

DISEÑO DE TAREAS CON REALIDAD AUMENTADA EN GEOMETRÍA: ALGUNAS CONSIDERACIONES

TASK DESIGN WITH AUGMENTED REALITY IN GEOMETRY: SOME CONSIDERATIONS

DESENHO DE TAREFAS COM REALIDADE AUMENTADA EM GEOMETRIA: ALGUMAS CONSIDERAÇÕES

Camilo Sua* 

Angel Gutiérrez** 

RESUMEN

La Realidad Aumentada es una tecnología que ha ganado notable presencia en distintos dominios de conocimiento por la forma en que incorpora elementos virtuales al mundo real. En el campo educativo, se han reconocido bondades de sobre esta tecnología, dada la posibilidad de acceder y manipular representaciones que en otros ambientes no sería posible. La enseñanza y aprendizaje de la geometría se ha favorecido también de la Realidad Aumentada gracias a la representación de objetos geométricos tridimensionales en el mundo real, sumado a la posibilidad de manipularlos en la misma forma que acontece en programas de geometría dinámica. Sin embargo, no se han realizado suficientes avances investigativos sobre la forma en que esta tecnología podría incorporarse en esta área de las matemáticas. Apoyados en algunos ejemplos de tareas con realidad aumentada, presentamos algunas consideraciones para el diseño de tareas ambientadas en esta tecnología, con las cuales pretendemos ofrecer elementos para el adecuado uso de esta tecnología y el aprovechamiento de sus características.

Palabras clave: Diseño de tareas. Realidad aumentada. GeoGebra. Geometría dinámica.

ABSTRACT

Augmented Reality is a technology with a notable presence in different knowledge domains due to the way that it incorporates virtual elements in the real world. In the educational field, some benefits of this technology have been recognized, given the possibility of accessing and manipulating representations that would not be possible in other environments. Teaching and learning of geometry have also benefited from Augmented Reality thanks to the representation of three-dimensional geometric objects in the real world, added to the possibility of manipulating them in the same way that occurs in dynamic geometry environments. However, not enough research progress has been made on ways this technology could be incorporated into this area of mathematics. Supported by some examples of tasks with augmented reality, we present some considerations about task design with this technology, that are intended to offer elements for the proper use of this technology and the use of its characteristics.

Keywords: Task design. Augmented reality. GeoGebra. Dynamic geometry.

*Magister en Docencia de la Matemática por la Universidad Pedagógica Nacional (UPN). Doctorando en Didáctica de la Matemática, Universidad de Valencia (UV), Valencia, España. Dirección de correspondencia: Avenida de los Naranjos 4, Valencia, España, CEP: 46022. Correo electrónico: jeison.sua@uv.es.

** Doctor en Matemáticas por la Universidad de Valencia (UV). Profesor catedrático, Universidad de Valencia (UV), Valencia, España. Dirección de correspondencia: Avenida de los Naranjos 4, Valencia, España, CEP: 46022. Correo electrónico: angel.gutierrez@uv.es.

RESUMO

A Realidade Aumentada é uma tecnologia que tem ganhado destaque em diversos domínios do conhecimento pela forma como incorpora elementos virtuais no mundo real. No campo educacional, os benefícios dessa tecnologia têm sido reconhecidos, dada a possibilidade de acessar e manipular representações que em outros ambientes não seriam possíveis. O ensino e aprendizagem da geometria também tem se beneficiado da Realidade Aumentada graças à representação de objetos geométricos tridimensionais no mundo real, somada à possibilidade de manipulá-los da mesma forma que ocorre nos programas de geometria dinâmica. No entanto, não houve progresso de pesquisa suficiente sobre como essa tecnologia poderia ser incorporada nesta área da matemática. Apoiado por alguns exemplos de tarefas com realidade aumentada, apresentamos algumas considerações para o design de tarefas definidas nesta tecnologia, que têm como objetivo oferecer elementos para o uso adequado dessa tecnologia e de suas características.

Palavras-chave: Desenho de tarefas. Realidade aumentada. GeoGebra. Geometria dinâmica

1 INTRODUCCIÓN

La realidad aumentada (en adelante RA) ha ganado notable presencia en diferentes dominios de conocimiento debido a sus posibilidades. La representación de objetos tridimensionales en el mundo real gracias al uso de dispositivos electrónicos, conjugada con la posibilidad de interactuar con tales objetos, ha permitido la emergencia de nuevas prácticas y el acceso a objetos que anteriormente solo se podían observar en representaciones gráficas estáticas o en ambientes virtuales en un computador (WU *et al.*, 2013).

Aunque la RA acumula poco más de veinte años, su reconocimiento es reciente. Esto se debe en gran medida a la disponibilidad de dispositivos electrónicos con avanzadas características en su configuración, principalmente celulares y tabletas, en cuyas pantallas se pueden observar objetos en un ambiente de RA. La facilidad en el acceso a esta tecnología ha llevado a que su presencia en diversos campos se incremente. Ejemplo de ello es el campo educativo, específicamente la enseñanza y el aprendizaje de la geometría.

Son diversas las aplicaciones para dispositivos móviles que permiten representar objetos geométricos en ambientes de RA, algunas de las cuales incorporan desde su programación objetos predefinidos que, aunque se pueden representar en RA, dejan de lado la posibilidad de interactuar con estos de la misma forma que se haría a través de un programa de geometría dinámica tridimensional convencional. No obstante, existen otras aplicaciones que permiten la construcción y manipulación de objetos en RA en la misma forma como se haría en un programa de geometría dinámica, tal es el caso de GeoGebra.

La reciente presencia de la RA en el contexto educativo no ha permitido analizar con

suficiencia el efecto de esta tecnología en la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas (SWIDAN *et al.*, 2019). En el caso de la geometría, la investigación desarrollada se ha enfocado principalmente en el desarrollo de habilidades espaciales y de visualización (TOMASCHKO; HOHENWARTER, 2019) pero se requieren mayores esfuerzos para explorar los beneficios de esta tecnología. Entre los aspectos a estudiar se encuentra la forma en que la RA se puede incorporar en la clase de matemáticas, específicamente las tareas que se pueden proponer con la mediación de esta tecnología.

2 MARCO TEÓRICO

Con el objetivo de aportar al campo investigativo, ofrecemos algunas consideraciones sobre diversas tareas que pueden proponerse con ayuda de la RA. A través de algunos ejemplos, resaltamos características útiles y necesarias para el aprendizaje de la geometría cuando la RA actúa como mediador. Consideramos que esto permite aprovechar de manera decidida las características de esta nueva tecnología y destacar algunos de los beneficios que ofrece y que la diferencia de los programas de geometría dinámica tridimensional comúnmente utilizados.

2.1 El diseño de tareas como objeto de estudio: el caso de la geometría dinámica

Una revisión de la literatura existente sobre las perspectivas teóricas para la comprensión del aprendizaje de las matemáticas cuando media la tecnología digital llevó a Drijvers y colaboradores (2009) a resaltar el abanico de marcos conceptuales disponibles para estudiar diferentes aspectos de este proceso. No obstante, estos marcos se enfocan principalmente en el análisis del aprendizaje, dejando sin explorar con profundidad la influencia de los recursos tecnológicos en el diseño de tareas. Pese a la necesidad de un cuidadoso diseño de tareas en los que media la tecnología digital, el trabajo dirigido hacia la caracterización de situaciones en las que estos recursos se aprovechen de manera deliberada ha mostrado poco desarrollo.

