

# EL MODELO DE DEMANDA COGNITIVA PARA IDENTIFICAR ESTUDIANTES CON ALTA CAPACIDAD MATEMÁTICA

## The cognitive demand model to identify mathematically gifted students

Contreras, D.A., Jaime, A. y Gutiérrez, Á.

Universitat de València

### Resumen

*Este texto se enmarca en el contexto de un proyecto de investigación sobre identificación y caracterización de estudiantes de educación secundaria con alta capacidad matemática en el sistema escolar chileno. Proponemos la utilización de los niveles de demanda cognitiva con dos objetivos: diseñar problemas que exijan un alto nivel de esfuerzo cognitivo e identificar posibles estudiantes con alta capacidad matemática. En esta comunicación, analizamos el diseño de uno de los problemas y las respuestas al mismo, lo cual nos permitió identificar distintos niveles de demanda cognitiva para un mismo problema y la presencia de características propias del talento matemático puestas de manifiesto en el proceso de resolución del problema. Eso nos lleva a considerar la demanda cognitiva como una herramienta matemática válida para identificar alta capacidad matemática.*

**Palabras clave:** *alta capacidad matemática, demanda cognitiva, diseño de problemas, resolución de problemas, educación secundaria*

### Abstract

*In the context of a research project on the identification and characterization of secondary school mathematically gifted students in the Chilean school system. We propose the use of the levels of cognitive demand with two aims: to design problems requiring a high level of cognitive effort, and to identify possible cases of mathematically gifted students. In this paper we analyse the design of one of the problems and the answers to this problem, which allowed us to identify different levels of cognitive demand for the same problem and the presence of characteristics of mathematical talent revealed in the process of solving the problem. This results in the consideration of the cognitive demand as a valid tool to identify mathematical talent.*

**Keywords:** *mathematical giftedness, cognitive demand, design of problems, problem solving, secondary school*

### INTRODUCCIÓN

El sistema educativo chileno en su Ley General de Educación (2009) reconoce que todos los estudiantes deben tener la oportunidad de recibir una educación de calidad y promueve que se preste atención a quienes requieran apoyo especial. En particular, se busca que cada centro educativo promueva la inclusión de sus estudiantes mediante diversas estrategias que permitan reconocer la diversidad del alumnado presente en el aula. Por este motivo, estamos desarrollando una investigación centrada en la identificación de estudiantes con alta capacidad matemática (en adelante ACM) en centros escolares chilenos mediante la resolución de problemas de matemáticas, ya que actualmente no existen materiales disponibles que les permitan a los profesores identificar y atender a este grupo de estudiantes.

En relación con la detección de estudiantes con ACM, Jaime y Gutiérrez (2014) describen distintos modelos teóricos que permiten caracterizar a estos estudiantes. Autores como Krutetskii (1976), Greenes (1981) y Miller (1990) han descrito diversas características que presentan los estudiantes con ACM, destacando particularmente, para el contexto de este artículo, las habilidades de construir nexos e identificar relaciones matemáticas.

Contreras, D. A., Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (2023). El modelo de demanda cognitiva para identificar estudiantes con alta capacidad matemática. En C. Jiménez-Gestal, Á. A. Magreñán, E. Badillo, E. y P. Ivars (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXVI* (pp. 211–218). SEIEM.

La literatura también muestra que existen discrepancias en la identificación de estudiantes con ACM cuando se comparan los resultados de test psicométricos versus instrumentos basados en la resolución de problemas, mostrándose estos últimos como un mejor caracterizador de la ACM (Pasarín et al., 2004; Benavides, 2008). Algunas investigaciones han puesto de manifiesto la necesidad de identificar y caracterizar a estudiantes con ACM mediante el análisis de sus procesos de aprendizaje y de razonamiento en la resolución de problemas (Benedicto et al., 2015; Jaime y Gutiérrez, 2017; Ruiz-Socolado y Lupiáñez, 2022). De la misma forma, existen investigaciones en educación matemática que destacan la importancia de diseñar, para los estudiantes con ACM, tareas matemáticas que les supongan un reto y que promuevan pensamiento de orden superior (Castro et al., 2015; Diezmann y Watters, 2002).

