

Universitat de Barcelona
Departament de Didáctica de las Ciencias
Experimentales i de las Matemáticas

Programa de Doctorado en Didáctica de las Ciencias
Experimentales y de las Matemáticas
Bienio 1998 - 2000

Memoria de la Tesis Doctoral

***Desarrollo Profesional Docente en Geometría: análisis
de un proceso de Formación a Distancia***

Para optar al título de Doctor en Pedagogía

Presentada por:
Marcelo Almeida Bairral

Dirigida por:
Dr. Joaquin Giménez Rodríguez

Agradecimientos

-A mi familia y a todas aquellas personas que me hacen a cada día ser más GENTE.

-A la familia Giménez Rodríguez por todo el apoyo.

-Al director de la tesis Dr. Joaquin Giménez por todo el compañerismo y competencia con que ha conducido todo el proceso de la investigación. Su comprometimiento, creatividad y profesionalidad influyeron significativamente en mi desarrollo profesional.

-A los doctores que aceptaron participar del tribunal y así contribuir con mi desarrollo profesional.

-A CAPES (MEC-Brasil) por la beca y con eso la posibilidad de desarrollar un trabajo más digno.

-A los profesores y funcionarios del Departamento de Ciencias Experimentales y de las Matemáticas de la UB.

-A los amigos del Departamento de Teoría y Planeamiento de la Enseñanza (UFRuralRJ), en especial Amparo, Ana Dantas, Jane, Lucília, Lia, Luiz, Marco Antonio y Maria Luiza.

-A los amigos del Departamento de Matemática (UFRuralRJ), en especial Miguel y Valdomiro.

-A todas las amistades que se van construyendo ...

Albert, Analisa Nishio, Ana Lúcia Vaz, Andrea, Andréia Coelho, Andréia Maciel, Argemiro y Eliete, Angela Carpi, Arthur Powell, Basilio, Bigode, Elba Cristina, Emílio, Ester, Estela, Giovanna, Janete, Idel, Ineis, Javi, Jorge, Jurema Dalabona, Lenilton Adriano, Lúcia Villela, Luis, Marcelo Leite, Marco Barzano, Margarita, Mônica, Nadia, Pedro Pereira, Pilar, Roberto Amorim, Rómulo Lins, Rosana, Roser Codina, Roza Mazo, Soraya Izar, Solange y Saulo, Soraia Kindel, Vânia Santos, amigos de la UFF-Padua, amigos de Aperibé y del Colegio Marília Mattoso.

-A los amigos del grupo de los "5": Gustavo y Cristina, Manoel y Alaíde, Marcussi y Haideé, Miguel y Mônica, Walber y Tilde

A todos ellos, mi más sincero agradecimiento.

Barcelona, 2002

*Dedico esta investigación a los profesores
que conmigo
teleinteractuaron objetivando
la mejora de la Educación Pública
y de la Enseñanza de las Matemáticas
en Brasil.*

R e s u m e n

El objetivo de la presente investigación es contribuir con programas formativos interesados en el desarrollo profesional crítico a través de entornos virtuales y, especialmente, analizar influencias del proceso teleinteractivo en el desarrollo del conocimiento profesional en geometría.

En el marco teórico centramos la atención en la importancia para la formación continuada del profesorado, para la atención a la criticidad en los planteamientos interesados en el desarrollo profesional docente a través de entornos virtuales y en el proceso enseñanza-aprendizaje de geometría. Como contribuciones metodológicas proponemos un diseño de entorno virtual para el desarrollo profesional docente en geometría (para alumnos con 11-14 años) que considere las características del contexto educacional brasileño y presentamos singulares posibilidades de análisis cualitativo para los procesos teleinteractivos en la formación continuada del profesorado.

Concluyendo, subrayamos la importancia de utilizar entornos virtuales para la formación docente como una de las estrategias clave que favorezcan el desarrollo profesional con vistas a los principios de la democracia y de la equidad necesarios en el contexto educativo brasileño, al cual se dirige la investigación. Resaltamos que es posible que los profesores aprendan teleinteractivamente cuando comparten seriamente sus experiencias profesionales y reflexionan críticamente sobre las mismas, aunque es difícil el cambio epistemológico con cursos de corta duración. Constatamos que se posibilita a los docentes involucrados (formador-investigador y profesores) que participen como autores en la dinámica comunicativa hipertextual e integren distintos contextos en su proceso de desarrollo profesional, es decir, el contexto práctico-personal, el contexto de las relaciones establecidas en el entorno y la propia historia de vida del docente. Igualmente, identificamos que las especificidades del discurso en los distintos espacios comunicativos actúan de forma diferente sobre los aspectos del contenido del conocimiento de los profesores en el proceso de desarrollo profesional a distancia.

R e s u m o

Com esta pesquisa buscamos contribuir com programas formativos interessados no desenvolvimento profissional crítico através de entornos virtuais, especialmente, analisar influências do processo teleinterativo para o desenvolvimento do conteúdo do conhecimento profissional em geometria.

Como referencial teórico ressaltamos a importância e necessidade da formação continuada do professorado, para que os projetos interessados no desenvolvimento profissional docente em entornos virtuales estejam atentos à criticidade e no processo ensino-aprendizagem de geometria. Como contribuições metodológicas propomos uma estrutura de ambiente virtual para o desenvolvimento profissional docente em geometria para o 3º e 4º ciclos do Ensino Fundamental que considere as características do contexto educacional brasileiro e apresentamos singulares possibilidades de análise qualitativa para os processos teleinterativos na formação docente.

Concluindo, destacamos a importância de utilizar entornos virtuais para a formação docente como uma estratégia formativa que favorece o desenvolvimento profissional com vistas aos princípios da democracia e da equidade, muito necessários ao contexto educativo brasileiro e no qual foi conduzido o trabalho. Ainda que seja difícil mudanças epistemológicas em cursos de curta duração, ressaltamos que é possível que os professores aprendam teleinterativamente quando compartilham seriamente suas experiências profissionais e refletem criticamente sobre as mesmas. Constatamos que se possibilita aos docentes inseridos (formador-investigador e professores) que participem como autores na dinâmica comunicativa hipertextual e integrem distintos contextos em seu processo de desenvolvimento profissional, isto é, o contexto prático-pessoal, o contexto das relações estabelecidas no entorno e a própria história de vida do professor. Também, identificamos que as especificidades do discurso nos distintos espaços comunicativos atuam de forma diferente sobre os aspectos do conteúdo do conhecimento dos docentes envolvidos no processo de desenvolvimento profissional a distância.

Sumario

Capítulo 1: El Problema de la Tesis	01
Problema.....	05
Objetivos	05-06
Hipótesis	07
Estructura general de la memoria.....	09
Capítulo 2: Formación Docente Continua a Distancia y Desarrollo Profesional Crítico	12
2.1 Desarrollo del Conocimiento Profesional Docente en Matemática	13
2.1.1 Sobre el contenido del conocimiento profesional docente	14
2.1.2 Bases a priori de nuestra propuesta sobre el contenido profesional	19
2.1.3 Sobre el desarrollo del razonamiento profesional docente crítico	21
2.1.4 Criticidad y acción profesional docente	25
2.1.5 Momentos en el desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional	28
2.1.6 Desarrollo Profesional Docente Constructivo en Entornos Telemáticos	31
2.2. Aprendiendo a Enseñar Geometría.....	36
2.2.1 Los elementos a tener en cuenta	36
2.2.2 Algunas investigaciones brasileñas	40
2.3 Elementos para el desarrollo de un diseño de curso en geometría	41
2.3.1 El contexto curricular brasileño	42
2.3.2 Educación Geométrica en la Formación Inicial del Profesorado	44
2.3.3 La Educación Geométrica en contextos telemáticos	47
2.3.3.1 El programa CABRI en un entorno semi-presencial	48
2.3.3.2 El "HiperMedida" como diseño de un curso para la Formación Inicial	50
2.3.3.3 Entornos virtuales (in)formativos en geometría	51
2.3.3.3.1 Algunos ejemplos en el contexto educativo brasileño	53
2.3.3.3.2 Algunos ejemplos en el contexto educativo internacional	54
2.4 El discurso docente y la construcción de significados profesionales-geométricos	55
2.4.1 El discurso (hiper)textual en una comunidad virtual de discurso geométrico	59
2.4.2 Hipertexto, teleinteractividad y motivación	63
Capítulo 3: Una Propuesta de Entorno para el Desarrollo Profesional Docente Crítico en Geometría	65
3.1 Teleinteractividad Docente y Enseñanza-Aprendizaje de Geometría	66
3.1.1 La geometría escolar reconstruida: un principio socio-epistemológico	68
3.1.2 Del contenido a las tareas de formación	69
3.1.3 Orientación para la elección de la temática de cada unidad	70
3.1.4 Organizadores de las unidades didácticas	73
3.1.5 Principios y componentes del trabajo de formación a distancia considerados	74
3.1.5.1 Tipología y tareas de formación	76

3.1.5.2 Concreción de contenidos profesionales prioritarios	80
3.2 Desarrollo de la investigación e implementación del Curso	82
3.2.1 El entorno. Formato.	83
3.2.2 Concreción de los objetivos de formación	86
3.2.3 Elementos motivacionales	87
3.2.4 Puntos de interactividad	88
3.2.5 Comunicación y lenguaje: los distintos espacios en el entorno	90
3.3 Bases y estructuración de las unidades didácticas del entorno formativo.....	92
3.3.1 Estructura de una Unidad Didáctica.....	93
3.4 Considerando características del contexto educativo para la implementación.....	05
3.4.1 Caracterización de los espacios comunicativos analizados	105
3.4.1.1 Formulario para auto-evaluación	108
3.4.1.2 Diario del formador-investigador	108
3.4.1.3 Formulario de inscripción	109
3.4.1.4 Contrato de Trabajo	110
3.4.1.5 Cuestionario Inicial	110
3.4.1.6 Entrevista	111
3.4.1.7 Cuestionario Final	112
3.4.1.8 Video de Clase	112
3.4.2 Registro y selección de la información para la investigación	113
3.4.2.1 Sobre el análisis semántico del discurso	115
Capítulo 4: Estudio Exploratorio sobre el Desarrollo Profesional por Internet y Criticidad Docente	119
Presentación: objetivos	
4.1 Consideraciones metodológicas para el estudio exploratorio.....	120
4.1.1 Recogida y reducción de los datos	120
4.1.1.1 El análisis de los datos	121
4.1.2 Características de los participantes del curso	123
4.2 Presentación del estudio de caso	125
4.3 La noción de Medida en los dos docentes	128
4.3.1 Sobre lo aspecto geométrico	129
4.3.2 Sobre lo aspecto estratégico-interpretativo	134
4.3.3 Sobre lo aspecto afectivo-actitudinal	139
4.4 Interactuando y negociando significados y explicitando progresos del contenido	143
4.5 Análisis de la criticidad docente	148
4.5.1 Algunas características de criticidad en el caso de Joana	149
4.5.2 Algunas características de criticidad en el caso de Antonio	152
4.5.3 Características particulares en los aspectos del conocimiento profesional	158

