Tema 3

Aritmètica i representació de la informació en l'ordinador

Informàtica
Grau en Física
Universitat de València

Francisco.Grimaldo@uv.es
Ariadna.Fuertes@uv.es

Guió del tema

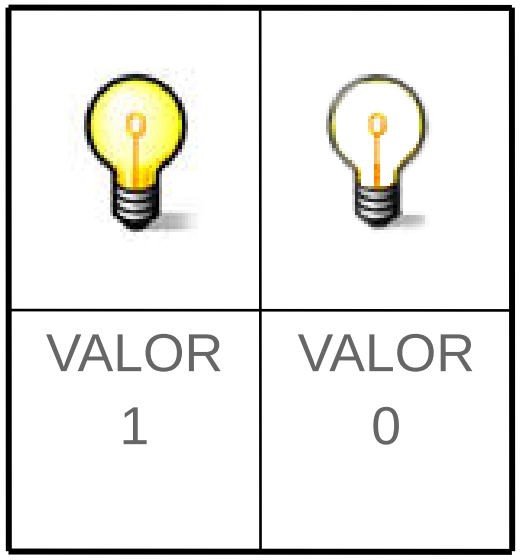
- Representació binària de la informació.
  - Definició.
  - Agrupament dels bits.
  - Unitats de mesura binàries.
- Informació bàsica representada.
  - Informació booleana.
  - Conversió decimal - binari.
  - Operacions en binari.
  - Enters amb signe.
  - Caràcters.
  - Reals.
- Representació intermèdia: octal i hexadecimal.
  - Definició.
  - Conversió decimal - hexadecimal/octal - binari.
- Exercicis.

Representació binària: definició (1/2)

- Els ordinadors representen qualsevol tipus d'informació (text, imatges, so...) com un patró de bits que poden estar en dos estats possibles: encès (1) o apagat (0).
- El bit és la unitat mínima d'informació que pot processar un dispositiu digital.
- Un bit té un dels dos valors possibles: 0 o 1.
- No obstant això, un ordinador treballa amb informació diferent de zeros i uns.
- Com ho fa? Mitjançant la codificació.

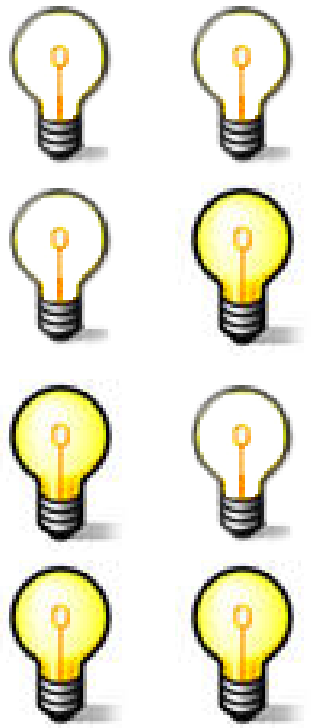
Representació binària: definició (2/2)

- Amb un bit podem representar només dos valors, 0 i 1.
- Per a representar o codificar més informació en un dispositiu digital, necessitem més quantitat de bits.
- Per mitjà de seqüències de bits podem representar qualsevol tipus d'informació.
- … es coneix com a codificació.



Agrupament dels bits

- Per exemple, si disposem de dos bits, podem representar fins a quatre valors diferents, 2^2.
- En general, tenint en compte que cada bit pot representar només dos valors (0 i 1), amb n bits podrem representar 2^n valors.
- Byte és un agrupament de 8 bits.
- Un byte pot representar fins a 256 (2^8) missatges diferents. P. ex.: 10010011.



Unitats de mesura binàries

- Byte: grup de 8 bits.
- KB (kilobyte o K): grup de 1.024 bytes. Conté 2^{10} bytes = 1.024 bytes ≈ 1.000 bytes = 10^3.
- MB (megabyte o mega): grup de 1.048.576 bytes. Conté 2^{20}bytes = 1.048.576 bytes ≈ 1.000.000 bytes = 1.000 KB = 10^6.
- GB (gigabyte o giga): 1.024 MB ≈ 1.000 MB.
- TB (terabyte): 1 milió de MB o bilió de bytes.
- PB (petabyte): 1.024 TB o 1.000 bilions de bytes.

- Exemples: 4 GB RAM, HDD 120 GB, MP3 3.5 MB.
- La transferència de dades es mesura en bits/s. Per tant, 1 Mb/s = 1.000 bits = 1/8 MB.

Guió del tema

- Representació binària de la informació.
  - Definició.
  - Agrupament dels bits.
  - Unitats de mesura binàries.
- Informació bàsica representada.
  - Informació booleana.
  - Conversió decimal - binari.
  - Operacions en binari.
  - Enters amb signe.
  - Caràcters.
  - Reals.
- Representació intermèdia: octal i hexadecimal.
  - Definició.
  - Conversió decimal - hexadecimal/octal - binari.
- Exercicis.

Informació bàsica representada

- La informació bàsica representada/desada en un dispositiu digital serà:
  - Informació booleana: Vertader o Fals.
  - Valors enters: Nombres enters positius i negatius.
  - Caràcters: Lletres de l'alfabet de la "a" a la "z", en majúscules i minúscules, els dígits numèrics del 0 al 9 i altres caràcters de control.
  - Valors reals: Nombres amb decimals.
- Tota aquesta informació ha d'estar codificada en binari per a poder desar-la en un dispositiu digital.
- Codificació de la informació booleana:
  - Vertader = 1 i Fals = 0.

Conversió decimal – binari (1/4)

- Un nombre enter positiu qualsevol, representat en base decimal, es pot codificar com una suma de potències de 10.
  - Per exemple: $325 = 3*10^2 + 2*10^1 + 5*10^0$.

- En general, un nombre **N** es pot codificar a partir d'un conjunt de ***a*** símbols (alfabet) que prenen un determinat valor en funció de la posició que ocupen B^i (base del sistema de numeració o representació) de la manera següent:

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i * B^i$$

Conversió decimal – binari (2/4)

- La base amb què treballem habitualment és base 10 (B=10) i l'alfabet amb què escrivim normalment els nombres són els deu dígits {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9}.