Por otra parte, Smith y Stein (1998) propusieron el modelo de los niveles de demanda cognitiva (DC en adelante), estableciendo un conjunto de criterios para analizar las tareas de matemáticas y clasificarlas en cuatro niveles de DC, según el grado de complejidad o reto que suponga su resolución para los estudiantes. Dicho modelo fue reformulado por Benedicto (2018), con el objetivo de cubrir algunas lagunas e inconsistencias del planteamiento original y dotarlo de una estructura uniforme para todos los niveles, mostrando también la utilidad de los niveles de DC para analizar respuestas de estudiantes e identificar características cognitivas puestas de manifiesto durante el proceso de resolución de la tarea propuesta. Manero et al. (2021) utilizan el modelo de DC para diseñar problemas de alta demanda y observan que estos pueden ser adecuados para estudiantes con ACM.

El trabajo presentado en este texto se enmarca en el desarrollo de una investigación doctoral cuyo objetivo general es diseñar y validar un cuestionario basado en la resolución de problemas que permita identificar la alta capacidad matemática en alumnos de 7º básico del sistema educativo chileno (1º de ESO del sistema educativo español).

El objetivo específico de la parte de dicha investigación que presentamos en este texto es doble: utilizar los niveles de DC i) para diseñar problemas con demanda cognitiva alta y ii) para identificar posibles estudiantes con ACM mediante la evaluación de los niveles de DC de las resoluciones de los problemas diseñados por los estudiantes de la muestra.

Nuestro estudio proporciona nueva información sobre la utilización de los niveles de DC para analizar las respuestas de estudiantes, ya que nos permite desarrollar un instrumento de evaluación de la resolución de problemas con la finalidad de identificar estudiantes con ACM. Además, en el contexto chileno, esta investigación supone un aporte novedoso, porque permite evaluar las capacidades de los estudiantes en los cuatro ejes temáticos curriculares, mientras que los instrumentos chilenos publicados que conocemos solo incluyen algunos ejes (p. ej., Benavides, 2008).

## **MARCO TEÓRICO**

### **Los niveles de demanda cognitiva**

El modelo de los *niveles de demanda cognitiva* propuesto por Smith y Stein (1998) distingue cuatro niveles que permiten valorar el esfuerzo cognitivo que deben realizar los estudiantes para resolver tareas matemáticas (ejercicios, problemas, actividades, etc.). Este modelo permite clasificar las tareas según su grado de complejidad. En este contexto, entendemos por *algoritmo* cualquier secuencia organizada de pasos que se sigue de manera rutinaria y mecánica para obtener un determinado resultado. Ejemplos de algoritmos son los procedimientos de realización en papel de las operaciones aritméticas, los métodos de resolución de sistemas de ecuaciones lineales, la forma de calcular, con un transportador, la suma de los ángulos de un polígono dibujado en papel o los criterios de derivación, entre otros. Las características básicas asociadas a cada nivel de DC por Smith y Stein (1998) son:

- *Memorización*: tareas que se resuelven a partir de la repetición de una serie de datos, fórmulas, definiciones, etc. tomados directamente del enunciado o previamente memorizados. Los contenidos implícitos no tienen conexión con la información que se reproduciendo.
- *Algoritmos sin conexiones*: tareas que se resuelven aplicando un algoritmo anteriormente estudiado o siguiendo instrucciones dadas en el enunciado, sin necesidad de considerar los contenidos matemáticos implícitos subyacentes en su resolución.
- *Algoritmos con conexiones*: tareas que se resuelven aplicando un algoritmo general que se puede seguir solamente si se establecen conexiones estrechas con los contenidos matemáticos implícitos en la resolución del problema.
- *Hacer matemáticas*: tareas que se resuelven haciendo uso de un razonamiento complejo y no algorítmico, por lo que se debe acceder a conocimientos y experiencias relevantes y usarlos adecuadamente durante la resolución de la actividad.

Benedicto (2018) completó y mejoró la caracterización de Smith y Stein (1998) definiendo seis categorías que se centran en diferentes aspectos de la actividad cognitiva durante la resolución de una tarea matemática y que poseen características diferenciadoras en cada nivel de DC. Dichas categorías son: finalidad de la tarea; procedimiento de resolución; esfuerzo cognitivo necesario; contenidos implícitos; explicaciones; y formas de representación de la resolución. En esta investigación usamos como referente teórico a Benedicto (2018). Por limitación de espacio, no es viable incluir aquí las descripciones generales de las seis categorías, pero en las Tablas 1 y 2 presentamos descripciones particularizadas, necesarias en diferentes momentos de la investigación para el análisis del problema que hemos seleccionado y de las resoluciones de estudiantes que presentamos.

