

HACIA UNA INSTRUCCIÓN BASADA EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS: LOS TÉRMINOS PROBLEMA, SOLUCIÓN Y RESOLUCIÓN

ANTONIO CODINA

acodisan@yahoo.es

ANTONIO RIVERA

arivera@mail.cinvestav.mx

Departamento de Matemática Educativa • CINVESTAV-IPN

En los recientes cambios curriculares, se puede observar a nivel de documentos, cómo la instrucción basada en la resolución de problemas está siendo incorporada como eje que vértebra la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas. En la actualidad, a nivel de implementación, la resolución de problemas como metodología de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas, se encuentra en un estado incipiente y los profesores aún carecen de información y materiales específicos suficientes para llevarla a cabo. Por esta razón y, con el propósito de que el docente avance en este proceso de transición hacia las nuevas concepciones de enseñanza y aprendizaje, es conveniente que se haga una reflexión sobre lo que significa una instrucción basada en la resolución de problemas, y para ello, con el afán de apoyar al profesor en esta reflexión, presentamos un análisis acerca de los términos problema, resolución y solución de un problema.

INTRODUCCIÓN

La Resolución de Problemas como campo de investigación en Matemática Educativa está teniendo un gran auge desde la década de los ochentas. La producción científica y técnica se incrementó notablemente a partir del documento *An Agenda For Action* del NCTM de 1980 donde se afirma: “la resolución de problemas debería ser un eje para las matemáticas escolares...” (Lester, 1994, p.661). Nótese por ejemplo, que en el ICME-4 de 1980 celebrado en Berkeley, California, sólo existió una sesión sobre resolución de problemas, mientras que en el siguiente ICME-5 de 1984 celebrado en Adelaida, Australia, la resolución de problemas fue uno de los mayores temas de discusión estando entre los siete más importantes del congreso.

En Gómez, P., y Rico, L. (Eds.). *Iniciación a la investigación en didáctica de la matemática. Homenaje al profesor Mauricio Castro*. Granada: Editorial Universidad de Granada.

Este fuerte incremento se puede observar también por el número de libros que versan sobre este tema como son *Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición* (Mayer, 1983), *Mathematical Problem Solving* (Schoenfeld, 1985) y compilaciones como *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspective* (Silver, E. A., 1985). Debido a la investigación en este campo, en 1989 el NCTM en su documento *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, recoge como uno de los ejes curriculares inmerso en todos los niveles de enseñanza, la resolución de problemas bajo la denominación “Las Matemáticas como Resolución de Problemas”. En una versión más reciente y que ahora lleva por título *Principles and Standards for School Mathematics* (NCTM, 2000), aparece un estándar titulado: “Resolución de problemas”.

Asimismo, la instrucción basada en la resolución de problemas está siendo incorporada en programas educativos de distintos países; por ejemplo, analizando el currículum español, en el Boletín Oficial del Estado N° 220, (M.E.C., 1991, p.75) se señala:

Es necesario relacionar los contenidos de aprendizaje de las matemáticas con la experiencia de los alumnos y alumnas, así como presentarlos y enseñarlos en un contexto de resolución de problemas y de contraste de puntos de vista en esta resolución.

En México, Rivera, A. y Santos, M. (En prensa), como parte de un proyecto de la Sociedad Matemática Mexicana llevado a cabo entre los años 1997 y 1999, revisaron los planes y programas de estudio de veintiocho instituciones mexicanas en relación con la educación matemática del nivel medio superior; entre los que encontraron la resolución de problemas como propuesta de enseñanza. Es importante hacer notar que la investigación en resolución de problemas ha revertido, en parte, sus resultados en los sistemas educativos de los países a través de los diseños curriculares que son, en primera instancia, los que dirigen el proceso educativo del país.

Ahora bien, la resolución de problemas se encuentra en un estado incipiente respecto a la implementación en los centros de enseñanza; como metodología, es un recurso a través del cual se desea generar los contenidos de enseñanza y es considerada como parte integral de todo el aprendizaje de las matemáticas y no como parte aislada de los programas instruccionales (NCTM, 2000).