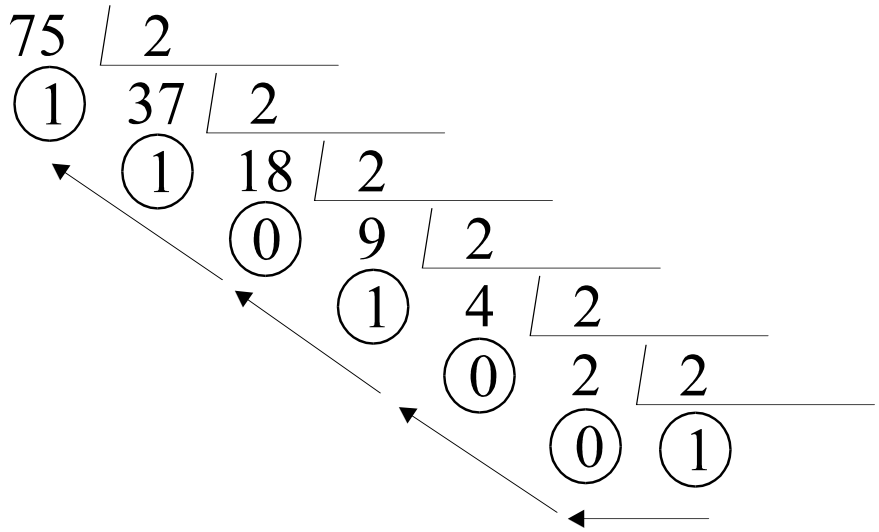
- El nombre 237 es pot codificar mitjançant la base i els coeficients corresponents: $2*10^2+3*10^1+7*10^0$, és a dir, 2*100+3*10+7*1=237.

- Els ordinadors fan servir un alfabet format pels dígits 0 i 1 (dos símbols), de manera que la base que utilitzen és la base binària (B=2).

- Com convertim un nombre en base 10 en un nombre en base 2 o binari?

Conversió decimal – binari (3/4)

- El canvi de base de decimal a binari es fa mitjançant divisions successives.
- Per exemple, per a passar 75 a binari fem la seqüència de divisions següent, i així $75_{)10} = 1001011_{)2}$



- Quan ja no podem dividir més el nombre, **la successió inversa des de l'últim quocient més els residus formen el nombre binari.**

Conversió decimal – binari (4/4)

- Per a passar de binari a decimal, farem la descomposició de la xifra en les successives potències segons la fórmula (B=2):

$$N = \sum_{i=0}^{n} a_i * 2^i$$

- Per exemple, per a convertir el nombre 1001011 a base 10, el descompondrem com:

1001011 = $1*2^0+1*2^1+0*2^2+1*2^3+0*2^4+0*2^5+1*2^6$
= $1*1+1*2+0*4+1*8+0*16+0*32+1*64$
= $1+2+8+64$
= 75

Operacions en binari

- La metodologia de les operacions és la mateixa que en decimal, excepte que en binari:
  - 1 + 1 = 10 i 10 – 1 = 01

- Exemple: 75 + 23 (en decimal 98 ≡ 1100010).
  - 75 ≡ 1001011 i 23 ≡ 10111

El resultat és l'esperat:

```
  1 0 0 1 0 1 1
+     1 0 1 1 1
-------------------
  1 1 0 0 0 1 0
```

$0*2^0+1*2^1+0*2^2+0*2^3+0*2^4+1*2^5+1*2^6 = 98$

- Exemple: 75 - 23 (en decimal 52 ≡ 110100).

El resultat és l'esperat:

```
  1 0 0 1 0 1 1
-     1 0 1 1 1
-------------------
  0 1 1 0 1 0 0
```

$0*2^0+0*2^1+1*2^2+0*2^3+1*2^4+1*2^5+0*2^6 = 52$

Enters amb signe (1/9)

- **Representació signe - magnitud:** consisteix a dedicar un espai per a indicar el signe del nombre.
  - El nombre 75 pot ser +75 o -75.

- En la memòria de l'ordinador, és impossible la representació dels símbols + o -, només es poden representar uns i zeros.

- El que farem serà dedicar un espai (bit) concret de la representació al signe, que també serà un zero o un u, però que per estar en una certa posició no indicarà magnitud sinó signe.

- Si parlem d'un lloc determinat on anirà el signe, també haurem de parlar d'un nombre determinat d'espais per a poder localitzar el signe i la magnitud. Així, **d'ara endavant qualsevol representació binària d'un nombre comportarà el nombre de bits en què es farà la representació** (i al costat, el mètode en què s'ha representat).

Enters amb signe (2/9)

- Exemple: Representeu els nombres $75_{)10}$ i $-75_{)10}$ en base binària, amb signe i magnitud en 8 bits (n=8).

$$75_{)10} = 01001011_{)2SM}$$

$$-75_{)10} = 11001011_{)2SM}$$

- Si en fer la representació hi ha buits (caselles sense omplir), aquests s'han de deixar sempre a la dreta del signe i a l'esquerra de la magnitud, i s'han d'omplir sempre amb zeros:

$$8_{)10} = 00001000_{)2SM}$$

$$-8_{)10} = 10001000_{)2SM}$$

- Inconvenient: quan es realitzen operacions, cal comprovar el signe i, segons aquest, fer una suma o una resta, veure quina magnitud és major...

- **Exercici:** Convertiu el nombre $-46_{)10}$ a binari amb 8 bits SM.

Enters amb signe (3/9)

- **Representació complement a 1:** consisteix a aplicar a cada nombre enter **x** la transformació següent: x' = (2n – 1) + x

- Exemple: Representar tots el nombres possibles amb 4 bits (n=4).