Komatsu y Jones (2019) han señalado también la relevancia de profundizar en la investigación sobre el diseño de tareas, argumentando que a través de estas se favorece el aprendizaje de las matemáticas, pues gozan de un papel protagónico en la actividad matemática desarrollada por los estudiantes y determinan el tipo de aproximación hacia los objetos matemáticos de estudio. Este panorama no es ajeno a los programas de geometría dinámica

pues, aunque este recurso ha estado presente por más de treinta años, el diseño de tareas apoyadas en esta tecnología ha sido muy poco investigado por la educación matemática (SINCLAIR *et al.*, 2016).

Son varias las investigaciones que acuden a tareas en las que se involucra la geometría dinámica (KOMATSU; JONES, 2019). Las tareas allí presentadas se caracterizan por su potencial en el logro de algún aprendizaje o el desarrollo de algún proceso de la actividad matemática -conjeturar o argumentar, entre otros- (TROCKI, 2014; TROCKI; HOLLEBRANDS, 2018). Aunque estas investigaciones ponen de relieve estos resultados y el rol protagónico de la geometría dinámica, pocos comentarios se realizan sobre el diseño de estas tareas.

Las investigaciones que existen sobre el diseño de tareas han propuesto ya algunos modelos que involucran la geometría dinámica (KOMATSU; JONES, 2019; TROCKI, 2014; TROCKI; HOLLEBRANDS, 2018). Este desarrollo investigativo permitió avanzar de un estado inicial, en el que la tecnología era un soporte visual o un medio para procesar rápidamente información (LABORDE, 2001), mientras que las tareas no presentaban cambios sustanciales, a un estado en que la formulación de tareas otorgaba un rol indispensable a este recurso para su resolución. Pese a ello, estas investigaciones se restringen a un conjunto de características de estos ambientes computacionales (TROCKI, 2014 es un ejemplo de ello) que no permiten utilizar tales modelos para el diseño de tareas con programas de geometría dinámica ambientada en RA.

2.2 Realidad aumentada y geometría

La RA es considerada una tecnología a través de la cual el mundo real se enriquece con contenidos creados por computadora (texto, imágenes, videos, etc.). Esto significa que se genera una combinación del mundo real y el digital, la cual puede ser apreciada como un único ambiente a través de la pantalla de un dispositivo móvil (YUEN *et al.*, 2011). Autores como Azuma (1997) mencionan tres características necesarias para que una tecnología pueda considerarse RA:

- Incorpora elementos virtuales en el mundo real.
- Permite la interacción con estos elementos en tiempo real.
- Los elementos virtuales son de naturaleza tridimensional.

Aunque podría considerarse que la RA es un desarrollo tecnológico reciente, esta tiene ya cerca de dos décadas de existencia. Sin embargo, solo hemos podido acceder a ella de manera masiva en los últimos años, gracias a los desarrollos tecnológicos en los sistemas operativos y en la arquitectura de los dispositivos móviles. Tal posibilidad para el acceso ha permitido la inserción de esta tecnología en distintos campos de la vida cotidiana, incluyendo entre estos el educativo.

En el caso particular de la geometría, la RA requería en sus inicios programas computacionales con una robusta infraestructura para su correcto funcionamiento (ejemplo de ello es Construct3D, propuesto por kaufmann (2002), ofreciendo además un limitado repertorio de objetos geométricos tridimensionales con los que se podía interactuar. En el año 2019, GeoGebra, que ya contaba con ambientes virtuales de geometría dinámica en dos y tres dimensiones para computadora y dispositivos móviles, lanzó una aplicación para estos últimos ambientada en RA. Esta aplicación se destaca por requerir solamente un dispositivo móvil con algunos requerimientos en su arquitectura, lo que brinda la posibilidad de acceder a la RA en cualquier momento y lugar. Adicionalmente, recrea la experiencia de un programa de geometría dinámica tridimensional, permitiendo construir y manipular objetos geométricos (TOMASCHKO; HOHENWARTER, 2019).

La RA permite la visualización y manipulación de objetos abstractos y complejos de formas que no podrían alcanzarse en cualquier otro ambiente mediado por tecnología (WU *et al.*, 2013). No obstante, el uso de la RA en el campo educativo se mantiene en un estado prematuro (WU *et al.*, 2013). En el caso de la educación matemática, su potencial para la enseñanza y aprendizaje no ha sido explorado con suficiencia (SWIDAN *et al.*, 2019). Las investigaciones realizadas en esta vía se han enfocado principalmente en habilidades espaciales y de visualización, así como en aspectos motivacionales (TOMASCHKO; HOHENWARTER, 2019). Por lo anterior, un trabajo dirigido a examinar cómo las características de la RA permiten un aprendizaje de las matemáticas, es una tarea que se mantiene en espera (SWIDAN *et al.*, 2019).

2.3 Diseño de tareas y realidad aumentada: algunos comentarios

Para Leung (2011), una tarea es un conjunto de materiales prediseñados y ambientalmente situados, cuyo fin es comprometer al estudiante en actividades que pueden transformar la forma en que ve y hace matemáticas. Con “prediseñado”, Leung se refiere a la

consideración de las rutas a través de las cuales el estudiante se aproxima al conocimiento matemático; mientras que con “ambientalmente situado” hace referencia a las cualidades o herramientas de las que se dispone en un contexto particular, cuyo uso lleva al logro de un aprendizaje específico de formas que no podrían igualarse en otros ambientes.

Bajo esta concepción, una tarea demanda considerar diferentes elementos en su formulación. Uno de estos engloba aspectos sobre la herramienta involucrada, sus características y cualidades, las cuales, al ser utilizadas por el estudiante, le permiten alcanzar un aprendizaje específico, que estará permeado por las particularidades del ambiente en que este tuvo lugar. Para Leung (2011), esta naturaleza de los contenidos matemáticos, producto de la interacción con un ambiente tecnológico, otorga un relevante rol a las características de este medio en la elaboración de tareas.

El abanico de acciones y posibilidades que un recurso tecnológico provee cambia la forma en que nos relacionamos con los objetos geométricos corporeizados por este (TROCKI; HOLLEBRANDS, 2018). Por ello, aunque el aprendizaje que tiene lugar gracias a la RA podría lograrse también en otros ambientes tecnológicos, la experiencia vivida con este recurso podría agregar matices distintivos que harían de esta tecnología una herramienta singular (WU *et al.*, 2013). Ejemplo de ello es la posibilidad de aproximar a los estudiantes a una parte de las matemáticas del mundo real, las cuales acontecen en su contexto inmediato.

Así pues, la RA ofrece posibilidades para el diseño de tareas novedosas y desafiantes para los estudiantes, que permitan un logro de aprendizaje específico (LAVICZA *et al.*, 2020). De acuerdo con estos autores, con esta tecnología se pueden descubrir propiedades del mundo que rodea a los estudiantes, así como realizar construcciones geométricas precisas que correspondan a objetos de este escenario (LAVICZA *et al.*, 2020 presentan algunos ejemplos). Sin embargo, no consideramos que la RA funja este rol apenas. Gracias a las características únicas de esta tecnología, se puede avanzar en el reconocimiento de tareas que den buen uso a este recurso, con las que se promueva un aprendizaje geométrico de envergadura similar al favorecido por los programas de geometría dinámica convencionales.

