



*Enseñanza de las
Símetrías en
Educación Primaria*

PABLO GUTIÉRREZ JAIME

ADELA JAIME

ÁNGEL GUTIÉRREZ



ENSEÑANZA de las SIMETRÍAS en EDUCACIÓN PRIMARIA

PABLO GUTIÉRREZ JAIME
Universidad Católica de Valencia. Valencia (España)

ADELA JAIME
Universidad de Valencia. Valencia (España)

ÁNGEL GUTIÉRREZ
Universidad de Valencia. Valencia (España)

Derechos de autor



© Pablo Gutiérrez Jaime, Adela Jaime, Ángel Gutiérrez, 2020.

Correo de contacto: angel.gutierrez@uv.es

Esta obra está sujeta a la licencia Reconocimiento-NoComercial-SinObraDerivada 4.0 Internacional de Creative Commons. Para ver una copia de esta licencia, visite <http://creativecommons.org/licenses/by-nc-nd/4.0/>.

CÓMO USAR ESTE LIBRO

GUÍA DE APRENDIZAJE

El objetivo de este libro electrónico es introducir a los estudiantes en el aprendizaje de las simetrías del plano mediante una secuencia de actividades. La unidad de enseñanza está dirigida a estudiantes de los últimos cursos de primaria y primeros de secundaria, dependiendo del país y la ubicación de este tema en su currículo.

La metodología aplicada en la unidad de enseñanza es el aprendizaje por descubrimiento guiado. El libro propone a los estudiantes que resuelvan una secuencia de actividades y problemas que les presentarán, paso a paso, los diferentes conceptos y propiedades de las simetrías. Para resolver las actividades de la unidad de enseñanza no es necesario ningún conocimiento previo sobre simetrías, aunque lo más probable es que todos los estudiantes tengan un conocimiento intuitivo de las simetrías debido a su actividad diaria.

El libro está diseñado como herramienta para el aprendizaje virtual o a distancia. Sin embargo, no hay que esperar que los estudiantes sean autosuficientes, sino que necesitarán la ayuda del profesor para resolver algunas actividades más difíciles.

La unidad de enseñanza se puede dividir en dos partes. La primera parte (actividades 1 a 23) tiene como objetivo enseñar el concepto de simetría y sus principales propiedades. Las actividades, después de una aproximación visual a la simetría, presentan cada elemento de la definición de simetría, la definición en sí misma y la relación entre el eje de simetría y la mediatriz. Esta parte la pueden estudiar todos los estudiantes de los cursos indicados.

La segunda parte de la unidad de enseñanza (de la actividad 24 en adelante) tiene como objetivo enseñar los conceptos básicos del producto de simetrías y las descomposiciones de traslaciones y rotaciones en productos de simetrías. Para resolver estas actividades es necesario tener un conocimiento previo de las características visuales de rotaciones y traslaciones y sus definiciones. Esta parte de la unidad didáctica es más adecuada para los estudiantes con alta capacidad matemática de los cursos indicados.

GUÍA TÉCNICA

Este libro es la versión pdf de un libro electrónico (ebook) interactivo que debe abrirse en la aplicación Adobe Reader o equivalente. Para utilizarlo es necesario tener conexión a internet. El libro tiene varios tipos de enlaces:

- Conexiones a páginas web. Están incrustadas en las figuras que acompañan a los enunciados. Para abrir las webs es necesario pinchar en la figura.
- Conexiones a videos explicativos. Varias actividades se basan en visualizar un video. Para abrir el video es necesario pinchar en la figura junto al enunciado.
- Botones de redireccionamiento. A lo largo del libro, hay lugares en los que se da al estudiante la posibilidad de elegir qué actividad realizar a continuación, dependiendo de si le está resultando difícil realizar las actividades o prefiere un reto mayor. Son unos rectángulos de color verde o azul que, al pinchar sobre ellos llevan al enunciado de la actividad elegida.
- Cuestionarios de elección múltiple. En algunas actividades, se pide responder a un cuestionario autoevaluable, para conocer el grado de comprensión y aprendizaje de los contenidos principales. Para empezar, hay que marcar la respuesta elegida de la primera pregunta. Se puede comprobar si la respuesta es correcta antes de pasar a la pregunta siguiente. Las dos flechas que hay en las esquinas inferiores del cuestionario permiten avanzar o retroceder en la secuencia de preguntas. Al acabar de responder, se informa sobre la cantidad de respuestas correctas y se da la posibilidad de volver a contestarlo. Solo funcionan en la versión para *Libros (Books)* de Apple.
- Conexiones a archivos de GeoGebra. GeoGebra es una aplicación de geometría dinámica que se puede ejecutar con los diferentes sistemas operativos de uso habitual en la actualidad en ordenadores, tabletas y móviles. La mayoría de actividades se resuelven mediante la manipulación de un archivo de GeoGebra. Para abrir estos archivos hay que pinchar en la figura que hay junto al enunciado de la actividad. Algunas actividades piden realizar construcciones, para lo cual es necesario un conocimiento previo básico de uso de GeoGebra. En la web <https://www.geogebra.org/> se puede encontrar un tutorial de ayuda. En esta web también se puede descargar la aplicación, aunque no es necesario tenerla instalada para poder usar este libro.

Algunos objetos de la pantalla se pueden mover con el ratón arrastrando el objeto (para trasladarlos) o arrastrando uno de sus puntos (para girarlos). En las pantallas táctiles, esos objetos también se pueden mover cogiéndolos con un dedo (para trasladarlos) o con dos dedos (para girarlos).

Para volver a la ventana inicial del archivo de GeoGebra en el que se está trabajando, basta con refrescar la ventana del navegador. Esto es útil cuando se quiere volver a empezar la resolución de la actividad.

Para salir de la pantalla de GeoGebra y volver al libro, es suficiente ocultar la ventana del navegador y volver a activar la ventana del libro.

Fuentes de las imágenes:

Actividad 1 (tigre): P. Mcdonald (2014). A symmetrical world. https://www.youtube.com/watch?v=KMC_1dVtd4c

Actividad 3: R. Rodríguez Martín (s.f.). Simetría. <https://clic.xtec.cat/projects/simetria/jclic.js/index.html>

Actividad 9: J.J. Pérez Martínez (s.f.): Simetría axial. <https://channelkids.com/game/simetria-axial-60>

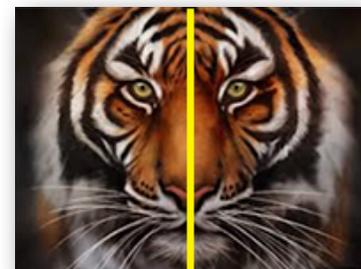
Actividad 12 (cuadrícula): MiCetF (2011). Vers la symétrie ... <https://micetf.fr/Symetrie/>

Las demás imágenes son propiedad del autor.

ENSEÑANZA DE LAS SIMETRÍAS EN EDUCACIÓN PRIMARIA

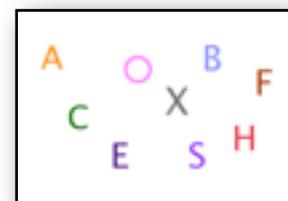
Actividad 1.

La simetría en la naturaleza. Visita esta página web pinchando en la imagen de la derecha. Observa las figuras que aparecen en la presentación. Todas ellas son simétricas y tienen uno o más ejes de simetría.



Actividad 2.

Abre el archivo de GeoGebra pinchando en la imagen de la derecha. Mira qué letras son simétricas y cuántos ejes de simetría tiene cada letra. ¿Cuáles de ellas tienen eje de simetría vertical? ¿Cuáles lo tienen horizontal? Explica tu respuesta.



Si estas actividades te han parecido sencillas, pincha aquí para ir directamente a la actividad 4.

Si estas actividades te han parecido complicadas, continúa practicando con la actividad 3.

Actividad 3.

Te proponemos un juego para practicar con la simetría. Entra en esta página web y crea varios diseños simétricos.



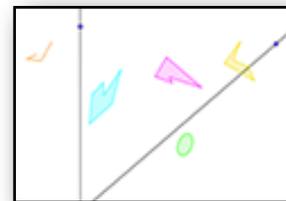
Actividad 4.