24 = 10000 → 24 – 1 = 1111

0 → 1111 + 0 = $1111_{)2C1}$
1 → 1111 + 1 = (1)0000 → (se suma el transport) → 0000 + 1 = $0001_{)2C1}$
2 → 1111 + 10 = (1)0001 → (se suma el transport) → 0001 + 1 = $0010_{)2C1}$
3 → 1111 + 11 = (1)0010 → (se suma el transport) → 0010 + 1 = $0011_{)2C1}$
4 → 1111 + 100 = (1)0011 → (se suma el transport) → 0011 + 1 = $0100_{)2C1}$
5 → 1111 + 101 = (1)0100 → (se suma el transport) → 0100 + 1 = $0101_{)2C1}$
6 → 1111 + 110 = (1)0101 → (se suma el transport) → 0101 + 1 = $0110_{)2C1}$
7 → 1111 + 111 = (1)0110 → (se suma el transport) → 0110 + 1 = $0111_{)2C1}$
8 → 1111 + 1000 = (1)0111 → (se suma el transport) → 0111 + 1 = $\underline{1}000_{)2C1}$
(número no vàlid perquè és igual a –7)

-1 → 1111 - 1 = $1110_{)2C1}$
-2 → 1111 - 10 = $1101_{)2C1}$
-3 → 1111 - 11 = $1100_{)2C1}$
-4 → 1111 - 100 = $1011_{)2C1}$
-5 → 1111 - 101 = $1010_{)2C1}$
-6 → 1111 - 110 = $1001_{)2C1}$
-7 → 1111 - 111 = $1000_{)2C1}$
-8 → 1111 - 1000 = $\underline{0}111_{)2C1}$ (número no vàlid perquè és igual a 7)

Enters amb signe (4/9)

- Característiques del C1:
  - El 1r bit dels nombres positius és un 0 i el dels negatius és un 1.
  - Els nombres positius es representen igual, però omplits amb zeros a l'esquerra fins a arribar al total de bits de la representació.
  - Els nombres negatius es poden obtenir ràpidament:
    1) Representar el número en binari com si fóra positiu.
    2) Omplir amb zeros fins a la quantitat de bits de la representació.
    3) Canviar els zeros per uns i els uns, per zeros.
  - La suma i la resta esdevenen <u>només una operació</u>: SUMA

$$A - B = A + (-B)$$

- Tota representació binària duu associada una grandària. Si aquesta no és prou gran, poden sorgir dos errors quan operem:
  - Overflow: Un nombre positiu esdevé negatiu.
  - Underflow: Un nombre negatiu esdevé positiu.

Enters amb signe (5/9)

- Exemple 1: Suposem n = 4. Sumar A=5 i B=2.

$A = 5_{)10} = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C1}$
$B = 2_{)10} = 0\ 0\ 1\ 0_{)2C1}$
$A+B = 0\ 1\ 1\ 1_{)2C1} = 7_{)10}$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

- Exemple 2: Suposem n = 4. Restar A=5 i B=6 ≡ A + (-B).

$A = 5_{)10} = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C1}$
$-B = -6_{)10} = -\ 0\ 1\ 1\ 0_{)2} = 1\ 0\ 0\ 1_{)2C1}$
$A+(-B) = 1\ 1\ 1\ 0_{)2C1} = -\ 0\ 0\ 0\ 1_{)2} = -1_{)10}$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 0 \end{array}$$

- Exemple 3: Suposem n = 4. Sumar A=5 i B=6.

$A = 5_{)10} = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C1}$
$B = 6_{)10} = 0\ 1\ 1\ 0_{)2C1}$
$A+B = 1\ 0\ 1\ 1_{)2C1} = -\ 0\ 1\ 0\ 0_{)2} = -4_{)10} \rightarrow$ Overflow

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

- Exemple 4: Suposem n = 4. Sumar A=-5 i B=-6.

$A = -5_{)10} = -\ 0\ 1\ 0\ 1_{)2} = 1\ 0\ 1\ 0_{)2C1}$
$B = -6_{)10} = -\ 0\ 1\ 1\ 0_{)2} = 1\ 0\ 0\ 1_{)2C1}$
$A+B = 0\ 1\ 0\ 0_{)2C1} = 4_{)10} \rightarrow$ Underflow

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 0 \\ +\ 1\ 0\ 0\ 1 \\ \hline (1)\ 0\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

El transport se suma:
0011+1=0100

Enters amb signe (6/9)

- Inconvenient: Com que el 0 té dues representacions, només podem representar 2^n-1 valors en comptes de 2^n.

- Exercici: Convertiu els valors següents a binari en C1 amb 8 bits i feu les operacions indicades tot i indicant si el resultat és correcte. Si no ho és, detecteu el tipus d'errada que es produeix:

  - A = 45) 1 0
  - B = -86) 1 0

  - A + B
  - B – A
  - A – B

Enters amb signe (7/9)

- **Representació complement a 2:** consisteix a aplicar a un nombre enter **x** la mateixa transformació que en C1, però afegint-li 1 i no tenint en compte el transport:

$$x' = (2n-1)+x+1$$

- Exemple: Representar tots els nombres possibles amb 4 bits (n=4).

24 = 10000 → 24 – 1 = 1111

0 → 1111 + 0 + 1 = (1) 0 0 0 0 → i NO es té en compte el transport → $0\ 0\ 0\ 0)_{2C2}$
1 → 1111 + 1 + 1 = (1) 0 0 0 1 → i NO es té en compte el transport → $0\ 0\ 0\ 1)_{2C2}$
2 → 1111 + 10 + 1 = (1) 0 0 1 0 → i NO es té en compte el transport → $0\ 0\ 1\ 0)_{2C2}$
3 → 1111 + 11 + 1 = (1) 0 0 1 1 → i NO es té en compte el transport → $0\ 0\ 1\ 1)_{2C2}$
4 → 1111 + 100 + 1 = (1) 0 1 0 0 → i NO es té en compte el transport → $0\ 1\ 0\ 0)_{2C2}$
5 → 1111 + 101 + 1 = (1) 0 1 0 0 → i NO es té en compte el transport → $0\ 1\ 0\ 1)_{2C2}$
6 → 1111 + 110 + 1 = (1) 0 1 1 0 → i NO es té en compte el transport → $0\ 1\ 1\ 0)_{2C2}$
7 → 1111 + 111 + 1 = (1) 0 1 1 1 → i NO es té en compte el transport → $0\ 1\ 1\ 1)_{2C2}$
8 → 1111 + 1000 + 1 = (1) 1 0 0 0 → i NO es té en compte el transport → $\underline{1}\ 0\ 0\ 0)_{2C2}$
(número no vàlid perquè és igual a –8)

