

HABILIDADES DE VISUALIZACIÓN EN NIÑOS DE PRIMARIA CON ALTA CAPACIDAD MATEMÁTICA

Visualization skills in primary school mathematically gifted children

Mora, M.^a, Gutiérrez, Á.^b

^a Escuela de Formación Docente, Universidad de Costa Rica (Costa Rica). ^b Depto. de Didáctica de la Matemática, Universitat de València (España)

Resumen

La alta capacidad matemática es un tema por el que la investigación didáctica está mostrando interés creciente en los últimos años, con cada vez más iniciativas en marcha para atender a esta población. Sin embargo, aún existe debate sobre la forma de caracterizarlas. Presentamos un avance de nuestra investigación sobre la caracterización de la alta capacidad matemática a partir de las habilidades mostradas por estudiantes olímpicos de educación primaria. Particularmente nos centramos en una muestra de estudiantes de 7-8 y de 11-12 años y en habilidades de visualización. Para ello, establecimos una serie de indicadores sobre esta habilidad que pretendemos evidenciar, construimos problemas apropiados, los aplicamos y analizamos las estrategias de resolución, para determinar en que medida se presentan los indicadores en los diferentes grupos de población.

Palabras clave: *habilidades de visualización, alta capacidad matemática, educación primaria, olimpiada matemática*

Abstract

Mathematical giftedness it is a topic that has received increasing attention by researchers in recent years, with more and more initiatives to care this population. However, there is still debate on how to characterize it. In this paper, we inform on the advances of our research on the characterization of mathematical giftedness, based on the skills presented by Olympic students in primary school. Particularly, we focus on a sample of 7-8- and 11-12-years old students and visualization abilities. To do it, we established indicators on these abilities that we intend to demonstrate, we built problems, applied them, and analyzed the resolution strategies, to determine the way those indicators are present in the different population groups.

Keywords: *visualization skills, mathematical giftedness, primary school, mathematical Olympiad*

INTRODUCCIÓN

En los últimos años se ha dado énfasis al tema de la alta capacidad matemática (acm), ya que representa un grupo importante de niños que pueden llegar a enfrentar dificultades para adaptarse al sistema educativo por poseer capacidades por encima de la media, las cuales no les son requeridas y ello puede llevarlos a desmotivación, inhibición de sus capacidades e incluso al fracaso escolar. Aún así, muchos de estos estudiantes no han sido identificados o no reciben la atención requerida (Jaime y Gutiérrez, 2014; Miller, 1990).

Por ello, algunos países (Estados Unidos, España, Rusia, Australia, Colombia, Ecuador, Cuba, Costa Rica, etc.) han desarrollado programas para la atención a los estudiantes con acm, iniciativas

Mora-Badilla, M. y Gutiérrez, Á. (2021). Habilidades de visualización en niños de Primaria con alta capacidad matemática. En Á. Gutiérrez, M. J. Beltrán-Meneu, J. M. Ribera, R. Ramírez-Uclés, A. Jaime, E. Arbona, C. Sua, L. Rotger, C. Jiménez-Gestal, A. A. Magreñán y A. M. Damián (eds.), *Actas de las Jornadas Internacionales de Investigación y Práctica Docente en Alta Capacidad Matemática* (pp. 107-114). Logroño: Universidad de La Rioja.

que cada vez cobran más fuerza. Una de las estrategias para la atención a esta población es la olimpiada. En el caso de Costa Rica, desde el 2015 se desarrolla la olimpiada matemática OLCOMEPE, que pretende estimular y desarrollar las capacidades de resolución de problemas de los niños de primaria, mediante una competencia sana entre estudiantes de todo el país, de centros educativos públicos y privados, con pruebas que responden al enfoque del Programa de Estudio de Matemática (Ministerio de Educación Pública, 2012). La participación en dicho certamen crece cada año y se espera que continúe incrementando (Tabla 1).

Tabla 1. Participantes en la OLCOMEPE periodo 2015-2019.

Año escolar	Estudiantes participantes		
	Fase II	Fase III	Fase IV
2015	1880	220	90
2016	5800	425	132
2017	10200	3600	225
2018	11450	----*	----*
2019	11800	3650	285

* En 2018 no se pudo concluir la olimpiada por una huelga de profesores.

