

C-08. PROBLEMAS RICOS EN SECUNDARIA COMO DETECTOR DE CAPACIDAD MATEMÁTICA ALTA.

Pablo Llorens Valverde¹, Adela Jaime Pastor²

¹ Universitat de València- Departamento de Didáctica de la Matemática. palloval@alumni.uv.es

² Universitat de València- Departamento de Didáctica de la Matemática. adela.jaime@uv.es.

Modalitat: Comunicació

Nivell educatiu: Primària, Batxillerat

Paraules clau: alta capacidad matemática, secundaria, problemas.

Resum:

Los docentes tienen poca información acerca de las características y necesidades del alumnado de altas capacidades, y no existen estrategias fiables de identificación, y por tanto tampoco disponen de recursos para su atención. En este trabajo mostramos cómo problemas bien seleccionados pueden ayudar a discernir un alto desempeño en matemáticas.

Desarrollo

Este trabajo se realizó como parte de un trabajo final de un máster en didáctica de las matemáticas. Gira en torno a las destrezas necesarias para razonar deductivamente, detectar patrones, pensar de un modo lógico y, en definitiva, analizar y resolver problemas. Por ello, el presente trabajo se basa en el análisis de las soluciones y procesos resolutivos de una serie de problemas matemáticos, resueltos por alumnos de secundaria y bachillerato, con el objetivo de detectar esa inteligencia lógico-matemática, no sólo calificando las soluciones, sino también valorando los procesos para llegar a ellas.

Desde el modelo de los tres anillos de Renzulli (Renzulli, 1998), se precisan tres componentes para que haya superdotación: Habilidad superior a la media, compromiso con la tarea y creatividad. Por ese motivo, se ha valorado en este trabajo tanto las notas como el interés o la creatividad al resolver los problemas.

Por otra parte, varios estudios (Castro, E., Benavides, M. y Segovia, I., 2006 y Díaz 2008) muestran que los problemas matemáticos son un instrumento eficaz para identificar posibles talentos matemáticos, tan bueno como los test psicológicos de aptitudes. Y, por otra parte, dichos test pueden dar falsos negativos, es decir, que podemos desechar sujetos que poseen muy buena capacidad matemática.

Con esta idea, desarrollamos una prueba, cuyo objetivo -y el del trabajo final de máster- era concienciar al profesorado de que una buena selección de problemas ricos, planteados en clase, puede ayudar a detectar, e incluso a promover, el talento matemático, sin necesidad de pasar a los alumnos un test psicológico de aptitudes. Dichas pruebas de problemas ricos conformarían un complemento muy útil a la evaluación continua del alumnado y a los exámenes y, además, en caso de poner de manifiesto resoluciones interesantes, puede ayudar a detectar estudiantes con mayor nivel matemático que el reconocido académicamente.

Metodología

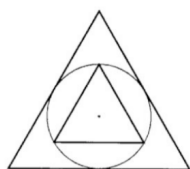
La prueba consistió en la resolución en una hora de 4 problemas ricos.

P.1 - Revuelto matemático de setas.

Casi es invierno, pero en el monte, el fin de semana aún encontramos, mis amigos y yo, nísalos de excelente calidad: lactarius deliciosus, también conocidos como rebollones. Beatriz cogió 11 menos que César y yo juntos. César cogió 9 menos que Beatriz y yo juntos. Y yo cogí 7 menos que ellos dos juntos. Revueltos con ajos nos quedaron buenísimos. ¿Cuántos rebollones recogió cada uno de los amigos?

P.2 - Triángulos.

Si el triángulo equilátero inscrito (el pequeño) en la circunferencia de la figura tiene área 1, ¿cuál es el área del triángulo equilátero circunscrito (el grande)?



P.3 - Compact Disc.

Laura regaló la mitad de sus CDs, más la mitad de un CD a Luis. Después prestó la mitad de los restantes, más la mitad de un CD a Julia. Al final se quedó con un solo CD. ¿Cuántos CDs tenía al principio?

P.4 - El hotel de los líos.

Un hotel tiene infinitas puertas numeradas así: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7... Todas ellas están abiertas. Pero llega alguien y, comenzando desde el principio, las cierra ordenadamente de 2 en 2, la 2, la 4, la 6, etc. Contento de su hazaña se va a dormir.