4.6 Resumen	163
4.6.1 Sobre el razonamiento crítico y las acciones de criticidad	163
4.6.2 Sobre los aspectos del contenido y el desarrollo profesional	164
4.6.3 Sobre las contribuciones del entorno en los aspectos del contenido	165
Capítulo 5: Diversidad de Prácticas en una Comunidad Discursiva	170
Presentación: objetivos	
5.1 Consideraciones metodológicas	171
5.1.1 Muestra: ubicación y características	172
5.1.2 Perfil personal-profesional	173
5.2 El foro de discusión como espacio de discurso colaborativo privilegiado	176
5.2.1 Sobre el tipo de intervención y los nodos	181
5.2.2 Sobre el valor de distintos espacios para el trabajo docente colaborativo	187
5.2.3 Sobre los aspectos del contenido profesional en los nodos comunicativos	188
5.2.4 Sobre el desarrollo de teleinteracciones docentes metacognitivas	191
5.2.5 Sobre el desarrollo profesional: atención al personal y al colectivo	193
5.3 Resumen	196
Capítulo 6: Comportamientos Docentes en distintos Espacios Comunicativos	198
Presentación: objetivos	
6.1 Metacognición e influencia en el aula: un estudio de caso	199
6.1.1 Los docentes escogidos en el estudio.....	202
6.1.1.1 El caso de la docente Ang	204
6.1.1.2 El caso de la docente So	213
6.2 Sobre el contenido profesional movilizado por el curso.....	219
6.3 Resumen	221
Capítulo 7: Conclusiones, Limitaciones y Perspectivas	226
7.1 Sobre la estructura del entorno	227
7.2 Sobre los aspectos del contenido del conocimiento profesional	229
7.3 Sobre las contribuciones del entorno a la autonomía profesional	231
7.4 Sobre los indicios de mejora en el contenido, dificultades y el valor de las tareas	234
7.5 Sobre los momentos clave identificados en el proceso de desarrollo profesional	236
7.6 Limitaciones y Perspectivas	238
Bibliografía	240
Siglas	254
Anexos.....	255

Con las transformaciones sociales impuestas por la sociedad, el gran avance de la tecnología y la repercusión de ésta en los medios educacionales deberán plantearse y reevaluarse nuevas formas de enseñar y aprender, ya que el profesor, elemento fundamental en el proceso enseñanza-aprendizaje, necesitará de una mejora profesional constante en el intento de garantizar la calidad de la acción educativa. Desde esta perspectiva, la formación inicial y continua del profesorado es un desafío constante para las instituciones formadoras y el análisis del proceso formativo de un profesor crítico en las prácticas de auto-formación como aspectos del desarrollo profesional docente, es un gran reto de la investigación sobre la práctica pedagógica.

En esta investigación buscamos verificar de qué forma las interacciones establecidas en un entorno virtual contribuyen al desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional docente en matemática, particularmente, pretendemos analizar las teleinteracciones sobre el proceso enseñanza-aprendizaje de geometría para alumnos de 11 a 14 años de edad. La importancia de la *enseñanza de la geometría*, a pesar de haber sido enfatizada en los Parámetros Curriculares Nacionales (en adelante PCN) de Brasil y muchos otros países, todavía necesita ser profundizada en el currículo de matemática en la Enseñanza Fundamental (Fonseca et al., 2001). En Brasil, la necesidad de este tipo de investigaciones viene motivada por la implementación de los PCN (Brasil: MEC, 1998) que resaltan la necesidad de incorporación y estudios en geometría, tanto en la formación inicial como en la formación continuada del profesor para la enseñanza obligatoria y por la necesidad de instrumentos de mejora en la formación continuada, principalmente de los profesores que están en regiones geográficamente alejadas de los grandes centros urbanos y que necesitan de una intervención multiplicadora.

Tras años, esta relevante y significativa área de la matemática me ha despertado un interés personal-profesional porque en mi quehacer cotidiano, en actividades distintas de formación inicial o continuada y participando en eventos diversos, encuentros regionales, nacionales e internacionales, he percibido la inseguridad y el miedo de los futuros profesores e, incluso de los profesores licenciados, cuando se enfrentan a ciertas situaciones de enseñanza de la geometría.

Así, asumiendo tener una formación en geometría que también consideraba deficiente, en mi proceso de atención e interés en el desarrollo profesional de esta importante área del currículo de matemática, han sido muchas las inquietudes y a menudo me planteaba preguntas con la intención de contribuir significativamente a un cambios en esta situación, tales como:

¿Qué pasa con la enseñanza actual de geometría en Brasil? ¿Qué piensan los profesores sobre eso? ¿Cómo está influenciada su práctica por la implantación de los PCN por parte el Ministerio de la Educación? ¿Cómo incorporar crítica y significativamente los nuevos planteamientos para la geometría? ¿De qué manera las políticas públicas de formación continuada de profesores pueden efectivamente contribuir con la mejora de la enseñanza de geometría? ¿Hasta que punto los cursos tradicionales pueden mejorarse con ayuda de las tecnologías de la Información y Comunicación? ¿Qué estrategias de formación podemos adoptar con vistas a considerar los distintos planteamientos curriculares y la diversidad de prácticas docentes? Con esta perspectiva, esperamos contribuir con esta singular investigación en el campo de la Didáctica de las Matemáticas sobre los impactos que puede tener el desarrollo del contenido profesional docente en matemática. Para ello, desarrollamos e implementamos un sencillo entorno virtual que además de considerar las especificidades del contexto educacional brasileño, pueda ser ampliable a otros planteamientos interesados en la formación continuada de profesores por Internet.

En Brasil, a pesar de que la necesidad de un trabajo de **formación específica del profesor** para actuar en la Enseñanza Básica de Matemática ha sido resaltada por el Ministerio de Educación a través de las Directrices Curriculares para Formación del Profesorado (Brasil: MEC, 1999), todavía existe una demanda de investigación (Cury, 2001; Romagnoli, 2001; Castro, 2000) en Didáctica de las Matemáticas de trabajos que analicen, por ejemplo, el desarrollo del contenido profesional docente en los entornos de formación continua en matemática (Fiorentini, Nacarato y Pinto, 1999) y procesos teleinteractivos (Bairral, 2001). Los pocos planteamientos interesados en el **desarrollo profesional del profesor de matemáticas** están utilizando procesos presenciales (Pires, Campos y Curi, 2001) y generalmente costosos. Las experiencias de formación a distancia -que además de ofrecer oportunidades equitativas de formación a los profesores que viven lejos de los centros urbanos, posibilitan la reducción de costes tanto para el profesor como para las instituciones formadoras- son todavía muy heterogéneas (Pátio 2001; <http://teleduc@penta.ufrgs.br/edu/telelab/teclec/estrela.htm>; www.nied.unicamp.br;

www.pgie.ufrgs.br/portalead/rosane/nre2cd/index.html. De las pocas experiencias brasileñas en el ámbito de la **formación continua** (Borba y Pentado, 2001; <http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html>) implementaron una asignatura de postgrado con dinámica interactiva semi-presencial en la que profundizan estudio sobre las tendencias en Educación Matemática.

Mediante el análisis de las investigaciones en contexto educativo brasileño así como las realizadas en el contexto internacional hemos podido percibir las contribuciones de cada una de ellas al planteamiento y desarrollo de nuestra problemática. Por ejemplo, en las investigaciones en *tecnología educacional* las mayores preocupaciones están centradas en elaborar y analizar entornos constructivistas de aprendizaje (Jonassen y Rahrer-Murphy 1999), desarrollar entornos interactivos (Clunie, Campos y da Rocha 1996, Guadamuz 1997) y en analizar los elementos colaborativos en general (Brna, 1998). En matemáticas, Borba (1997, 1999) y Magina (1998) verificaron el papel e influencia del uso de la tecnología en la enseñanza. En cuanto a la utilización de la tecnología en la enseñanza de la *geometría*, las investigaciones se han centrado en dos aspectos diferentes: (1) en el uso del ordenador como mediador en la enseñanza presencial (Arcavi y Hadas, 2000) con alumnos y profesores (Sutherland y Balacheff (1999), utilizando softwares educativos específicos (*Cabri Geometrie*, *Geometry Suposer*, *Sketchpad*, etc.) y otros programas, y (2) en el desarrollo cognitivo de profesores en entornos hipermidias (Koehler y Lehrer, 1998; Horvath y Lehrer, 2000), también presenciales. Sobre la utilización del entorno *Cabri Geometrie*, por ejemplo, los intereses de los planteamientos fueron variados. Así, Laborde (2000) ha prestado atención en escenarios de aprendizaje diseñando tareas geométricas; Araújo y Gitirana (2000) propusieron una secuencia didáctica para el trabajo con simetría axial; Mariotti (2000, 2001) estuvo interesada en analizar los procesos de justificación y prueba desarrollados por los alumnos en el entorno; y Murillo (2001) analizó las teleinteracciones desarrolladas semi presencialmente con sus alumnos de secundaria. En el momento actual, el entorno Interm@tes (Fortuny y Giménez, 2002) posee muchos elementos geométricos para ser trabajados en red y que se demuestran efectivos en la formación.

En cuanto al *aprendizaje a distancia*, tal y como hizo hincapié Sakshaug (2000), con el desarrollo de la tecnología este proceso empezó a ser más estudiado por las investigaciones en Educación Matemática. Estas investigaciones han tenido dos grandes momentos. En el primer, los estudios pusieron atención en cómo los alumnos aprenden en entornos virtuales, en el segundo, cómo los alumnos aprenden matemáticas cuando la tecnología es una herramienta de aprendizaje y el aprendiz trabaja independientemente de las interacciones con el profesor. Según la autora, los resultados de estas investigaciones han sido insuficientes sobre los efectos del proceso enseñanza-aprendizaje a distancia en matemáticas. Así, lo que propuso fue una atención a cómo los estudiantes aprenden en entornos virtuales cuando la tecnología es utilizada como mediadora de interacciones a distancia entre profesor y alumnos.

La atención hacia la *acción comunicativa* con vistas a superar la dicotomía teoría-práctica, con objetivo de desarrollar un proceso interactivo efectivo entre iguales objetivando el desarrollo personal-colectivo argumentado hacia los principios de validez y de superación de un discurso unidireccional y dominador, entre otros, ha sido subrayada, por ejemplo a partir de los estudios de Habermas (1981). En la formación del profesorado, la utilización de la *telecomunicación* para promover el diálogo y cambiar el pensamiento docente es una práctica cada vez más habitual (Blanton, 1998). Más recientemente, con el interés en el desarrollo profesional basado en la web, Bitter y Pryor (2000) han desarrollado y propuesto un entorno multimedia interactivo –el *Mathedology*. Los profesores pueden acceder a través de Internet a cada una de las veinticinco unidades del entorno. No obstante, a pesar de que el entorno está siendo utilizado por profesores en escuelas públicas de Miami (<http://www.dade.k12.fl.us/inst/campus/math/htm>), los autores subrayaron que los resultados de la investigación no estaban disponibles (p.162).

Según subrayó Barberà (2001), en el momento actual, la carencia de líneas importantes de investigación que se ocupen de analizar los procesos de enseñanza y aprendizaje en contextos virtuales desde posiciones constructivas, es un hecho observable. En esta misma línea Rodríguez-Ardura y Ryan (2001) añaden que falta desarrollar un marco teórico adecuado sobre los sistemas de enseñanza y aprendizaje en entornos virtuales y definir las estrategias específicas de motivación, soporte y guía de aprendizaje.