## METODOLOGÍA

### Diseño del experimento, pilotaje, muestra, recogida de información y tipo de análisis

Para el diseño de los problemas de la investigación, consideramos los Objetivos de Aprendizaje de 7º básico (Ministerio de Educación, 2020), elaborando ocho problemas que tuviesen como criterio principal la utilización de uno o más de los cuatro ejes temáticos explicitados en el currículum escolar chileno (números, álgebra y funciones, geometría, probabilidad y estadística). Hicimos estas consideraciones curriculares con el fin de que todos los estudiantes participantes en el estudio, independientemente del centro educativo de origen, pudieran tener los conocimientos mínimos necesarios para abordar la resolución de los problemas. Una vez elaborada la primera versión de los problemas, los sometimos a dos procesos de pilotaje, en cada uno de los cuales analizamos las respuestas de los estudiantes para mejorar los enunciados que necesitaran modificación y adecuar el nivel de exigencia de sus apartados, obteniendo después del segundo pilotaje la versión definitiva de los problemas.

La muestra de esta experimentación está formada por 82 estudiantes de 7º básico (1º ESO), de entre 12 y 13 años de edad, pertenecientes a tres centros educativos chilenos, uno público (27 estudiantes), uno concertado (29 estudiantes) y uno privado (26 estudiantes). Esta muestra de conveniencia corresponde a la mitad de la población total involucrada en la investigación, dado que, por motivos de disponibilidad horaria de los centros educativos, consideramos que cada problema fuese respondido por la mitad de la población total, distribuyendo los cuestionarios de manera intercalada según los rendimientos académicos de los estudiantes. La recogida de información se hizo en sesiones ordinarias de clase de matemáticas, donde los estudiantes dispusieron de 60 minutos para responder de forma individual dos problemas, en formato de papel y lápiz.

El análisis de los datos para el objetivo de este estudio es de tipo cualitativo, pues nos centramos en la revisión y categorización de los procesos de resolución mostrados por los estudiantes según los niveles de DC.

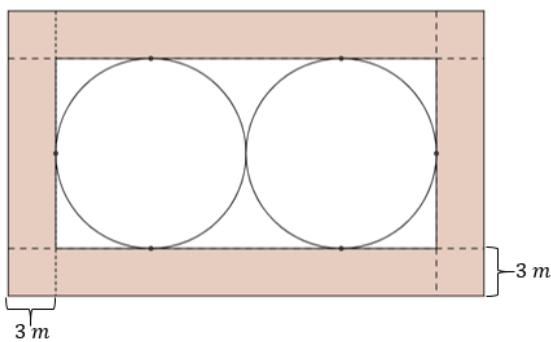
## El problema del paseo rectangular

La Figura 1 presenta uno de los problemas usados en la experimentación final de la investigación, el cual tomamos como ejemplo para mostrar cómo analizamos el problema y las respuestas de los estudiantes. Para diseñarlo, consideramos los objetivos de aprendizaje que tienen relación con los elementos de la circunferencia y las fórmulas de cálculo de áreas de paralelogramos. Junto con esto, tomamos en cuenta que admitiera distintas estrategias de resolución en diferentes niveles de demanda cognitiva.

Figura 1. Texto del problema

### PROBLEMA. PASEO RECTANGULAR

En el rectángulo interior de la siguiente figura se disponen dos circunferencias iguales, que son tangentes entre sí (se tocan en un punto) y que tocan al rectángulo interior en los puntos marcados. Alrededor del rectángulo interior se hace un paseo de 3 m de ancho, como se muestra en la figura (sombreado en el dibujo). El área del paseo es de  $216 \text{ m}^2$ .



¿Qué medidas tiene el rectángulo interior? Para resolver este problema no te guíes por las dimensiones aparentes de la figura. Explica por qué piensas esto, y si puedes, justifícalo matemáticamente.