Pero otro viene después que decide cambiar la posición de las puertas de 3 en 3; empieza también por el principio y, yendo de 3 en 3, la que está abierta la cierra y la que está cerrada la abre. Divertido también por lo que ha hecho se va a dormir.

Sin embargo, otro viene después y comenzando también desde el principio, va cambiando la posición de las puertas de 4 en 4; de manera que la que está abierta la cierra y la que está cerrada la abre.

Cuando termina, viene otro que altera la posición de las puertas de 5 en 5; abre las cerradas y cierra las abiertas.

Y luego otro que hace lo propio pero de 6 en 6. Y luego otro de 7 en 7. Y así hasta el infinito porque en el hotel había infinitos bromistas. Tú, que eres el conserje del hotel, estás durmiendo tan tranquilo y no te has enterado de todos estos líos. ¿Qué puertas crees que estarán abiertas y qué puertas estarán cerradas cuando te despiertes por la mañana?

La muestra. La muestra escogida para administrar el conjunto de problemas estaba compuesta por 89 alumnos de 5 grupos y 3 niveles educativos diferentes: 3º de ESO (2 grupos), 4º de ESO, 1º de Bachillerato de Humanidades, y 1º de Bachillerato de Ciencias (1 grupo por curso).

En 3º ESO había un estudiante con síndrome de Asperger, de alta capacidad.

En 4º ESO había un estudiante con síndrome de Asperger, no identificado como de alta capacidad, pero sí era creativo.

Requisitos de los problemas. Los problemas debían cumplir varias condiciones, algunas requeridas porque queríamos establecer una comparación del éxito y de las estrategias utilizadas en diversos cursos.

- Debían tener contenido matemático.
- Los conocimientos matemáticos necesarios para resolverlos debían estar al alcance de todos los grupos, es decir, que la materia debía poder ser abordada por los alumnos del curso inferior de los que participaban en la prueba (3º de ESO).
- Todos los problemas debían poder resolverse de varias maneras, mediante algún procedimiento enseñado en clase y también por otro creativo, ya que interesaba ver si alguno de los alumnos desplegaba su creatividad, una de las características fundamentales de las altas capacidades.
- Cada problema debía pertenecer a un campo distinto de las matemáticas, posibilitando la existencia de resoluciones visuales y analíticas o algebraicas, por una parte, y por otra parte, desde la clasificación por bloques de contenidos, se tuvo en cuenta que fueran de bloques distintos, para posibilitar que se pusieran de manifiesto resoluciones creativas en contenidos variados de matemáticas.

Valoración de resoluciones. Se corrigieron las 89 pruebas y se asignó un valor numérico a cada pregunta, puntuando cada problema de -0.1 a 2 puntos, teniendo como escala para la nota final el rango 0-10:

- Problema bien planteado y bien resuelto, 2 puntos;
- Problema mal planteado y sin resolver, y el resolutor no escribe nada útil para llegar a una solución, 0 puntos;

- Problema medianamente bien resuelto o bien planteado pero sin resolver o con algún indicio de poder llegar a un resultado válido, 1 punto;
- Problema en blanco, -0.1 puntos de penalización. Esto se hizo para incitar a los estudiantes a que resolvieran los problemas.

Valoración de la nota media de clase de cada estudiante (docente usual):
Además, los docentes del IES dieron una valoración global de cada alumno a partir de tres variables, consideradas con igual peso:

- notas en matemáticas,
- interés en clase y
- capacidad matemática mostrada por ese estudiante.

Estas dos últimas variables fueron valoradas cualitativamente (bajo, medio, alto), por lo que también las notas de la clase las traducimos a esa escala cualitativa. Después se hizo una conversión cuantitativa asignando.

- 0 si el interés, capacidad o rendimiento eran bajos,
- 1 si eran medios y
- 2 si eran altos.

Debido a que la nota correspondiente a la valoración global del alumno quedaba muy por encima de la obtenida en la prueba, la gráfica de la nota global está ajustada en una escala de 0 al 8; de esta manera es más cómodo comparar las dos gráficas, la de la nota global y la de las puntuaciones de la prueba de 4 problemas.