Diversas investigaciones han propuesto caracterizaciones que asocian la acm a la posesión de determinadas habilidades y destrezas que le permiten al individuo un rendimiento por encima de la media. Destacan aportaciones desde la psicología (Gagné, 1993; Greenes, 1981; Krutetskii, 1976) y la didáctica de las matemáticas (Espinoza, 2018; Freiman, 2006; Jaime y Gutiérrez, 2014). En nuestra investigación, realizamos una caracterización de la acm basada en planteamientos de estos y otros autores, centrando nuestro objetivo general de investigación en determinar habilidades que caractericen la acm y en definir indicadores para evidenciarlas en estrategias de resolución de los estudiantes que participan en la olimpiada OLCOMEPE.

Una de las capacidades consideradas es la visualización, la cual permite interpretar y manejar la información relativa a figuras o imágenes planteadas en los problemas, e incluso establecer relaciones entre ellas. La visualización es considerada de importancia en el razonamiento y en el proceso de resolución de cierto tipo de tareas matemáticas (Arcavi, 2003; Gutiérrez, 1996), al ser un elemento clave en el razonamiento y facilitar la comprensión de los problemas. Además, diversas investigaciones aportan datos que señalan a los estudiantes con acm como buenos visualizadores (Díaz y otros, 2008; Ramírez y Flores, 2017; Van Garderen, 2006).

Presentamos una parte de la investigación que estamos desarrollando, cuyo objetivo general es profundizar en estas preguntas: ¿qué tan desarrollada está la visualización en los estudiantes de primaria con acm?, ¿cuál es su peso en el desempeño de estos niños?, ¿hay indicadores que se presentan con más frecuencia en los niños más exitosos o que discriminan más? Dar respuesta a estas preguntas representa un aporte a la información actual sobre estudiantes con acm. El objetivo específico de este texto es presentar definiciones de indicadores concretos para las principales habilidades de visualización, el diseño de problemas en los que puedan evidenciarse dichos indicadores, la ejemplificación de respuestas de los estudiantes y el análisis de estrategias de resolución, para determinar en qué medida se presenta cada indicador en la muestra.

MARCO TEÓRICO

La visualización en matemática se considera “como el tipo de actividad de razonamiento basada en el uso de elementos visuales o espaciales, de forma mental o física, dirigida a resolver problemas o probar propiedades. La visualización está integrada por cuatro elementos principales: imágenes mentales, representaciones externas, procesos de visualización y habilidades de visualización” (Gutiérrez, 1996, p. 9). Una *imagen mental* es una representación mental de un concepto o

propiedad matemática que contiene información basada en elementos pictóricos, gráficos o diagramáticos; una *representación externa* es cualquier tipo de representación verbal o gráfica de conceptos o propiedades que incluye fotos, dibujos, esbozos, diagramas, etc.; un *proceso de visualización* es una acción física o mental en la cual se implican las imágenes mentales; y las *habilidades de visualización* son un conjunto de disposiciones estables del sujeto, que utiliza para ejecutar procesos de visualización con las imágenes mentales y que puede desarrollar con la práctica (Gutiérrez, 1996).

Pretendemos evidenciar las formas de uso de la visualización por los estudiantes mediante la identificación de las habilidades de visualización (Del Grande, 1990; Gutiérrez, 1996) que manifiesten durante la resolución de los problemas. En esta investigación nos centramos en las habilidades de identificación visual, rotación mental, conservación de la percepción, reconocimiento de posiciones en el espacio, reconocimiento de relaciones espaciales y discriminación visual. La Tabla 2 muestra las definiciones de las habilidades e indicadores que hemos elaborado para analizar las estrategias de respuesta de los estudiantes.

Tabla 2. Indicadores de las habilidades de visualización.