Es nuestra impresión, así como la que obtuvieron Rivera y Santos en su estudio, que los programas educativos se quedan a nivel declarativo y de intenciones, sin profundizar ni reflexionar acerca de cómo llevar a cabo la propuesta de enseñanza basada en la resolución de problemas, dejando toda o casi toda la responsabilidad de dicha implementación a los profesores. Por ejemplo, en el estándar dedicado a la resolución de problemas (NCTM, 2000), se puede observar cómo se dirigen al profesor con frases como: “el profesor debería...”, “el profesor tiene que...”, pasando después a la descripción de lo que significa una metodología basada en la resolución de problemas tomando como base el análisis de diversos ejemplos para los distintos niveles; así, para los grados 9-12, utilizan tres ejemplos para reflexionar sobre la resolución de problemas para esos niveles.

Si bien es cierto que dicho documento ha producido un cambio sustancial en el tratamiento pedagógico-didáctico de la resolución de problemas, pues proporciona pequeñas guías para el docente a través de ejemplos concretos, es conveniente que el profesor realice una reflexión sobre lo que significa una instrucción basada en la resolución de problemas. Por esta razón y, con el propósito de que el docente avance en este proceso de transición hacia las nuevas concepciones de enseñanza y aprendizaje, presentamos un primer análisis acerca de los términos problema, resolución y solución de un problema.

LOS TÉRMINOS PROBLEMA, RESOLUCIÓN Y SOLUCIÓN DE UN PROBLEMA

Concepción coloquial

Los humanos se caracterizan, entre otras cosas, por la capacidad de hablar y expresarse mediante signos orales y escritos. El lenguaje hablado cotidiano es el principal medio de comunicación entre los humanos, teniendo una fuerte repercusión sobre los demás medios de comunicación, dirigiendo y sirviendo de eje interpretativo. Por otra parte, las matemáticas como muchas otras disciplinas crean su propio lenguaje, que comienza a construirse desde los primeros años de la matemática escolar. El lenguaje matemático se caracteriza por su precisión en los significados, indispensable para la efectiva comunicación de las ideas; sin embargo, como lo expresa Maier (1999), “los principios del lenguaje ‘matemático’ no pueden y no sabrían reemplazar simplemente a aquellos del lenguaje común o cotidiano utilizado” (p.4). En particular, en el terreno de la educación matemática, el término problema merece una reflexión sobre su significado. Para ello será útil comenzar con la revisión del término, desde el punto de vista del uso coloquial en la lengua española.

Según el *Diccionario Griego-Español* (D.G.E., 1988) y *The Shorter Oxford English Dictionary on Historical Principles* (D.H.P., 1959), la palabra *problema* proviene del griego *προβλημα* (“castellanizado” como *problema*), la cual es composición de *προ* que significa “delante de” y de *βαλλειν* que significa “lanzar, tirar”. Originalmente significaba algún objeto físico que una persona encontraba en su camino, un obstáculo. Fácilmente se comprende la analogía entre el sentido físico y el psicológico; *problema* viene a ser algo que se interpone en el *camino* entre la realidad y lo que necesita o desea una persona.

Observemos el significado que atribuye el *Diccionario de la Real Academia Española de la Lengua*, en su vigésima primera edición (R.A.E., 1992, p.1184):

Problema: (Del lat. Problema, y este del gr. *προβλημα*.) m. Cuestión que se trata de aclarar. // 2. Proposición o dificultad de solución dudosa. // 3. Conjunto de hechos o circunstancias que dificultan la consecución de algún fin. // 4. Disgusto, preocupación. Ú.m. en pl. *Mi hijo sólo da PROBLEMAS*. // 5. Mat. Proposición dirigida a averiguar el modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos. // **Determinado.** Mat. Aquel que no puede tener sino una solución, o más de una en un número fijo. // **Indeterminado.** Mat. Aquel que puede tener indefinido número de soluciones.