Comparación entre rendimiento medio en la asignatura y resultado de la prueba:
Con cada uno de estos dos valores numéricos se realizó una gráfica para cada

clase. Para cada clase se representaron las dos gráficas sobre los mismos ejes. Como ejemplo, en la figura 1 se muestra la clase 4º ESO-B.

Resultados

En las figuras 1 a 5 presentamos síntesis de las diferentes variables observadas en los resultados de la administración de los problemas.

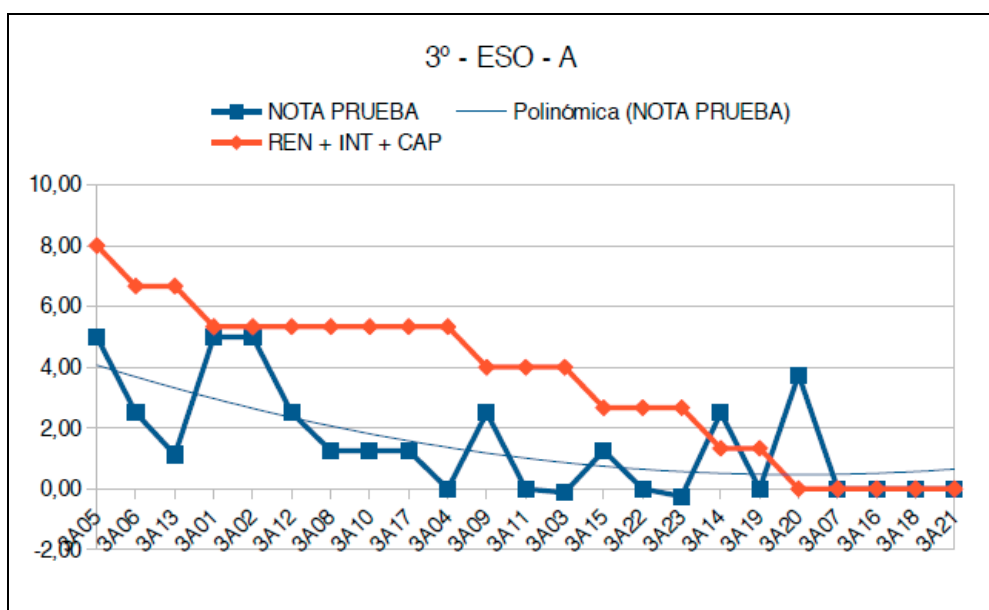


Figura 1: Nota obtenida en la prueba y la valoración en matemáticas

(Rendimiento + Interés + capacidad estimada) de cada alumno de la clase 3º ESO-A.

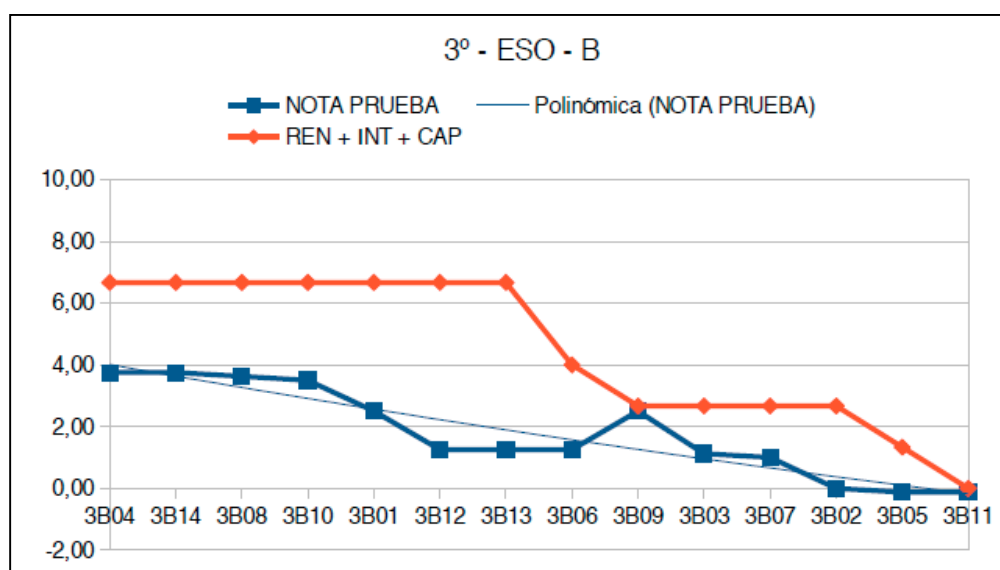


Figura 2: Nota obtenida en la prueba y la valoración en matemáticas

(Rendimiento + Interés + capacidad estimada) de cada alumno de la clase 3º ESO-B.