Código	Indicadores de las habilidades
DV1	<i>Identificación visual.</i> Identifica la figura como una estructura formada por cubos e identifica cada uno de los cubos que la conforman, sus caras y aristas. Extrae los cubos aislándolos del contexto (figura completa) en el que están camuflados, deformados o superpuestos.
DV1.1	Aísla las formas poligonales que forman las caras de un cubo, así como los cubos u ortoedros que conforman una estructura.
DV2	<i>Rotación mental.</i> Produce imágenes dinámicas para visualizar una configuración en movimiento.
DV2.1	Produce imágenes dinámicas, es decir imágenes en movimiento.
DV3	<i>Conservación de la percepción.</i> Identifica regularidades en una figura que le permiten asumir propiedades que se mantienen, aunque se vea (semi) oculta o deformada.
DV3.1	Conservación de la percepción en imágenes parcialmente ocultas. Determina, a partir de la regularidad observada, que hay cubos o caras de los que solo es visible un trozo.
DV3.2	Conservación de la percepción en imágenes no visibles. Determina, a partir de la regularidad observada, que hay cubos o caras ocultas y sus características pertinentes.
DV4	<i>Reconocimiento de posiciones en el espacio.</i> Identifica relaciones entre diversos objetos ubicados en el espacio mediante referencias a uno mismo o a otro referente.
DV4.1	Reconoce relaciones de posición de los objetos con respecto al estudiante como observador.
DV4.2	Reconoce relaciones de posición de objetos respecto a un objeto de referencia.
DV5	<i>Reconocimiento de relaciones espaciales.</i> Identifica relaciones internas entre diversos objetos situados en el espacio o entre partes de un mismo objeto.
DV5.1	Reconoce relaciones internas entre diversos objetos figuras y/o imágenes.
DV5.2	Reconoce relaciones internas entre partes de un objeto o imagen mental.
DV6	<i>Discriminación visual.</i> Compara varios objetos identificando sus semejanzas y diferencias visuales, independientemente de su posición.
DV6.1	Compara las formas poligonales en la figura e identifica regularidades y diferencias entre ellas.

METODOLOGÍA

Esta investigación es de tipo exploratorio y pretende establecer una relación entre los indicadores evidenciados por los estudiantes y el nivel de éxito alcanzado en la olimpiada, mediante el análisis de sus procesos de resolución de situaciones problema.

Población

La olimpiada tiene una prueba diferente para cada curso de Primaria. En este texto analizamos los datos de los estudiantes de 2º (7-8 años) y 6º (11-12 años) cursos. En cada fase, los estudiantes obtienen un puntaje entre 0 y 100. Hemos formado una muestra de conveniencia teniendo en cuenta que sea representativa de los diferentes puntajes obtenidos por los niños y que haya una amplia distribución geográfica. Hemos formado tres grupos de puntajes (P): grupo A ($P < 45$), grupo B ($45 \leq P \leq 65$) y grupo C ($P > 65$). La Tabla 3 muestra las cantidades de estudiantes participantes.

Tabla 3. Distribución de la población y la muestra.

Fases Edades	II		III		IV	
	7-8	11-12	7-8	11-12	7-8	11-12
Muestra, grupo A	3	15	9	11	2	4
Muestra, grupo B	2	5	5	2	12	11
Muestra, grupo C	1	2	4	6	4	10
Total de la muestra	6	22	18	19	18	25

Para encontrar evidencias de los indicadores en las soluciones de los estudiantes, analizamos las respuestas escritas de los estudiantes de la muestra y 17 entrevistas grabadas en video a 4 y 5 estudiantes de 2º y 6º, respectivamente, en la fase III y a 4 estudiantes de cada curso en la fase IV. Los estudiantes entrevistados pertenecían a los distintos grupos de puntajes. Los niños explicaban sus respuestas escritas y respondían a preguntas, para aclarar aspectos de su explicación verbal o de las respuestas escritas.

Instrumentos

Hemos construido seis problemas afines a la visualización, que se plantearon uno en cada una de las tres últimas fases de la olimpiada OLCOMEPEP 2019 de 2º y 6º. En todos ellos era posible evidenciar algunos de los indicadores mostrados en la Tabla 2. En cada fase, los problemas presentaban mayor dificultad.