-1 → 1111 – 1 + 1 = $1\ 1\ 1\ 1)_{2C2}$
-2 → 1111 – 10 + 1 = $1\ 1\ 1\ 0)_{2C2}$
-3 → 1111 – 11 + 1 = $1\ 1\ 0\ 1)_{2C2}$
-4 → 1111 – 100 + 1 = $1\ 1\ 0\ 0)_{2C2}$
-5 → 1111 – 101 + 1 = $1\ 0\ 1\ 1)_{2C2}$
-6 → 1111 – 110 + 1 = $1\ 0\ 1\ 0)_{2C2}$
-7 → 1111 – 111 + 1 = $1\ 0\ 0\ 1)_{2C2}$
-8 → 1111 – 1000 + 1 = $1\ 0\ 0\ 0)_{2C2}$
-9 → 1111 – 1001 + 1 = $\underline{0}\ 1\ 1\ 1)_{2C2}$
(número no vàlid perquè és igual a 7)

Enters amb signe (8/9)

- Característiques del C2:
  - El 1r bit dels nombres positius és un 0 i el dels negatius és un 1.
  - Els nombres positius es representen igual, però omplits amb zeros a l'esquerra fins a arribar al total de bits de la representació.
  - Els nombres negatius es poden obtenir ràpidament:
    1) Representar el número en binari com si fóra positiu.
    2) Omplir amb zeros fins a la quantitat de bits de la representació.
    3) Canviar els zeros per uns i els uns, per zeros.
    4) Sumar 1 al resultat.
  - La suma i la resta esdevenen <u>només una operació</u>: SUMA

$$A - B = A + (-B)$$

- El C2 és quasi igual que el C1, excepte que sempre sumem 1 i es té compte el transport.
- Exercici: Feu l'exercici de la diapositiva 19, però ara en C2.

Enters amb signe (8/9)

- Exemple 1: Suposem n = 4. Sumar A=5 i B=2.

$A = 5_{)10} = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C2}$
$B = 2_{)10} = 0\ 0\ 1\ 0_{)2C2}$
$A+B = 0\ 1\ 1\ 1_{)2C2} = 7_{)10}$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 0\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 0\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

- Exemple 2: Suposem n = 4. Restar A=5 i B=6 ≡ A + (-B).

$A = 5_{)10} = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C2}$
$-B = -6_{)10} = -\ 0\ 1\ 1\ 0_{)2} = 1\ 0\ 1\ 0_{)2C2}$
$A+(-B) = 1\ 1\ 1\ 1_{)2C2} = 1\ 1\ 1\ 0_{)2C1} = -\ 0\ 0\ 0\ 1_{)2} = -1_{)10}$

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 1\ 1\ 1 \end{array}$$

- Exemple 3: Suposem n = 4. Sumar A=5 i B=6.

$A = 5_{)10} = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C2}$
$B = 6_{)10} = 0\ 1\ 1\ 0_{)2C2}$
$A+B = 1\ 0\ 1\ 1_{)2C2} = 1\ 0\ 1\ 0_{)2C1} = -\ 0\ 1\ 0\ 1_{)2} = -5_{)10} \rightarrow$ Overflow

$$\begin{array}{r} 0\ 1\ 0\ 1 \\ +\ 0\ 1\ 1\ 0 \\ \hline 1\ 0\ 1\ 1 \end{array}$$

- Exemple 4: Suposem n = 4. Sumar A=-5 i B=-6.

$A = -5_{)10} = -\ 0\ 1\ 0\ 1_{)2} = 1\ 0\ 1\ 1_{)2C2}$
$B = -6_{)10} = -\ 0\ 1\ 1\ 0_{)2} = 1\ 0\ 1\ 0_{)2C2}$
$A+B = 0\ 1\ 0\ 1_{)2C2} = 5_{)10} \rightarrow$ Underflow

$$\begin{array}{r} 1\ 0\ 1\ 1 \\ +\ 1\ 0\ 1\ 0 \\ \hline (1)\ 0\ 1\ 0\ 1 \end{array}$$

El transport s'ignora!

Caràcters (1/5)

- La representació de caràcters alfanumèrics i numèrics es fa mitjançant una correspondència entre els caràcters que volem representar i una sèrie de nombres binaris.

- La correspondència més coneguda i usada és el codi ASCII (*American Estàndard Code for Information Interchange*), originàriament utilitzat per a comunicar informació entre màquines diferents.

- A més dels caràcters normals utilitzats en l'escriptura, pot representar una sèrie de caràcters especials amb un cert significat per als ordinadors, també coneguts com a caràcters de control (Ex: *enter*, *escape*, etc.).

- ASCII utilitza un *byte* (8 bits) per a representar cada caràcter.

Significat dels bits: caràcters (2/5)

- El codi ASCII original utilitzava set bits per a representar la informació, i el vuitè bit (bit de control d'errors) es feia servir per a comprovar la correcció dels altres set mitjançant la **paritat** dels bits (nombre parell o imparell d'uns del nombre binari).
  - Exemple: el nombre binari 0110101 té un nombre parell d'uns (4), per la qual cosa el bit de control serà 0; el nombre 0100101, però, tindrà com a bit de control un 1.
- Amb els set bits, es pot representar fins a un màxim de $2^7 = 128$ caràcters.
- Actualment, gràcies a l'alta difusió del codi ASCII per a la representació de caràcters, s'han introduït caràcters internacionals nous: vocals accentuades, la 'ñ', la 'ç', etc. Aquesta **extensió del codi ASCII** empra el vuitè bit i és específica de cada país.

