics Education Research Journal, 10(3), 4-27.
- Noss, R. (1987) Children's learning of geometrical concepts through Logo. Journal for Research in Mathematics Education. Vol 18, 5, 343 - 362.
- Novak, J y Gowin, D. (1.988). Aprendiendo a aprender. Martínez Roca. Barcelona.
- Schvaneveldt, R.W.(Ed.) (1.989). Pathfinder Associative Networks. Studies in Knowledge Organization. Ablex. Norwood, N.J.
- Shavelson, R. (1972). Some aspects of the correspondence between content structure and cognitive structure in physics instruction. Journal of Educational Psychology, 63, 225-234.
- Vasco, C. El archipiélago angular. Memorias - III Congreso Iberoamericano de Educacion Matemática. Caracas, 26 al 31 de julio de 1998
- Wilson, J. (1998) Differences in Knowledge Networks about Acids and Bases of Year-12, Undergraduate and Postgraduate Chemistry Students. Research in Science Education; v28 n4 p429-46