

DESENVOLUPEM LA VISUALITZACIÓ PER COMPRENDRE EL MÓN¹

M^a Teresa Escrivà - M^a José Beltrán-Meneu
maeslli@alumni.uv.es - maria.jose.beltran@uv.es

Adela Jaime - Ángel Gutiérrez
adela.jaime@uv.es - angel.gutierrez@uv.es

Departament de Didàctica de la Matemàtica. Universitat de València

Modalitat: Taller

Nivell educatiu: Primària

Paraules clau: Educació Primària, Geometria espacial, visualització, talent matemàtic.

RESUM

L'objectiu d'aquest taller és dur a terme activitats de geometria 3D, concretament, de seccions i de girs de cubs presentats mitjançant cossos físics, representats en paper i a través d'un software informàtic. Aquestes activitats, junt amb les activitats de desenvolupaments, han sigut posades en pràctica amb alumnes de diferents graus de talent matemàtic de 6è d'Educació Primària durant el curs acadèmic 2015-2016 amb la finalitat d'observar si aquestes activitats ajuden a què els alumnes posen de manifest les seues habilitats de visualització. Aquestes activitats han induït als estudiants a utilitzar la visualització per resoldre-les. La visualització és considerada com un element de la competència matemàtica (Ramírez, 2012) i per aquest motiu, s'han de desenvolupar en l'aula ordinària activitats que, com les que proposem, fomenten l'ús d'aquesta habilitat.

0. DESCRIPCIÓ DETALLADA DEL CONTINGUT DEL TREBALL

L'ús de la visualització tant en el context escolar com extraescolar és molt important, ja que tal i com indica Gonzato (2013), a l'hora de realitzar diverses activitats de la vida quotidiana necessitem diferents habilitats de visualització espacial per transmetre, codificar o manipular una determinada informació. Per aquest motiu, considerem essencial desenvolupar i fomentar l'ús d'aquesta habilitat a les aules. En aquest sentit, aquest taller ofereix una sèrie d'activitats que ajuden a l'alumnat a posar de manifest les habilitats de visualització durant la seua realització.

El taller presentat mostra part d'una investigació que té per objectius generals oferir un material educatiu que ajude als alumnes amb diferents graus de talent matemàtic a posar en joc la seua capacitat de visualització i identificar les característiques de talent matemàtic que pogueren ser posades de manifest pels alumnes mentre realitzen les activitats plantejades en l'experiment d'ensenyament.

Aquest experiment està format per 4 sessions, de les quals, dos van estar dedicades a desenvolupaments, una per a rotacions i una altra per a seccions. Aquestes activitats s'han basat en un cub i en un prisma com a cos geomètric, presentats amb material físic, representats en paper i amb un software informàtic. Abans de

¹ Aquesta investigació forma part dels projectes EDU2012-37259 (MINECO) i EDU2015-69731-R (MINECO/FEDER).

començar a resoldre les activitats, als alumnes se'ls realitzava una xicoteta introducció perquè saberen de què anava cadascuna d'elles. A més, al finalitzar cada sessió realitzàvem una entrevista a 3 alumnes, elegits aquests per mostrar diferents nivells d'habilitats de visualització durant la primera sessió, seguint aquests els mateixos alumnes durant tot l'experiment d'ensenyament. Aquestes entrevistes tenien l'objectiu que els alumnes explicaren amb més deteniment allò que havien realitzat en cada activitat, per tal d'observar detalladament les habilitats de visualització i les característiques de talent matemàtic que manifestaven i que, de vegades, no es feien explícites en les gravacions d'àudio grupals.

Els subjectes que han participat en aquesta investigació han sigut vint alumnes amb diferent nivells de talent d'un grup-classe de 6è d'Educació Primària d'un centre públic de València i una alumna ja identificada amb talent matemàtic que no pertanyia al grup-classe, però que també estava cursant durant el curs acadèmic 2015-2016 6è d'Educació Primària. Amb ella, les activitats dissenyades en aquesta investigació es van realitzar com una activitat extraescolar.

En aquesta investigació també va participar la mestra-tutora dels alumnes com observadora-participativa i la primera autora com investigadora-docent amb l'objectiu de preguntar als alumnes com estaven realitzant les activitats per intentar que feren explícits les seues formes de pensament sobre el seu procés de resolució de les tasques. Els alumnes realitzaven les activitats en xicotets grups per tal que comentaren entre ells, amb la mestra o amb la primera autora el que ells estaven pensant mentre realitzaven l'experiment d'ensenyament.