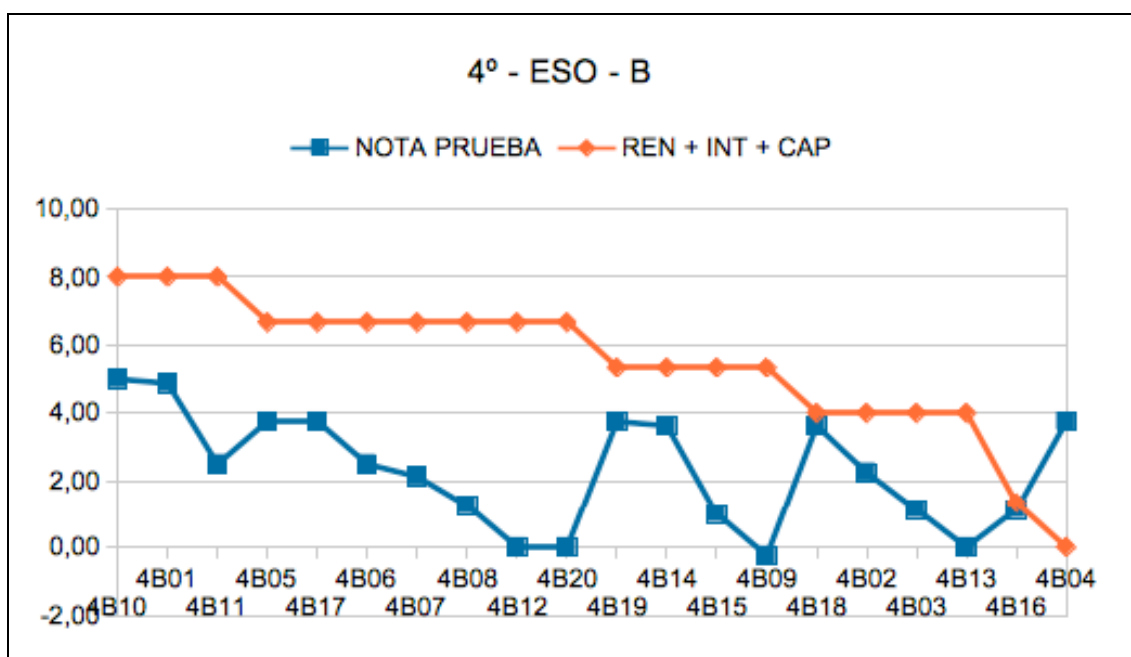


Figura 3: Nota obtenida en la prueba y la valoración en matemáticas (Rendimiento + Interés + capacidad estimada) de cada alumno de la clase 4º ESO B.