## ANÁLISIS TEÓRICO DEL PROBLEMA

El análisis teórico del problema lo basamos en una posible resolución correcta del problema que pueda hacer un estudiante medio de 7º básico, con el objetivo de valorar el nivel de DC que ella exige. En la Figura 2 presentamos una resolución de estas características, aunque la forma abreviada como verbalizamos la resolución no pretende reproducir la forma de expresarse de un estudiante medio de ese curso. Esta resolución muestra el uso de los contenidos matemáticos implícitos del problema, que son: i) establecer relaciones entre el diámetro de las circunferencias y las dimensiones del rectángulo interior, lo cual permite determinar que su base es el doble de su altura; ii) utilizar particiones de la superficie del paseo exterior, para determinar las dimensiones concretas del rectángulo interior; y iii) distinguir y utilizar correctamente los conceptos de área y longitud, para relacionar los datos con los valores pedidos.

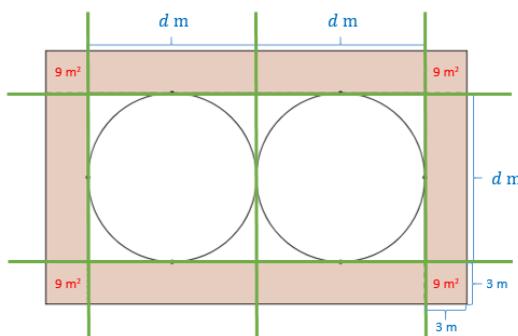
Figura 2. Posible resolución del problema

Al ser las circunferencias tangentes entre sí y tocar el rectángulo interior en los puntos marcados, si llamamos  $d$  al diámetro, tenemos que la altura del rectángulo interior mide  $d$  y su base mide  $2d$ .

Basándonos en el diámetro de las circunferencias, podemos dividir la superficie del paseo exterior en las cuatro esquinas cuadradas y en varias regiones rectangulares congruentes, una de cuyas dimensiones esté relacionada con el diámetro. Por ejemplo, si dividimos el paseo en seis regiones, como muestra la figura inferior, un lado de cada región rectangular mide 3 metros y el otro lado mide  $d$  metros.

Al área del paseo exterior le restamos  $36 \text{ m}^2$ , correspondientes a sus cuatro esquinas, resultando que las seis regiones rectangulares miden  $180 \text{ m}^2$  y, por tanto, cada región mide  $30 \text{ m}^2$ .

Cada región rectangular mide 30 m<sup>2</sup> y su lado menor mide 3 m, luego su lado mayor mide 10 m. Por tanto, las dimensiones del rectángulo interior son 20 m de base y 10 m de altura.



A partir de esta posible resolución del problema se puede situar esta tarea en el nivel de DC de *algoritmos con conexiones*, ya que los estudiantes deben establecer conexiones estrechas con los contenidos matemáticos implícitos y usarlos para la resolución con éxito del problema; concretamente, deben establecer relaciones entre el diámetro de las circunferencias, las dimensiones del rectángulo interior, las particiones realizadas del paseo exterior y el correcto uso de los conceptos de área y longitud. Todo ello requiere un esfuerzo cognitivo moderadamente alto. En la Tabla 1 mostramos el análisis detallado de esta resolución mediante las seis categorías de Benedicto (2018) que hemos presentado en el marco teórico.

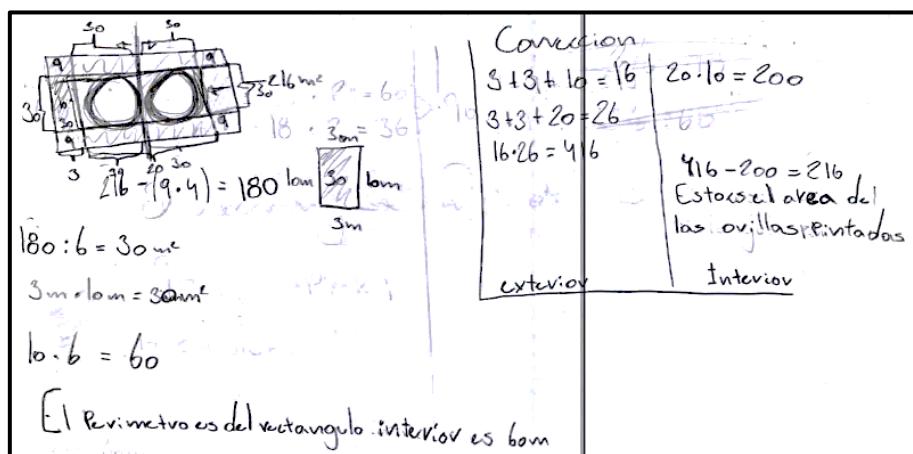
Tabla 1. Análisis teórico de la demanda cognitiva del problema