- Pincha en la imagen de la derecha para arrancar el video y aprender a crear figuras simétricas calcando y recortando en papel.
- Ahora haz tus propios diseños de figuras simétricas calcándolas o recortándolas.



Actividad 5.

Abre el archivo de GeoGebra. Usa la herramienta Simetría Axial para crear las figuras simétricas de las que ves en la pantalla con el eje que tienen más cerca.



Si estas actividades te han parecido sencillas, pincha aquí para ir directamente a la actividad 9.

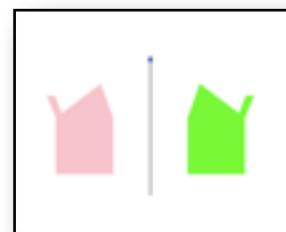
Si estas actividades te han parecido complicadas, continúa practicando con la actividad 6.

Actividad 6.

a) Abre el archivo de GeoGebra. Haz que las dos casas se acerquen. Explica cómo lo has conseguido.

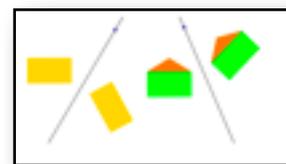
b) Haz que las dos casas se separen. Explica tu solución.

c) Haz que las dos casas se toquen por una pared. Haz que las dos casas se toquen por el tejado. Haz que se toquen por las chimeneas. Explica tu solución.



Actividad 7.

a) Abre el archivo de GeoGebra. Mueve la recta y sitúala de manera que obtengas un rectángulo amarillo más ancho. ¿Cuál es la máxima anchura posible? Explica tu respuesta.

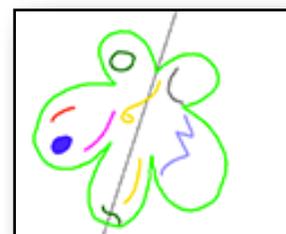


b) Mueve la recta y sitúala de manera que obtengas un rectángulo amarillo más alto. ¿Cuál es la máxima altura posible? Explica tu respuesta.

c) Repite la actividad con el dibujo de la casa.

Actividad 8.

Abre el archivo de GeoGebra. Utiliza la herramienta Simetría Axial para añadir las partes que le faltan a la flor.



Actividad 9.

Entra en esta página web y resuelve las actividades que plantea.



Si las actividades anteriores te han parecido complicadas, intenta resolverlas otra vez desde la actividad 5.

Actividad 10.

Entra en el cuestionario y contesta las preguntas que te planteará.

Actividad 10

Pregunta 1 de 5
Di si estas dos figuras son simétricas.

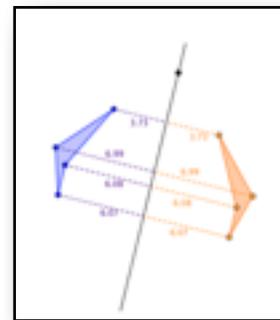
A. Sí

B. No

Two figures are shown side-by-side. Each figure consists of a curved line with five blue dots. The left figure has a cluster of four dots at the top and one dot at the bottom. The right figure is a mirror image of the left one, with the cluster of four dots at the bottom and one dot at the top. This represents a 180-degree rotation.

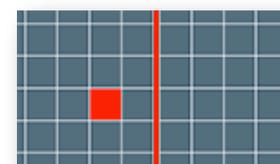
Actividad 11.

- Abre el archivo de GeoGebra. Arrastra los puntos del polígono azul y desplaza también el eje de simetría. Observa cómo cambia la construcción.
- ¿Qué relación hay entre el eje de simetría y los segmentos que unen cada punto y su simétrico?
- ¿Cómo son entre sí (en relación con su longitud y su posición) los segmentos que unen cada punto y su simétrico?



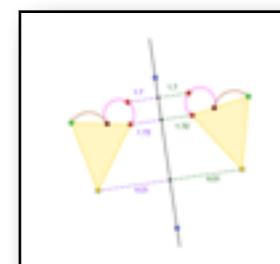
Actividad 12.

Entra en esta página web y resuelve las actividades que te plantea para practicar con las simetrías. Pincha en los cuadraditos simétricos de los marcados en rojo. Selecciona el eje vertical y el horizontal.