Per poder recollir les dades i analitzar-les, es va gravar en vídeo a un grup durant totes les sessions i al mateix temps, es van utilitzar bolígrafs-gravadores per gravar el so de les converses de cadascun dels grups. També es van recollir les respostes a les activitats i les notes de camp preses durant cada sessió. A més, com que en l'última sessió es va usar l'ordinador per realitzar una activitat, també s'ha agafat la gravació de la pantalla dels ordinadors, que incloïa àudio.

En aquest taller anem a centrar-nos únicament en les activitats de rotacions i seccions, ja que són les menys emprades a l'aula. No obstant això, són unes activitats que ajuden a manifestar i desenvolupar les habilitats de visualització dels alumnes.

1. ACTIVITATS DE ROTACIONS

A continuació, detallarem les dues activitats de rotacions desenvolupades al taller. La primera activitat plantejada la podem observar en la Figura 1 i consisteix en continuar la sèrie d'un cub que va girant, indicant quina de les tres opcions (A, B o C) és la correcta, és a dir, quina perspectiva del cub és la que correspon a l'últim pas de la sèrie.

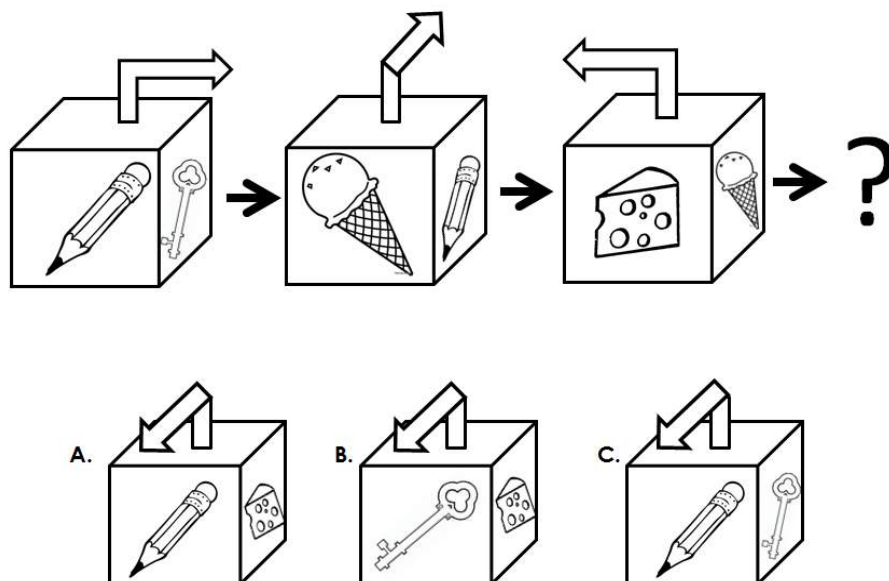


Figura 1: Primera activitat de rotacions plantejada.

La segona activitat plantejada la podem observar en la Figura 2. Aquesta consisteix en mostrar 4 posicions diferents d'un cub de tal forma que a alguns d'ells els falta el dibuix contingut a una cara. Els alumnes han d'intentar completar els cubs partir de la informació proporcionada.

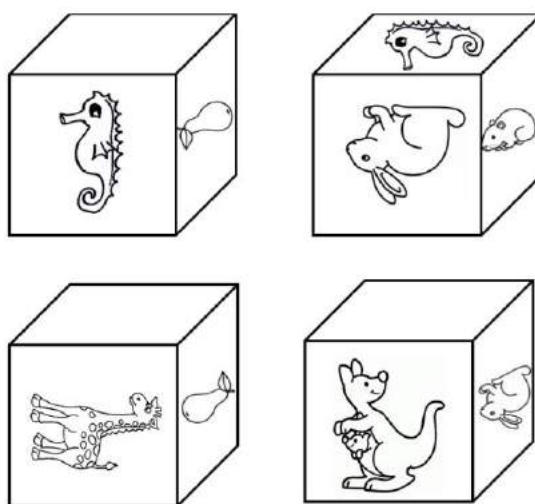


Figura 2: Segona activitat de rotacions.

Aquestes activitats obliguen als alumnes a utilitzar la visualització, ja que s'han d'imaginar mentalment com roten els cubs per poder trobar la solució.

2. ACTIVITATS DE SECCIONS

Pel que fa a les seccions vam presentar als alumnes 3 activitats, de les quals en aquest taller sols mostrem dos d'elles. Aquestes consisteixen en dibuixar la secció resultant de seccionar un cub, representat en paper, per diferents parts (Figura 3).