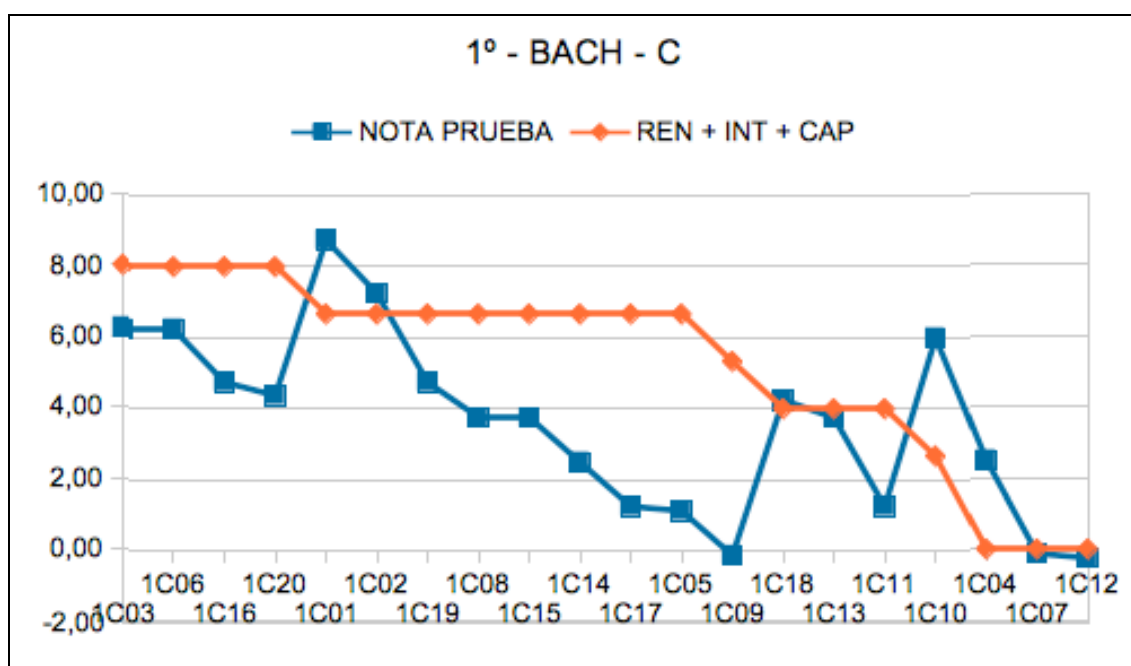


Figura 4: Nota obtenida en la prueba y la valoración en matemáticas (Rendimiento + Interés + capacidad estimada) de cada alumno de la clase 1º Bachillerato de Ciencias.

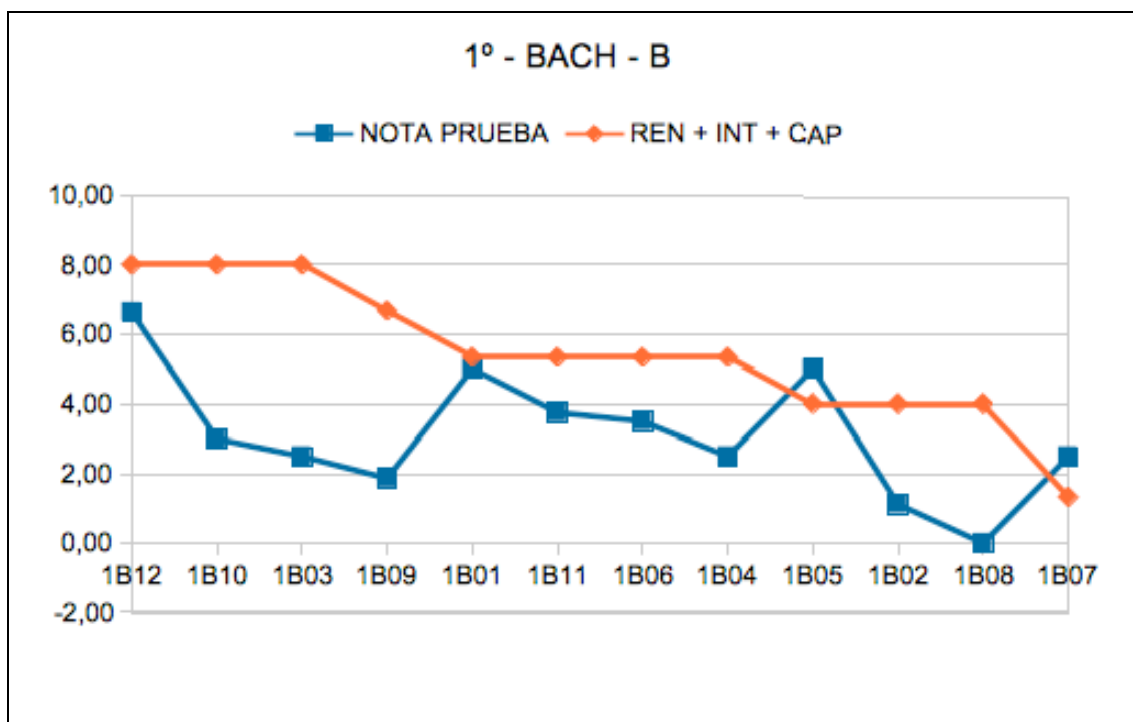


Figura 5: Nota obtenida en la prueba y la valoración en matemáticas

(Rendimiento + Interés + capacidad estimada) de cada alumno de la clase 1º Bachillerato de Humanidades.