Actividad 13.

- Abre el archivo de GeoGebra. Mueve el eje de simetría y mira cómo se acercan o alejan del eje de simetría cada punto y su simétrico.
- Compara cuánto miden los segmentos que unen cada par de puntos simétricos con el eje de simetría.
- Mide el ángulo que forma el eje de simetría con los segmentos que unen cada punto y su simétrico.



Si las actividades 11 a 13 te han parecido difíciles, intenta resolverlas otra vez desde la actividad 11.

Actividad 14.

a) Abre el archivo de GeoGebra. Usa la herramienta Polígono para construir el polígono simétrico del que ves en la pantalla respecto del eje.



b) Cuando lo hayas construido, usa la herramienta Simetría Axial para verificar si tu respuesta es correcta.

En las actividades anteriores has descubierto algunas características de los **pares de puntos simétricos** y de los **ejes de simetría**:

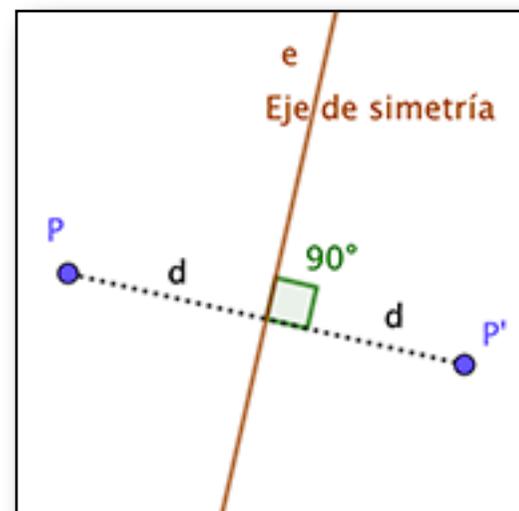
- Si son dos puntos diferentes, están uno a cada lado del eje de simetría.
- Los puntos simétricos están a la misma distancia del eje de simetría.
- El segmento que une dos puntos simétricos es perpendicular al eje.

Estamos preparados para **definir la Simetría Axial**.

Definición de Simetría Axial

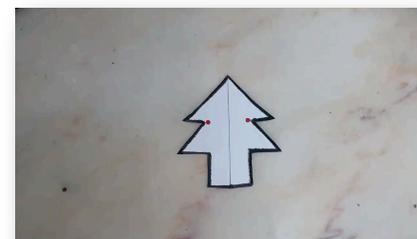
Una simetría axial de eje la recta e es un movimiento en el plano que lleva cada punto P hasta el punto P' de forma que:

- El segmento PP' es perpendicular al eje de simetría e .
- La distancia desde P hasta el eje e es la misma que la distancia desde P' hasta el eje e .



Actividad 15.

Arranca el video para aprender algunas propiedades de la simetría axial.



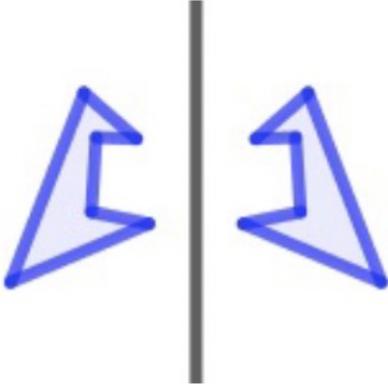
Actividad 16.

Entra en el cuestionario y contesta las preguntas que te planteará.

Actividad 16

Pregunta 1 de 5
¿Son las dos figuras simétricas respecto al eje dibujado?

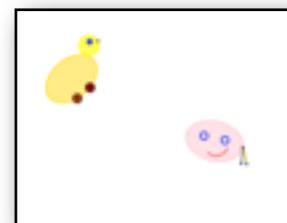
A. Sí
 B. No



◀Comprobar respuesta▶

Actividad 17.

- a) Abre el archivo de GeoGebra. Usa la herramienta Recta para construir el eje de simetría de cada par de figuras que ves en la pantalla.
- b) Después, comprueba con la herramienta Simetría Axial si tus respuestas son correctas.