Por otra parte el *Diccionario Enciclopédico Santillana* (D.E.S., 1991, p.2272) expresa:

Problema (del lat. *problema*, y éste del gr. *problema*, de *proballo*, lanzar hacia adelante) s.m. **1.** Cuestión que se intenta resolver o en la que hay algo que averiguar, particularmente aquella en la que se conocen ciertos datos que hay que estudiar y manejar según unas reglas para obtener la respuesta o el resultado que se pide: *Tengo que hacer un problema de matemáticas y otro de física.* **2.** Situación negativa o perjudicial que tiene difícil solución: *el problema del paro, el problema económico, el problema del terrorismo.* **3.** Hecho o circunstancia que impide o dificulta que se logre un fin determinado: *Con tantos problemas no vamos a poder acabar el trabajo.* **4.** Disgusto, preocupación: *Sus hijos le crearon muchos problemas.*

Como podemos observar de las descripciones que hacen estos diccionarios, el término problema tiene una gran variedad de usos o acepciones coloquiales, entre los que destacan: “Cuestión que se trata de aclarar o resolver, existencia de una dificultad, un disgusto, ...”. Algunas de las acepciones se expresan en un contexto matemático, por ejemplo: “Proposición dirigida a averiguar el modo de obtener un resultado cuando ciertos datos son conocidos”.

Desde el punto de vista matemático, Castro (1991) establece que el término *problema* involucra:

- a. Una proposición o enunciado.
- b. Unos datos conocidos que hay que estudiar.
- c. Una acción: que alguien o algunos sujetos deben averiguar.
- d. Una meta u objetivo: obtener un resultado.
- e. Un proceso: el modo de actuación para alcanzar el resultado.

Nosotros añadiríamos,

- f. Unas reglas: que deben seguirse para alcanzar la meta.

Por otro lado, asociados al término *problema*, aparecen otros términos como son *resolver*: “hallar la solución de un problema” (R.A.E., 1992, p.1263), “solución: acción y efecto de resolver...”, cada una de las cantidades que satisfacen las condiciones de un problema o de una ecuación” (R.A.E., 1992, p.1347), “solvente: que resuelve” (R.A.E., 1992, p.1347). Según estos diccionarios, por *solución* o *resolución* se entiende la acción y efecto de resolver un problema y por *solvente* el sujeto que está inmerso en la tarea de resolverlo.

Concepción científica.

El término problema es utilizado coloquialmente de un modo muy similar a la metáfora de *obstáculo en el camino del sujeto o sujetos*, pero ha sido adoptado por las ciencias dotándolo de distintas acepciones y usos.

Comencemos mostrando un “círculo vicioso” o “juego de palabras” extraído de unas reflexiones realizadas por una corriente filosófica. Según el *Diccionario de las Ciencias de la Educación*, Vol. 2 (D.C.E., 1983) el planteamiento de problemas es una de las mayores tareas de la filosofía, señalando que existió una corriente filosófica denominada *problematicismo*, la cual tenía como principal misión la problematización de todo, “lo único que se puede hacer en filosofía es ver los problemas como problemas, es decir, examinar la significación de todos los problemas y de todo lo problemático. Y como lo más problemático es la filosofía misma, ella se convierte en su principal problema” (p.2698). Para dicha corriente filosófica, el término problema es una cuestión que se trata de aclarar, de este modo se encontraron con el reto de comprender y resolver su principal problema, la naturaleza de la filosofía. Para esta corriente filosófica, la resolución de su principal problema era de orden epistémico y los conceptos resolución y solución son considerados equivalentes.

Para un matemático, los problemas son aquellas cuestiones o interrogantes no totalmente aclaradas o resueltas y las matemáticas hace de los problemas y su resolución su campo de acción y estudio, como señala Kilpatrick (1985, p.3): “...todas las matemáticas son creadas en un proceso de formulación y resolución de problemas”. Estas ideas se pudieron observar hace un siglo en la conferencia de Hilbert *Problemas matemáticos* dictada en el Congreso Internacional de Matemáticos celebrado en París en 1900. Por otra parte, al referirse sobre los requisitos que debe cumplir la solución de un problema matemático, Hilbert (1902, p.439) señala:

Diré antes de todo esto: que deberá ser posible establecer la validez de la solución por medio de un número finito de pasos, basados en un número finito de hipótesis, que sean deducidas del enunciado del problema y siempre formuladas de manera precisa.

Hilbert entiende que el concepto de solución lleva implícita la validez y que ésta deberá sustentarse en las hipótesis mediante un número finito de pasos o deducciones.