Significat dels bits: caràcters (3/5)

Dec	Hex	Car	Dec	Hex	Car	Dec	Hex	Car	Dec	Hex	Car
0	00	NUL	32	20	SPC	64	40	@	96	60	‘
1	01	SOH	33	21	!	65	41	A	97	61	a
2	02	STX	34	22	"	66	42	B	98	62	b
3	03	ETX	35	23	#	67	43	C	99	63	c
4	04	EOT	36	24	$	68	44	D	100	64	d
5	05	ENQ	37	25	%	69	45	E	101	65	e
6	06	ACK	38	26	&	70	46	F	102	66	f
7	07	BEL	39	27	’	71	47	G	103	67	g
8	08	BS	40	28	(	72	48	H	104	68	h
9	09	HT	41	29	)	73	49	I	105	69	i
10	0A	LF	42	2A	*	74	4A	J	106	6A	j
11	0B	VT	43	2B	+	75	4B	K	107	6B	k
12	0C	FF	44	2C	,	76	4C	L	108	6C	l
13	0D	CR	45	2D	-	77	4D	M	109	6D	m
14	0E	SO	46	2E	.	78	4E	N	110	6E	n
15	0F	SI	47	2F	/	79	4F	O	111	6F	o
16	10	DLE	48	30	0	80	50	P	112	70	p
17	11	DC1	49	31	1	81	51	Q	113	71	q
18	12	DC2	50	32	2	82	52	R	114	72	r
19	13	DC3	51	33	3	83	53	S	115	73	s
20	14	DC4	52	34	4	84	54	T	116	74	t
21	15	NAK	53	35	5	85	55	U	117	75	u
22	16	SYN	54	36	6	86	56	V	118	76	v
23	17	ETB	55	37	7	87	57	W	119	77	w
24	18	CAN	56	38	8	88	58	X	120	78	x
25	19	EM	57	39	9	89	59	Y	121	79	y
26	1A	SUB	58	3A	:	90	5A	Z	122	7A	z
27	1B	ESC	59	3B	;	91	5B	[	123	7B	{
28	1C	FS	60	3C	<	92	5C	\	124	7C	|
29	1D	GS	61	3D	=	93	5D	]	125	7D	}
30	1E	RS	62	3E	>	94	5E	^	126	7E	~
31	1F	US	63	3F	?	95	5F	_	127	7F	DEL

Significat dels bits: caràcters (4/5)

- L'any 1991 apareix l'estàndard UNICODE.
- Unicode pretén codificar simultàniament els caràcters de múltiples idiomes.
- Unicode proveeix una codificació única per a fer referència a cada caràcter de cada llengua coberta.
- Actualment, cobreix els sistemes de símbols de moltes llengües, com l'àrab, el birmà o l'hebreu.
- Suporta més de 100.000 caràcters únics!

Significat dels bits: caràcters (5/5)

- UNICODE deixa la tasca de representació a l'aplicació que ha de mostrar els caràcters (P. ex.: navegador web).
- Unicode només assigna un codi únic a cada símbol de cada llengua.
- Cal un mètode d'assignació entre els codis i els símbols, una norma de transició.
- Hi ha diversos estàndards de mapatge entre els codis i els símbols. Per exemple:
  - UTF-8, UTF-16, UTF-32
  - UCF-2, UCF-4

Reals (1/11)

- Per a representar el nombres reals haurem de treballar amb una certa precisió (ja que no podem representar una quantitat infinita de decimals).

- En general, el reals es poden representar de dues maneres:
  - Mitjançant coma fixa.
  - Mitjançant coma flotant (o notació científica).

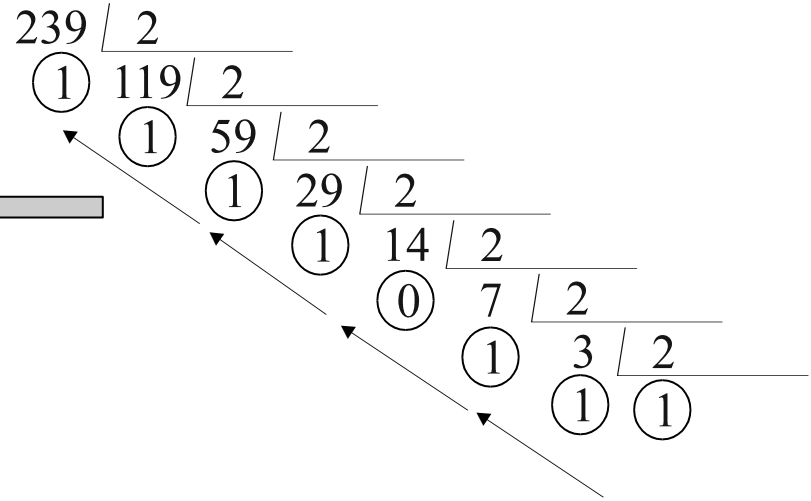
Reals (2/11)

- **Representació en coma fixa:**
  - Per a passar de decimal a binari un nombre real, s'ha de codificar d'una banda la part entera i de l'altra, la part decimal:
    - 239,403 → 239 i 403.
  - La part entera es converteix de la manera com hem vist adés, és a dir, per mitjà de divisions successives.
  - La part decimal es converteix per multiplicacions successives, de les quals cal agafar la part entera resultant de cada multiplicació.
  - **Important:** Un real (ex: 239,403) amb un nombre finit de decimals (403 són 3 decimals) pot no tenir un nombre finit de decimals en la seua representació binària!

Reals (3/11)

- **Representació en coma fixa (continuació):**

- Exemple: 239,403 a binari.
  - De primer, codifiquem la part entera per divisions successives:
    - → $239_{)10} = 11101111_{)2}$



  - Després, convertim la part decimal per mitjà de multiplicacions successives:
    - → $0{,}403_{)10} = 0{,}0110011_{)2}$

0,403 * 2 = 0,806 (obtenim un 0)
0,806 * 2 = 1,612 (obtenim un 1)
0,612 * 2 = 1,224 (obtenim un 1)
0,224 * 2 = 0,448 (obtenim un 0)
0,448 * 2 = 0,896 (obtenim un 0)
0,896 * 2 = 1,792 (obtenim un 1)
0,792 * 2 = 1,584 (obtenim un 1)

  - El nombre en binari serà:
    - → $239{,}403_{)10} = 11101111{,}0110011_{)2}$
  - Reflexions: Quants decimals he d'obtenir? Com representa la coma a l'ordinador?