Estadística. En la Tabla 1 presentamos un resumen estadístico, obtenido mediante tablas cruzadas en PSPP podemos deducir ciertas conclusiones interesantes:

- Hay una moderada correlación entre los resultados del primer problema y las notas del curso de los alumnos, mucho más alta que en los demás problemas, menos mecánicos.
- También hay una moderada correlación, menor que en el caso anterior, entre los resultados del primer problema y el interés que muestran los alumnos en clase.
- La correlación más alta se da entre la capacidad del alumno y los resultados del cuarto problema, donde se ha puntuado el uso de destrezas heurísticas.

Categoría	Estadístico	Valor	Valor	Valor
		PROB._SETAS * RENDIMIENTO	PROB._SETAS * INTERÉS	PROB._SETAS * CAPACIDAD
Ordinal según Ordinal	Correlación de Spearman	0,39	0,29	0,41
Intervalo según Intervalo	R de Pearson	0,4	0,31	0,43
		PROB._TRIÁNG. * RENDIMIENTO	PROB._TRIÁNG. * INTERÉS	PROB._TRIÁNG. * CAPACIDAD
Ordinal según Ordinal	Correlación de Spearman	0	-0,01	0,06
Intervalo según Intervalo	R de Pearson	0,01	-0,02	0,12
		PROB._CDS * RENDIMIENTO	PROB._CDS * INTERÉS	PROB._CDS * CAPACIDAD
Ordinal según Ordinal	Correlación de Spearman	0,2	0,2	0,31
Intervalo según Intervalo	R de Pearson	0,19	0,19	0,36
		PROB._PUERTAS * RENDIMIENTO	PROB._PUERTAS * INTERÉS	PROB._PUERTAS * CAPACIDAD
Ordinal según Ordinal	Correlación de Spearman	0,2	0,13	0,42
Intervalo según Intervalo	R de Pearson	0,25	0,09	0,46

Tabla 1: Parámetros estadísticos con relaciones entre el resultado obtenido en cada problema y cada una de las variables empleadas en la valoración del estudiante en la clase (rendimiento, interés y capacidad potencial).

Análisis de los resultados

La gráfica que corresponde a la valoración de los estudiantes en la clase (no en la prueba específica de este estudio), dentro de cada curso, se ha hecho tomando las puntuaciones en orden decreciente. Por lo tanto, los alumnos situados a la izquierda son los mejor valorados en la clase y los de la derecha los que tienen las calificaciones inferiores. Consecuentemente, la gráfica tiene que ser monótona decreciente.

Si los valores de la prueba de los 4 problemas se ajustaran a la calificación del estudiante en la clase, la gráfica de dicha prueba debería ser también monótona decreciente.

Si bien se ha obtenido una moderada correlación entre la nota de la prueba y las notas del curso, se presentan diferencias acusadas en la tendencia de ambas gráficas, lo cual obliga a analizar con detalle el comportamiento de los estudiantes en los que existen estas diferencias de forma acusada, tanto en situaciones en las que la prueba de problemas ha sido alta, pero la valoración de clase del estudiante era baja, como al contrario.

En esos casos, habría que comparar en detalle la valoración de la clase que corresponde al rendimiento (notas de clase -exámenes, tests y otras pruebas de contenido matemático) y la cualitativa (interés y capacidad estimada del alumno). Así mismo, conviene ver en detalle la prueba de problemas (la específica de este estudio), observando el comportamiento que ha tenido el estudiante en los diferentes problemas.

Los alumnos con valoración de la clase muy baja y resultado alto en la prueba hacen pensar en una posible capacidad matemática no identificada, pues los problemas seleccionados requieren destrezas de las que se utilizan en matemáticas, en resolución de problemas.

Es muy llamativo, por ejemplo, el alumno 3A20, en 3º ESO A, el cual tiene calificación de clase muy baja, rozando el mínimo, y, sin embargo, en la prueba de problemas está entre los estudiantes con mayor puntuación. Un caso similar es el estudiante 4B04, de 4º ESO B. Pero hay otros alumnos con un rendimiento superior en los problemas a lo esperado si se juzga por la valoración de la clase.