En general, el avance y desarrollo de las ciencias se debe en buena medida a la resolución o intentos de resolución de problemas de la disciplina o de otros campos disciplinarios; la misión del científico es resolver dichos problemas, pero éstos, como señala Castro (1991, p.17), “...no hace de la propia actividad de resolución de problemas el objeto de su investigación.” Esta caracterización de la actividad del científico choca con la visión de aquellos psicólogos e investigadores en Educación que están preocupados por entender cómo los humanos resuelven problemas, es decir, hacen de la actividad propia de resolver problemas su objeto de estudio.

Desde el punto de vista de la Psicología

En Psicología, según Kilpatrick (1985, p.3), un problema es una situación o tarea en la cual una meta quiere ser lograda y una ruta directa a ella está bloqueada, añadiendo que usualmente la psicología requiere de sujetos que “tienen” el problema. De este modo, para la mayoría de los psicólogos, ya no se puede ver el concepto problema aislado del sujeto y así, el objeto de estudio debe ser la *resolución de problemas como actividad de un sujeto*. Una definición desde esta visión es proporcionada por Brow-

nell (citado en Kilpatrick, 1985, p.3), el cual entiende por problema una situación que se le presenta a un sujeto, donde éste en ese momento desconoce un medio directo de realización y experimenta perplejidad, pero no una total confusión. Por otra parte, la resolución del problema llega a ser el proceso por el cual un sujeto se desprende del problema.

Brownell (citado en Kilpatrick, 1985, p.3) considera un problema como un concepto relativo, supeditando el carácter del mismo, al sujeto que lo enfrenta, de este modo, una tarea se puede encontrar dentro de las situaciones familiares para un sujeto y para otro puede ser un enigma.

Por otra parte, según Mayer (1983, p.19), la mayoría de los psicólogos concuerdan en que un problema tiene ciertas características y que cualquier definición de problema debería contener tres ideas:

- 1) el problema está dado actualmente en un estado, pero
- 2) se desea que esté en otro estado, y
- 3) no hay una vía directa y obvia para realizar el cambio.

Luego, para Mayer la resolución de problemas se refiere al proceso de transformar el estado inicial dado del problema al estado final, siendo dicha transformación realizada por el *pensamiento*¹. De este modo, si se entiende la resolución de problemas como los procesos de las transformaciones de estados (transformar el estado inicial en el final), se puede observar una clara delimitación entre resolución (las distintas transformaciones de los estados) y la solución del problema (el estado final).

Respecto de los psicólogos de la Gestalt, Mayer señala que de acuerdo con ellos, el proceso de resolución de un problema es un intento por relacionar y reorganizar los elementos de la situación problemática, de forma que se adquiere una comprensión estructural de la situación conllevando esto a la resolución y solución del mismo. En este marco, y para aclarar lo anterior, tomamos una cita de Greeno (Citado en Puig, 1996, p.22) en la que establece lo que significa el término problema para los Gestaltistas:

Los problemas se analizaban como situaciones cuyas representaciones cognitivas tienen brechas o inconsistencias, y la resolución de problemas encuentra un camino para organizar la situación, para proporcionar una estructura buena, incluyendo la consecución de la meta del problema.

Para los psicólogos de la Gestalt, los términos “resolución” y “solución” se identifican plenamente y adoptan por resolución al proceso cognitivo de adquirir una compren-

1. Mayer (1983, p.21) identifica plenamente las definiciones de *pensamiento*, *resolución de problemas* y *cognición*, señalando que una definición general de pensamiento incluye tres ideas básicas; primera, el pensamiento es cognitivo pero se infiere de la conducta. Ocurre internamente, en la mente o el sistema cognitivo, y debe ser inferido indirectamente. Segunda, el pensamiento es un proceso que implica alguna manipulación de, o establece un conjunto de operaciones sobre el conocimiento en el sistema cognitivo. Tercero, es dirigido y tiene como resultado la “resolución” de problemas o se dirige hacia una solución.

sión estructural y la reorganización de la situación problemática, que conduce a la meta.

A continuación exponemos lo que para algunos autores significa el término problema. Somos conscientes de que tales definiciones y usos provienen de paradigmas científicos diversos, pero es nuestra intención que éstas sirvan para ampliar la visión que hasta ahora hemos ido recogiendo.