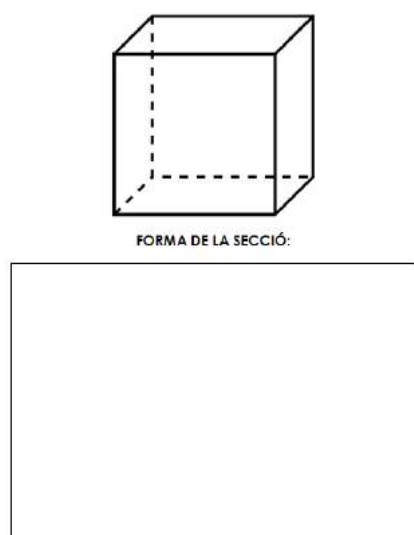


Figura 3: Plantilla per respondre a les activitats plantejades per a seccions.

En la primera activitat se'ls va presentar als alumnes els cubs mostrats en la Figura 4. A partir d'aquests cubs els alumnes havien de dibuixar la secció en el cub representat en el paper i també, la seua forma.

1ª PART DE L'ACTIVITAT

	1	2	3	4
Cub físic				
Forma de la secció				

2ª PART DE L'ACTIVITAT

	5	6	7
Cub físic			
Forma de la secció			

Figura 4: Cubs físics i la forma de la secció presentats en la primera activitat de seccions.

En la segona activitat se'ls indicava als alumnes la forma de la secció (p. ex. quadrat, rectangle i pentàgon) i ells havien de buscar la manera de seccionar el cub per obtenir aquesta forma a través d'un software informàtic (GeoGebra), tal i com podem observar en la Figura 7. També havien de dibuixar la secció en el cub representat en el paper.

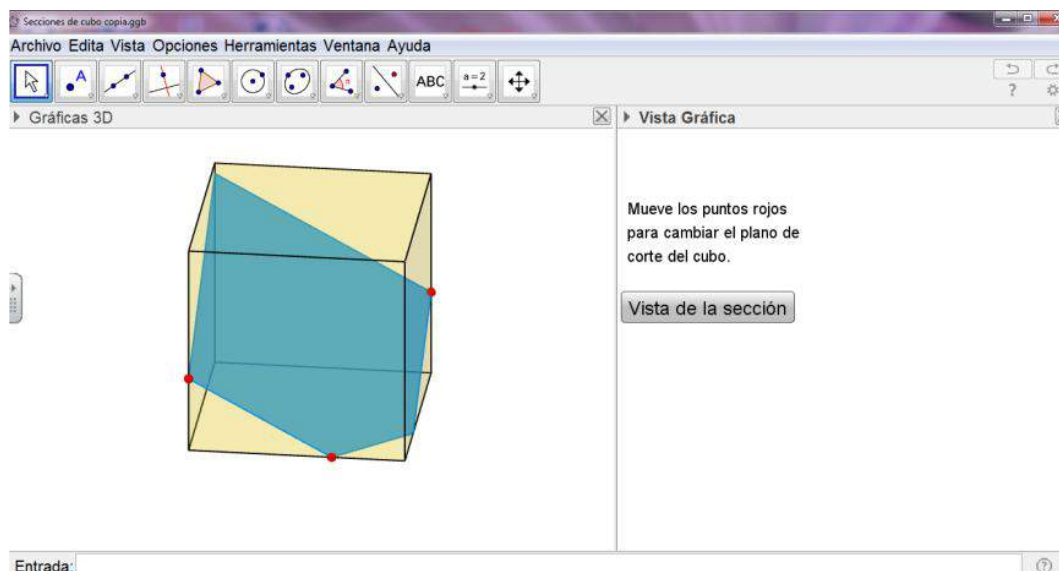
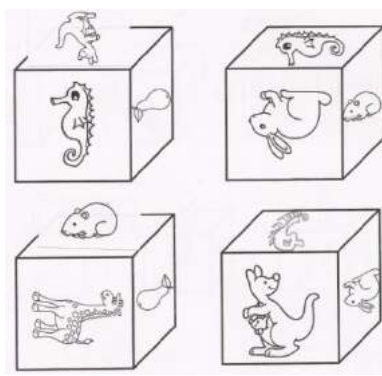


Figura 5: Software informàtic (GeoGebra) utilitzat en la segona activitat de seccions.

En aquestes activitats els alumnes han d'intentar imaginar-se quina forma tindria la secció si tallaren el cub pel plànol indicat i dibuixar-la.

