



Didáctica de las **MATEMÁTICAS** **PARA MAESTROS** **DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

José Carrillo Yáñez • Luis C. Contreras González
Nuria Climent Rodríguez • Miguel A. Montes Navarro
Dinazar I. Escudero Ávila • Eric Flores Medrano

[Coordinadores]



Paraninfo
universidad

Didáctica de las **MATEMÁTICAS PARA MAESTROS DE EDUCACIÓN PRIMARIA**

Dr. José Carrillo Yáñez

Dr. Luis C. Contreras González

Dra. Nuria Climent Rodríguez

Dr. Miguel A. Montes Navarro

Dra. Dinazar I. Escudero Ávila

Dr. Eric Flores Medrano

[Coordinadores]



Colección
DIDÁCTICA Y DESARROLLO

© 2016, Ediciones Paraninfo, S. A.

Calle Velázquez, 31, 3º dcha. / 28001 Madrid
Teléfono: 902 995 240 / Fax: 914 456 218
clientes@paraninfo.es / www.paraninfo.es

© 2016, José Carrillo, Luis C. Contreras, Nuria Climent, Miguel A. Montes, Dinazar I. Escudero y Eric Flores (coords.)

Impresión: Servicecom
ISBN: 978-84-283-3754-0
Depósito legal: M-33687-2016

Impreso en España

Cualquier forma de reproducción, distribución, comunicación pública o transformación de esta obra solo puede ser realizada con la autorización de sus titulares, salvo excepción prevista por la ley. Diríjase a CEDRO (Centro Español de Derechos Reprográficos, www.cedro.org <<http://www.cedro.org>>) si necesita fotocopiar o escanear algún fragmento de esta obra.

RELACIÓN DE AUTORES

Dr. José Carrillo Yáñez (coordinador)
Catedrático de Universidad
Universidad de Huelva

Dr. Luis C. Contreras González (coordinador)
Profesor Titular de Universidad
Universidad de Huelva

Dra. Nuria Climent Rodríguez (coordinadora)
Profesora Titular de Universidad
Universidad de Huelva

Dr. Miguel A. Montes Navarro (coordinador)
Profesor
Universidad de Huelva

Dra. Dinazar I. Escudero Ávila (coordinadora)
Profesora
Universidad de Huelva

Dr. Eric Flores Medrano (coordinador)
Profesor
Universidad de Huelva

Mireia Artés
Profesora
Universidad Autónoma de Barcelona

Dra. Alicia Bruno Castañeda
Profesora Titular de Universidad
Universidad de La Laguna

Dra. Edelmira Badillo
Profesora
Universidad de Barcelona

Dra. M.ª Luz Callejo de la Vega
Profesora Titular de Universidad
Universidad de Alicante

Dr. Lorenzo J. Blanco Nieto
Catedrático de Universidad
Universidad de Extremadura

Dr. Matías Camacho Machín
Profesor Titular de Universidad
Universidad de La Laguna

Dr. Janeth Amparo Cárdenas Lizarazo
Profesora
Universidad de Extremadura

Dr. José Manuel Diego Mantecón
Profesor
Universidad de Cantabria

Dra. Ceneida Fernández
Profesora
Universidad de Alicante

Dra. Teresa Fernández Blanco
Profesora Titular de Universidad
Universidad de Santiago de Compostela

Dr. Josep M.ª Fortuny
Catedrático de Universidad
Universidad Autónoma de Barcelona

Dr. Jeferson Gomes Moriel Junior
Profesor
*Instituto Federal de Educação, Ciência e
Tecnologia de Mato Grosso*

Dra. M.ª Teresa González Astudillo
Profesora Titular de Universidad
Universidad de Salamanca

Dr. Ángel Gutiérrez
Catedrático de Universidad
Universidad de Valencia

Dra. Josefa Hernández Domínguez
Profesora Titular de Universidad
Universidad de La Laguna

Dr. Pedro Huerta
Profesor Titular de Universidad
Universidad de Valencia

Dra. Adela Jaime Pastor
Profesora Titular de Universidad
Universidad de Valencia

Dr. Salvador Llinares Ciscar
Catedrático de Universidad
Universidad de Alicante

Dra. Mar Moreno
Profesora Titular de Universidad
Universidad de Lérida

Dr. Tomás Ortega del Rincón
Catedrático de Universidad
Universidad de Valladolid

Dra. Núria Planas
Profesora Titular de Universidad
Universidad Autónoma de Barcelona

Dr. Rafael Rodríguez
Profesor
Universidad Autónoma de Barcelona

Dra. Nielka Rojas González
Profesora
*Universidad Católica del Norte (Antofagasta,
Chile)*