Un ser humano se enfrenta con un problema cuando ha aceptado una tarea pero no sabe de antemano cómo realizarla (Simon, 1978, citado en Castro, 1991, p.18).

Un problema es una situación en la que se intenta alcanzar un objetivo y se hace necesario encontrar un medio para conseguirlo (Chi & Glaeser, 1985, citado en Castro, 1991, p.18).

Un problema es una cierta meta que uno intenta conseguir, tal que, quien lo intenta, no conoce cuál es el procedimiento que es necesario para conseguirlo en el momento en que se le plantea (Brown, 1985, citado en Puig, 1996, p.26).

Un problema es una tarea para la cual:
el individuo o grupo que se enfrenta con ella quiere o necesita encontrar una solución,
no hay un procedimiento fácilmente accesible que garantice o determine completamente la solución, y
el individuo o grupo debe realizar intentos para encontrar la solución (Lester, 1983, citado en Castro, 1991, p.65).

La misma tarea puede suponer grandes esfuerzos para algunos estudiantes y ejercicios rutinarios para otros. Así, ser un “problema” no es una propiedad inherente a una tarea matemática. Es más, hay una relación particular entre el individuo y la tarea, la que hace que ésta sea un problema para esa persona. La palabra problema es usada aquí con un sentido relativo, como una tarea que es difícil para el individuo que lo está intentando resolver. De cualquier forma, la dificultad debe ser una prueba intelectual más que computacional Por decir las cosas más formalmente, si uno tiene acceso a un esquema de solución para una tarea matemática, ésta es un ejercicio y no un problema. (Schoenfeld, 1985, p.74)

Tener un problema significa “buscar conscientemente con alguna acción apropiada, una meta claramente concebida pero no inmediata de alcanzar” (Polya 1962, citado en Santos 1994, p.30).

Un problema es una situación que difiere de un ejercicio en que el resolutor no tiene un procedimiento o algoritmo que le lleva a la solución (Kantowski, 1981, citado en Borasi, 1986, p.132).

Podemos observar algunas coincidencias en las anteriores definiciones; una de ellas es que se requiere la presencia de, al menos, un resolutor para que una tarea sea considerada como problema, dependiendo de los conocimientos y experiencias previos del su-

jeto así como de conocer la existencia de un camino de resolución, la tarea podrá o no ser un problema. Por otro lado, los problemas son caracterizados porque hay que realizar una acción, partiendo de un enunciado, para conseguir un objetivo o meta.

A diferencia de las concepciones anteriores, existen definiciones en las que un problema viene caracterizado por una descripción formal y su calidad de problema es independiente del sujeto, del tiempo y de que se haya resuelto o se sepa cómo resolverlo. Esto ocurre por ejemplo en la teoría de la Inteligencia Artificial debida a Banerji (ver Puig, 1996, p.25).

Hemos podido observar cómo no siempre es usado el término *problema* del mismo modo por diferentes autores, desprendiéndose de ello que no existe una definición concisa y universalmente aceptada del término en las ciencias, y en particular, dentro de la investigación en educación matemática.

RESOLUCIÓN VS. SOLUCIÓN

En este trabajo, usaremos el término *resolutor* en vez de *solvente*, como aparece en algunos diccionarios, para designar al sujeto que está resolviendo el problema y hacemos una distinción entre *resolución* y *solución*.

Entenderemos por *resolución* a la **acción** o **proceso** de resolver el problema que tiene como fin una meta que llamaremos *solución*. La solución designará el resultado o efecto de la acción de resolver, siempre y cuando **verifique** las condiciones supuestas en el problema.

En una instrucción basada en la resolución de problemas se debe poner más atención al proceso (la resolución) que a la solución misma. Para precisar ideas, veamos un ejemplo: Si el problema es

¿Cuál es la suma de los primeros 100 números naturales?