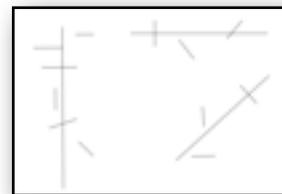
Actividad 18.

- a) Abre el archivo de GeoGebra. Usa la herramienta Polígono o Segmento para construir las figuras simétricas de las que ves en la pantalla respecto del eje.
- b) Cuando las hayas construido, usa la herramienta Simetría Axial para verificar si tus respuestas son correctas.



Actividad 19.

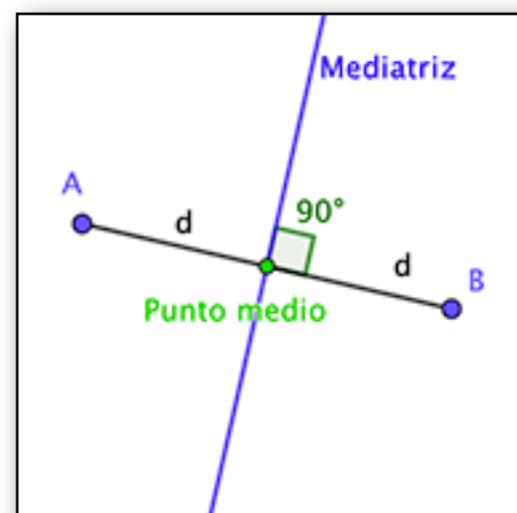
- a) Abre el archivo de GeoGebra. Usa la herramienta Segmento para construir el simétrico de cada segmento que ves en la pantalla respecto del eje que tiene más cerca.
- b) Cuando los hayas construido, usa la herramienta Simetría Axial para verificar si tus respuestas son correctas.



Si las actividades 18 y 19 te han parecido difíciles, intenta resolverlas otra vez, pero usando la herramienta *Simetría Axial* en vez de las herramientas *Polígono* o *Segmento*. Pincha aquí para ir a la actividad 18.

Actividad 20.

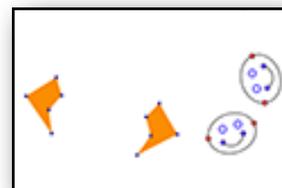
Recuerda que la mediatriz de un segmento es la recta perpendicular al segmento que pasa por su punto medio. La figura de la derecha muestra un segmento y su mediatriz. Compara esta figura con la figura de la definición de Simetría (pág. 11) y piensa una forma exacta de dibujar ejes de simetría.



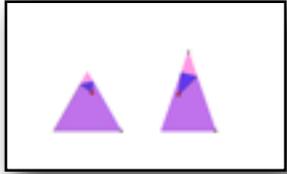
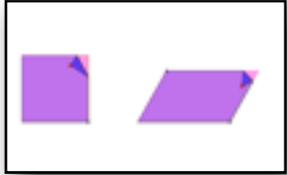
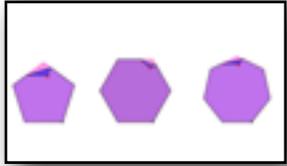
Actividad 21.

Abre el archivo de GeoGebra. Construye el eje de simetría de cada par de figuras simétricas que ves en la pantalla.

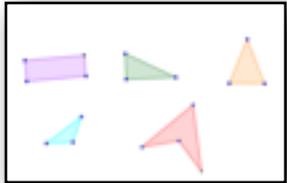
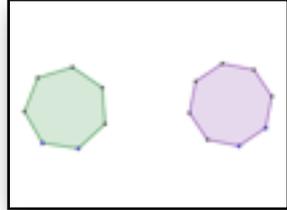
Para comprobar que lo has hecho bien, usa la herramienta Simetría Axial.



Actividad 22.

- a) Abre el archivo de GeoGebra 22A. En cada triángulo hay un punto rojo. Arrástralo para doblar el polígono por la mitad, como si fuera de papel. Busca todas las posiciones diferentes del punto que doblen el triángulo por la mitad. ¿Qué característica tienen las líneas de las dobleces? ¿Cuántas dobleces se pueden hacer en cada triángulo?
- 
- b) Abre el archivo 22B. Repite la actividad a) con estos polígonos. Busca todas las posiciones diferentes del punto que doblen el cuadrilátero por la mitad. ¿Cuántas dobleces se pueden hacer en cada cuadrilátero?
- 
- c) Abre el archivo 22C. Repite la actividad a). Busca todas las posiciones diferentes del punto que doblen el polígono por la mitad. ¿Cuántas dobleces se pueden hacer en cada polígono? ¿Hay alguna relación entre la cantidad de ejes de simetría y el número de lados?
- 

Actividad 23.