Reals (4/11)

- **Representació en coma flotant:**
  - Consisteix a col·locar la coma en una posició determinada, de manera que la representació binària no se n'haurà de preocupar.
    - → $239{,}403_{)10} = 0{,}239403 * 10^{3}$
  - El fet de moure la coma suposarà l'aparició d'una base elevada a un exponent, que també s'ha de representar.
  - Qualsevol nombre real en qualsevol base pot posar-se en coma flotant movent la coma a l'esquerra de la primera xifra significativa del nombre i multiplicant-lo per la base elevada a l'exponent adequat.

$0{,}00000345_{)10} = 0{,}345 * 10^{-5}$

$11101111{,}011001_{)2} = 0{,}11101111011001 * 2^{8}$

Reals (5/11)

- **Representació en coma flotant (continuació I):**
  - Una vegada tenim el nombre binari en coma flotant, la representació es farà separant, d'una banda, la representació del nombre que apareix després de la coma (o mantissa) i de l'exponent que eleva la base.
  - La mantissa s'escriu representant els valors que apareixen a la dreta de la coma (ja que el 0 i la coma es mantenen fixos).
  - Com en la representació d'enters, cal conèixer el nombre de bits que hem d'utilitzar per a la representació.
  - La representació binària d'un nombre real en coma flotant sempre (o gairebé sempre) estarà representada per:

    signe / mantissa / exponent

- **Representació en coma flotant (continuació II):**
  - La representació del signe i la mantissa és semblant a la dels nombres enters.
  - Per tant, la manera habitual de representar-los és mitjançant signe i magnitud.
  - L'exponent és un nombre enter, de manera que qualsevol mètode de representació d'enters servirà per a representar l'exponent.
  - És habitual que, en la representació de nombres reals en coma flotant, l'exponent es represente amb "biaix" (és a dir, amb un desplaçament o excés). Així doncs, als nombres negatius els fem correspondre nombres positius mitjançant la transformació:

$$X' = X + 2^{n-1} \qquad X \in [-(2^{n-1}-1), 2^{n-1}]$$

Reals (7/11)

- **Representació en coma flotant (continuació III):**
  - Exemple: Representació en coma flotant, amb 8 bits per a la mantissa (en signe-magnitud) i 5 bits per a l'exponent ("esbiaixat"), del nombre:

$239{,}403_{)10} = 11101111{,}0110011_{)2} = 0{,}11101111011011 * 2^8$

Magnitud = 11101110110011 15 bits !!

Mantissa = Signe positiu (0) + 7bits (1110111) = 01110111

  - Com que el signe i la magnitud ocupen més de 8 bits, cal truncar (pèrdua d'informació menys significativa.) Només representem realment el 0,1110111, en comptes de 0,11101110110011.

Exponent: Valor: $8_{)10} = 1000_{)2}$
Biaix (5 bits per a l'exponent → n = 5): $2^{n-1}{}_{)10} = 16 = 10000_{)2}$
Exponent amb biaix serà (exp = exp + 2^{n-1}):
exp = 1000 + 10000 = 11000

  - **Finalment: $239{,}403_{)10}$ = 01110111/11000**

Reals (8/11)

- Operacions en coma flotant: Multiplicació
  - Siguen A i B dos nombres representats en coma flotant com a:
    - $A = mA * 2^{e\,A}$ $\quad B = mB * 2^{e\,B}$
  - Per a multiplicar A i B, farem:
    - $A * B = (mA * 2^{e\,A}) * (mB * 2^{e\,B}) = (mA * mB) * 2^{e\,A + e\,B}$
- Exemple: Multiplicar els nombres 1,19 i 0,36 en coma flotant (8 bits per a la mantissa en signe/magnitud i 5 per a l'exponent esbiaixat).

$A = 1{,}19_{)10} = 1{,}0011_{)2} = 0{,}1001100... * 2^{1}$
$B = 0{,}36_{)10} = 0{,}01011100001_{)2} = 0{,}1011100... * 2^{-1}$
Exponente1: Valor: $1_{)10} = 00001_{)2}$
Exponente2: Valor: $-1_{)10} = -00001_{)2}$
Biaix (5 bits para el exponent → n = 5): $2^{n-1}{}_{)10} = 2^{4}{}_{)10} = 10000_{)2}$
Exponent amb biaix serà ($exp = 2^{n-1} + exp$):
exp1 = 10000 + 00001 = 10001
exp2 = 10000 - 00001 = 01111

Multiplicació (continuació)

$A = 1{,}19_{)10} = 0{,}1001100 * 2^{1} = \underline{0}\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 / 1\ 0\ 0\ 0\ 1$

$B = 0{,}36_{)10} = 0{,}1011100 * 2^{-1} = \underline{0}\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 / 0\ 1\ 1\ 1\ 1$

- Multipliquem les mantisses i ajustem la representació:

$A*B = 0{,}0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 * 2^{1} * 2^{-1}$

$= (0{,}1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 * 2^{-1}) * 2^{1} * 2^{-1}$

```
          0, 1 0 0 1 1 0
      x   0, 1 0 1 1 1 0
      -----------------
            0 0 0 0 0 0
          1 0 0 1 1 0
        1 0 0 1 1 0
      1 0 0 1 1 0
    0 0 0 0 0 0
  1 0 0 1 1 0
  -----------------------
0,0 1 1 0 1 1 0 1 0 1 0
```

- Sumem els exponents:

$A * B = 0{,}1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 * 2^{-1} * 2^{1} * 2^{-1} = 0{,}1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 * 2^{-1+1-1}$

$= 0{,}1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1 * 2^{-1}$

$= 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1 / 0\ 1\ 1\ 1\ 1$ hi ha truncament!!!