Dr. Martín Socas
Catedrático de Universidad
Universidad de La Laguna

ÍNDICE

Introducción	1
Capítulo 1: De la representación del número a las operaciones con números naturales	3
1.1. Representación del número natural	3
1.1.1. Sistema de numeración decimal	4
1.1.2. La idea de base en un sistema de numeración	7
1.1.3. Otras formas de representar los números	9
1.2. Adición y sustracción de números naturales	10
1.2.1. Algoritmos de la suma y la resta	11
1.3. Multiplicación y división de números naturales	15
1.3.1. Algoritmos de la multiplicación y de la división	17
1.4. Propiedades de las operaciones	20
1.5. Divisibilidad	23
1.5.1. Números compuestos y números primos. Múltiplos y divisores	23
1.5.2. Divisores y múltiplos comunes: máximo común divisor y mínimo común múltiplo de dos números	25
1.6. Cálculo mental	27
1.6.1. Estrategias de cálculo mental en adición y sustracción	28
1.6.2. Estrategias de cálculo mental en multiplicación y división	28
Para saber más	
Capítulo 2: Problemas aritméticos	31
2.1. Problemas aritméticos: contextualización, situaciones y fenomenología	31
2.2. Estructuras de los problemas aritméticos	34
2.2.1. Problemas aritméticos de estructura aditiva	34
2.2.2. Problemas aritméticos de estructura multiplicativa	39
2.3. Representaciones	42
2.4. Dificultades y errores	43
2.5. Elementos curriculares y propuesta didáctica de problemas aritméticos	47
2.6. Otros problemas aritméticos	50
Para saber más	

Capítulo 3: Números enteros	53
3.1. Los números enteros como ampliación de los números naturales	54
3.2. Valor absoluto, opuesto, ordenación de números enteros	58
3.3. Suma y resta de números enteros	59
3.3.1. Suma de números enteros	59
3.3.2. Resta de números enteros	61
3.4. Multiplicación y división de números enteros	62
3.5. Los números enteros en la historia de las matemáticas	64
3.6. Dificultades y errores en la enseñanza de los números enteros	65
3.7. Los modelos de enseñanza de los números negativos	68
3.7.1. Modelo del equilibrio	68
3.7.2. Modelo de la recta numérica	69
3.7.3. Modelo de transmisiones	71
Para saber más	
Capítulo 4: Fracciones y decimales	75
4.1. Fenómenos, significados y representaciones asociados a las fracciones y a los decimales	75
4.1.1. Fracción y número racional	76
4.1.2. Fracciones y decimales como representaciones de los números racionales	77
4.1.3. Fenómenos y significados	79
4.2. Comparación de fracciones y decimales. Orden	83
4.3. Operaciones con fracciones y decimales	87
4.3.1. Adición y sustracción de fracciones y decimales	87
4.3.2. Multiplicación y división de fracciones y decimales	89
4.4. Las fracciones como porcentajes	96
Para saber más	
Capítulo 5: Estadística y probabilidad	99
5.1. La estadística y la probabilidad en el currículo	99
5.2. Estadística	100
5.2.1. Significados y usos en estadística	101
5.2.2. Significados de los conceptos estadísticos	104
5.2.3. La reducción de los datos	104
5.2.4. Tratamiento estadístico de la información	111
5.3. Probabilidad	117
5.3.1. Significados de los conceptos probabilísticos. La probabilidad como una medida	120
5.3.2. La resolución de problemas de probabilidad	126
Para saber más	

Capítulo 6: Magnitudes y proporcionalidad	135
6.1. Magnitud y cantidad de magnitud	136
6.2. Medida de una cantidad de magnitud, unidad de medida y sistema de medida. . .	137
6.3. Propiedades de la medida	140
6.4. Medición directa, indirecta y estimación	142
6.5. Instrumentos y procedimientos de medida	145
6.6. Inducción de algunas fórmulas de área y volumen	147
6.7. Enseñanza de las magnitudes y su medida	150
6.8. Dificultades en la comprensión de las magnitudes y su medida	153
6.9. Introducción a la proporcionalidad	157
6.10. Proporcionalidad aritmética y geométrica	160
6.10.1. Proporcionalidad aritmética	160
6.10.2. Proporcionalidad geométrica	163
6.11. Enseñanza de la proporcionalidad y dificultades asociadas a su aprendizaje. . .	167
6.11.1. Dificultades y errores asociados al aprendizaje de la proporcionalidad .	168

Para saber más

Capítulo 7: El razonamiento geométrico según el modelo Van Hiele	173
7.1. Los niveles de Van Hiele de razonamiento en geometría.....	174
7.1.1. Nivel 1 (de reconocimiento).....	174
7.1.2. Nivel 2 (de análisis)	176
7.1.3. Nivel 3 (de clasificación)	178
7.1.4. Nivel 4 (de deducción formal)	180
7.1.5. Nivel 5 (de rigor).....	180
7.1.6. Síntesis de los niveles de razonamiento	180
7.2. Propiedades de los niveles de razonamiento	181
7.3. Evaluación del nivel de razonamiento de los estudiantes	183
7.4. Los niveles de Van Hiele para los cuadriláteros	183
7.4.1. El nivel 1 en los cuadriláteros	184
7.4.2. El nivel 2 en los cuadriláteros	185
7.4.3. El nivel 3 en los cuadriláteros	186
7.5. Las fases de aprendizaje del modelo de Van Hiele	189
7.6. Las fases de aprendizaje en las simetrías del plano.....	190
7.6.1. Los niveles de Van Hiele para las simetrías del plano.....	190
7.6.2. Las fases de Van Hiele para la enseñanza de las simetrías del plano.	192