Para el grupo de 7-8 años, creamos problemas que mostraban estructuras construidas con cubos. Los estudiantes debían determinar: en la fase II, las cantidades de cubos que componen dos estructuras (Figura 1a superior) y verificar si se puede construir otra estructura (Figura 1a inferior) con esas cantidades de cubos; en la fase III, cuántas estructuras como la dada (Figura 1b inferior) se pueden formar con la cantidad de cubos de otra estructura (Figura 1b superior); en la fase IV, cuántos cubos hay que añadir a la estructura dada (Figura 1c) para que tenga 72 cubos. En estos problemas se pueden evidenciar los indicadores DV1.1, DV3.1, DV3.2 y DV6.1.

Para el grupo de 11-12 años, el problema de la fase II mostraba una estructura de cubos (Figura 2a) que se pinta por el exterior y después se desarma en los cubos; se debía identificar cuántos cubos y cuáles quedan con dos y con tres caras pintadas. Este problema da oportunidad de evidenciar los indicadores DV1.1, DV3.1 y DV4.2. El problema de la fase III presentaba un edificio formado por prismas (Figura 2b) en el que deben identificar las diferentes vistas ortogonales, tanto las vistas visibles como las no visibles, y determinar la de mayor superficie. Se pueden evidenciar DV1.1, DV3.1, DV3.2 y DV4.2. El problema de la fase IV presentaba un cubo con filas vacías (Figura 2c) y se debía determinar cuántos cubitos hacen falta para rellenar los huecos del cubo grande. Se pueden evidenciar DV1.1, DV3.2 y DV4.2.

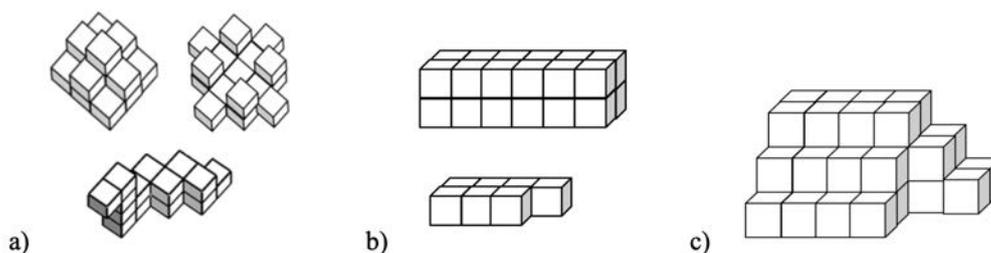


Figura 1. Torres o formas construidas con cajas.

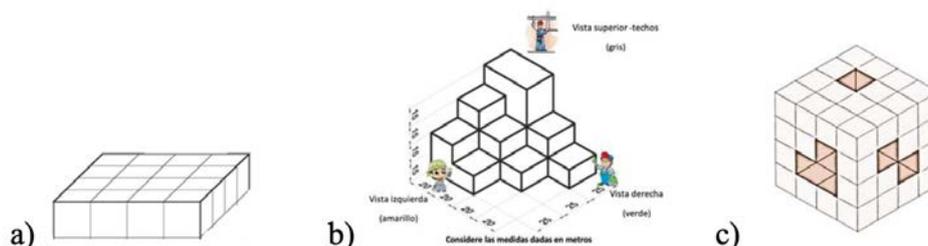


Figura 2. Figuras de las situaciones problema para niños 11-12 años.

ANÁLISIS DE DATOS

Para la organización de los datos, realizamos tablas de doble entrada con los indicadores y la forma en la que cada uno se evidencia en la respuesta del estudiante, en caso de evidenciarse alguno, ya que hay respuestas, tanto correctas como incorrectas, en las que no se evidencian indicadores. Para el análisis cualitativo de las estrategias de los estudiantes, identificamos detalles de las respuestas que nos informen sobre el razonamiento de los estudiantes, sus formas de evidenciar los indicadores, o si la presencia de los indicadores determina una resolución correcta o incorrecta, entre otros, que resultan de interés. A continuación, mostramos algunos ejemplos de análisis de respuestas. Hemos codificado a los estudiantes para asegurar el anonimato; así, E62015 es la respuesta del estudiante 015 de 6º curso en la fase II de la olimpiada.

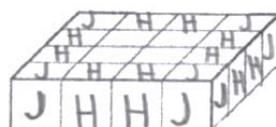


Figura 3. Respuestas de E62015.