Reals (10/11)

- **Operacions en coma flotant: Suma**
  - Siguen dos nombres A i B representats en coma flotant:

$$A = mA * 2^{e\,A} \qquad B = mB * 2^{e\,B}$$

  - Per a poder sumar A i B, haurem de traure'n els factors comuns i sumar la resta:

Si eA > eB, aleshores eB = eA – eaux

$$A + B = (mA * 2^{e\,A}) + (mB * 2^{e\,B}) = (mA * 2^{e\,A}) + (mB * 2^{e\,A - eaux})$$
$$= (mA + mB * 2^{-eaux}) * 2^{e\,A}$$

  - Exemple: Sumar els nombres 1,19 i 0,36 en coma flotant (8 bits per a la mantissa en signe/magnitud i 5 per a l'exponent esbiaixat).

$A = 1{,}19_{)10} = 1{,}0011_{)2} = 0{,}1001100... * 2^{1}$

$B = 0{,}36_{)10} = 0{,}01011100001_{)2} = 0{,}1011100... * 2^{-1}$

Reals (11/11)

Suma (continuació)

$A = 1{,}19_{)10} = 0{,}1001100 * 2^{1} = \underline{0}\ 1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0 / 1\ 0\ 0\ 0\ 1$

$B = 0{,}36_{)10} = 0{,}1011100 * 2^{-1} = \underline{0}\ 1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0 / 0\ 1\ 1\ 1\ 1$

- Como expA > expB → expB = expA – aux = 1 – (2) = -1

$B = 0{,}1011100 * 2^{-1} = 0{,}1011100 * 2^{1} * (2^{-1} * 2^{-1})$

$= 0{,}0010111\,00 * 2^{1} = \quad 0{,}0010111 * 2^{1}$

- Sumem les mantisses i ajustem la representació:

$$\begin{array}{rr} & 0,1\,0\,0\,1\,1\,0\,0 \\ + & 0,0\,0\,1\,0\,1\,1\,1 \\ \hline & 0,1\,1\,0\,0\,0\,1\,1 \end{array}$$

A+B = $0,1\,1\,0\,0\,0\,1\,1 * 2^{1}$

La coma ara està ben col·locada i no és necessari ajustar.

- Representem l'exponent comú i queda:

A + B = $\underline{0}\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1 / 1\ 0\ 0\ 0\ 1$ També hi ha truncament!!!

Guió del tema

- Representació binària de la informació.
  - Definició.
  - Agrupament dels bits.
  - Unitats de mesura binàries.
- Informació bàsica representada.
  - Informació booleana.
  - Conversió decimal – binari.
  - Operacions en binari.
  - Enters amb signe.
  - Caràcters.
  - Reals.
- Representació intermèdia: octal i hexadecimal.
  - Definició.
  - Conversió decimal – hexadecimal/octal – binari.
- Exercicis.

Representació intermèdia (1/3)

- Com que en base binària els únics dígits que poden utilitzar-se són el 0 i l'1, normalment és molest i llarg escriure un nombre en base binària, encara que aquesta siga l'única base que realment utilitza l'ordinador.

- Per a escriure nombres fàcilment convertibles a binari, però amb menor nombre de xifres, s'utilitzen dos tipus de codificacions intermèdies: la base octal i la base hexadecimal.

- En la representació octal, la base és huit i l'alfabet està compost pels dígits del 0 al 7.

B = 8
A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7}

Representació intermèdia (2/3)

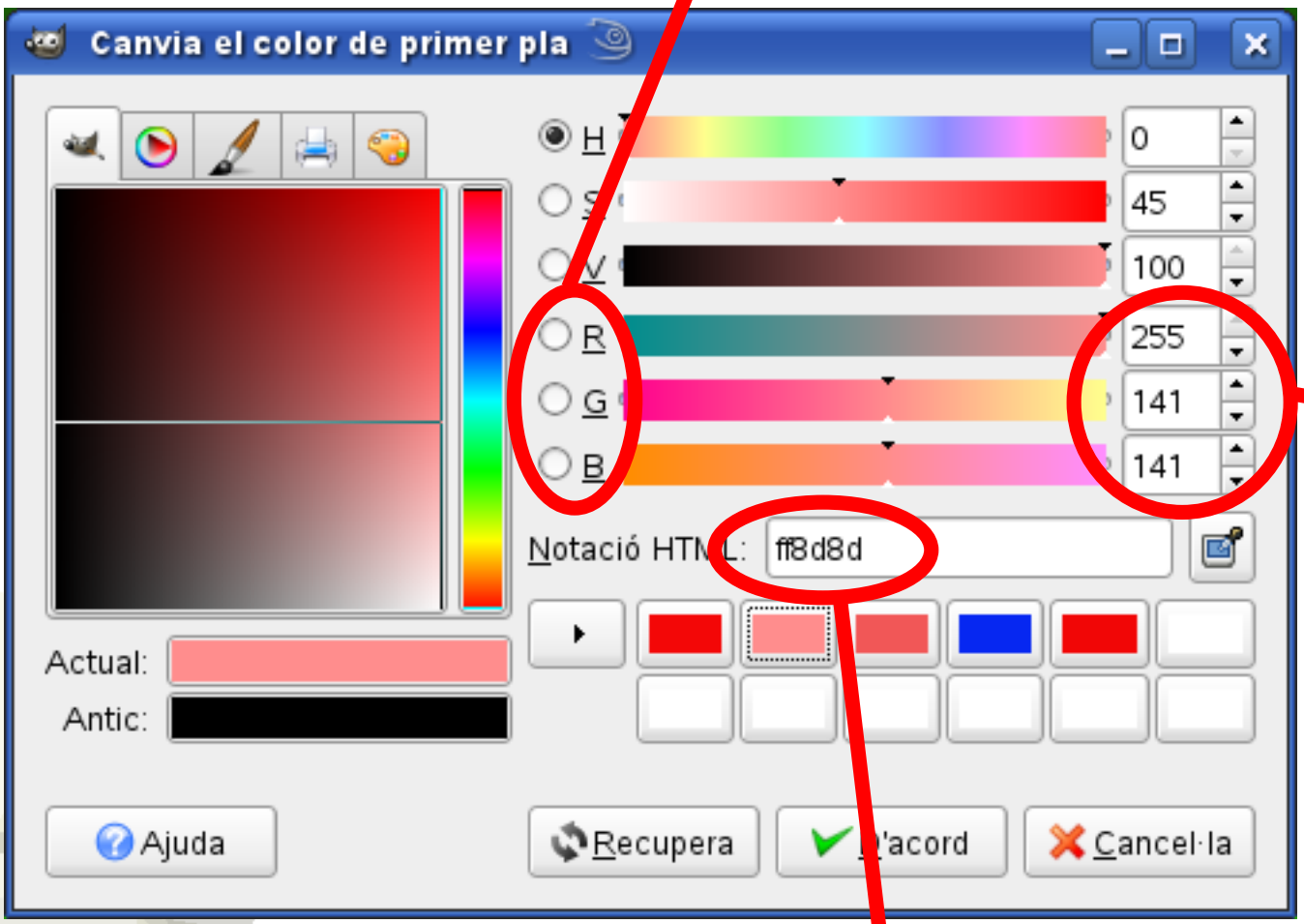
- En la representació hexadecimal, la base és setze i l'alfabet, que conté setze caràcters, està format pels dígits des del 0 fins al 9 (deu caràcters) més les lletres (generalment majúscules) des de la A fins a la F (6 caràcters).