Como hemos visto, a pesar del carácter innovador, de la diversidad y especificidades de interés de las distintas investigaciones anteriormente matizadas, todavía son incipientes las investigaciones interesadas en el desarrollo crítico por Internet del contenido del conocimiento profesional en geometría. En esta perspectiva, la ampliación de las investigaciones que analicen las influencias del uso del computador como instrumento de mediación (profesor-profesor, profesor-computador, profesor-tarea, profesor-formador) en la construcción del conocimiento y en la calidad de artefacto semiótico (Vygotsky, 1987), presentará una singular contribución a los planteamientos formativos interesados en el desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional en geometría, a través de *entornos virtuales*.

Ante lo expuesto, debido a la deficiencia de investigación integradora de los aspectos anteriormente mencionados -desarrollo crítico del conocimiento profesional docente e interacciones en geometría mediadas por el ordenador conectado a Internet- y con vistas a

contribuir a los procesos de formación profesional en entornos virtuales en el contexto educacional brasileño, consideramos que nuestra tesis se enfrenta con el siguiente **problema**:

¿De qué forma un diseño para formación en geometría por Internet, contribuye para el desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional del profesor de matemática? En particular, ¿qué componentes del conocimiento profesional se desarrollan?

Como una concretización de dicho problema, nos planteamos los siguientes **objetivos**:

- (1) Reconocer aspectos del contenido del conocimiento profesional que deben ser considerados en la formación continua a distancia de docentes en matemática, de forma que nos permita justificar y realizar un diseño apropiado para un curso de formación a distancia del profesorado en educación geométrica para alumnos de 11-14 años que contemple diversos aspectos del contenido del conocimiento profesional y tenga en cuenta las exigencias curriculares de un contexto educativo determinado y, analizar la viabilidad real del diseño construido.
- (2) Reconocer a priori, mediante análisis de contenido, el valor y factibilidad de una selección y secuenciación de tareas formativas para el desarrollo de dicho curso y, a partir del análisis del discurso en espacios comunicativos diferentes, identificar y analizar contribuciones en el desarrollo de aspectos del contenido del conocimiento profesional en geometría.

Así, en base a lo dicho en el objeto de estudio, nos proponemos diseñar, experimentar y evaluar un entorno virtual formativo para profesores que actúan en la enseñanza obligatoria de geometría (11-14 años) en Brasil. Y, a partir de ello, preténdenoslo responder a las siguientes **preguntas**:

Con respecto al *primer objetivo*:

- 1.1 ¿Cuál es la estructura básica para el diseño de un entorno virtual en geometría que considere la especificidad del modelo educacional brasileño?
- 1.2 ¿Qué aspectos del contenido del conocimiento profesional considerar en un curso de formación continuada en geometría?

Con respecto al *segundo objetivo*:

- 2.1 ¿Cómo un entorno para la formación a distancia contribuye para una mayor autonomía y razonamiento crítico en la práctica del profesor? ¿Qué indicios hemos podido observar? ¿Cuáles son las implicaciones de los espacios comunicativos en el proceso teleinteractivo?
- 2.2 ¿Qué indicios podemos reconocer de mejora en el contenido del conocimiento profesional en una implementación? ¿Qué dificultades profesionales aparecen? ¿Cuál es el valor de las tareas formativas en el proceso de desarrollo profesional docente por Internet?
- 2.3 ¿Es posible identificar momentos clave en el proceso de desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional a partir de las teleinteracciones establecidas?

En base a nuestro trabajo de estudio sobre el objeto de investigación y los objetivos planteados, pensamos que podemos inferir las siguientes *hipótesis*:

H1: El modelo de formación a distancia en un curso de geometría (11-14 años) desarrollará actitudes favorables para aprender y enseñar geometría y se muestra viable para:

H1a - la mejora del contenido del conocimiento profesional en sus aspectos diversos

H1b - reconocimiento de deficiencias propias de formación

H1c - reconocimiento de los factores curriculares que inciden en la enseñanza-aprendizaje de la geometría

H1d - reconocimiento de técnicas y recursos específicos así como evaluación

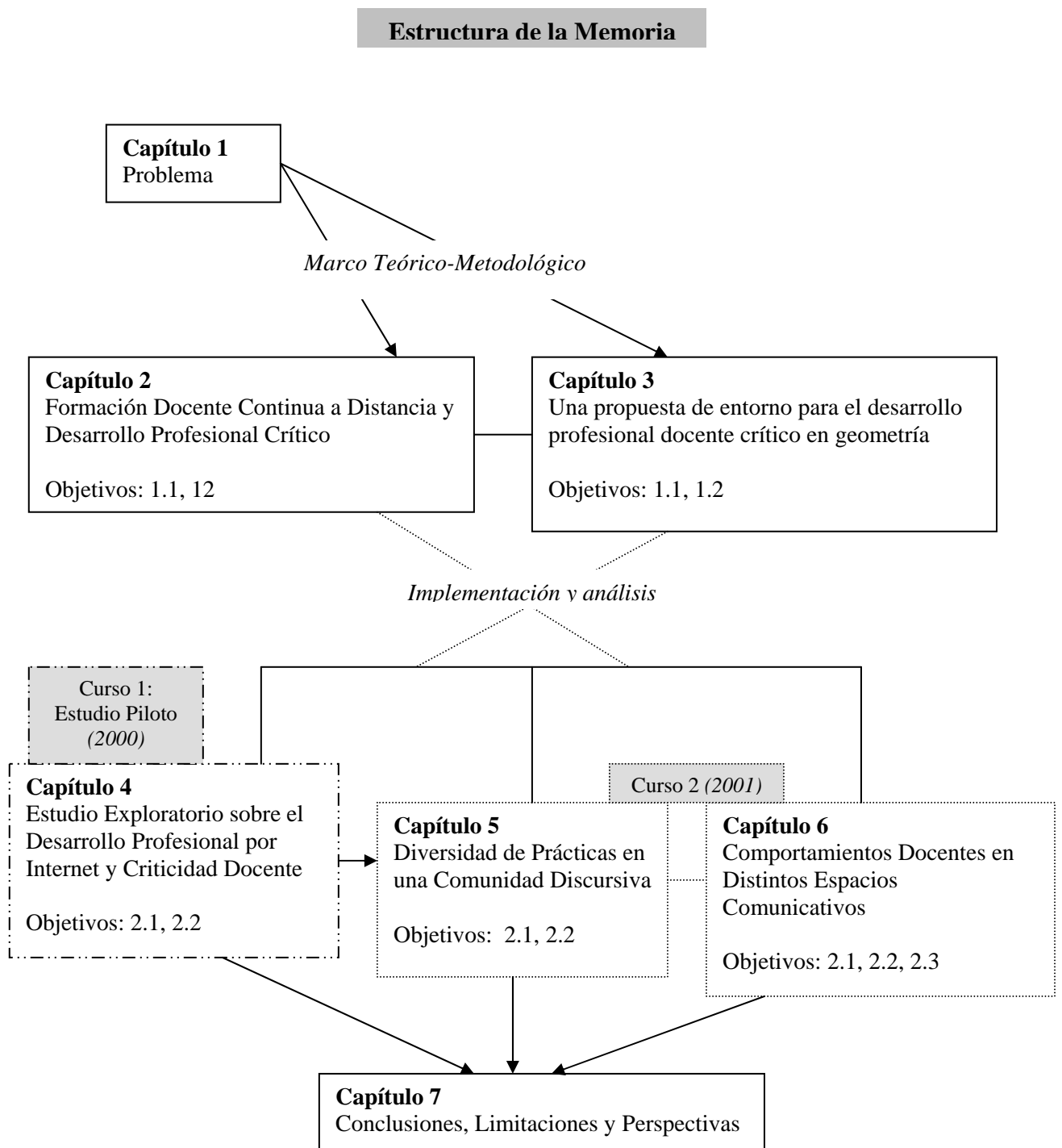
H2: Las tareas colaborativas de formación en cursos a distancia de corta duración posibilitan información, integración, interacción eficaz para rever concepciones y mejorar la práctica pedagógica, y favorecen el desarrollo del conocimiento profesional docente.

Basándose en los objetivos anteriormente presentados, en el cuadro de la página siguiente se muestran las herramientas de análisis de datos y los distintos elementos que fueron tomados en cuenta en el desarrollo de la investigación.

Elementos	Datos	Análisis	Instrumentos
Objetivo 1 <i>Formación continuada y componentes del contenido profesional</i>	Artículos, informes, tesis... sobre el objeto de estudio Revisión Bibliográfica	Observación Descripción	Descriptores e indicadores Esquemas y mapas conceptuales con tipologías
<i>Formación continuada a distancia:</i> El caso de la enseñanza de geometría	Artículos, informes, tesis, etc. sobre el objeto de estudio Revisión Bibliográfica WEBs sobre formación continuada en matemáticas WEBs sobre (in)formación en geometría	Análisis de contenido	Base de datos con descriptores e indicadores
<i>Preparación estratégica del diseño de curso</i>	Determinación de un contexto experimental Tareas geométricas y de formación.	Análisis “a priori” del contenido profesional Tipología	Descriptores de contenido Desarrollo de puntos de interactividad Construcción de un entorno basado en la WEB
Objetivo 2 <i>Estudio de caso Implementación y control en un grupo</i>	<i>Triangulación del proceso:</i> -Cuestionario inicial -Auto-evaluaciones - Entrevista - Producciones personales - Teleinteracciones distintas - Diario del investigador -Video de clase -Cuestionario final -Comentarios (profesor) del video -Confronto de la herramientas de análisis construidas a lo largo del proceso	<i>Descriptivo</i> -Análisis de procesos teleinteractivos -Análisis de tareas <i>Evaluativo</i> en el análisis de comportamientos y reconocimiento de incorporaciones	Registros en el ordenador: mensajes, correo electrónico, foro de discusión, chats, etc. Vídeo grabación Entrevista

Elementos tomados en consideración en el desarrollo de la investigación

Con vistas a lograr los objetivos anteriormente planteados, los capítulos de esta memoria fueron estructurados la siguiente manera:



Ante lo expuesto en este capítulo y después de situada la problemática de la investigación, en el *capítulo 2* centraremos la atención en la formación continuada a distancia y en la importancia de la criticidad en los planteamientos interesados en el desarrollo profesional docente por Internet. En el *tercer capítulo* presentamos un diseño de entorno virtual para el desarrollo profesional docente crítico en geometría (11-14 años) para cursos de corta duración. Concluido este referencial teórico en el que nos hemos basado y construido el referencial para el análisis de la información de la investigación, en los tres capítulos posteriores presentamos el proceso analítico inherente a la implementación de los estudios de caso 1 y 2, desarrollados en el 2000 y en el 2001, respectivamente.

A partir de lo analizado y sugerido en el estudio piloto, *capítulo 4*, implementamos el segundo estudio de caso cuya descripción y análisis está presentada en los capítulos 5 y 6. En el *capítulo 5* nuestro interés fue analizar cualitativamente la dinámica teleinteractiva docente en un determinado espacio discursivo, el foro de discusión. El análisis matizado en el quinto capítulo nos dio informaciones peculiares sobre el contenido del conocimiento profesional de los profesores y nos permitió seleccionar dos profesores cuyo proceso de desarrollo en el curso fue objeto de análisis en el capítulo 6. Concretamente en el *sexto capítulo* lo que hicimos fue analizar el comportamiento de los profesores en distintos espacios comunicativos a través de la confrontación de sus distintas interacciones en el proceso de formación implementado.

Concluyendo, resaltamos que es posible que los profesores aprendan teleinteractivamente cuando comparten seriamente sus experiencias profesionales y reflexionan críticamente sobre las mismas, aunque en con cursos de corta duración sea más lento y difícil el cambio epistemológico. Igualmente, el proceso de desarrollo profesional mediado por los computadores conectados en red posibilitó que los profesores involucrados participaran como autores de su quehacer docente-geométrico en la dinámica comunicativa hipertextual.