Todo este panorama delega al profesor un rol determinante. Su labor en la formulación de tareas ambientadas en RA requiere conocer las bondades y limitaciones de esta tecnología y los significados matemáticos que pueden favorecerse a través de la interacción con el recurso. En lo que sigue, ofrecemos algunos ejemplos de tareas en las que se utiliza la RA de GeoGebra. Pretendemos con esto aportar elementos para el diseño de tareas con esta tecnología, con las que se aprovechen las características de este ambiente y se reconozcan posibilidades para el

desarrollo de la actividad matemática de formas no alcanzables en programas de geometría dinámica para computador.

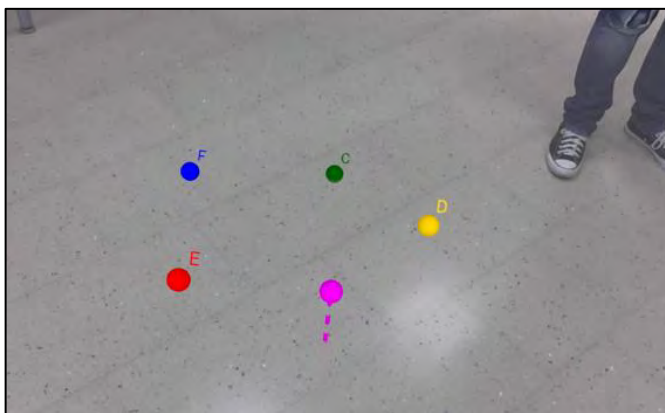
3 METODOLOGIA

Los ejemplos de tareas que presentamos mantienen una organización secuencial. El orden propuesto contempla el desarrollo de habilidades instrumentales en el uso de la RA de GeoGebra, así como un desarrollo conceptual en la que cada tarea permite profundizar en algunos aspectos del concepto involucrado. Para cada tarea se presenta la situación a resolver, estrategias de solución con la RA y algunos comentarios que elucidan la utilidad de la tarea propuesta.

3.1 Alineando puntos en el espacio

En Sua *et al.* (2021) presentamos una tarea en la que se solicita a los estudiantes alinear cinco puntos no coplanares, ubicados a distinta altura respecto al plano (figura 1). Dos de estos puntos (color rojo y fucsia) han sido fijados, lo que imposibilita arrastrarlos. Esta decisión atendió a la necesidad de que los estudiantes no simplificaran el problema ubicando todos los puntos en el plano.

Figura 1 – Arreglo de puntos no coplanares.

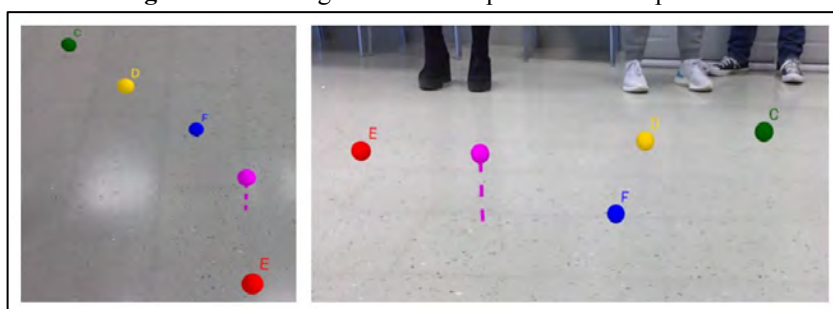


Fuente: Elaboración propia.

Esta tarea tiene el objetivo de que los estudiantes se familiaricen con la función de arrastre de puntos en el espacio en RA y con la forma de moverse para poder ver desde distintas

perspectivas los objetos representados. Un estudiante que haya utilizado GeoGebra en configuraciones tridimensionales notará que los esquemas bajo los cuales se utiliza esta función son idénticos en ambos ambientes. El cambio de perspectiva de las construcciones representadas, sin embargo, sí provee nuevos esquemas (TROUCHE, 2003) para el estudiante. En RA los objetos se mantienen estáticos por defecto, siendo el usuario quien se desplaza alrededor de estos, caso distinto a la versión de computador, donde el usuario se mantiene estático mientras que rota a voluntad propia la construcción con ayuda del ratón.

Figura 2 – Estrategia de solución para alinear los puntos.



Fuente: Elaboración propia.

Entre las soluciones propuestas a esta tarea por parte de futuros profesores de educación primaria, reconocimos el acceso a algunas características del espacio físico en que los estudiantes se encontraban (Sua *et al.*, en prensa). Por ejemplo, uno de los estudiantes rotó la construcción para que los puntos fijos quedaran sobre una línea recta determinada por las divisiones de las baldosas en el piso (figura 2a). Con este referente externo, el estudiante arrastró los otros puntos horizontalmente hasta lograr una alineación parcial. Posteriormente, cambió la perspectiva de visión de los puntos (figura 2b), desde la cual empleó nuevamente la anterior estrategia. Estas acciones permitieron al estudiante resolver la tarea satisfactoriamente.

La estrategia de solución presentada no podría ser alcanzada fuera de la RA. El desconocimiento de herramientas para la construcción de rectas y vinculación de puntos a estas fue decisivo para que esta solución tuviese lugar. Esto brinda soporte a proponer esta tarea en un primer momento, mejor aun si se desconocen las herramientas de GeoGebra. Adicionalmente, si se quisiera discutir sobre el sustento geométrico de tal solución, de acuerdo con el nivel de formación de los estudiantes a los que esta se proponga, objetos geométricos como planos y relaciones como la intersección entre estos podrían emerger bajo una adecuada gestión del profesor.

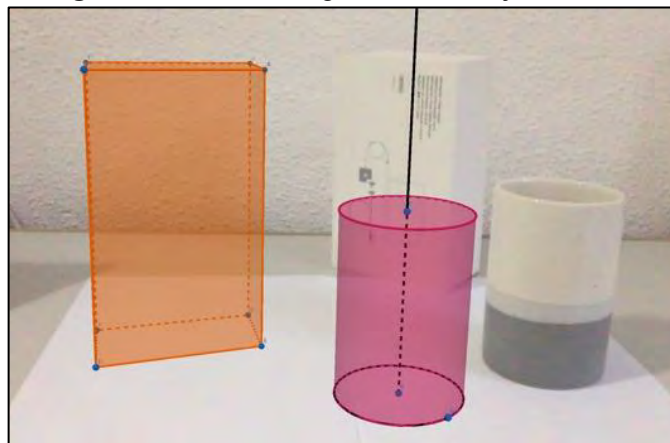
3.2 Objetos tridimensionales y magnitudes

La siguiente situación está inspirada en una tarea que se propone a estudiantes de nivel escolar en Lavicza *et al.* (2020). En esta se pide a los estudiantes la elección de algún objeto de su entorno cuya forma geométrica corresponda a un cilindro, pirámide o prisma, incluso una combinación de estos. Con las herramientas de construcción de GeoGebra deberá realizar una construcción geométrica del objeto escogido.