  B = 16
  A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F}

- Per exemple, aquesta representació es fa servir per a definir els colors en les eines de dibuix.

Representació intermèdia (2/2)

Representació RGB: Red, Green, Blue

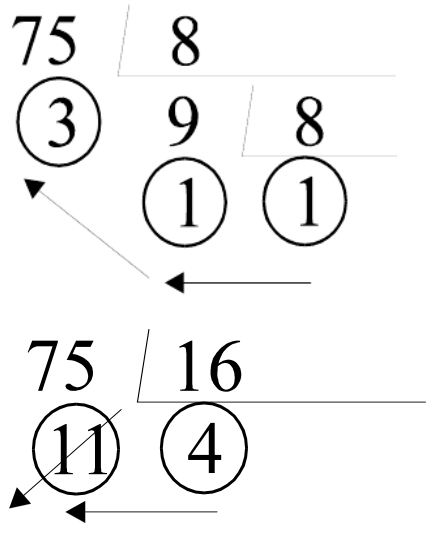


Representació decimal.

Representació hexadecimal.

Conversió decimal - octal/hexadecimal

- La manera de passar de base decimal a octal o hexadecimal és semblant al pas a base binària, però dividint successivament per huit o setze.



- Per exemple: $75_{)10} = 113_{)8} = 4B_{)16}$
- Per canviar d'octal/hexadecimal a decimal, aplicarem la fórmula de descomposició que ja coneixem:
  - Octal = suma de potències de 8.
  - Hexadecimal = suma de potències de 16.

- Per exemple, per a passar $4B_{)16}$ i $113_{)8}$ a base decimal:

$\mathbf{113_{)8}} = 3*8^0+1*8^1+1*8^2 = 3*1+1*8+1*64 = 3+8+64 = \mathbf{75}$

$\mathbf{4B_{)16}} = B*16^0+4*16^1 = 11*1+4*16 = 11+64 = \mathbf{75}$

Conversió binari – octal

- La representació octal està basada en el 8, mentre que la binària està basada en el 2.
- Com que $8 = 2^3$, podem assumir que tres xifres binàries fan una xifra octal.
- Així, el pas de binari a hexadecimal es redueix a agrupar de tres en tres, de dreta a esquerra, les xifres binàries i a avaluar-ne el valor decimal. Cal recordar que hem d'omplir amb zeros a l'esquerra fins a completar els grups de 3.

$\mathbf{1001011_{)2}} = 001\ 001\ 011_{)2}$

$001_{)2} = 1_{)8}$

$001_{)2} = 1_{)8}$

$011_{)2} = 3_{)8}$

$= \mathbf{113_{)8}}$

Conversió binari – hexadecimal

- La representació hexadecimal està basada en el 16, mentre que la binària està basada en el 2.
- Com que $16 = 2^4$, podem assumir que quatre xifres binàries fan una xifra hexadecimal.
- Així, el pas de binari a hexadecimal es redueix a agrupar de quatre en quatre, de dreta a esquerra, les xifres binàries i a avaluar-ne el valor decimal; cal recordar que valors superiors a 9 són representats per mitjà de lletres (A=10, B=11, C=12, D=13, E=14 i F=15).

$\mathbf{1001011}_{)2} = 0100\ 1011_{)2}$

$0100_{)2} = 4_{)16}$

$1011_{)2} = 11 = B_{)16}$

$= \mathbf{4B}_{)16}$

Conversió octal/hexadecimal - binari

- Una vegada vist el pas de binari a hexadecimal, la transformació inversa és òbvia.

- En el cas octal només cal passar cadascun dels dígits octals a tres xifres binàries i en el cas hexadecimal, a quatre xifres binàries.

$113_{)8} = 001\ 001\ 011_{)2}$

$1_{)8} = 001_{)2}$

$3_{)8} = 011_{)2}$

$4B_{)16} = 0100\ 1011_{)2}$

$4_{)16} = 0100_{)2}$

$B_{)16} = 11 = 1011_{)2}$

Bin	Hex	Dec
0000	0	0
0001	1	1
0010	2	2
0011	3	3
0100	4	4
0101	5	5
0110	6	6
0111	7	7
1000	8	8
1001	9	9
1010	A	10
1011	B	11
1100	C	12
1101	D	13
1110	E	14
1111	F	15

Exercicis

- Passeu a binari els nombres i les lletres següents:
  - $-87_{)10}$ ---> $?_{)2SM}$
  - $01110000_{)2}$ --> $?_{)16}$ --> $?_{)ASCII-8}$
  - $T_{)ASCII-8}$ --> $?_{)16}$ --> $?_{)2}$
  - $166{,}386_{)10}$ --> $?_{)2}$
- Calculeu la representació hexadecimal o decimal dels colors:
  - Blanc : R(?), G(?), B(?)
  - Negre : R(?), G(?), B(?)
  - Gris : $969696_{)16}$ → R(?), G(?), B(?)
  - Turq. : $22e0bf_{)16}$ → R(?), G(?), B(?)