Formación Docente Continua a Distancia y Desarrollo Profesional Crítico

2.1 Desarrollo del Conocimiento Profesional Docente en Matemática

- 2.1.1 *Sobre el contenido del conocimiento profesional docente*
- 2.1.2 *Bases a priori de nuestra propuesta sobre el contenido profesional*
- 2.1.3 *Sobre el desarrollo del razonamiento profesional docente crítico*
- 2.1.4. *Criticidad y acción profesional docente*
- 2.1.5 *Momentos en el desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional*
- 2.1.6 *Desarrollo Profesional Docente Constructivo en Entornos Telemáticos*

2.2. Aprendiendo a Enseñar Geometría

- 2.2.1 *Los elementos a tener en cuenta*
- 2.2.2 *Algunas investigaciones brasileñas*

2.3 Elementos necesarios para el desarrollo de un diseño de un curso en geometría

- 2.3.1 *El contexto curricular brasileño*
- 2.3.2 *Educación Geométrica en la Formación Inicial del Profesorado*
- 2.3.3 *La Educación Geométrica en contextos telemáticos*
 - 2.3.3.1 *El programa CABRI en un entorno semi-presencial*
 - 2.3.3.2 *El "HiperMedida" como diseño de un curso para la Formación Inicial de Profesores*
 - 2.3.3.3 *Entornos virtuales (in)formativos en geometría*
 - 2.3.3.3.1 *Algunos ejemplos en el contexto educativo brasileño*
 - 2.3.3.3.2 *Algunos ejemplos en el contexto educativo internacional*

2.4 El discurso docente y la construcción de significados profesionales-geométricos

- 2.4.1 *El discurso (hiper)textual en una comunidad virtual de discurso geométrico*
- 2.4.2 *Hipertexto, teleinteractividad y motivación*

La naturaleza del pensamiento de los profesores es una área de considerable interés, dado que se entiende que los profesores no enseñan mecánicamente de acuerdo con reglas preestablecidas, sino que la buena enseñanza se basa en la acción razonada sobre el contexto y el momento único e irrepetible en que se desarrolla dicha acción (Rodríguez, 1995).

En este capítulo centraremos nuestra atención en el desarrollo profesional docente a través de entornos de aprendizaje, específicamente, en los distintos aspectos del contenido del conocimiento profesional que han sido considerados en investigaciones precedentes y que fueron tomados como referencia en el planteamiento de nuestra investigación. La atención al discurso profesional docente y a la constitución de una comunidad de discurso profesional-geométrico, como rasgos importantes del desarrollo del contenido del conocimiento del profesor, también serán matizadas en este capítulo.

2.1 Desarrollo del Conocimiento Profesional Docente en Matemática

Son distintas las posturas adoptadas por los investigadores al realizar estudios sobre la formación del profesorado de matemáticas en formación inicial o continuada. Diferentes investigaciones recientes interesadas en creencias, papeles, conocimiento, etc. enfatizan la complejidad del trabajo de los profesores en servicio por considerar la diversidad de componentes (por ejemplo, las diferencias regionales) y los distintos planteamientos curriculares y filosóficos (Krainer, 1998). Mientras tanto, los investigadores en formación del profesorado en general, tanto de formación continua como inicial, están de acuerdo que, en la óptica de la formación personal o del desarrollo profesional, el profesor necesita:

- ✓ desarrollar sus capacidades de intuir, imaginar, plantear hipótesis, reflexionar, analizar, organizar y seleccionar, para una toma de decisión consciente.
- ✓ desarrollar talentos que posibiliten nuevas formas autónomas de creación, comunicación y expresión en las ciencias, artes y técnicas.

- ✓ desarrollar actitudes de solidaridad, cooperación y reciprocidad, contribuyendo al aumento de la conciencia social.

- ✓ aprender a entregarse con alegría a la aventura de liberar la imaginación y la inteligencia para crear y construir algo nuevo y estar siempre dispuesto a reconstruir en la medida en que entiende la relatividad de lo producido.

2.1.1 Sobre el contenido del conocimiento profesional docente

La capacitación del profesor para el ejercicio de su actividad profesional es un proceso que presenta múltiples facetas y está siempre incompleto (Ponte, 1998). La mayoría de los profesionales que se dedican a la enseñanza de las matemáticas reconocen la necesidad de la formación continua, aunque las instituciones educativas y las políticas de generales de formación solamente atienden de forma parcial estas necesidades. El desarrollo profesional a lo largo de su ejercicio docente es un aspecto destacable en la profesión docente (Ponte, 1994).

La necesidad de considerar el papel determinante que desempeñaba el conocimiento del profesor de la materia que enseña en los procesos de enseñanza ha sido señalada por varios investigadores, entre ellos Shulman (1986) que al hablar del conocimiento del contenido pedagógico, lo define como el que permite al profesor adaptar el contenido a las necesidades de los aprendices, incluyendo su conocimiento de lo que puede resultar fácil o difícil, el papel de determinadas representaciones y su vinculación a tópicos concretos, etc.

Giménez (1998d) considera que el profesor, como educador matemático, ha de ser alguien que sepa intervenir y decidir, por ejemplo, con responsabilidad curricular, autonomía, participación en la toma de decisiones, comunicación e intercambio. En la perspectiva de la *formación continuada*, sugiere (1997) intenciones que deben ser consideradas en la profesionalidad docente, como se muestra a continuación.

Aspectos a considerar en la profesionalidad	Intenciones
Actitud Crítica	Creencias previas Expectativas Conciencias
Contenido Matemático	Significaciones: interpretación y reconocimiento Epistemología Pensar matemáticamente: expresión-razonamiento
Pedagógico-estratégico	Identificación Explicitación-Comunicación Socioculturización Integración Toma de decisiones
Didáctico	Transformación Competencias Apertura Validación Procesos de aprendizaje Elementos curriculares

Ponte (1992) consideraba ya útil distinguir entre tres tipos de conocimiento desde el punto de vista de las características de la actividad que lo produce: saber científico, saber profesional y saber común. El *saber científico* es producto de la actividad científica caracterizada por el esfuerzo de racionalización, por la argumentación lógica y por la confrontación con una realidad empírica. El *saber profesional* es producto de una actividad profesional caracterizada por la acumulación de una experiencia práctica en un dominio, y que será tanto más eficaz cuanto más se pueda referir a conocimientos de orden científicos (el papel de la reflexión en esta producción de conocimiento). El *saber común* desempeña un papel decisivo en los procesos de socialización que se articulan como una interpretación de la experiencia más inmediata.

Como dominios fundamentales del conocimiento profesional del profesor de Matemática, Ponte (1995, p. 196-198) subraya que el conocimiento en la acción es visto en relación a tres áreas: *la práctica lectiva*, *la práctica no lectiva*, y el *desarrollo profesional*. Este conocimiento se relaciona directamente con saberes de referencia (conocimiento del contenido de enseñanza, la pedagogía y el currículo), bien como diversos procesos reflexivos (para, en y sobre la acción). Sobre la acción en la práctica lectiva, presenta dos dominios distintos e interrelacionados: (a) el conocimiento sobre gestión del aula (todo que posibilita al profesor crear un entorno favorable a la aprendizaje) y (b) el conocimiento didáctico (guión curricular, la agenda, la monitorización y la evaluación).

El *guión curricular* trata de un dominio de conocimiento – de retaguardia, más o menos latente - donde se articula todo un conjunto de información, experiencias y representaciones emocionales que corresponden a las vivencias y al trabajo realizado en este o en aquel punto curricular. Están incluidos: los objetivos de aprendizaje, las tareas, las situaciones de aprendizaje, las representaciones y los criterios de evaluación. La *agenda* corresponde al plan de clase idealizado mentalmente por el profesor. Se trata de un plan dinámico y en constante evolución desde la fase de preparación del aula y hasta el desarrollo de la misma, a partir de las decisiones que toma el profesor. La agenda va evolucionando con el desarrollo del aula y desaparece al final. Incluye los objetivos y las acciones y sus combinaciones. La *monitorización* se refiere a todo lo que el profesor piensa y decide durante la clase, tomando por base la agenda establecida y recurriendo igualmente “en tiempo real” a muchos aspectos del guión curricular. La *evaluación*, al contrario que la agenda, empieza a tener forma a partir del comienzo de la clase y prestando atención a las reacciones de los alumnos y a los objetivos y acciones del profesor.

Además, subraya que el conocimiento en la acción sobre la práctica lectiva no está compartimentado. En un primer momento se relaciona con otros dos dominios esenciales del conocimiento del contexto de enseñanza: *el conocimiento de si mismo* (todo lo que el profesor sabe de si mismo, su auto confianza, sus recursos y capacidades) y *el conocimiento del contexto de enseñanza* (conocimiento de sus alumnos, colegas, padres, sistema educativo, perspectiva profesional, etc.). El conocimiento que el profesor posee de sus alumnos tiene una vertiente de conocimiento en la acción y otra de conocimiento formalizado y preposicional y, lo mismo sucede con el conocimiento de otros aspectos del contexto, su perspectiva profesional y con el conocimiento de si mismo. Resumiendo, en Oliveira, Segurado y Ponte (1998), encontramos las categorías del conocimiento didáctico del profesor, presentadas a continuación:

Categorías del conocimiento didáctico (Oliveira, Segurado y Ponte, 1998)	
Matemática	Conceptos Terminología Relación entre conceptos Procesos matemáticos Formas de validar resultados Competencias básicas y procesos de razonamiento
Procesos de aprendizaje	Relación entre acción y reflexión Papel de las interacciones Papel de las concepciones de los alumnos Papel de los conocimientos previos Estrategias de razonamiento Perspectivas con relación a la capacidad de los alumnos
Currículo	Finalidad y objetivos Enlace entre contenidos Enlace con otros temas Representación de los conceptos Materiales
Instrucción	Entorno de trabajo y cultura en clase Tareas: concepción, selección, secuenciación Tareas: presentación, apoyo en la ejecución, reflexión Actividad Comunicación y negociación de significados Modelos de trabajo en clase

Para Llinares (1998b) el conocimiento profesional se genera en el uso del conocimiento en situaciones concretas de la enseñanza, siendo una construcción personal en el sentido de que el uso del conocimiento por parte del profesorado para gestionar sus situaciones de enseñanza de las matemáticas y reflexión posterior genera nuevo conocimiento. Subraya (p. 59) que el conocimiento profesional del profesorado de matemáticas no sería ni *artesanal* (procedente únicamente de la reflexión sobre la práctica) ni *científico* (en el sentido de proceder de investigaciones adscritas a un paradigma racional), debiendo ser considerado en otra "categoría". Según este autor, las características a través de las cuales se empieza a describir el conocimiento del profesor de matemáticas (contenido, naturaleza, organización) y el uso de dicho conocimiento en situaciones de enseñanza está aportando nuevas perspectivas desde las que mirar el proceso de aprendizaje del conocimiento necesario para enseñar matemáticas.