Nivel de DC	Categoría	Características
Algoritmos con conexiones	Finalidad	Calcular las medidas del rectángulo interior mediante una estrategia aritmética, estableciendo relaciones entre el diámetro de las circunferencias, las dimensiones del rectángulo interior, las particiones de la superficie del paseo exterior y el uso de los conceptos de área y longitud.
	Procedimiento de resolución	Se resuelve relacionando el diámetro de las circunferencias con las dimensiones del rectángulo interior y, después, con el paseo exterior, para realizar una partición del paseo en regiones congruentes cuya área se puede calcular. Conocida la medida del área de estas regiones, se determinan sus dimensiones y, a partir de ellas, las dimensiones del rectángulo interior.
	Esfuerzo cognitivo	Requiere un esfuerzo cognitivo moderadamente alto para identificar una relación adecuada entre el diámetro y las dimensiones del rectángulo interior y una partición útil del paseo exterior que ayude a calcular las dimensiones del rectángulo interior.
	Contenidos implícitos	Para resolver el problema, los estudiantes necesitan usar conscientemente la relación entre el diámetro y la longitud de los lados del rectángulo interior, las particiones de la superficie del paseo exterior en formas adecuadas y la utilización correcta de los conceptos de área y longitud.
	Explicaciones	Requiere explicaciones que hagan referencia a las relaciones del diámetro con las dimensiones del rectángulo interior, a la elección de la partición realizada del paseo y a la obtención de las dimensiones pedidas en el problema a partir de las áreas de las regiones de la partición.
	Representación de la solución	Se utilizan las representaciones geométrica y aritmética: la imagen proporcionada en el enunciado permite descubrir visualmente las relaciones entre los elementos geométricos del problema (diámetro, rectángulo, partición, etc.). Después, esta información visual hay que tratarla aritméticamente.

## ANÁLISIS DE RESPUESTAS AL PROBLEMA

Hemos basado el análisis de las respuestas de los estudiantes en las seis categorías que organizan cada nivel de DC (Benedicto, 2018). Esto nos ha permitido identificar distintas estrategias de resolución utilizadas. A continuación, exemplificamos el análisis de las resoluciones de los problemas usados en la experimentación mostrando las respuestas de dos estudiantes al problema. Estas respuestas son típicas de dos niveles de DC diferentes. La Figura 3 muestra la respuesta de un estudiante correspondiente al nivel de algoritmos con conexiones.

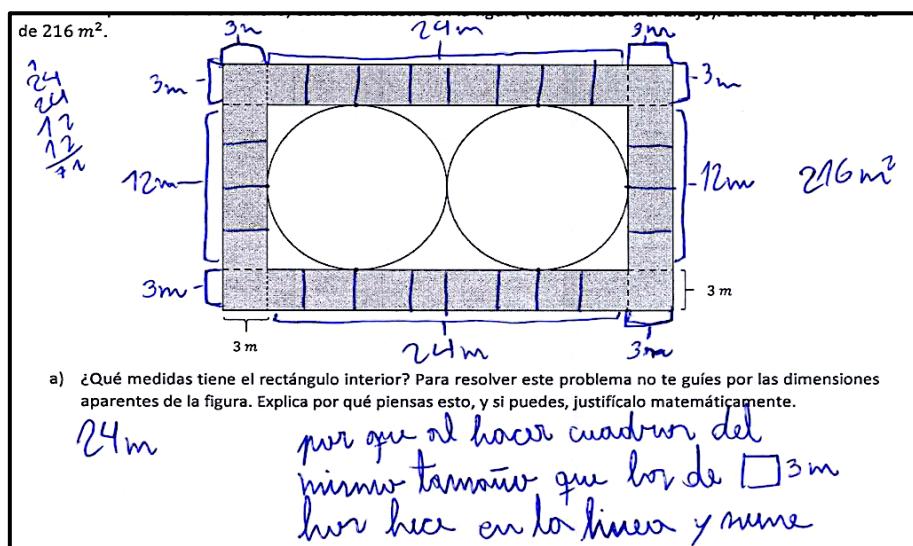
Figura 3. Respuesta de un estudiante del nivel de algoritmos con conexiones



En la Figura 3 observamos que el estudiante utilizó la estrategia de resolución presentada en el análisis teórico del problema, por lo que su respuesta se ajusta a todas las características del nivel de algoritmos con conexiones, mostradas en la Tabla 1. Junto con esto, en el lado derecho de su resolución muestra una comprobación aritmética de los resultados obtenidos, calculando la diferencia entre las áreas del rectángulo exterior y del interior, obteniendo el área del paseo exterior.