Anteriormente los estudiantes tuvieron un acercamiento a la función de arrastre, por lo que ahora se pretende que se familiaricen con algunas herramientas de construcción. Aunque la construcción de objetos geométricos como cilindros, prismas y pirámides puede hacerse sin problema en la versión de GeoGebra que no utiliza RA, lo relevante de esta tarea es la solicitud de que la construcción tenga la misma forma geométrica del objeto físico escogido. De acuerdo con la forma de resolver la tarea, dos aproximaciones pueden emerger.

La primera de estas involucra las herramientas de construcción de objetos tridimensionales, como los solicitados en la tarea, que dispone GeoGebra en su menú de herramientas. En este caso, el estudiante se ve enfrentado a la necesidad de construir en primer lugar la figura geométrica que corresponde a la base del sólido corporeizado por el objeto físico escogido. Posteriormente, al tener el sólido construido (figura 3), podría requerirse el arrastre de algunos de los puntos que determinan esta construcción, así como el cambio de ángulo de visión de esta, con el fin de que el objeto geométrico construido se ajuste lo más cercanamente al objeto escogido.

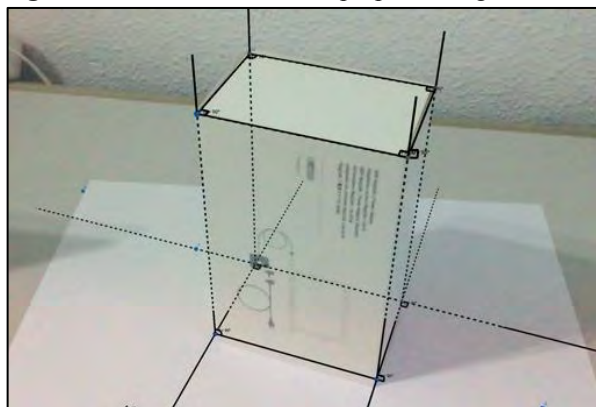
Figura 3 – Construcción geométrica de objetos físicos.



Fuente: Elaboración propia.

A segunda aproximación a la construcción del objeto geométrico involucra herramientas de construcción asociadas a relaciones de paralelismo y perpendicularidad principalmente. Esta aproximación no se apoya en modelos de objetos geométricos predeterminados, como ocurría en el anterior caso. Ahora se deben reconocer en el objeto físico seleccionado relaciones entre sus aristas y sus caras, lo que lleva a involucrar las relaciones geométricas mencionadas no solamente entre rectas o segmentos, sino entre planos y rectas también (figura 4).

Figura 4 – Reconocimiento de propiedades geométricas.



Fuente: Elaboración propia.

Aunque se presentan dos aproximaciones para la solución de la misma tarea, podemos distinguir una diferencia entre los objetos geométricos involucrados y las relaciones que se establecen entre estos. En el primer caso, el uso de las herramientas mencionadas deja encubiertas las relaciones geométricas que en el segundo caso deben ser explícitas. Esto lleva a establecer también una jerarquía entre estas aproximaciones, basada en la complejidad de las operaciones y construcciones realizadas, y con ello, a contemplar estrategias de solución de acuerdo con el nivel educativo en el que esta tarea se proponga o lo que se esperaría o solicitaría al estudiante involucrar al encarar esta tarea.

Por otro lado, basados en la idea general de esta tarea, otras tareas complementarias podrían proponerse, cada una con variaciones que permitirían evocar o desarrollar nuevas habilidades instrumentales y conceptuales. En un primer momento podría solicitarse a los estudiantes que determinaran la longitud, área y volumen de los objetos físicos escogidos con la función de escala que provee GeoGebra (función que posibilita que la longitud determinada en el software sea la misma que la obtenida con una regla o cinta métrica, por ejemplo). Esto incorporaría la vista algebraica, donde se podrían desarrollar algunos cálculos aritméticos. Aunque esta tarea podría resolverse con la ayuda de una regla o cinta métrica y una calculadora,

la intención de usar las funciones de GeoGebra mencionadas es la familiarización de los estudiantes con estas posibilidades de la aplicación.

Posterior a la tarea que se presenta en este apartado, se podría solicitar a los estudiantes que, además de realizar una construcción geométrica del objeto físico seleccionado, esta sea semejante a dicho objeto aun bajo arrastre. Esta solicitud permitiría que la construcción elaborada fuese semejante al objeto seleccionado bajo arrastre, independiente de la estrategia de construcción. En esta tarea se requiere que los estudiantes estuviesen en capacidad de determinar razones entre las aristas correspondientes, lo cual les permitiría elaborar la construcción geométrica solicitada.

Figura 5 – Construcción de objetos compuestos.



Fuente: Elaboración propia.

Finalmente, una última propuesta de variación de la tarea original podría solicitar que el objeto físico seleccionado no corresponda apenas a un único objeto geométrico tridimensional, sino a la unión de dos o más de estos (figura 5). Esto podría sumarse a lo solicitado en la anterior variación de la tarea, con lo que los cálculos realizados podrían involucrar otras variables o podría requerirse el uso de relaciones geométricas entre las dimensiones de cada una de las figuras tridimensionales que componen el objeto físico seleccionado.

Otras variaciones de esta tarea pueden ser propuestas, no consideramos que las que se han mencionado en este apartado son únicas. Lo que es relevante de todas estas es que el recorrido planteado permite a los estudiantes familiarizarse inicialmente con herramientas de GeoGebra para determinar la longitud, área o volumen y con la realización de los cálculos aritméticos correspondientes. Posteriormente, GeoGebra se utilizará de forma analítica, tanto para el reconocimiento de relaciones geométricas entre las partes del objeto escogido, como

para la construcción robusta (HEALY, 2000) de objetos tridimensionales.

El abanico de tareas propuesto podría resolverse en la versión de GeoGebra que no utiliza RA. El uso de cintas métricas e instrumentos para determinar ángulos entre segmentos permitiría que los modelos elaborados cumplieren las condiciones de las tareas presentadas. Por lo anterior, es válido cuestionarse por la utilidad y aporte exclusivo de la RA en este segundo ejemplo. Al respecto, mencionamos tres argumentos a favor del uso de esta tecnología:

En primer lugar, encontramos la posibilidad de llevar los conocimientos geométricos y aritméticos, a través del dispositivo móvil, al mundo que está fuera del salón de clases. Esto permite involucrar objetos físicos cotidianos y diferentes a los usados tradicionalmente por estudiantes (por estar al alcance inmediato de ellos en el salón de clases). En segundo lugar, encontramos la posibilidad de realizar construcciones geométricas de objetos tridimensionales que pueden fácilmente compararse con el objeto físico original a través de una superposición y la observación de sus elementos constitutivos. Esto último abre la posibilidad de realizar construcciones de objetos tridimensionales a partir de planos o bocetos a escala, con lo que la RA permitiría ver el objeto a construir en el mundo real. Por último, no debemos olvidar la faceta afectiva de la enseñanza de las matemáticas; el uso de software de geometría dinámica y, en especial, el más novedoso que incorpora la RA, supone un incentivo para una mayoría de estudiantes, que se sienten más motivados e interesados en resolver problemas en estos entornos que mediante papel y lápiz en las clases ordinarias (SINCLAIR; YERUSHALMY, 2016).