En la Figura 3 se observa la respuesta de un estudiante de 6º curso al problema de la fase II (Figura 2a), el estudiante señala con “H”/”J” los cubos que, según él, tienen dos/tres caras pintadas. Se evidencia el indicador DV1.1, ya que identifica cada uno de los cubos que lo forman con sus caras y aristas, señalando con una letra los cubos y, en caso de tener varias caras visibles, colocando la misma letra pues sabe que pertenecen al mismo cubo. También se evidencia DV3.1, pues observa que al cubo de la esquina frontal derecha y sus tres caras visibles le corresponde una “J” y, dada la regularidad observada en la estructura, traslada ese análisis a las otras tres esquinas, aunque no tengan la misma cantidad de caras visibles. Aún así, el estudiante no usa la habilidad de posiciones en el espacio, no reconoce correctamente las posiciones de los cubos en el espacio respecto a él mismo (DV4.2), pues no se da cuenta de que las caras del plano inferior (respecto a su punto de vista) son visibles y están pintadas, dando una respuesta incorrecta.

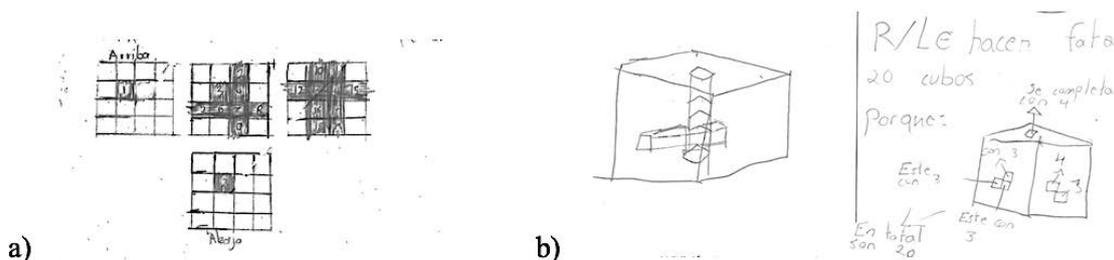


Figura 4. Respuestas de a) E64047, b) E64054.

La Figura 4 muestra dos formas distintas de responder al problema de la fase IV (Figura 2c). A partir de la observación del cubo, los dos estudiantes evidencian reconocer correctamente las posiciones de cubos en el espacio en relación con los otros cubos (DV4.2), identificando que hay filas y columnas de cubitos que se intersecan, a pesar de que en la figura no se ven completas las filas faltantes ni las intersecciones entre ellas. El primer estudiante realiza una representación del cubo por plantas, el segundo señala en su figura cuántos cubitos hay en cada fila, teniendo en cuenta no contar cubitos varias veces, y hace un dibujo para ejemplificar el tipo de intersecciones que se dan en el interior del cubo. Ambos evidencian el mismo indicador, pero de formas distintas.

Con los resultados del análisis de todas las respuestas hemos realizado una tabla que registra las habilidades de visualización presentadas por los estudiantes de la muestra en cada problema agrupados por edad y por puntaje (A bajo, B medio, C alto), en cada una de las fases II, III y IV de la olimpiada y el puntaje total en la prueba, para finalmente sintetizar la información. La Tabla 4 presenta las cantidades (%) de estudiantes que han evidenciado usar cada indicador en los seis problemas analizados en este texto.

Tabla 4. Porcentaje de indicadores evidenciados por grupo de edad, fase y grupo de puntaje.

Indicador	Grupo de 7 a 8 años								
	Fase II			Fase III			Fase IV		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
DV1.1	66,6	100	0	62,5	66,6	100	0	91,6	100
DV3.1	100	100	0	62,5	66,6	100	0	91,6	100
DV3.2	66,6	100	0	62,5	66,6	100	0	83,3	100
DV6.1	100	100	0	50	66,6	100	0	91,6	100
Indicador	Grupo de 11 a 12 años								
	Fase II			Fase III			Fase IV		
	A	B	C	A	B	C	A	B	C
DV1.1	86,6	100	100	36,4	50	83,3	75	90,9	90
DV3.1	33,3	80	50	27,3	50	83,3	----*	----	----
DV3.2	----	----	----	18,2	50	100	25	90,9	90
DV4.2	33,3	80	100	45,4	50	100	0	72,7	80

* Indicador no pertinente en la resolución de este problema.