La Figura 4 muestra la respuesta de un estudiante situada en el nivel de algoritmo sin conexiones.

Figura 4. Respuesta de un estudiante del nivel de algoritmos sin conexiones



La respuesta de este estudiante es mayoritariamente visual. Esto se logra evidenciar cuando realiza las particiones de la superficie del paseo exterior sin considerar la relación entre en el diámetro de las circunferencias y las dimensiones del rectángulo interior, lo cual queda claro al escribir que sus particiones las hace mediante “cuadrados del mismo tamaño que los de 3 m”. Tampoco usa correctamente los datos del problema, pues no tiene en cuenta la medida de la superficie del paseo

(216 m<sup>2</sup>). En la Tabla 3, presentamos el análisis detallado de la respuesta mediante las categorías de los niveles de DC, las cuales corresponden al nivel de algoritmos sin conexiones.

Tabla 3. Análisis de la demanda cognitiva de la respuesta de la Figura 4

Nivel de DC	Categoría	Características
Algoritmos sin conexiones	Finalidad	Determinar las medidas del rectángulo interior haciendo uso de particiones de la superficie del paseo exterior.
	Procedimiento de resolución	Usa una estrategia visual, dividiendo el paseo exterior en partes “del mismo tamaño” que los cuadrados de las esquinas y ayudándose de las marcas de los puntos de tangencia. Después, calcula las dimensiones del rectángulo interior contando la cantidad de partes en cada lado.
	Esfuerzo cognitivo	Requiere un esfuerzo cognitivo limitado, ya que se limita a dividir la superficie del paseo exterior visualmente y a calcular las dimensiones del rectángulo interior teniendo en cuenta la cantidad de partes.
	Contenidos implícitos	No los tiene en cuenta: utiliza las particiones del paseo exterior hechas de manera visual, por lo que no establece una conexión con el diámetro de las circunferencias para calcular las dimensiones del rectángulo interior. Tampoco usa el área del paseo rectangular para calcular la respuesta.
	Explicaciones	Aporta explicaciones que se enfocan a describir la partición del paseo exterior y cómo ha calculado las dimensiones del rectángulo interior.
	Representación de la solución	Utiliza la representación visual para mostrar la partición del paseo exterior considerando los cuadrados de las esquinas y la representación numérica para expresar las dimensiones del rectángulo interior.

Los análisis de estas dos resoluciones nos muestran dos casos de estudiantes situados en diferentes niveles de DC. El primer estudiante, en el nivel de algoritmos con conexiones, utilizó un procedimiento geométrico-aritmético, poniendo de manifiesto habilidades propias de la ACM, al identificar relaciones correctas entre los contenidos implícitos del problema y establecer conexiones entre datos y contenidos implícitos, lo cual le permitió obtener una respuesta correcta. Por otra parte, el segundo estudiante presenta una estrategia puramente visual, que no requiere ninguno de los contenidos implícitos del problema, lo que le impide obtener una respuesta correcta.

Tras analizar las respuestas de todos los estudiantes a este problema, tenemos que: 31 estudiantes (37,8%) dejaron el problema en blanco; 33 estudiantes (40,2%) presentaron ideas o estrategias que no tenían relación con lo pedido por el problema; 14 estudiantes (17,1%) mostraron respuestas en el nivel de algoritmos sin conexiones, lo cual no les permitió obtener la respuesta correcta; y 4 estudiantes (4,9%) en el nivel de algoritmos con conexiones. Dos de los últimos estudiantes solamente lograron establecer conexiones con parte de los contenidos implícitos, lo cual no les permitió obtener una respuesta totalmente correcta, mientras que los otros dos estudiantes establecieron conexiones con todos los contenidos implícitos, lo que les permitió obtener la respuesta correcta. Basándonos en esta diferencia, podemos afirmar que los dos últimos estudiantes son candidatos para tener ACM.