- a) Abre el archivo de GeoGebra 23A. Construye los ejes de simetría de cada polígono. Arrastra los vértices azules para comprobar si los ejes están bien contruidos. Explica tus soluciones.
- 
- b) Abre el archivo 23B. Construye los ejes de simetría de cada polígono. Arrastra los vértices azules para comprobar si los ejes están bien contruidos.
¿Cuántos ejes tiene el heptágono regular? ¿Y el octógono regular?
- 
- c) ¿Cuántos ejes de simetría tienen el triángulo equilátero? ¿Y el cuadrado, el pentágono regular y el hexágono regular? ¿Por dónde pasan los ejes de simetría de cada polígono regular? Explica tus respuestas.
¿Cuántos ejes de simetría tiene el polígono regular de 30 lados y por dónde pasan sus ejes? ¿Y el de 55 lados? Explica tus respuestas.

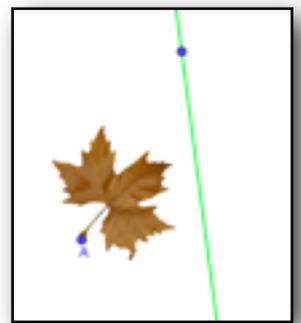
Si las actividades 21 a 23 te han parecido difíciles, pincha aquí para ir directamente a la actividad 26.

Actividad 24.

Abre el archivo de GeoGebra. Haz la simetría de la hoja por el eje 1.

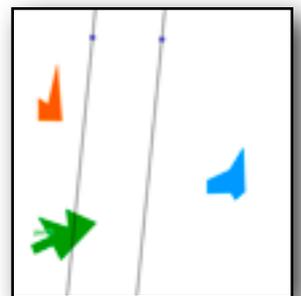
Después haz la simetría de la nueva hoja por el eje 2. A esto se le llama **producto** de las dos simetrías. ¿Qué movimiento lleva la primera hoja hasta la tercera?

Crea la representación de este movimiento. Desplaza y gira los ejes de simetría para ver cómo se mueven las imágenes de la hoja.



Actividad 25.

Abre el archivo de GeoGebra. Aplica a cada polígono el producto de las dos simetrías, es decir, aplica la simetría de eje 1 y después aplica a la imagen la simetría de eje 2. ¿Qué relación hay entre cada polígono inicial y su imagen final?