Para saber más

Capítulo 8: El aprendizaje de los conceptos geométricos en la Educación Primaria	197
8.1. El proceso de aprendizaje de conceptos geométricos.....	198
8.1.1. Formación de la imagen conceptual	199

8.1.2. Formación de la definición conceptual	202
8.2. La enseñanza de conceptos geométricos mediante ejemplos y contraejemplos . .	204
8.2.1. Elegir una definición adecuada del concepto	205
8.2.2. Identificar las propiedades características del concepto	208
8.2.3. Identificar atributos no necesarios del concepto que pueden llevar a confusión	209
8.2.4. Seleccionar los ejemplos y los contraejemplos.	210

Para saber más

Capítulo 9: La visualización en la geometría de la Educación Primaria 217

9.1. Una aproximación a los componentes de la visualización en geometría	218
9.1.1. Los procesos de visualización	219
9.1.2. Las imágenes mentales	222
9.1.3. Las habilidades de visualización	224
9.2. Enseñanza de la visualización en Primaria	228
9.2.1. Desarrollo de la habilidad de dibujo de cuerpos espaciales	230
9.2.2. Desarrollo de la habilidad de análisis visual de objetos geométricos	231
9.2.3. Entornos informáticos para el aprendizaje de la geometría	233

Para saber más

Capítulo 10: Elementos de geometría 237

10.1. Los orígenes de la geometría escolar	237
10.2. Geometría del plano	239
10.2.1. Los ángulos	239
10.2.2. Cuadriláteros y triángulos	242
10.2.3. La circunferencia	248
10.2.4. Los polígonos estrellados	254
10.2.5. Las isometrías del plano	255
10.3. Geometría del espacio	265
10.3.1. Los poliedros	265
10.3.2. La fórmula de Euler	272
10.3.3. Los cuerpos redondos	274

Para saber más

Capítulo 11: El trabajo en matemáticas 1: Resolución de problemas en Educación Primaria 279

11.1. ¿Qué entendemos por problema de matemáticas?	279
11.2. Algunos elementos de los problemas de matemáticas	282
11.2.1. Contextos elegidos para formular los problemas	282
11.2.2. Formatos en los que proponemos los problemas	284

11.2.3. Fuentes de donde obtendremos los datos y situaciones	284
11.2.4. El tipo de práctica matemática que han de poner en juego los estudiantes al resolver el problema	284
11.3. Formular o inventar problemas.	285
11.4. Enseñar a resolver problemas.	286
11.5. Resolución de problemas y competencias.	294

Para saber más

Capítulo 12: El trabajo en matemáticas 2: Razonamiento, argumentación y demostración en Educación Primaria 297

12.1. Tipos básicos de razonamiento	298
12.1.1. Razonamiento abductivo	299
12.1.2. Razonamiento inductivo	300
12.1.3. Razonamiento deductivo	300
12.2. Partes elementales de la argumentación	301
12.2.1. Ejemplos de razonamiento argumentativo en 4.º de Primaria	302
12.2.2. Ejemplos de razonamiento argumentativo en 6.º de Primaria	304
12.3. Tipos básicos de demostración	308
12.3.1. Esquema de prueba experimental	308
12.3.2. Esquema de prueba inductivo de un caso.	309
12.3.3. Esquema de prueba inductivo de varios casos	310
12.3.4. Ejemplo de esquema de prueba inductivo sistemático	311
12.3.5. Esquema de prueba transformacional	312
12.3.6. Esquema de prueba preformal.	312
12.3.7. Esquema de prueba axiomático.	314
12.3.8. Esquema de prueba gráfico	315
12.3.9. Esquema de prueba numérico	317
12.3.10. Esquema de prueba de inducción completa	317

Para saber más

Capítulo 13: Análisis de la práctica de la enseñanza de las matemáticas. . . 321

13.1. Una manera de mirar una lección de matemáticas	322
13.1.1. La lección de María con las fracciones en 6.º de Educación Primaria . .	322
13.1.2. “Mirando con sentido” la lección de María	327
13.2. Desarrollo de conocimiento especializado a través del análisis de la práctica docente.	330
13.2.1. Una propuesta para el análisis de una situación de enseñanza de la matemática desde el MTSK	331
13.2.2. Un fragmento de una sesión de 6.º de Primaria sobre cubos.	332
13.2.3. Discusión del análisis	335

13.3. El análisis de la práctica como vía de desarrollo de la competencia mirar con sentido .	339
13.3.1. Trayectoria hipotética de desarrollo.	340
13.3.2. Ejemplo de un caso de progreso profesional	344
13.3.3. Discusión	347
Para saber más	
Referencias.	351