## CONCLUSIONES

Para alcanzar el primer objetivo planteado, los niveles de DC (Benedicto, 2018) nos han ayudado a elaborar problemas que requieren distintos grados de esfuerzo cognitivo para su resolución correcta. En este texto hemos analizado un problema cuya resolución exige un alto nivel de DC.

En cuanto al segundo objetivo, el análisis de las resoluciones de los estudiantes ha evidenciado que es posible obtener respuestas de distintos niveles de DC para el mismo problema y ha mostrado que los estudiantes que lo han resuelto en el nivel más alto que el problema permite han puesto en juego durante sus resoluciones determinadas características propias de la ACM. Ello nos permite concluir

que el problema del paseo rectangular es adecuado para ayudar en la identificación de estudiantes con ACM en 7º básico del sistema escolar chileno.

## Agradecimientos

Esta publicación es parte del proyecto de I+D+i PID2020-117395RB-I00 y de la ayuda predoctoral PRE2021-097725, financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033 y por el FSE+.

## Referencias

- Benavides, M. (2008). *Caracterización de sujetos con talento en resolución de problemas de estructura multiplicativa* [Tesis de doctorado, Universidad de Granada, España]. <http://hdl.handle.net/10481/1827>
- Benedicto, C. (2018). *Diseño y aplicación de un instrumento para valorar la demanda cognitiva de problemas de matemáticas resueltos por estudiantes de enseñanza obligatoria. El caso de las altas capacidades matemáticas* [Tesis de doctorado, Universitat de Valencia, España]. <http://hdl.handle.net/10550/66468>
- Benedicto, C., Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (2015). Análisis de la demanda cognitiva de problemas de patrones geométricos. En C. Fernández, M. Molina, y N. Planas (eds.), *Investigación en Educación Matemática XIX* (pp. 153-162). SEIEM.
- Castro, E., Ruiz-Hidalgo, J. F., y Castro-Rodríguez, E. (2015). Retos, profesores y alumnos con talento matemático. *Aula: Revista de Pedagogía de la Universidad de Salamanca*, 21, 85-104.
- Diezmann, C. M. y Watters, J. J. (2002) Summing up the education of mathematically gifted students. En B. Barton, K. C. Irwin, M. Pfannkuch, y M. O. J. Thomas (Eds.), *Proceedings of the 25th Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* (pp. 219-226). MERGA.
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 28(8), 14-17.
- Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (2017). Investigación sobre estudiantes con alta capacidad matemática. En J. M. Muñoz-Escalano, A. Arnal-Bailera, P. Beltrán-Pellicer, M. L. Callejo, y J. Carrillo (Eds.), *Investigación en Educación Matemática XXI* (pp. 71-89). SEIEM.
- Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (2014). La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de educación primaria con altas capacidades matemáticas. En B. Gómez y L. Puig (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán* (pp. 147-190). PUV.
- Krutetskii, V. (1976). *The psychology of mathematical abilities in school-children*. The University of Chicago Press.
- Manero, V., Muñoz-Escalano, J. M. y Oller-Marcén, A. M. (2021). Diseño e implementación de tareas de alta demanda cognitiva basadas en la sucesión look and say. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, 20, 161-183. <https://doi.org/10.35763/aiem20.3998>
- Miller, R. (1990). *Discovering mathematical talent*. ERIC.
- Ley 20.370 de 2009. Establece la Ley General de Educación. 12 de septiembre. Diario Oficial de la República de Chile N° 39.461.
- Ministerio de Educación (2020). *Priorización curricular COVID-19 Matemática. 1º Básico a 4º Medio*. Santiago, Chile: Mineduc.
- Pasarín, M. J., Feijoo, M., Díaz, O. y Rodríguez Cao, L. (2004). Evaluación del talento matemático en educación secundaria. *Faisca. Revista de Altas Capacidades*, 11, 88-103.
- Ruiz-Socolado, G. R. y Lupiáñez, J. L. (2022). Análisis de una tarea de invención de problemas realizada por alumnos con talento matemático. En T. F. Blanco, C. Núñez-García, M. C. Cañadas, y J. A. González-Calero (eds.), *Investigación en Educación Matemática XXV* (pp. 519-527). SEIEM.
- Smith, M. S. y Stein, M. K. (1998). Selecting and creating mathematical tasks: from research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3(5), 344-350.