3.3 La altura del árbol

El tercer ejemplo de tarea que presentamos tiene constante presencia en los libros de texto escolares y, en su forma estándar, solicita calcular una altura que no se puede medir directamente (por ejemplo la altura de un árbol, una torre, etc.) utilizando algunos datos conocidos y relaciones de semejanza entre triángulos. La presentación de esta tarea puede variar dependiendo de los datos o relaciones que se mencionen en el enunciado. Una variante pide determinar la altura de un objeto conociendo la altura de otro objeto auxiliar más pequeño y la longitud de las sombras que el objeto inicial y el objeto auxiliar proyectan sobre el suelo (figura 6). El tercer ejemplo de tarea que mostramos es una versión de este problema planteada mediante GeoGebra con RA. Al plantear la tarea, no proporcionamos a los estudiantes ningún dato numérico, solamente les pedimos que determinen la altura del árbol y, como ayuda, les sugerimos que utilicen la sombra que el árbol proyecta en el suelo.

Figura 6 - Calcular la altura de un árbol a través de triángulos semejantes.



Fuente: Elaboración propia.

Esta tarea tiene la intención de que el estudiante utilice herramientas de GeoGebra para determinar las longitudes de algunos objetos o elementos del entorno que le permitan resolver la tarea. Esto se complementa con el uso de la función de escala que provee la RA y la posibilidad de realizar cálculos numéricos para determinar cantidades desconocidas. Estas acciones intencionadas sobre la herramienta sugieren que el estudiante debe contar con algunos conocimientos sobre la forma de operar con la información disponible.

Objeto cuya altura se quiere determinar y la del objeto de referencia, así como la altura de este último. Esto lleva a considerar algunas condiciones del entorno donde se quiere dar solución a la tarea. Aspectos como la hora del día en que se quiere plantear la tarea o la interferencia de otros objetos en la proyección de la sombra, son elementos para tener en cuenta que no se reportan en los libros de texto (allí toda la información suministrada es transparente, accesible sin inconvenientes). Estos elementos permiten desarrollar una discusión en la clase, tanto previo como posterior a realizar el trabajo de campo, lo que amplía la mirada de los estudiantes sobre la actividad matemática a realizar.

Aunque el proceso de solución podría ser conocido con antelación por parte de los estudiantes, dejando esta tarea como una actividad práctica, debe mencionarse que la riqueza de esta propuesta radica en las posibilidades que el entorno ofrezca al profesor para elegir contextos más o menos complejos y en la libertad que el estudiante tiene para escoger los objetos del entorno que involucrará en su proceso de solución. Adicionalmente, el uso de la escala de RA permite que los estudiantes discutan sobre los resultados obtenidos y la cercanía entre estos (el uso de un instrumento de medida puede llevar a la obtención de resultados diferentes, aunque cercanos, en diferentes intentos de medición), así como sobre la influencia

de que los objetos auxiliares seleccionados sean diferentes. Estos elementos dan relevancia al uso de la RA en este tipo de situaciones. Las acciones descritas con esta tecnología no podrían ser alcanzadas en el salón de clase, dado que en los libros de texto la información necesaria se suministra en el enunciado y solo se requiere la realización de cálculos numéricos para obtener resultados exactos.

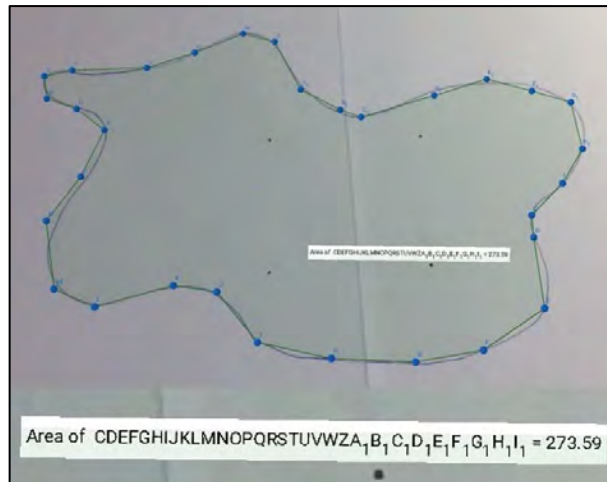
3.4 Áreas de superficies irregulares

Determinar el área de figuras geométricas puede ser una labor no dispendiosa si la figura es conocida (determinados polígonos o circunferencias). Sin embargo, las cosas pueden no ser tan triviales si se solicita determinar el área de una figura que no corresponda a alguna de estas formas, especialmente si la figura es curvilínea. En esta tarea solicitamos a los estudiantes buscar en el suelo formas geométricas que no correspondan a las que tradicionalmente se presentan en clase de geometría y que determinen su área con ayuda de la RA.

Con esta tarea pretendemos que los estudiantes utilicen de manera conjunta las funciones de escala y área de polígonos de GeoGebra. No nos interesa que se involucre la descomposición en figuras conocidas para facilitar la obtención del área de la figura seleccionada mediante fórmulas de áreas conocidas, dado que GeoGebra permite determinar el área de cualquier polígono. Por lo anterior, lo que esperamos del estudiante es convertir la figura seleccionada en una figura poligonal (figura 7), procedimiento no estudiado frecuentemente en la escuela, debido al estudio del área de figuras planas apoyados en figuras conocidas.

Para resolver esta tarea, el estudiante puede valerse de la herramienta Polígono y construir un polígono que se aproxime a la figura irregular seleccionada. Posteriormente, ajustando la escala de la construcción, la herramienta Área permitiría determinar el valor del área del polígono construido. La proximidad entre el valor numérico obtenido y el real dependerá de lo cercano que sea el polígono construido a la figura seleccionada, por lo que se espera un buen grado de precisión en la construcción del polígono, independientemente de la cantidad de lados que este pueda tener. Este requerimiento podría ser aprovechado por el profesor al solicitar en un inicio que la figura irregular se ajuste a un polígono de pocos lados, con lo que los estudiantes podrán llegar a descubrir la necesidad de contar con más lados para tener mayor aproximación al área real de la figura.

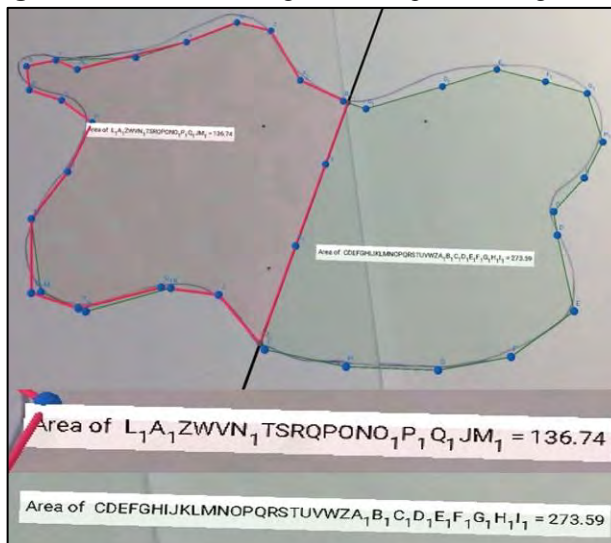
Figura 7 - Determinación del área en figuras irregulares.



Fuente: Elaboración propia.