Hay estudiantes que evidencian no tener las habilidades de visualización requeridas y otros no evidenciaron los indicadores en su respuesta escrita porque realizaron los procesos, verificaciones o justificaciones mentalmente y no necesitaron escribir o dibujar algo para ello. En cuanto a la habilidad de identificación visual (DV1), se observa que la mayoría de los niños tienen la capacidad de identificar diferentes elementos en una figura, ya sea para extraer las unidades que la conforman o algunos grupos de ellas. La diferencia principal se observa en que, si estas partes se ven claramente, la mayoría lo logra (pero no el 100%), no así en figuras distorsionadas por la perspectiva, camufladas o con partes superpuestas. Particularmente en los estudiantes de 11-12

años, hay más detalles (líneas incompletas o partes faltantes) que ponen más a prueba la identificación visual. En cuanto a la conservación de la percepción (DV3), se obtienen porcentajes más bajos en los problemas más complejos, lo que indica que es un indicador de mayor dificultad, e incluso dentro de la misma habilidad, es de mayor complejidad la conservación de la percepción en imágenes ocultas que en imágenes parcialmente visibles. Esto es más marcado en figuras más complejas (grupo 7-8 versus 11-12) y con mayor diferencia entre grupos de puntaje que en la habilidad anterior (DV1). La discriminación visual (DV6) solo se presentó en los problemas del grupo de 7-8 años y la habilidad de reconocimiento de posiciones en el espacio (DV4) solo en el grupo de 11-12 años, con diferencias importantes entre grupos de puntaje.

CONCLUSIONES

En respuesta a los objetivos específicos planteados al comienzo de este texto, hemos definido indicadores específicos de las habilidades de visualización para problemas basados en manipular estructuras de cubos, lo cual supone un aporte al conocimiento actual sobre el uso de la visualización en geometría espacial.

También hemos diseñado diversos problemas, que fueron planteados en la olimpiada OLCOMEPE y que han mostrado ser adecuados para que los estudiantes ofrezcan evidencias del uso de habilidades de visualización. Con el análisis realizado concluimos que los problemas plantados pueden usarse para evaluar la capacidad de visualización en niños de 7-8 y de 11-12 años con acm. También hemos detectado aspectos de los problemas que permiten una mejor identificación de las habilidades de visualización y que dan pie a elaborar secuencias de problemas que incluyan elementos cada vez más específicos y permitan identificar niveles en estas habilidades. No necesariamente el manejo de las habilidades de visualización garantiza que el problema se resuelva de forma correcta, pero el no manejo de ellas sí implica lo contrario. Por ende, puede darse que los estudiantes manejen y evidencien ciertas habilidades que le permitan resolver un problema, pero el no dominio de una habilidad particular les impida concluirlo con éxito.

Como conclusión importante a considerar para posteriores experimentaciones en este tema destacamos la dificultad que representa obtener evidencias de las habilidades de visualización por medio de respuestas escritas. Algunos niños no están acostumbrados a escribir todo su procedimiento y justificaciones. Otros, al observar las figuras, realizan acciones con imágenes mentales que no representan por escrito. Para abordar estas dificultades, ha sido determinante el complemento de las respuestas escritas con las entrevistas.

El análisis de los procedimientos de los estudiantes con acm es de gran valor ya que, aunque todos los niños resuelven el mismo problema, no todos realizan el mismo procedimiento. Incluso el mismo indicador no es evidenciado por todos ellos de la misma forma, así que plantear problemas que permitan esta variedad de procesos de resolución enriquece el análisis.