A continuació mostrem la resposta de l'Alumne 9 a l'activitat de rotacions, on demostra utilitzar els diferents tipus de raonaments descrits per Krutetskii (1976). Aquest autor va identificar diversos graus d'ús de la visualització en la resolució de tasques matemàtiques i va diferenciar tres tipus d'estudiants: analític, geomètric i harmònic, segons prefereixen resoldre les activitats de manera lògica (analític), usant el raonament visual (geomètric) o fins i tot, usant ambdós raonaments, predominant el visual (harmònic).

Alumne 9 [Entrevista] [Activitat 2 de rotacions] [Resposta de l'alumne a l'activitat:



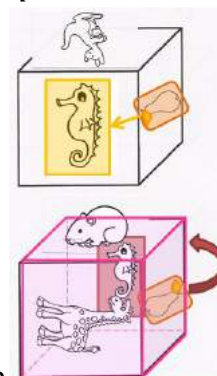
A9: Primer he agafat el cavallet de mar. Aleshores l'he posat ahí [cara superior del 4t cub] perquè aquí [2n cub] coincideix amb les potes del conill. Aleshores ahí [4t cub] tindria que ser amb les potes del conill, no? I m'he fixat que en el cap [del cavallet del 4t cub], vale? Estava el cangur. Aleshores l'he posat ahí [1r cub] també.

M: *Com has sabut la posició exacta del cangur [1r cub]?*

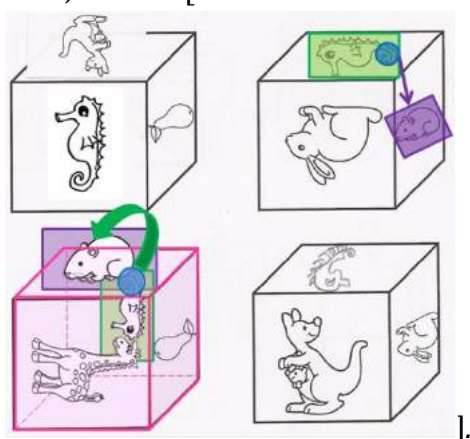
A9: *Perquè m'he imaginat això [gira el full] i seria com donar-li la volta a això [cangur i cavallet del 4t cub] i seria igual que això [cangur i cavallet del 1r cub].*

M: *I ací [3r cub] com has sabut que anava el hámster?*

A9: *Perquè la pera estava ahí [assenyalant la del 1r i 3r cub], no? I donant el d'això [la fulla de la pera cap al cavallet de mar] [...] que estaria el cavallet de*



mar ahí darrere [cara oposada de la girafa en el 3r cub], no? [...] I cap avall [posició del cavall de mar al revés en el 3r cub]. Aleshores això [cavall de mar del 2n cub] [...] la cua [del cavallet en el 2n cub] amb el cap del hámster [2n cub]. Aleshores si el cavallet de mar està baix [3r cub] donat la volta, la cua [del cavallet de mar] coincidiria amb el coll del hámster [3r cub



Es pot observar en aquest fragment de la transcripció que l'Alumne 9, per situar correctament les figures en les cares buides, usa els diferents tipus de raonaments definits per Krutetskii (1976). D'una banda, usa un raonament analític, ja que es fixa en la posició de les figures i en els detalls en els que coincideixen aquestes. D'una altra, també usa el geomètric o visualitzador, ja que per poder realitzar aquestes relacions és necessari imaginar-se el cub, fet que manifesta quan diu "perquè m'he imaginat això [girant el full] i seria com donar-li la volta a això [cangur i cavallet del 4t cub] i seria igual que això [cangur i cavallet del 1r cub]". Per tant, en aquest sentit, usa ambdós tipus de raonaments i es pot considerar un alumne amb un raonament harmònic.

En les activitats dissenyades els alumnes han posat de manifest els diferents tipus de raonament de Krutetskii (1976), tal i com hem observat en l'exemple anterior. Hem pogut veure que hi ha alumnes que prefereixen o usen predominantment un tipus de raonament o un altre. Així mateix, també hem analitzat les habilitats de visualització descrites per Del Grande (1990) a partir de les respostes dels

alumnes. Aquest autor presenta 7 habilitats, de les quals hem analitzat les 5 que podem observar en la Taula 1.

Habilitats de visualització	Definició
Identificació visual	És l'habilitat per reconèixer una figura aïllant-la del seu context. S'utilitza quan la figura està formada per diverses parts, com en els mosaics, o quan hi ha diverses figures superposades.
Conservació de la percepció	És l'habilitat per reconèixer que un objecte manté les seues propietats encara que deixe de veure's total o parcialment, per exemple perquè s'haja girat o ocultat, o encara que es vega deformat a causa de la influència de la perspectiva en un canvi de posició.
Reconeixement de posicions en l'espai	És l'habilitat per relacionar la posició d'un objecte en un mateix (l'observador) o amb un altre objecte, que actua com a punt de referència.
Reconeixement de les relacions espacials	És l'habilitat que permet identificar correctament les característiques de relacions internes entre diversos objectes situats en l'espai.
Discriminació visual	És l'habilitat que permet comparar diversos objectes identificant les seues semblances i diferències visuals.