La tarea propuesta podría tener algunas variaciones. Por ejemplo, podrían dibujarse distintas figuras y solicitar que se establezcan relaciones de orden entre sus áreas. Esto promoverá una discusión entre los estudiantes respecto a los métodos empleados y los resultados obtenidos. Por otro lado, podría solicitarse que se partiera la figura irregular seleccionada en dos, tres o cuatro partes, de tal forma que todas las partes tengan la misma área (figura 8).

Figura 8 - División de la figura en dos partes con igual área.



Fuente: Elaboración propia.

Las versiones de GeoGebra para computador permitirían determinar el área de figuras irregulares con una estrategia idéntica a la mencionada acá, a través de su función de

importación de fotografía a la interfaz de GeoGebra. Lo que aporta la RA en esta oportunidad es la posibilidad de utilizar la función de escala para poder tener mayor precisión de los resultados obtenidos. Esto se suma a la facilidad del proceso de solución descrito, pues se evitan procedimientos como la captura en imágenes de las figuras irregulares y la importación al programa para computador. Esto, sumado a la gestión de un ambiente de discusión, da a esta situación un valor agregado a favor de involucrar la RA en la solución de problemas no rutinarios.

3.5 Ejes de revolución de objetos tridimensionales

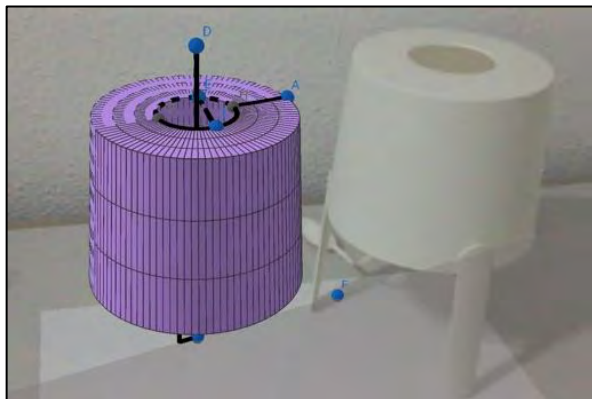
En la segunda tarea que hemos presentado (2.2), se solicitó realizar una construcción geométrica que representara un objeto físico. Sin embargo, no todos los objetos del entorno podrían ser utilizados en ese momento, dado que algunos de ellos no tienen una forma geométrica correspondiente a la de un prisma, cilindro o pirámide. No obstante, en algunos de los objetos físicos excluidos puede reconocerse la existencia de un eje de revolución, lo que permitiría realizar una construcción geométrica que los represente. La tarea que proponemos en este apartado se enfoca en estos objetos en particular. Los estudiantes deben escoger un objeto tridimensional que tenga al menos un eje de revolución y realizar una construcción en GeoGebra de este objeto.

En esta oportunidad, se espera que el estudiante se familiarice con los ejes de simetría de un sólido y que reconozca la forma de aprovecharlos para construir una figura que represente el objeto seleccionado. Esto lleva a identificar también la figura geométrica que permitiría, bajo una rotación alrededor del eje de revolución, lograr la construcción deseada. Aunque se habla de una rotación de una figura geométrica, la cual puede ser una línea poligonal o curva, en GeoGebra se dispone de una herramienta que permite construir la superficie generada por la rotación de un objeto geométrico alrededor de un eje de revolución. Es deseable que los estudiantes acudan a esta herramienta cuando conozcan la construcción que se espera que obtengan. En lo que sigue mostramos la forma de usar esta herramienta en dos casos.

El primer caso corresponde a objetos físicos que pueden ser representados a través de la rotación de un solo segmento o la unión de varios de estos. En este caso el estudiante debe construir el o los segmentos necesarios, para lo cual podría valerse de planos perpendiculares al plano XY para contar con mayor precisión en su obtención. Posteriormente, al utilizar la herramienta Superficie de Revolución sobre los segmentos construidos, se determinaría

automáticamente la superficie que representaría el objeto físico escogido (figura 9).

Figura 9 - Superficies de revolución con líneas poligonales.



Fuente: Elaboración propia.

El segundo caso corresponde a objetos físicos que pueden representarse a través de la rotación de una línea curva (figura 10). Algunos ejemplos inspirados en el trabajo de Tim Brzezinski son presentados en Tomaszko y Hohenwarter (2019, p. 341). En este caso se requiere que el profesor explique a los estudiantes la forma de construir la línea curva que permitiría obtener la superficie deseada. Esto lleva a utilizar herramientas de Listas de puntos y el comando Spline. El procedimiento restante es el mismo que se expuso en el anterior caso.

Este conjunto de tareas exhibe un uso notable de la RA. La forma en que se utiliza esta tecnología en este contexto no podría ser equiparada con el trabajo en ambientes ajenos a la RA, pues un aspecto clave de su uso yace en la posibilidad de analizar el objeto físico escogido en aras de determinar un eje de revolución, construir la figura que bajo rotación determinaría la superficie del objeto a construir y, finalmente, comparar el resultado obtenido con el objeto físico a través de la superposición.

Figura 10 - Superficies de revolución con líneas curvas.



Fuente: Elaboración propia.

Las versiones de GeoGebra para computador podrían apenas realizar la construcción de superficies a partir de una línea curva o poligonal, mas no la acción de superponer y comparar. Adicionalmente, la búsqueda de objetos físicos que posean la propiedad de contar con un eje de revolución deja ver en esta tarea una oportunidad para el desarrollo de propiedades de visualización espacial.

4 RESULTADOS

En la actualidad, hay un amplio reconocimiento de los programas de geometría dinámica, en especial sus principales características, bondades y retos para su inserción en la enseñanza y aprendizaje de la geometría (SINCLAIR *et al.*, 2016). Según estos autores, son varios los esfuerzos investigativos desde la didáctica de las matemáticas que se han realizado en esta vía. No obstante, el énfasis que se ha dado a los programas de geometría dinámica que corporeizan objetos de la geometría plana es considerable, dejando de lado la investigación sobre aquellos que corporeizan objetos de la geometría espacial (GUTIÉRREZ; JAIME, 2015).

La RA que ofrece GeoGebra hace parte de los programas de geometría dinámica tridimensional y, como ya se ha mencionado, en la actualidad su acceso es fácil gracias a la avanzada configuración de los dispositivos móviles. Sin embargo, la inexistencia de literatura que permita reconocer el verdadero potencial de esta tecnología en la enseñanza y aprendizaje de la geometría, así como la forma de incorporarla de manera adecuada, son aspectos que deben atenderse.

Dado el anterior panorama, en este documento aportamos al campo investigativo algunos elementos para el diseño de tareas para geometría en RA. A través de algunos ejemplos de tareas ambientadas en esta tecnología, proponemos situaciones al estudiante en que las características de la RA son usadas de manera deliberada y cuyo proceso de solución no podría ser alcanzado de la misma forma en otros ambientes tecnológicos. Con base en el análisis realizado de cada ejemplo, en lo que sigue comentamos algunas características que consideramos relevantes para el diseño de tareas geométricas ambientadas en RA.