La solución será la respuesta 5050, mientras que la resolución del problema será la acción o proceso que condujo a ella, por ejemplo, aplicar la fórmula $n(n+1)/2$, ir sumando uno a uno, o aplicar el ingenioso recurso de Gauss que consiste en listar los 100 números, ir sumando los extremos y simplificar la expresión resultante por medio del factor común. Hay situaciones, sin embargo, donde podrían coincidir la solución con la resolución misma, por ejemplo, problemas en los que se pide demostrar algún hecho. Veamos un ejemplo:

En un examen de cálculo se pide:

Demostrar que toda función real de variable real derivable, es continua.

y un alumno escribe en el examen lo siguiente:

Demostración:

Sea f una función real, de variable real, derivable en un punto a , entonces se tiene que el siguiente límite existe y es finito, $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$. Ahora bien, de las propiedades de los límites se tiene que

$$\begin{aligned}\lim_{h \rightarrow 0} [f(a+h) - f(a)] &= \lim_{h \rightarrow 0} \left[\frac{f(a+h) - f(a)}{h} \cdot h \right] \\ &= \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} \cdot \lim_{h \rightarrow 0} h = 0.\end{aligned}$$

Por lo tanto, $\lim_{h \rightarrow 0} [f(a+h) - f(a)] = 0$, de donde $\lim_{h \rightarrow 0} f(a+h) = f(a)$. Esto prueba que f es continua en a .

Aunque ciertamente deberíamos considerar como parte de la resolución aquellos procesos mentales y pensamientos lógicos que el resolutor emplea en la búsqueda de la solución, tal y como está presentada la resolución de nuestro hipotético alumno, desconocemos la estrategia y métodos de aproximación o pensamientos que él utilizó. Ante esta situación y sin más información que lo escrito por el alumno, podemos considerar coincidentes la resolución y solución para este caso.

Durante el proceso de resolución, el resolutor puede realizar pruebas erróneas o acudir a pruebas visuales, acercarse a la solución mediante “aproximaciones sucesivas”, o por ensayo y error, etc. Estos recursos, todos legítimos, son técnicas o herramientas que el resolutor utiliza en su intento por resolver el problema y podrían considerarse parte de la resolución. En ocasiones, el resolutor puede utilizar razonamientos que lo conducen a conclusiones falsas y por lo tanto que no son solución del problema, un proceso como este lo llamaremos *intento de resolución sin éxito*. De este modo, cuando hablemos de resolución de un problema, ésta llevará implícita el **éxito**, es decir, la consecución de la solución del problema.

En una instrucción basada en la resolución de problemas, un proceso donde el alumno no consigue alcanzar la solución de un problema puede resultar un recurso significativo de enseñanza para el docente y pueden ser aprovechados por el profesor como fuente de análisis y reflexión los intentos de resolución sin éxito. Quizá en algunos casos el profesor puede provocar estas situaciones, por ejemplo, planteando problemas con hipótesis incompletas (carencia de datos) o incluso puede plantear enunciados de problemas con información innecesaria, tratando de llevar a los alumnos a un análisis de la formulación del problema para discriminar lo irrelevante de lo relevante. Otra situación interesante, es la que se genera con problemas que tienen más de una solución y, nótese que no decimos soluciones correctas ya que nuestra definición lleva implícita esta cualidad. Para nosotros, **solución** significa lo que otros autores llaman *solución correcta*, en contraposición de lo que llaman soluciones incorrectas, a éstas simplemente les llamaríamos *respuestas incorrectas* de los alumnos.

Por otra parte, la distinción que hacemos entre *solución* y *resolución* no siempre es compartida por los investigadores y autores de texto. Por ejemplo, Castro (1991) los adopta como equivalentes y, de alguna manera Polya (1945) también, pues aunque no realiza ningún análisis de estos conceptos, los identifica como tales, como podemos deducir de su texto: “Las soluciones no conllevan sólo las respuestas sino también el procedimiento que conduce a ellas” (Polya, 1945, p.233). Sin embargo,

otros autores hacen tal distinción. Por ejemplo Puig (1996) no solamente establece diferencias entre estos términos, sino que adopta una convención más fina; Puig distingue entre resultado, solución y resolución:

Usaremos el término *resultado* para indicar lo que contesta a la pregunta del problema, ya sea un número, una fórmula, una expresión algebraica, una construcción geométrica, una derivación lógica, etc. El término *solución* lo usaremos para indicar la presentación final del conjunto de pasos que conducen de los datos a la incógnita o de la hipótesis a la conclusión. Finalmente, usaremos el término *resolución* para indicar el conjunto de las acciones del resolutor durante el proceso, que pueden conducir a obtener la solución o no. (Puig, 1996, p.34).