Llinares (op. cit.) caracterizó el conocimiento del profesor como una integración de diferentes dominios de conocimiento (de matemáticas, de diferentes modos de representación para los conceptos matemáticos como objetos de enseñanza-aprendizaje, sobre los estudiantes como aprendices de matemáticas, sobre el currículum, etc) y la consideración de aspectos

afectivos (García Blanco, 1997) desde modos y usos del conocimiento del profesor en las situaciones de enseñanza (replicar, aplicar, interpretar y asociar; priorización, dilemas y tensiones, temporalización etc). Los dominios de conocimientos considerados y el tipo de actividad para el desarrollo en clase de formación inicial del profesorado de matemática, se ejemplifica a continuación (Llinares *apud* García Blanco, 1999).

Dominios de conocimiento -conocimiento conceptual de/sobre	Tipo de actividad
Matemáticas Actividad matemática	Resolución de problemas Comunicación, comparación, procesos, etc.
Currículum matemático	Análisis de libros de texto Construcción y análisis de mapas conceptuales de la organización de los conceptos en los textos Elaboración/análisis proyectos curriculares de ciclo/etapa, ... Comparar diferentes diseños curriculares
Aprendizaje nociones matemáticas	Realización guiones entrevistas clínicas Realización/análisis entrevistas clínicas Análisis protocolos
Planificación de la enseñanza y análisis de tareas	Realización guiones de clase Concretizar proyectos curriculares al trabajo diario Análisis colectivo de casos (énfasis en la secuencia de las actividades)
Representaciones instruccionales	Identificar diferentes representaciones-traslaciones para conceptos y procedimientos Diseño de secuencias de enseñanza que recojan los aspectos anteriores Trabajo clínico con un grupo de niños con el guión obtenido Grabación en video de la práctica y análisis Análisis colectivo de casos (énfasis en el papel desempeñado por las representaciones instruccionales)
Recursos	Análisis/comparación recursos didáticos: adecuación tópico – recurso – aprendizaje pretendido Manejo materiales didáticos
Rutinas instruccionales	Análisis de videos mostrando la generación y función de determinadas rutinas Role playing (simulación) Práctica/análisis práctica Análisis de casos
Interacciones didácticas	Análisis protocolos escritos – video interacciones: aprendiz-contenido-aprendiz, aprendiz-contenido-profesor Diseño-práctica-análisis de segmentos instruccionales (énfasis interacción) Análisis de casos
Enseñanza a grupos reducidos	Diseño-práctica-análisis prácticas clínicas (énfasis gestión aula, relaciones sociales, etc.)

Dominios de conocimiento conceptual . Tomado de García Blanco (1999)

2.1.2 Bases a priori de nuestra propuesta sobre el contenido profesional

Nos parece que en un curso de formación continuada y de corta duración no pueden desarrollarse todos los aspectos anteriormente planteados. Por ello, a partir de estos elementos sobre el desarrollo y conocimiento del contenido profesional docente, presentamos a continuación tres aspectos (geométrico, estratégico-interpretativo y afectivo-actitudinal) que hemos considerado claves para la atención y desarrollo en un curso de geometría por Internet para el profesorado en Brasil.

En el aspecto *geométrico* están las significaciones y reflexiones docentes sobre el pensar matemáticamente y las significaciones (conceptos, terminologías, etc.) en el proceso enseñanza-aprendizaje de geometría.

Matemático (Geométrico)
<p>1. <i>Significaciones</i>: interpretación y reconocimiento</p> <ul style="list-style-type: none"> -Conceptos -Terminología -Relación entre conceptos -Procesos matemáticos <p>2. <i>Pensar matemáticamente</i>: comunicación-expresión-razonamiento</p> <ul style="list-style-type: none"> -Formas de validar resultados -Competencias básicas y procesos de razonamiento -Resolución de problemas -Elementos de Historia de la Ciencia

Aspecto Geométrico del Contenido del Conocimiento

En el aspecto del conocimiento *estratégico-interpretativo* hemos incluido las reflexiones sobre aprendizaje, instrucción y procesos interactivos.

Estratégico-Interpretativo		
<i>Aprendizaje</i>	<i>Instrucción</i>	<i>Procesos Interactivos</i>
<p>1. <i>Nociones matemáticas:</i> -Planificación y rutinas (enseñanza-aprendizaje)</p> <p>2. <i>Diseños de aprendizaje</i> -Procesos de aprendizaje -Conceptos, procedimientos y actitudes -Análisis de casos -Relaciones sociales y socioculturización -El valor de los ejes transversales</p>	<p>-Finalidad y objetivos -Enlace entre contenidos -Enlace entre otros temas -Representación de los conceptos - Materiales: uso, análisis, elaboración -Entorno de trabajo y cultura en clase -Tareas: concepción, selección, secuenciación -Tareas: presentación, apoyo en la ejecución, reflexión -Actividad -Modelos de trabajo en clase</p>	<p>-Relación entre acción y reflexión -Papel de las interacciones -Papel de las concepciones de los alumnos -Papel de los conocimientos previos -Estrategias de razonamiento -Perspectivas con relación a la capacidad de los alumnos -Comunicación y negociación de significados -Intencionalidad</p>

Aspecto Estratégico-Interpretativo del Contenido del Conocimiento

Por último, la atención a la importancia de aprender a aprender continuamente, las actitudes frente al aprendizaje propio y de los alumnos, y sobre los componentes afectivos en este proceso, constituyen el aspecto *afectivo-actitudinal* del contenido del conocimiento profesional. Igualmente, en este aspecto se objetiva que los docentes valoren la enseñanza de la geometría y desarrollen juicios críticos sobre su autentico valor e importancia como componente curricular.

Afectivo-Actitudinal
<p>-El valor de la motivación -Autocontrol -Concientización y realidad -Flexibilidad -Compartir -Actitudes frente al aprendizaje propio y de los alumnos -Reflexión de/sobre lo que piensa-hace -Enjuiciamiento -Trabajo colectivo y colaborativo -Equidad y valores</p>

Aspecto Afectivo-Actitudinal del Contenido del Conocimiento

Los tres aspectos del contenido desglosados y presentados en los tres cuadros anteriores serán nuestras categorías a priori que van ser utilizadas para constatar si aparecen dichos aspectos en la implementación del entorno.

Según Giroux (1990), la formación del profesorado raramente ha ocupado dentro de la cultura contemporánea un espacio crítico, público o político, donde el significado de lo social pudiera ser recuperado y reafirmado de forma que las historias culturales de profesores y estudiantes, sus narraciones personales y voluntad colectiva pudieran aglutinarse en torno al desarrollo de una esfera contrapública democrática. En esta perspectiva buscamos implementar un entorno que objetiva el desarrollo crítico del contenido profesional docente en geometría a partir de interacciones a distancia. Para ello, a continuación presentamos el referencial que será tomado en el proceso de análisis de la investigación.

2.1.3 Sobre el desarrollo del razonamiento profesional docente crítico

Mediante el poder de la práctica educativa, los docentes desempeñan una función vital en el cambio del mundo en que vivimos. Una de las aportaciones importantes de Carr (1996) sobre la relación entre teoría y práctica educativas ha consistido en reanimar y ampliar nuestro conocimiento de la naturaleza del razonamiento sobre, en y a través de la práctica, recuperando, por una parte, la perspectiva aristotélica del razonamiento práctico y, por otra, enriqueciendo la visión aristotélica a la luz de las posturas contemporáneas de la teoría social crítica, para llegar a la idea del razonamiento crítico.

Como subrayó Giroux (1990), los programas para la formación del profesorado sólo en contadas ocasiones estimulan de hecho a los futuros profesores a tomarse en serio el papel de intelectual que trabaja al servicio de una visión libertadora. Los planteamientos para la formación del profesorado han estado y continúan estando privados de una visión y de un conjunto de prácticas que tomen en serio la lucha a favor de la democracia y la justicia social. En parte, este problema se origina por la falta de una teoría social adecuada que ofrezca la base para replantear la naturaleza política del trabajo docente y del papel de los programas de educación de

los profesores. La falta de atención a la teoría social crítica ha privado a quienes reciben formación para ser profesores de un marco teórico necesario para comprender, evaluar y afirmar los significados que sus estudiantes construyen socialmente acerca de sí mismos y de la escuela, rebajando en consecuencia la posibilidad de garantizarles los medios para el auto-conocimiento y la potenciación social. Concluyendo, subrayó Giroux,

“un elemento central de toda política y pedagogía pensadas para una ciudadanía crítica es la necesidad de reconstruir un lenguaje visionario y una filosofía pública que pongan la igualdad, la libertad y la vida humana en el centro de los conceptos de democracia y ciudadanía”(p.221-222).

Sin la pretensión de profundizar en el tema de lo que constituye el pensamiento crítico, Giroux (1990) sugiere unos elementos teóricos que según él ofrecen un buen punto de partida para una pedagogía del pensamiento crítico. La mayor parte de lo que los estudiantes reciben de la escuela es una exposición sistemática de aspectos seleccionados de la historia y la cultura humanas. En nombre de la objetividad, una buena parte de nuestros currículos en estudios sociales universaliza normas, valores y puntos de vista dominantes que representan perspectivas interpretativas y normativas sobre la realidad social. El aprendizaje en este tipo de enfoque no sólo sanciona categorías de conocimiento y valores dominantes, sino que además refuerza un enfoque teórico y no dialéctico de la estructuración de la propia percepción del mundo, en la medida en que a los estudiantes no se les enseña a contemplar el conocimiento curricular, los hechos, dentro de un contexto más amplio de aprendizaje. Por otra parte, la relación entre teoría y “hechos” es algo que a menudo se ignora, todo lo cual hace prácticamente imposible que los estudiantes desarrollen un aparato conceptual para investigar la naturaleza ideológica y epistemológica de lo que constituye un “hecho” en primera instancia. Este tipo de práctica, crea y al mismo tiempo reproduce relaciones sociales en el aula que para la mayoría de los estudiantes no sólo son aburridas sino incluso desorientadoras. Semejante pedagogía, subraya Giroux, más que desarrollar activamente pensadores críticos, produce estudiantes que o bien tienen miedo de pensar críticamente o bien son incapaces de hacerlo (p.107).

En la opinión de Giroux, la definición más convincente, aunque limitada, de pensamiento crítico proviene de la tradición positivista en las ciencias aplicadas y adolece de lo que él ha llamado actitud de "coherencia interna", es decir, la enseñanza a los estudiantes a analizar y desarrollar tareas de lectura y escritura desde la perspectivas de los patrones formales y lógicos de coherencia. En la perspectiva de Kuhn (1999), el razonamiento crítico es un proceso personal construido a largo plazo y posee aspectos de carácter *declarativo* (ámbito metacognitivo), *procedimental* (estratégico) y *de principios* (epistemológico). En el ámbito metacognitivo el sujeto razona sobre los conceptos, hechos e informaciones, planteando preguntas del tipo: *¿qué es lo que sé? ¿cómo lo hago? ¿cómo lo conozco?*. El razonamiento estratégico se caracteriza por evidencias e interpretaciones que contemplan y explicitan rasgos teóricos. En el plano epistemológico, de característica más compleja, el proceso del desarrollo de razonamiento crítico puede estar basado en los principios o valores que constituyen rasgos de razonamiento a partir de preguntas tales como: *¿cómo sirve mi saber a otro planteamiento? ¿qué sé sobre mi propio saber?*. En un nivel evaluativo de comprensión epistemológica el individuo -profesor en nuestro caso- valora y promueve afirmaciones completas y aumenta la comprensión a partir de evidencias teórico-filosóficas.