4.1 Emplear elementos del entorno para la solución

Por lo regular, en las tareas que se proponen a los estudiantes la ruta para llegar a una

respuesta involucra operar con la información suministrada en el enunciado de la tarea. Esto podría limitar al estudiante, pues cualquier otra información que quisiera utilizar podría hacer que la estrategia de solución planteada o la respuesta obtenida gracias a esta pierda validez. Por su parte, en los ambientes de geometría dinámica tridimensional solo existen los objetos geométricos construidos, el espacio se representa con un color blanco que no brinda información adicional alguna y lleva a que la atención de los estudiantes se centre exclusivamente en las construcciones que se han realizado.

La RA rompe estos esquemas al representar las construcciones en el mundo real, donde todos los objetos presentes en el entorno del estudiante, así como las relaciones entre estos, pueden utilizarse en la búsqueda de una solución. Como se vio en la primera tarea, algunos elementos del entorno se pueden convertir en herramientas con las cuales arribar a la solución, sobre las que se pueden además gestionar discusiones que permitan reconocer su validez en las estrategias planteadas.

4.2 Involucrar objetos físicos como objetos de estudio.

En niveles escolares iniciales, es común y deseado que se involucren elementos físicos que se encuentran presentes en el salón de clases como recurso de mediación (infraestructura del espacio físico y material manipulativo). Estos recursos progresivamente van desapareciendo conforme se avanza en el nivel escolar, llegando a utilizarse representaciones gráficas estáticas de libros de texto o del tablero como soporte en la enseñanza. En este punto, la geometría dinámica permite una renovación en la forma en que los objetos y relaciones geométricas son estudiadas.

La RA, adicional a esta última idea, permite volver a involucrar elementos físicos del entorno como objetos de estudio. Tanto los objetos disponibles en el interior del salón de clases, como los que se encuentran fuera de este, son útiles para el desarrollo de una actividad matemática dirigida a explorar e identificar propiedades geométricas. La posibilidad de construir figuras geométricas en RA da apertura a la elaboración de representaciones geométricas de objetos físicos sobre los que no se brinda información alguna, más bien, esta debe ser reconocida por los estudiantes para que la construcción realizada corresponda adecuadamente con el objeto real.

4.3 Contar con libertad en el proceso de exploración y solución

Es natural que, al intentar resolver una tarea, se cuente con la información necesaria que permite llegar al resultado, dejando como reto la forma en que se debe operar con esta información. La RA permite que los estudiantes incorporen distintos objetos de su entorno de manera decidida, pues en estos pueden reconocerse posibilidades para proponer una solución a la tarea. La libertad que ofrece la RA de GeoGebra brinda la posibilidad a los estudiantes de formular estrategias de solución y tomar decisiones sobre el método que más beneficios o simplicidad puede ofrecerles. Como complemento a esta idea, se encuentra la posibilidad de gestionar un ambiente de discusión entre estudiantes, donde se comparen métodos de resolución, formas de uso de la RA y resultados obtenidos, permitiendo así una realimentación que refine las formas de afrontar tareas con esta tecnología.

5 CONSIDERACIONES

Las características que se han mencionado en el anterior apartado llevan a afirmar que, para proponer tareas geométricas en RA que den un uso provechoso a esta tecnología, no es suficiente acudir a situaciones propuestas en programas de geometría dinámica tridimensional y afrontarlas en este nuevo ambiente. Se requieren mayores esfuerzos dirigidos a considerar las características del entorno donde estas tareas se propongan, las limitaciones y beneficios que este puede ofrecer, la multiplicidad de estrategias de solución que podrían plantearse y la posibilidad de promover un espacio para la discusión matemática, en donde se confronten y analicen estas múltiples miradas.

Este panorama deja ver la necesidad de que el profesorado cuente con competencias específicas relacionadas con el conocimiento de la RA, sus posibilidades y limitaciones, así como de los mecanismos a través de los cuales los estudiantes pueden tomar ventaja de las posibilidades de dicho recurso (HOLLEBRANDS; LEE, 2016).

La RA es una tecnología emergente en el contexto educativo. El campo de investigación que se determina gracias a esta tecnología parece ser extenso, mientras que el que se ha explorado es reducido. El continuo desarrollo y mejoras de esta tecnología permitirá ampliar las posibilidades de uso a favor de la enseñanza y aprendizaje de la geometría.

Aunque en este documento hemos presentado algunas características para el diseño de tareas, consideramos que su aporte a la investigación sobre el diseño de tareas en RA es apenas

una base, sobre el que futuras investigaciones pueden profundizar y amplificar o controvertir las ideas acá expuestas. La actividad matemática que podrían desarrollar los estudiantes con ayuda de esta tecnología es relevante, por tal motivo merece la pena ahondar en la investigación en esta dirección.

REFERÊNCIAS

AZUMA, R. T. **A survey of augmented reality. Presence: Teleoperators and Virtual Environments**, v. 6, n. 4, p. 355-385, 1997. Disponible en: <https://www.cs.unc.edu/~azuma/ARpresence.pdf>

DRIJVERS, P., KIERAN, C., MARIOTTI, M. A., AINLEY, J., ANDRESEN, M., CHAN, Y. C., DANA-PICARD, T., GUEUDET, G., KIDRON, I., LEUNG, A., Y MEAGHER, M. (2009). Integrating technology into mathematics education: theoretical perspectives. In C. Hoyles y J. Lagrange (Eds.), **Mathematics education and technology-rethinking the terrain** (pp. 89-132). Boston, MA: Springer, 2009. https://doi.org/10.1007/978-1-4419-0146-0_7

GUTIÉRREZ, A.; JAIME, A. Análisis del aprendizaje de geometría espacial en un entorno de geometría dinámica 3-dimensional. **PNA**, v.9, n.2, p. 53-83, 2015. <https://doi.org/10.30827/pna.v9i2.6106>

HEALY, L. Identifying and explaining geometrical relationship: Interactions with robust and soft Cabri constructions. In NAKAHARA, T., KOYAMA, M. (Cord.), **Proceedings of the 24th PME International Conference**, 2000.

HOLLEBRANDS, K.; LEE, H. Characterizing questions and their focus when pre-service teachers implement dynamic geometry tasks. **Journal of Mathematical Behavior**, v.43, p. 148-164, (016. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2016.07.004>

KAUFMANN, H. Construct3D: an augmented reality application for mathematics and geometry education. **Proceedings of the ACM Multimedia Conference 2002**, p. 656-657, 2002.

KOMATSU, K.; JONES, K. Task design principles for heuristic refutation in dynamic geometry environments. **International Journal of Science and Mathematics Education**, v.17, n.4, p. 801-824, 2019. <https://doi.org/10.1007/s10763-018-9892-0>

LABORDE, C. Integration of technology in the design of geometry tasks with cabri-geometry. **International Journal of Computers for Mathematical Learning**, v.6, p. 283-317, 2001. <https://doi.org/10.1023/A:1013309728825>

LAVICZA, Z., HAAS, B., KREIS, Y. Discovering everyday mathematical situations outside the classroom with MathCityMap and GeoGebra 3D. In M. LUDWIG, S. JABLONSKI, A. CALDEIRA, Y A. MOURA (Eds.), **Research on Outdoor STEM Education in the Digital**

Age. Proceedings of the ROSETA Online Conference. Münster, Alemania: WTM, 2020.
<https://doi.org/https://doi.org/10.37626/GA9783959871440.0>

LEUNG, A. An epistemic model of task design in dynamic geometry environment. **ZDM - Mathematics Education**, v.43, n. 3, p. 325-336, 2011. <https://doi.org/10.1007/s11858-011-0329-2>

SINCLAIR, N., BARTOLINI-BUSSI, M. G., DE VILLIERS, M., JONES, K., KORTENKAMP, U., LEUNG, A., OWENS, K. Recent research on geometry education: an ICME-13 survey team report. **ZDM - Mathematics Education**, v. 48, n. 5, p. 691-719, 2016. <https://doi.org/10.1007/s11858-016-0796-6>

SINCLAIR, N., YERUSHALMY, M. Digital technology in Mathematics teaching and learning: a decade focused on theorising and teaching. En A. GUTIÉRREZ, G. LEDER, & P. BOERO (Eds.), *The Second Handbook of Research on the Psychology of Mathematics Education*, (pp. 235-274), 2016. Sense Publishers.