Para nosotros la resolución conduce a la meta buscada o resultado, que denominamos solución; y para distinguir un proceso que no conduce a la solución lo llamamos *intento de resolución sin éxito*. Puig no distingue entre resolución e intento de resolución sin éxito de un problema y su sentido de solución, de alguna manera es parte del proceso de resolución, ya que es la presentación final del conjunto de pasos que previamente el resolutor debe haber realizado durante el proceso de resolución del problema. Según entendemos, para Puig la solución es una versión “limpia” de la resolución.

Las diferencias que hacemos entre resolución, solución y resolución sin éxito es simplemente con el propósito de generar en los profesores una reflexión sobre los procesos que intervienen en los intentos por resolver los problemas y destacar la importancia que puede tener para la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, no solamente el análisis de las resoluciones de un problema por parte de los alumnos, sino también los intentos de resolución sin éxito, los problemas “mal” planteados, o los problemas con más de una solución. Esta reflexión seguramente le permitirá avanzar hacia lo que significa una enseñanza y aprendizaje basada en la resolución de problemas.

REFERENCIAS

- Borasi, R. (1986). On the nature of problems. *Educational Studies in Mathematics*, 17 (2), 125-141.
- Castro, E. (1991). *Resolución de problemas aritméticos de comparación multiplicativa. Memoria de Tercer Ciclo*. Granada: Universidad de Granada.
- D.C.E. (1983). *Diccionario de las Ciencias de la Educación*, Vol. 2. Madrid: Santillana.
- D.G.E. (1988). *Diccionario Griego Español*. Madrid: Sopena.
- D.H.P. (1959). *The Shorter Oxford English Dictionary on Historical Principles*. Glasgow: Oxford at the Clarendon Press.
- D.E.S. (1991). *Diccionario Enciclopédico Santillana*, Volumen VII. Madrid: Santillana.
- E.I. (1982). *Enciclopedia del Idioma, tomo III. Letras N-Z, Diccionario Histórico y Moderno de la Lengua Española, siglos XII al XX*. Madrid: Aguilar.

- Hilbert, D. (1902). Mathematical Problems. *Bulletin of the American Mathematical Society*, 8, 437-479.
- Kilpatrick, J. (1985). A Retrospective Account of the Twenty-five Years of Research on Teaching Mathematical Problem Solving. En E. A. Silver (Ed.), *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspective* (pp.1-15). Hillsdale: Lawrence Erlbaum.
- Lester, F. (1994). Musing about mathematical problem-solving research: 1970-1994. *Journal for research in mathematics education*, 25 (6),660-675.
- Maier, H. (1999). *El conflicto para los alumnos entre lenguaje matemático y lenguaje común*. México: Grupo Editorial Iberoamérica.
- Mayer, R. (1983). *Thinking, Problem Solving, Cognition*. New York: Freeman and Company. (Traducido por Baravalle, G. (1986). *Pensamiento, Resolución de Problemas y Cognición*. Barcelona: Paidós).
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (1989). *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM.
- NCTM (National Council of Teachers of Mathematics) (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. Reston: NCTM
- Polya, G. (1945). *How to Solve it*. Princeton: Princeton University Press (Traducción de Zuga-zagoitia, J. (1965). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas).
- Puig, L. (1996). *Elementos de resolución de problemas*. Granada: Comares.
- R.A.E. (Real Academia de la Lengua) (1992). *Diccionario de la Lengua Española, Vigésima Primera Edición*. Madrid: Autor.
- Rivera, A., y Santos, M. (en prensa). El currículum de matemáticas en el nivel medio superior en México. En *Actas del Foro Las matemáticas en México: Educación y Desarrollo*. Morelos: Cocoyoc.
- Santos, M. (1994). *La resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de investigación*, 28. México D. F.: CINVESTAV-IPN.
- Schoenfeld, A. (1985). *Mathematical Problem Solving*. Orlando: Academic press.
- Silver, E.A. (Ed.). (1985). *Teaching and Learning Mathematical Problem Solving: Multiple Research Perspective*. Hillsdale: Lawrence Erlbaum.