Aunque esperábamos que se evidenciasen las seis habilidades de visualización (Tabla 2) en las resoluciones de los estudiantes, no todas surgieron en las respuestas que hemos analizado. Por ello, se plantea la necesidad de construir otros problemas que permitan observar la rotación mental (DV2) y el reconocimiento de relaciones espaciales (DV5) en la población en estudio. En cuanto a la identificación visual (DV1), se observa que cuando las imágenes incluyen partes distorsionadas por la perspectiva, camufladas o con partes superpuestas son más notables las diferencias entre los niños de diferentes grupos de puntajes. Particularmente, en la muestra de 11-12 años, pues al ser la dificultad de los problemas mayor, hay más de estos detalles; esto permite mayor precisión en la identificación de los indicadores, ya que se puede agregar información visual más compleja (líneas incompletas o partes faltantes).

Las habilidades que implican mayor complejidad, así como los problemas más complejos muestran mayores diferencias de aparición entre los distintos grupos de población según el puntaje. Esto indica que discriminan más a los estudiantes con acm, ya que se presentan en mayor medida en los estudiantes con mejor puntaje, mientras que otras habilidades menos complejas no discriminan tan claramente, pues se presentan con frecuencia similares en los diversos grupos según puntaje.

Es importante continuar analizando con profundidad la puesta en práctica de la visualización en distintos grupos de estudiantes con acm, para extraer conclusiones que sean de utilidad para el proceso de detección de esta población escolar.

AGRADECIMIENTOS

Estos resultados son parte de las actividades de los proyectos de investigación 820-CO-081 de la Universidad de Costa Rica y EDU2017-84377-R (AEI/FEDER, UE) del Gobierno de España.

REFERENCIAS

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52(3), 215-241.
- Del Grande, J. (1990). Spatial sense. *The Arithmetic Teacher*, 37(6), 14-20.
- Díaz, O., Sánchez, T., Pomar, C. y Fernández, M. (2008). Talentos matemáticos: análisis de una muestra. *Faisca, Revista de Altas Capacidades*, 13(15), 30-39.
- Espinoza, J. (2018). *Caracterización de estudiantes con talento en matemática mediante tareas de invención de problemas* (Tesis doctoral). Universidad de Granada. Disponible en <http://hdl.handle.net/10481/54709>
- Freiman, V. (2006). Problems to discover and to boost mathematical talent in early grades: A challenging situations approach. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3(1), 51-75.
- Gagné, F. (1993). Constructs and models pertaining to exceptional human abilities. En K. Heller, F. Mönks y A. Passow (Eds.), *International handbook of research and development of giftedness and talent* (pp. 69-87). Nueva York, NY: Pergamon.
- Greenes, C. (1981). Identifying the gifted student in mathematics. *The Arithmetic Teacher*, 28(6), 14-17.
- Gutiérrez, Á. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: in search of a framework. En L. Puig y Á. Gutiérrez (Eds.), *Proceedings of the 20th International Conference of the P.M.E.* (Vol. 1, pp. 3-19). Valencia: PME. Disponible en <https://www.uv.es/gutierre/archivos1/textospdf/Gut96c.pdf>
- Jaime, A. y Gutiérrez, Á. (2014). La resolución de problemas para la enseñanza a alumnos de educación primaria con altas capacidades matemáticas. En B. Gómez y L. Puig (Eds.), *Resolver problemas. Estudios en memoria de Fernando Cerdán* (pp. 147-190). Valencia: PUV.
- Krutetskii, V. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago, IL: The University of Chicago Press.
- Miller, R. (1990). *Discovering mathematical talent* (documento ED321487). Washington DC: ERIC.
- Ministerio de Educación Pública (2012). *Reforma curricular en ética, estética y ciudadanía. Programas de estudio de matemáticas. I y II Ciclo de la Educación Primaria, III Ciclo de educación general básica y educación diversificada*. San José, Costa Rica: M.E.P. Disponible en <https://www.mep.go.cr/sites/default/files/programadeestudio/programas/matematica.pdf>
- Ramírez, R. y Flores, P. (2017). Habilidades de visualización de estudiantes con talento matemático: comparativa entre los test psicométricos y las habilidades de visualización manifestadas en tareas geométricas. *Enseñanza de las Ciencias*, 35(2), 179-196.
- Van Garderen, D. (2006). Spatial visualization, visual imagery, and mathematical problem solving of students with varying abilities. *Journal of Learning Disabilities*, 39(6), 496-506.