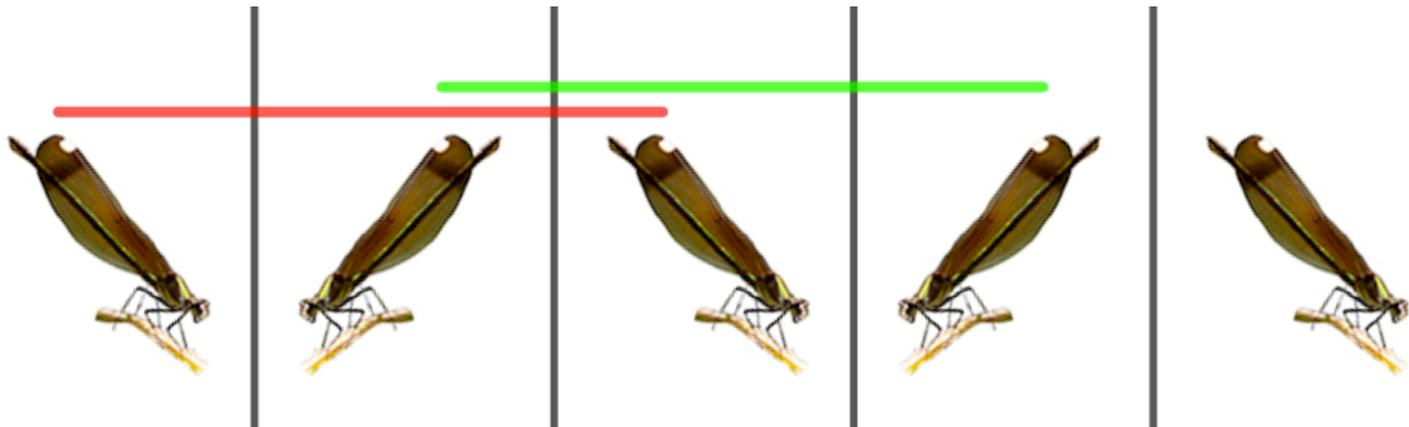


Actividad 26.

Este friso lo hemos realizado en GeoGebra. ¿Qué relación hay entre las posiciones de las libélulas que están juntas? ¿Y entre las posiciones de las libélulas que están separadas?



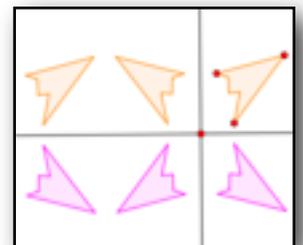
Debajo ves el mismo friso mostrando los ejes de simetría que hay entre cada dos libélulas consecutivas. También está marcada la distancia de cada libélula a la siguiente que tiene la misma orientación.



Si las actividades 24 a 26 te han parecido difíciles, intenta resolverlas otra vez desde la actividad 24.

Actividad 27.

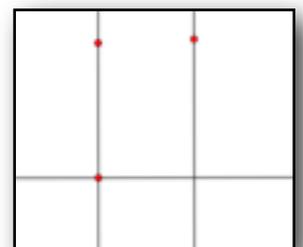
a) Abre el archivo de GeoGebra 27A. Arrastra los puntos rojos para modificar este friso doble y observa cómo cambia la colocación de las figuras.



Si esta actividad te ha parecido sencilla, sigue resolviendo la actividad 27B.

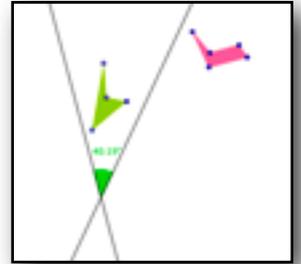
Si esta actividad te ha parecido complicada, pincha aquí para ir directamente a la actividad 35.

b) Abre el archivo de GeoGebra 27B. Crea tu propio diseño para hacer un friso doble, usando las rectas como ejes de simetría.



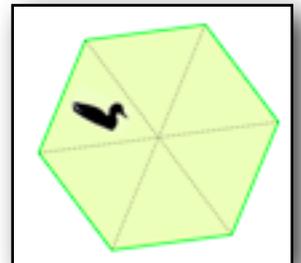
Actividad 28.

Abre el archivo de GeoGebra. Aplica a cada polígono el producto de las dos simetrías, es decir, aplica la simetría de eje 1 y después aplica a la imagen la simetría de eje 2. ¿Qué movimiento lleva cada polígono inicial a su imagen final?



Actividad 29.

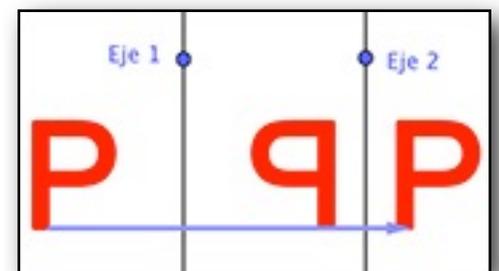
Abre el archivo de GeoGebra. Completa el rosetón de 6 celdas y el de 10 celdas, usando los segmentos punteados como ejes de simetría. ¿Cuántos giros ves en cada rosetón? ¿Cuánto miden sus ángulos de giro?