Según la perspectiva de Giroux y Kuhn, en el pensamiento crítico existe una determinada relación entre teoría y hechos, y el conocimiento no puede transmitirse con plena independencia de intereses, normas y valores humanos. Esto significa que los hechos, los temas, los acontecimientos en los estudios sociales deberían presentarse de forma problemática a los estudiantes y que gran parte del tiempo escolar debería estar consagrado a inculcar a los alumnos el concepto de marco de referencia y la utilidad del mismo como herramienta interpretativa teórico-conceptual.

El objeto de relacionar teoría y hechos hace que destaque poderosamente otro componente fundamental de una pedagogía del pensamiento crítico: las relaciones entre hechos y valores. La forma en que se selecciona, se ordena y se secuencia la información para construir un cuadro de la realidad contemporánea o histórica es algo más que una simple operación cognitiva; es además un proceso íntimamente ligado a las creencias y los valores que guían la propia vida. En la reordenación del conocimiento hay implícitos determinados supuestos ideológicos acerca de la propia visión del mundo, supuestos que dan lugar a una distinción entre lo esencial y lo

accesorio, lo importante y lo intrascendente. Tal y como subraya Giroux, aislar los hechos de los valores es correr el riesgo de enseñar a los estudiantes cómo abordar el problema de los medios divorciándolos de la cuestión de los fines.

Relacionada con los supuestos principales del pensamiento crítico hay una cuestión de procedimiento que gira en torno a lo que Giroux llamó la *contextualización de la información*, es decir, los profesores necesitan aprender a salir de su propio marco de referencia, de modo que pueda poner en tela de juicio la legitimidad de un hecho, concepto o tema determinados. También tienen que aprender a percibir la esencia misma de lo que están examinando, ubicándolo críticamente dentro de un sistema de relaciones que lo dotan de significado. Además de la contextualización de la información, en toda pedagogía que se interese por el pensamiento crítico se han de considerar *la forma y el contenido de las relaciones sociales* en el aula. Una pedagogía del pensamiento crítico que ignore esas relaciones corre el riesgo de ser mistificadora e incompleta. En esta perspectiva, los involucrados en su proceso de desarrollo personal-profesional se convierten en sujetos activos del proceso de aprendizaje y deben ser capaces de examinar el contenido y la estructura de las relaciones del proceso enseñanza-aprendizaje que fijan las fronteras de su propio aprendizaje. Los profesores han de penetrar en el meollo de un tema y de pensar críticamente, hasta el punto de poder ofrecer sus propias interpretaciones de material, porque como hizo hincapié Freire (1983), solamente cuando los hombres comprenden los temas (de su época respectiva) pueden intervenir en la realidad, en vez de permanecer como meros espectadores y sólo desarrollando una postura permanentemente crítica pueden los hombres superar una postura de acomodación.

En el ámbito de la Educación Matemática, Skovsmose y Borba (2000) definen razonamiento crítico como un proceso analítico que tiene por finalidad analizar una situación educacional imaginada basada en estudios de arreglos particulares, que representan esta situación imaginada. Este proceso objetiva comprender a través de una situación arreglada en vía de desarrollo, conseguir una mejor comprensión de la situación imaginada. Además, según los autores, las observaciones que provienen de la comprensión de las alternativas educacionales encontradas ofrecen nuevas fuentes para la comprensión de aspectos de una imaginación pedagógica. Añade Skovsmose (1994, 2001) que para que la Educación -tanto como práctica o investigación- sea crítica, debe discutir condiciones para la obtención del conocimiento, debe

estar enterada de los problemas sociales, de las desigualdades, etc. y debe intentar hacer de la educación una fuerza social progresivamente activa. Una Educación crítica no puede ser una prolongación de la relación social existente. Para ser crítica, la Educación debe reaccionar a las contradicciones sociales.

2.1.4. Crítica y acción profesional docente

Smyth (1991), preocupado con el modo en que se concebía y aplicaba el perfeccionamiento del profesorado australiano como algo ligado al dominio de ciertas destrezas, explicitó preocupación porque le sorprendía que, a pesar de haberse revelado repetidamente como un desastre desde el punto de vista educativo, un enfoque basado en las destrezas todavía siguiera siendo, con diferencia, el método utilizado más frecuentemente para el desarrollo y renovación del profesorado. En esta perspectiva Smyth y su equipo pensaron que la confrontación y reconstrucción de la enseñanza en respuesta al deficiente modelo de las destrezas parecía una manera tan correcta de hacer como cualquier otra.

Destacó el investigador que ninguna de las soluciones técnicas resuelve el problema real de nuestras escuelas, que no radica en una crisis de competencia sino en una crisis de confianza con profundas raíces en las dimensiones sociales y culturales de lo que es la escolarización y el aprendizaje. Añadió que las reformas educativas cosméticas ignoran las enraizadas fuentes de poder y explotación presentes en la organización estructural que constituye la raíz del problema, porque con la legitimación de la transferencia de poder en la toma de decisiones educativas de profesores a grupos ajenos a la escuela, los docentes se han visto excluidos de la acción.

Como profesores, sólo podemos reclamar el poder que hemos perdido frente a los grupos ajenos a la escuela si nos enfrentamos a nuestros propios problemas con espíritu crítico. Para ello, hizo hincapié Smyth (1999) en que los profesores deben luchar activamente para descubrir la importancia o incluso la relevancia de su "adaptación" y "resistencia" en el trabajo, especialmente en un sistema que exige cada vez más que la escuela se adapte a las necesidades de

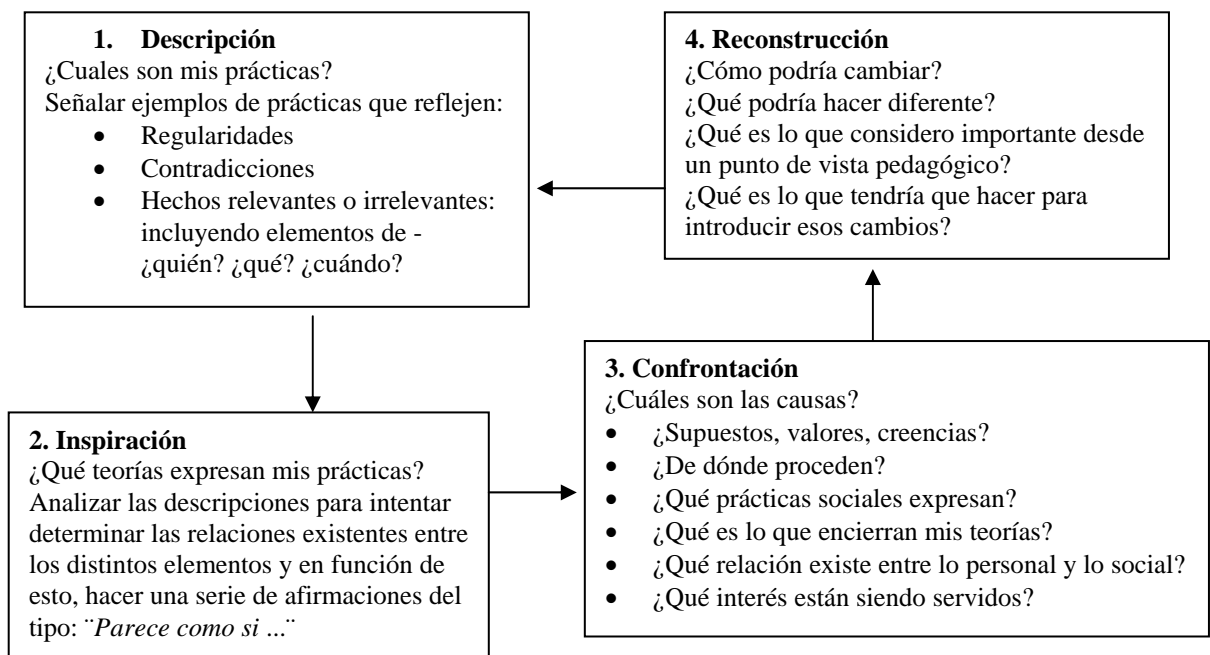
la economía. Subraya que el efecto de todo esto es obtener una apariencia externa de autonomía, pero sólo dentro de unos límites perfectamente definidos.

Durante años Smyth ha subrayado que es necesario trabajar críticamente con los docentes, de manera que la capacidad de cuestionamiento que se pretende de ellos pueda seguir una lógica de concienciación progresiva. Eso consistiría en ayudar a que los profesores descubran las interpretaciones que tienen sobre la dinámica social de su contexto de actuación y cómo éste se ha constituido históricamente. Esto supone, primero, favorecer un diálogo mediante el cual los profesores sean capaces de reconocer y analizar aquellos factores que limitan su actuación y, segundo, darles la oportunidad de que se vean a sí mismos como agentes potencialmente activos y comprometidos en cambiar las situaciones opresivas que los reducen a meros técnicos realizando ideas ajenas. En este proceso de concienciación docente, Smyth (1986) diferenció los siguientes estadios:

- (1) capacitar a los enseñantes para ver la naturaleza de la dominación ideológica;
- (2) descubrir las interpretaciones que tienen los enseñantes de su mundo;
- (3) investigar las condiciones históricas que restringen y modelan las comprensiones de los profesores;
- (4) conectar las condiciones históricas con las fuerzas contemporáneas que las mantienen;
- (5) aislar las contradicciones presentes en las acciones actuales, y
- (6) usar formas educativas y capacitadoras o potenciadoras de acción.

Posteriormente Smyth (1991) ha sintetizado este mismo enfoque y lo ha organizado en un ciclo de cuatro tipos de acción (descripción, inspiración, confrontación, reconstrucción) docente reflexiva en relación a la enseñanza y que corresponden a sendas series de preguntas a las que debemos intentar responder en proyectos de perfeccionamiento docente, a saber:

- (1) *descripción*: ¿qué es lo que hago?
- (2) *inspiración*: ¿cuál es lo sentido de la enseñanza que imparto?
- (3) *confrontación*: ¿cómo llegué a ser de esta forma?
- (4) *reconstrucción*: ¿cómo podría hacer las cosas de otra manera?



Smyth (1991, p.122)

Procesos reflexivos de esta naturaleza, en los que se reconstruye el origen de nuestras prácticas y su naturaleza ideológica, nos permitirán detectar (Smyth, 1986, 1991) las diferencias entre lo que hacemos y una idea emancipadora de la educación, y desarrollar nuestro papel como intelectuales con intención transformadora, tanto de las condiciones de nuestro trabajo, como de las prácticas educativas y sociales que llevamos a cabo. Concluye que a partir de este proceso crítico se puede reconstruir el sentido político que hemos aprendido a aceptar respecto a la función de la enseñanza, y configurar un nuevo significado para ésta, más racional, más justo y más satisfactorio, a medida que el desvelamiento de los intereses a los que sirven las actuales prácticas nos hagan concebir nuevos futuros.

En sus investigaciones Smyth (1991) percibió que la reconstrucción de la práctica no siempre fue viable o posible para todos los docentes que participaron en el proyecto, dado el corto espacio de tiempo que disponían. Añadió Smyth que, las principales limitaciones de una estrategia de formación están intrínsecamente unidas a nuestras prácticas políticas, históricas y teóricas como profesores y a nuestra propia capacidad para superarlas. Sin embargo, como enfatizó Day (2001), las limitaciones y potencialidades de los planteamientos de formación continuada han de ser reconocidas y relacionadas con los roles, los procesos y el impacto logrado en la práctica docente.