SUA, C., GUTIÉRREZ, A., JAIME, A. Análisis de una actividad de visualización en un entorno de geometría dinámica 3d y realidad aumentada: alineando puntos en el espacio. **Investigación en Educación Matemática XXIV**. 2021.

SWIDAN, O., SCHACHT, F., SABENA, C., FRIED, M., EL-SANA, J., Y ARZARELLO, F. Engaging students in covariational reasoning within an augmented reality environment. In T. PRODROMOU (Ed.), **Augmented reality in educational settings** (pp. 147-167). Holanda: Brill, 2019. https://doi.org/https://doi.org/10.1163/9789004408845_007

TOMASCHKO, M., Y HOHENWARTER, M. Augmented reality in mathematics education: the case of GeoGebra AR. In T. PRODROMOU (Ed.), **Augmented reality in educational settings** (pp. 325-346). Holanda: Brill, 2019. https://doi.org/https://doi.org/10.1163/9789004408845_014

TROCKI, A. Evaluating and writing dynamic geometry tasks. **The Mathematics Teacher**, v.107, n. 9, p. 701-705, 2014. <https://doi.org/https://doi.org/10.5951/mathteacher.107.9.0701>

TROCKI, A., Y HOLLEBRANDS, K. The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. **Digital Experiences in Mathematics Education**, v. 4, n. 2-3, p. 110-138, 2018. <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>

TROUCHE, L. From artifact to instrument: mathematics teaching mediated by symbolic calculators. **Interacting with Computers**, v. 15, n. 6, p. 783-800, 2003. <https://doi.org/https://doi.org/10.1016/j.intcom.2003.09.004>

WU, H., LEE, S. W., CHANG, H., Y LIANG, J. Current status, opportunities and challenges of augmented reality in education. **Computers & Education**, v. 62, p. 41-49, 2013. <https://doi.org/10.1016/j.compedu.2012.10.024>

YUEN, S. C.-Y., YAOYUNYONG, G., Y JOHNSON, E. (2011). Augmented reality: an overview and five directions for AR in education. **Journal of Educational Technology Development and Exchange**, v. 4, n. 1, p. 119-140, 2011.

<https://doi.org/10.18785/jetde.0401.10>

ANEXO 1 - INFORMACIÓN SOBRE EL MANUSCRITO

AGRADECIMIENTOS

Esta publicación es parte del proyecto PID2020-117395RB-I00 y la beca predoctoral EDU2017-84377-R, ambos financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033.

FINANCIACIÓN

Esta publicación es parte del proyecto PID2020-117395RB-I00 y la beca predoctoral EDU2017-84377-R, ambos financiados por MCIN/AEI/10.13039/501100011033.

CONTRIBUCIONES DE LA AUTORÍA

Resumen / Resumen / Resumen: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Introducción: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Referencial teórico: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Análisis de datos: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Discusión de resultados: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Conclusión y comentarios finales: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Referencias: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Revisión del manuscrito: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

Aprobación de la versión final publicada: Camilo Sua; Angel Gutiérrez

CONFLICTOS DE INTERÉS

Los autores han declarado que no existe ningún conflicto de intereses de carácter personal, comercial, académico, político y económico con respecto a este manuscrito.

DISPONIBILIDAD DE DATOS DE INVESTIGACIÓN

Los autores declaran que pondrán a disponibilidad los datos en caso sea solicitado.

PREIMPRESIÓN

No publicado.

CONSENTIMIENTO PARA UTILIZAR LA IMAGEN

No Aplica.

APROBACIÓN DEL COMITÉ DE ÉTICA DE LA INVESTIGACIÓN

No aplica.

CÓMO CITAR - ABNT

SUA, Camilo, GUTIÉRREZ, Ángel. Diseño de tareas con realidad aumentada en Geometría: Algunas consideraciones. **REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática**. Cuiabá, v. 11, n. 1, e23116, enero/diciembre de 2023. <https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16865>

CÓMO CITAR - APA

Sua, C., Gutiérrez, Á. (2023). Diseño de tareas con realidad aumentada en Geometría: Algunas consideraciones. *REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática*, 11(1), e23116. <https://doi.org/10.26571/reamec.v11i1.16865>

LICENCIA DE USO

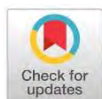
Con licencia de Creative Commons [Attribution-NonCommercial 4.0 International License \(CC BY-NC 4.0\)](https://creativecommons.org/licenses/by-nc/4.0/). Esta licencia permite compartir, copiar, redistribuir el manuscrito en cualquier medio o formato. Además, permite adaptar, remezclar, transformar y construir sobre el material, siempre que se atribuya el debido crédito de autoría y publicación inicial en esta revista.



DERECHOS DE AUTOR

Los derechos de autor son mantenidos por los autores, quienes otorgan a la Revista REAMEC – Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática - los derechos exclusivos de primera publicación. Los autores no serán remunerados por publicar trabajos en esta revista. Los autores están autorizados a asumir contratos adicionales por separado, para la distribución no exclusiva de la versión del trabajo publicado en esta revista (por ejemplo, publicación en un repositorio institucional, en un sitio web personal, publicación de una traducción o como capítulo de un libro), con reconocimiento de autoría y publicación inicial en esta revista. Los editores de la Revista tienen el derecho de hacer ajustes textuales y adaptarlos a las normas de la publicación.

POLÍTICA DE RETIRO - CROSSMARK/CROSSREF





Los autores y editores asumen la responsabilidad y el compromiso con los términos de la Política de Descargo de Responsabilidad de la Revista REAMEC. Esta política está registrada en Crossref con el DOI: <https://doi.org/10.26571/reamec.retratacao>

PUBLISHER



Universidad Federal de Mato Grosso. Programa de Pós-graduação em Educação em Ciências e Matemática (PPGECM) da Rede Amazônica de Educação em Ciências e Matemática (REAMEC). Publicación en el [Portal de Periódicos de la UFMT](#). Las ideas expresadas en este artículo son responsabilidad de sus autores, no representando necesariamente la opinión de los editores o de la referida universidad.

EDITORES

Dailson Evangelista Costa  

Luis Andrés Castillo  

EDITORA CONVIDADA

Daysi Julissa García-Cuéllar  

ARBITROS

Dos árbitros evaluaron este manuscrito y no autorizaron la publicación de sus nombres.

HISTÓRICO

Submetido: 21 de septiembre de 2023.

Aprovado: 24 de noviembre de 2023

Publicado: 18 de Dezembro de 2023