Si bien no es la situación en todos los estudiantes, algunos de los casos anómalos con rendimiento en la prueba superior a la esperada mostraron su interés en esta por el reto que les supuso la resolución de los problemas. Generó una mayor motivación que el seguimiento de una explicación en clase y la realización de problemas rutinarios de aplicación.

La resolución de los problemas en conjunto causó en general interés. los estudiantes quisieron saber cómo encontrar la solución de cada uno de los problemas.

Esto hace reflexionar sobre la conveniencia de utilizar estos problemas no rutinarios, que desarrollan habilidades matemáticas, motivan a algunos estudiantes y permiten descubrir a alumnos con un potencial matemático que pasa desapercibido con ejercicios de aplicación directa. No proponemos la eliminación de este último tipo de ejercicios, pues es necesario saber aplicar directamente los conocimientos matemáticos objetivo del tema que se esté desarrollando en el aula, pero sí incluir problemas más creativos, que requieran enfoques diferentes, aplicaciones no inmediatas de conocimientos y relaciones de propiedades.

Conclusiones

Las calificaciones numéricas de la prueba se han quedado con valores inferiores a 7 puntos, en una escala de 0 a 10, excepto en el caso de dos estudiantes. Esto significa que no eran problemas sencillos y todos requerían poner en práctica conocimientos, destrezas matemáticas o procesos de resolución que normalmente no se han desarrollado en el aula.

Conclusiones y limitaciones del estudio

Como ya apuntaron otros estudios, se puede utilizar una selecta colección de problemas para identificar altas capacidades en el alumnado de secundaria.

El análisis de las gráficas en busca de datos anómalos que pudieran ser síntomas de capacidades superiores a las detectadas por las notas de los exámenes o los ejercicios de clase, ha permitido identificar estudiantes con mayor potencial matemático del esperado. Al analizar esos casos, se ha visto que, en general, las condiciones sociales o particulares del estudiante eran las que daban una

información equivocada en el aula ordinaria en relación a sus posibilidades en matemáticas.

Es claro que este procedimiento no es infalible y puede ocurrir que un dato anómalo sea simplemente eso, pero es interesante averiguar si lo es o no.

Por otra parte, si se utilizan problemas con contenido contemplado en el currículo, se pueden resolver en horas de clase. De esta manera, además de permitir la detección de estudiantes con un potencial matemático superior al esperado, estos problemas también son especialmente adecuados como material para atender a estudiantes de con alta capacidad matemática.

Usar problemas ricos en clase no sólo sirve a los docentes para detectar estudiantes con potencial matemático, sino también para atender a los estudiantes que demandan tareas más creativas o con más profundidad. O sea, que la utilidad no es sólo detección, sino también atención, y no sólo si el estudiante tiene alta capacidad matemática, sino también para el que quiere problemas menos rutinarios. Asimismo, su resolución en la clase aporta estrategias para abordar y solucionar los problemas cuyo conocimiento puede ser interesante para todos los alumnos. También es interesante resaltar que la resolución de problemas como contenido está contemplada en el currículo, pero no todos los libros de texto lo incluyen.

Por otra parte, somos conscientes de que estos resultados están limitados a las clases concretas en las que se realizó este trabajo. También, las formas de calificar y las conversiones de valores cualitativos en cuantitativos, y viceversa, pueden influir notablemente en los valores concretos que se manejan. Pero creemos que el mensaje que se intenta transmitir en este trabajo seguiría siendo el mismo.

Bibliografía

Castro, E., Benavides, M. y Segovia, I. (2006). Cuestionario para caracterizar a niños con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa. *FAISCA. Revista de Altas Capacidades*, 11 (13), pp. 4-22.

Díaz, O., Sánchez, T., Pomar, C. y Fernández, M. (2008). Talentos Matemáticos: Análisis de una muestra. *FAISCA. Revista de Altas Capacidades*, 13(15), 30-39.

Jaime, A. y Gutiérrez, A. (2014). La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de educación primaria con altas capacidades matemáticas. En B. Gómez, L. Puig (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán* (pp. 147-190). Valencia: PUV.

Renzulli, J. S. (1998). Three-ring conception of giftedness. En S. M. Baum, S. M. Reis y L. R. Maxfield (Eds.), *Nurturing the gifts and talents of primary grade students*. Mansfield Center, CT: Creative Learning Press.