La actividad en la que el conocimiento profesional se desarrolla forma parte integral de lo que es aprendido (Llinares, 1994). El conocimiento profesional se genera en el uso del conocimiento orientado a la actividad en situaciones concretas de la enseñanza, siendo una construcción personal en el sentido de que el uso del conocimiento por parte del profesorado en gestionar sus situaciones de enseñanza de las matemáticas y reflexión posterior genera nuevo conocimiento. Este conocimiento incluye no sólo información específica sobre datos y métodos de comprobación de resolución de problemas, sino también la información necesaria para definir y comprender los problemas con los que debe enfrentarse el profesional. Así, en el apartado siguiente prestamos atención a las investigaciones interesadas en los procesos y momentos de aprendizaje de los docentes o estudiantes para profesores.

2.1.5 Momentos en el desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional

En una investigación anterior sobre la formación y desarrollo personal del profesor, Villar Angulo (1990) ha subrayado distintos procesos de aprendizaje de los profesores, a saber: estadios de desarrollo, implicación del docente, relación de colaboración con sus colegas y transferencia de aprendizaje. Afirma también que el profesor es un sujeto adulto y que su vida profesional atraviesa distintos periodos **-estadios de desarrollo-** que se han estudiado fundamentalmente por medio de técnicas cualitativas. Así, los planteamientos formativos deben contemplar la edad de los participantes, a fin de dar respuesta a las necesidades implícitas de

cada fase de su carrera profesional. El profesor también participa y se implica en las acciones de mejora de su práctica **-implicación del docente-** conforme perciba que ellas revierten en su práctica, mejorándola y otorgándole más autoridad o poder para practicar su enseñanza. Además, los profesores en proceso de formación tienen que dialogar para alumbrar conocimientos, y ello requiere una **relación de colaboración con sus colegas**. Concluyendo, los profesores aprenden aquello que estudian y practican. La **transferencia de aprendizaje** se refiere a la influencia que tiene un aprendizaje adquirido previamente en el siguiente.

Mewborn (1999) subrayó que a través de la socialización de trabajos en clase, los futuros profesores empiezan a mostrar interés y explicitar problemas inherentes al quehacer cotidiano docente. Citando a Fuller y Bown, Mewborn presentó tres estadios de pensamiento que según estos autores, los profesores en formación continuada desarrollan cuando confrontan sus experiencias de clase. El primero se refiere al quehacer docente y a cuestiones inherentes a la gestión de clase. En el segundo estadio los profesores relatan acciones y experiencias enseñadas, mientras que la reflexión sobre los efectos de las acciones en el aprendizaje de los alumnos constituye en tercer y último estadio. Para el caso de la formación inicial de profesores de matemática, Mewborn presentó (p. 330) cuatro categorías que fueron motivo de inquietud para los futuros profesores: (1) contexto del aula y gestión para la enseñanza-aprendizaje de matemáticas; (2) pedagogía de la enseñanza de las matemáticas; (3) razonamiento matemático de los niños, y (4) sobre el contenido matemático y del currículo.

En el ámbito de la formación inicial en matemáticas de profesores de primaria, Goffree y Oonk (2001) utilizaron en un entorno formativo –el MILE¹– que contempla situaciones de aprendizaje basadas en la práctica docente. En el MILE las situaciones prácticas de profesores en clase son digitalizadas en CD-ROMs y presentadas en fragmentos de videos. El análisis de las conversaciones reflexivas establecidas entre el grupo de futuros profesores y educadores en los dos primeros años de implementación del entorno MILE, ha permitido al equipo de la

¹ Mathematics Instructional Learning Education

investigación identificar distintos niveles de construcción del conocimiento práctico² en los estudiantes:

- 1. Asimilación del conocimiento práctico:** el futuro profesor expande su repertorio práctico-didáctico a través de la asimilación del conocimiento práctico. La asimilación ocurre cuando el estudiante para profesor indica lo que del entorno le gustaría implementar, sin hacer ninguno tipo de restricción o juicio.
- 2. Adaptación y acomodación del conocimiento práctico:** el profesor modifica su repertorio a partir de reflexiones críticas y personales. La adaptación puede ocurrir a partir de análisis y comentarios críticos de un profesor del entorno MILE sobre la presentación de una propuesta del futuro docente.
- 3. Integración de teorías:** en este nivel el estudiante para profesor establece relaciones entre eventos, hechos en el desarrollo del proceso y sobre las teorías relacionadas, a partir de referenciales teóricos lanzados a lo largo del proceso. Son planteadas a los profesores cuestiones sobre las situaciones observadas y su relación con lo que han encontrado en la literatura, a través de reflexiones teóricas sobre la situación práctica real.
- 4. Teorización:** en este ultimo nivel el futuro profesor diseña sus propias teorías locales. Construye ideas sobre causas y consecuencias a través de la observación e interpretación de fragmentos encontrados por ellos propios. El discurso docente tiene orientación teórica específica y le motiva de cara para investigaciones futuras, incluso formando una teoría en un nivel local.

² Para los autores, el conocimiento práctico (p. 115) es un conocimiento que no puede describirse en solamente una dimensión, porque esta relacionado, por ejemplo, con la dimensión personal, con el currículo, con creencias, con conocimientos adquiridos de la experiencia, etc.

2.1.6 Desarrollo Profesional Docente Constructivo en Entornos Telemáticos

En cuanto a los entornos de aprendizaje para los cuales las prácticas profesionales deben ser planteadas como uno de los aspectos más importantes en los programas de formación, para ser realmente útiles deberán favorecer el análisis y la reflexión sobre (García Blanco, 1997; Llinares, 1996): (a) sus propias creencias acerca de la naturaleza del conocimiento matemático; (b) lo que entienden por comprender un tema, un tópico; (c) sus propias creencias sobre la enseñanza de las matemáticas; (d) las formas mediante las cuales se produce el aprendizaje de las matemáticas; (e) el papel del profesor de matemáticas, y (f) el modelo a desarrollar en el aula de matemáticas. Gore y Zeichner (1995) ponen énfasis en las diferentes maneras en que los programas de formación inicial de profesores, según sus intereses, han integrado claramente el concepto de reflexión y el de práctico reflexivo. Añaden, brevemente, que el potencial para el desarrollo profesional a través de la "reflexión" ha sido sostenido por:

- una mayor aproximación a las necesidades de los profesores que en la reproducción de prácticas sugeridas por la investigación universitaria, y un descuido de las teorías y descubrimientos fundamentados en las propias prácticas de los profesores;
- un pensamiento con límites semánticos sobre la reflexión, es decir, la reflexión docente está limitada a cuestiones técnicas sobre rutinas de enseñanza y gestión interna de clase, y hay un descuido hacia cuestiones curriculares y planteamientos educativos;
- una despreocupación hacia el contexto social e institucional en el que la enseñanza se desarrolla;
- una aproximación a las necesidades de los docentes, reflejadas individualmente.

Concluyendo, Gore y Zeichner subrayan que todas esas prácticas formativas necesitan crear una situación adonde haya la ilusión por el desarrollo del profesor y que cuando tales prácticas, además de garantizar la equidad y la justicia social, deben también sostener el propósito de que la enseñanza sea una actividad social valorada intencionalmente. En esta

perspectiva, buscamos valorar y rescatar el proceso enseñanza-aprendizaje en la formación continuada del profesorado brasileño.

Sabemos que un entorno de aprendizaje dinámico, a pesar de ser condición necesaria, no es suficiente para garantizar que el individuo aprenda (Campos, 1999). Para eso, al profesor le deben ser propuestas actividades que aprovechen su potencial y desarrollen estructuras de pensamiento más complejas. En esta perspectiva, el desarrollo profesional docente basado en la WEB objetivado por nosotros (Bairral, Giménez y Togashi, 2001), contempla un serie de estrategias implementadas en un entorno virtual de aprendizaje, que consideramos como un ambiente interactivo de trabajo donde los involucrados interaccionan con diferentes medios (herramientas y recursos materiales o informáticos) en situaciones de su quehacer cotidiano profesional que propician el desarrollo personal-profesional y la construcción del conocimiento. Fundamentado en una teoría de aprendizaje y en estrategias de trabajo que orientan el desarrollo de distintas interacciones, un entorno virtual de aprendizaje también habrá de poseer un contrato didáctico³ (Brousseau, 1990) explicitando reglas y diferentes funciones para los involucrados en el proceso de desarrollo profesional (Bairral, Giménez y Rosich, 2000). Además, como subrayaron Duart y Sangrá (1999), los entornos virtuales de aprendizaje han de posibilitar la flexibilidad y la interactividad, la inserción y vinculación en una comunidad virtual constituida y permitir a los involucrados el acceso a materiales y otras fuentes de recursos disponibles en la red.

Al considerar un ecosistema de aprendizaje como un entorno interactivo, constituido por los alumnos, el contenido/saber, el profesor/tutor y el medio, Murillo (2001) también ha contribuido a esta conceptualización en la medida en que hizo hincapié en el hecho que los procesos de funcionamiento en un entorno de aprendizaje se relacionan entre si y se desarrollan en función de los factores físicos de un mismo ambiente, de forma que la modificación de alguno de sus componentes modifica el estado de los restantes. Añade que mediante el juego interactivo emerge la identidad personal del alumno por la interacción con los restantes elementos o con sus iguales. Además de eso, subraya que un entorno de aprendizaje -ecosistema de aprendizaje de la geometría- habrá de (1) plantear que las tareas constituyan situaciones-

³ Brousseau ha introducido el término contrato didáctico para referirse a las negociaciones, implícitas o explícitas, establecidas por el profesor y sus alumnos cuando interaccionaren en distintas situaciones de aprendizaje.

problema abiertas, (2) que el diseño de las actividades conste de múltiples fases (resolución de problemas en pequeños grupos, informe y reflexión), y (3) que se haga uso de las tecnologías informáticas.

En el abordaje constructivista del aprendizaje el conocimiento es un proceso continuado de construcción, desconstrucción y reconstrucción en la interacción del sujeto con el entorno (físico y social). El sujeto conoce el objeto asimilándolo a sus estructuras de pensamiento, a sus esquemas conceptuales, comprendiendo la realidad y atribuyéndole significados a través de esos esquemas. En este contexto, el aprendizaje se hace a partir de la práctica de concepciones sucesivas, provisional y relativamente válidas, que habrá que refutar sucesivamente y/o tomar en un nuevo sentido cada vez más (Brousseau, 1983). Los entornos constructivistas de aprendizaje, presenciales o a distancia, deben (Jonassen et al., 1995, Jonassen y Roher-Murphy, 1999): (a) proporcionar múltiples representaciones de la realidad; (b) representar la complejidad del mundo real, evitando la simplificación; (c) enfatizar la construcción del conocimiento, además de la reproducción; (d) proporcionar entornos de aprendizaje que simulen el mundo real o el aprendizaje basado en estudio de casos, en lugar de secuencias predeterminadas de instrucción; (e) favorecer el pensamiento reflexivo basado en la experiencia; (f) proporcionar la construcción del conocimiento dependiente del contexto y del contenido; (g) soportar la construcción colaborativa del conocimiento a través de la negociación social entre los participantes, en lugar de la competición; (h) facilitar la identificación, definición y resolución de problemas; (i) permitir que el involucrado controle sus actividades; y (j) utilizar la hipermidia como herramienta cognitiva.