Taula 1: Definició de les habilitats de visualització analitzades (Del Grande, 1990)

Aquest anàlisi ens ha donat a conèixer que aquestes activitats sí que han permès que els alumnes s'imaginaren mentalment els cubs, rotant-los o seccionant-los. A la Taula 2 podem observar el nombre total de manifestacions correctes o incorrectes de les habilitats de visualització proposades per Del Grande (1990) que han mostrat els alumnes d'aquesta investigació durant la realització de les activitats dissenyades per a rotacions i seccions.

	Correctes	Incorrectes	TOTAL
ROTACIÓ	73	5	78
SECCIONS	123	45	168

Taula 2: Número de manifestacions correctes i incorrectes de les habilitats de visualització (Del Grande, 1990) en les activitats de rotacions i seccions.

En la Taula 2 podem observar que el tipus d'activitats que ha permès un major número de manifestacions de les habilitats ha sigut el de seccions. Cal destacar que aquestes dades són obtingudes de l'anàlisi de respostes de 10 dels estudiants que han participat en aquesta experimentació. Per tant, són dades molt concretes, i en funció del grup, poden variar. D'aquestes dades hem pogut comprovar que aquestes activitats sí que permeten als estudiants posar de manifest les diferents habilitats de visualització i per tant, desenvolupar-les.

3. CONCLUSIÓ

Després de l'anàlisi de les respostes dels alumnes que van formar part de la investigació, podem afirmar que aquestes activitats faciliten que els estudiants posen en pràctica les habilitats de visualització (Del Grande, 1990). Les activitats es van experimentar en alumnes amb diferents graus de talent matemàtic, com ja hem indicat: 20 alumnes d'un grup-classe i una alumna ja identificada amb talent matemàtic. Ens vam adonar que els alumnes manifestaven les habilitats de visualització en major o menor grau, i tal i com afirma Krutetskii (1976) vam trobar alumnes que preferien resoldre les activitats de manera lògica (analítics), altres usant el raonament visual (geomètrics) o fins i tot, usant ambdós raonaments, predominant el visual (harmònics).

Una altra conclusió d'aquesta investigació ha sigut que tots els alumnes de l'experiment que van manifestar una alta visualització obtenien alts resultats en l'assignatura de matemàtiques. No obstant això, aquesta relació no es compleix a la inversa.

A l'escola, en l'aula ordinària, es fomenta predominantment el raonament analític o lògic. Per tant, la nostra intenció és posar de manifest que hi ha alumnes visualitzadors als quals hem de proporcionar ferramentes o activitats com les que es proposen en aquest taller que ajuden a tots els alumnes a desenvolupar les habilitats de visualització, ja que aquesta habilitat és considerada com un element de la competència matemàtica (Ramírez, 2012). La finalitat última d'aquest taller és que els professors prestin l'atenció específica que necessita cada alumne i en aquest sentit, que treballen en les seues classes les diferents formes de raonament proposades per Krutetski (1976).

Així mateix, un dels propòsits d'aquesta investigació també és donar a conèixer que la visualització és important a l'hora d'identificar els alumnes amb talent matemàtic, ja que alumnes amb talent que usen raonaments predominantment geomètrics poden passar desapercebuts i no ser identificats quan resolen tests basats en raonaments analítics. La finalitat de la identificació d'aquests alumnes és oferir-los una instrucció educativa adequada, i per aquest motiu, és important conèixer quin tipus de raonament utilitzen (analític, geomètric o harmònic). Considerem que aquests tipus de raonament es poden identificar mitjançant activitats com les proposades en aquest taller.

REFERÈNCIES BIBLIOGRÀFIQUES

- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *Arithmetic Teacher*, 37(6), 14-20.
- Gonzato, M. (2013). *Evaluación de conocimientos de futuros profesores de educación primaria para la enseñanza de la visualización espacial* (Tesi doctoral). Granada: Universitat de Granada, Departament de Didàctica de la Matemàtica.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: Universitat de Chicago Press.
- Ramírez, R. (2012). *Habilidades de visualización de los alumnos con talento matemático* (Tesi doctoral). Granada: Universitat de Granada, Departament de Didàctica de la Matemàtica.