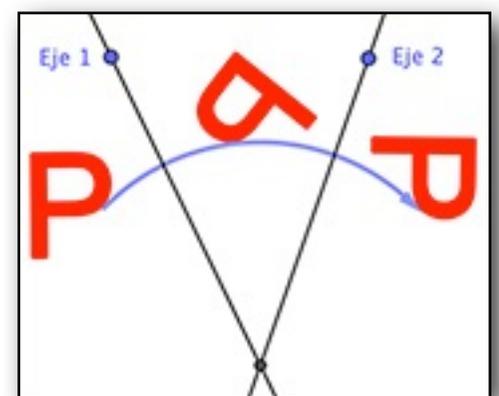
Producto de simetrías axiales

En las actividades 24 a 29 has realizado productos de simetrías. En unos casos los dos ejes de simetría eran paralelos y en otros casos se cortaban.

En las actividades 24 y 25 debes haber descubierto que el producto de dos simetrías cuyos ejes son paralelos es una traslación perpendicular a los ejes de simetría.

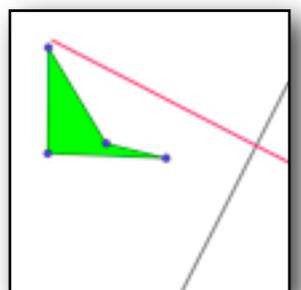


En las actividades 28 y 29 debes haber descubierto que el producto de dos simetrías cuyos ejes se cortan es un giro cuyo centro es el punto donde se cortan los ejes de simetría.



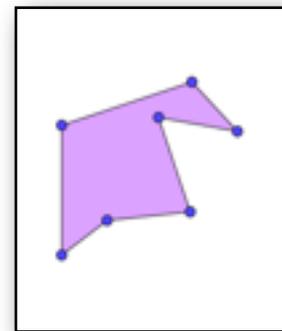
Actividad 30.

Abre el archivo de GeoGebra. El polígono violeta es el resultado de hacer una traslación del polígono verde con el vector indicado. Mueve el polígono verde al violeta mediante el producto de dos simetrías de ejes paralelos, de manera que uno de los ejes de simetría sea la recta dibujada.



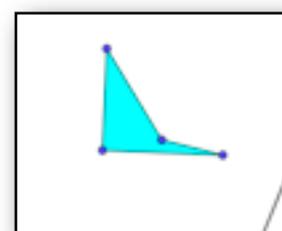
Actividad 31.

- a) Abre el archivo de GeoGebra. El polígono marrón es una traslación del violeta. Mueve el polígono violeta al marrón mediante un producto de dos simetrías. ¿Cómo y dónde colocas los ejes? ¿Por qué?
- b) ¿Puedes dar otra solución, o sea, otro par de ejes que permitan pasar del polígono violeta al marrón?



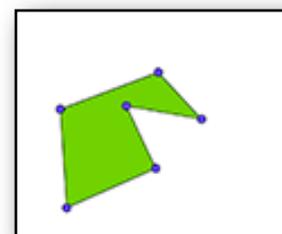
Actividad 32.

- Abre el archivo de GeoGebra. El polígono marrón es el resultado de hacer un giro del polígono azul alrededor del centro marcado. Mueve el polígono azul al marrón mediante el producto de dos simetrías cuyos ejes se corten, de manera que uno de los ejes de simetría sea la recta dibujada.



Actividad 33.

- a) Abre el archivo de GeoGebra. El polígono azul es un giro del verde con centro en el punto marcado. Mueve el polígono verde al azul mediante un producto de dos simetrías. ¿Cómo y dónde colocas los ejes? ¿Por qué?
- b) ¿Puedes dar otra solución, o sea, otro par de ejes que permitan mover el polígono verde al azul?



Si crees que necesitas más práctica, pincha aquí para volver a resolver las actividades desde la actividad 24, hasta que pienses que estás preparado para resolver las últimas actividades.

Actividad 34.

Entra en el cuestionario y contesta las preguntas que te planteará.

Actividad 34

Pregunta 1 de 6

El producto de dos simetrías con ejes paralelos equivale a:

A. Una traslación

B. Un giro

C. Una simetría

D. Ninguno de los anteriores

◀ Comprobar respuesta ▶

Actividad 35.

En grupos de varios estudiantes, escribid un texto que resuma todas las propiedades de las simetrías que habéis estudiado. Además, incluid en ese documento: 1) una imagen de un objeto que tenga varios ejes de simetría, 2) una imagen de un objeto con un único eje de simetría, 3) una imagen de un friso y 4) una imagen de un rosetón.