En la perspectiva educativa, Fagundes (citado en Magdalena y Messa, 1998) destaca que nuevas dimensiones de interacción son acrecentadas con los entornos de aprendizaje informatizados con microordenadores (conectados en redes locales e internacionales): superar la linealidad con el hipertexto y potenciar el desarrollo de la autonomía y de la solidaridad de los involucrados. Resalta también la autora que la rotura de barreras de espacio, tiempo, jerarquía, inteligencia también favorecen la descentralización del trabajo escolar y los cambios cooperativos, el desarrollo de la inteligencia colectiva y la toma de conciencia individual y social.

Según Jonassen y Roher-Murphy (1999) los entornos constructivistas de aprendizaje poseen componentes interdependientes que debemos considerar:

Espacio proyecto-problema: surge de contextos reales, recorriendo al sistema de actividad en que está envuelto. Consta de tres componentes integrados y altamente interrelacionados: el contexto del problema, la presentación o simulación del problema y su manipulación.

Relato de casos: experiencias que son relatadas por el propio estudiante. Sirven para representar la complejidad en entornos de aprendizaje y proveer de múltiples perspectivas al abordar los problemas o cuestiones que son examinados por los alumnos.

Recursos informáticos: informaciones (vídeo, recursos sonoros, animaciones, etc.) sobre el objeto soporte de la resolución del problema.

Herramientas cognitivas: la complejidad de un entorno constructivista de aprendizaje frecuentemente necesita de actividades que los estudiantes involucrados no poseen. En este sentido, los *web designers* deben identificar las habilidades que son necesarias para la resolución de un problema y elaborar herramientas cognitivas que ayuden a los alumnos en la realización de las tareas. Estas herramientas cognitivas pueden ser: organización semántica, modelización, dinámica interactiva, interpretación-información, construcción de conocimiento y habilidades para manipular herramientas de conversación.

Herramientas de conversación y colaboración: los entornos constructivistas de aprendizaje utilizan una variedad de métodos de comunicación mediados por ordenador, que auxilian en la colaboración entre las comunidades de aprendizaje, por ejemplo, videoconferencia, *chats*, lista de discusión, etc.

En cuanto en los entornos tradicionales de formación a distancia, principalmente aquellos basados en la enseñanza por correspondencia, el centro de atención es el material impreso y el profesor-formador. En cambio, en un entorno innovador y que utiliza el ordenador conectado a Internet, el centro pasa a ser el profesor-alumno y el profesor-formador, tomando como otras fuentes de (in)formación y (tele)interacción⁴: otros profesores, textos, bibliotecas, librerías, escuelas y universidades, acceso a expertos, material impreso, correo electrónico, chats y otros recursos diversos. Sin embargo, el acceso a la información no garantiza la construcción del conocimiento. La construcción de conocimiento es el resultado de un proceso activo de

⁴ El término interactividad será utilizado para referirse a las interacciones presenciales por medio de la entrevista, por ejemplo. En cambio, emplearemos teleinteractividad para referirnos a todas las interacciones establecidas en el entorno virtual.

articulación y reflexión en un contexto. El conocimiento elaborado es un producto de la mente y resulta de experiencias – que pueden ser encontradas en entornos de aprendizaje o en el mundo real - e interpretaciones del contexto (Jonassen, 1995). Este autor también considera que un entorno de aprendizaje es constructivista si permite a individuos o grupos de individuos producir sus propios significados de lo que vivieron.

Una buena experiencia educativa es aquella en la cual el sujeto puede mejorar su conocimiento y habilidades, analiza críticamente conjeturas y se involucra en la búsqueda de un saber colaborativo y personal, desarrollado holísticamente (Jonassen et al., 1995). Aunque aparentemente los grupos de aprendizaje a distancia sean homogéneos, los educadores acreditan que las tecnologías educacionales corrientes y emergentes son herramientas que auxilian en la construcción e innovación de entornos de aprendizaje en los cuales las necesidades diversas de la comunidad de aprendices pueden ser apropiadamente satisfechas (Thompson y Chute, 1998).

Considerando que el proceso educativo en todos los niveles debe facilitar el acceso a la información, acompañado de acciones planeadas en el sentido de transformar informaciones en conocimiento, Meira (2000) destaca la necesidad de, por lo menos, tres componentes para un planteamiento educacional conceptualmente sofisticado y socialmente productivo:

- (i) elaboración de escenarios o entornos interactivos que sitúen la información en contextos históricos, culturales, materiales y sociales específicos;
- (ii) planeamiento de actividades, a través de las cuales se posibilita la exploración de informaciones localizadas en ambientes específicos, y su respectivo uso en la resolución de problemas;
- (iii) producción de conceptos, o sea, los conocimientos resultantes de la actividad de los individuos y grupos en entornos especialmente estructurados. En términos de la formación del profesorado, es importante considerar la estructuración y el trabajo a realizar en los entornos de aprendizaje, teniendo en cuenta la estrecha relación entre lo aprendido y la forma de aprenderlo.

Así pues, cabe considerar decisivo para el aprendizaje el entorno en que éste se realiza, entendiéndose como tal la circunstancia del proceso mismo (García Blanco, 1999).

2.2. Aprendiendo a Enseñar Geometría

Según Alsina, Burgués y Fortuny (1987) la enseñanza de la geometría ha de ser un núcleo central en el currículo escolar. Se trata de una disciplina útil, deseable y bella que ofrece tanto resultados interesantes como razonamientos y metodologías de marcado carácter formativo. Aún, de acuerdo con estos autores, en la enseñanza obligatoria de la geometría hay que fijar unos objetivos mínimos en función de los cuales deben programarse las actividades. En un aprendizaje dinámico de la geometría, por sus relaciones con las otras materias y con las propias disciplinas matemáticas, es muy difícil marcar unos objetivos para un período corto: los conceptos deben aparecer y reaparecer, traducirse en diversos lenguajes, tener representaciones plurales y lograr una consolidación conceptual. Existen algunos objetivos generales que todo ciudadano debería alcanzar tras su formación básica: tener una cultura geométrica con visión histórica e interdisciplinaria, aplicar conocimientos geométricos para modelar, crear o resolver problemas reales, usar los diferentes lenguajes y representaciones, etc.

2.2.1 Los elementos a tener en cuenta

Las investigaciones en Educación Matemática (ICMI-8⁵ 1996, *International Handbook of Mathematics Education*, 1996) destacan la importancia de los conceptos geométricos: para la formación integral del alumno, promover cambios cualitativos en el proceso enseñanza-aprendizaje de matemática, superar la inseguridad del profesor y apoyar su práctica pedagógica.

⁵ International Commission on Mathematical Instruction (ICMI Study) Catania, 1996.

Con la publicación de los estándares (NCTM⁶, 1989) para el currículo de matemática y de los Parámetros Curriculares Nacionales (PCN, Brasil: MEC, 1998), la geometría surge como uno de los temas relevantes, después que haya estado alejada de la enseñanza durante mucho tiempo debido a la influencia del movimiento de la matemática moderna, que influyó en el planteamiento curricular de la mayoría de los países occidentales. Las directrices del NCTM, concentraron en un documento los intereses y las experiencias en geometría escolar que caracterizó la parte final de los años 80 y propuso normas dedicadas a una enseñanza renovada de la geometría (Veloso, 1998). Así, además de los cambios metodológicos que caracterizan la visión de la enseñanza de las matemáticas, se propuso que la geometría escolar considerase los contenidos siguientes:

- Comprensión de los objetos geométricos y sus relaciones, y utilización de la geometría en la resolución de problemas.
- Integración de la geometría en todos los temas y en todos los años de escolaridad.
- Abordaje de la geometría por medio de las coordenadas y de las transformaciones geométricas.
- Desarrollo de secuencias pequeñas de teoremas (retorno a las ideas de Freudenthal sobre organización local de la matemática).
- Argumentos deductivos expresados oralmente, por frases o por párrafos escritos.
- Exploraciones en ordenador de figuras en dos o tres dimensiones.
- Geometría en el espacio.
- Aplicaciones al mundo real y modelización.

Al mismo tiempo, los estándares recomiendan que se preste poca atención a ciertos tópicos, por ejemplo, que la geometría euclidiana no sea vista como sistema axiomático completo, que la geometría analítica no sea trabajada como un conjunto de temas aislados y que se eviten las demostraciones “en dos columnas”. Fuera del ámbito del NCTM, no sólo en Estados Unidos, el movimiento de regreso a la geometría se ha acentuado a través de publicaciones diversas, producción de nuevos materiales y *softwares* educativos.

⁶ Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics. NCTM (National Council of Mathematics Teachers), Roston.

Para la enseñanza de geometría en secundaria Veloso (1998) resalta que es necesario aclarar sus objetivos y dar identidad propia a este ciclo de la enseñanza, de modo que no sea un mero trampolín de cara a la continuidad de los estudios (p. 37). En esta perspectiva, el autor destaca que la geometría en secundaria debe:

- ❑ Ser vista como un coronamiento, en el campo de la geometría, de todos los años anteriores de estudios. Así, en los últimos años de secundaria se profundizarán y sintetizarán los aspectos geométricos en desarrollo como la comprensión del espacio y de los respectivos modelos geométricos que son dados por la matemática. Entonces, el punto de partida no puede ser los métodos de resolución de problemas, como acontece con la geometría analítica, sino los propios problemas y cuestiones inherentes a comprensión del espacio, como la simetría, la forma y la dimensión.
- ❑ Integrar la historia de la geometría a su enseñanza y tener en cuenta que la historia de la geometría no termina en el siglo XVIII y no se agota con la geometría euclidiana. Así, es importante que los alumnos salgan de la secundaria comprendiendo que existen otras geometrías. Esta comprensión debe tener una base experimental, o sea, los alumnos deben trabajar, resolver problemas o realizar actividades de investigación en otras geometrías.
- ❑ Buscar conexión con otros temas de matemática, con el arte y con el mundo real.

Concluyendo, el autor resalta también la importancia de que el profesor reflexione sobre lo que significa investigar en matemática y sobre el papel de la formalización en geometría. Destaca también que el profesor debe desarrollar actividades - ricas y variadas - de investigación de modo que los alumnos presenten justificaciones, argumenten, organicen localmente la matemática y reflexionen sobre el carácter deductivo y axiomático de la matemática como ciencia.

En España se han desarrollado diferentes experiencias para la formación inicial de profesores de Educación Primaria (adelante FPEP) para potenciar la implementación del currículum de matemáticas, en especial de geometría. Por ejemplo, García Blanco (1999) ha objetivado que el docente debe:

- ❑ Describir y analizar el bloque de *“Conocimiento, orientación y representación espacial”* en el currículum de la Educación Primaria.

- Conocer y analizar el papel de la visualización en el desarrollo de los conceptos geométricos.
- Conocer errores y dificultades que se presentan en el aprendizaje de nociones geométricas escolares (6-12 años).
- Desarrollar aspectos de la teoría de van Hiele relativos a la geometría como objeto de aprendizaje: niveles de razonamiento.
- Desarrollar aspectos de la teoría de van Hiele relativos a la geometría como objeto de enseñanza: fases de aprendizaje.
- Describir y analizar diferentes materiales curriculares (tareas, materiales manipulativos, representaciones gráficas, programas informáticos, libros de texto, etc.) en relación a las características de las nociones geométricas.
- Caracterizar los procesos de formación de conceptos geométricos utilizando para ello las nociones de "definición del concepto" e "imagen del concepto".
- Conocer y analizar algunas sugerencias de enseñanza (planificación, evaluación, etc.) proveniente de las investigaciones.

En su planteamiento, Giménez (1998c) ha privilegiado los siguientes elementos estratégicos:

- Reconocimiento de los valores matemáticos primarios citados adaptándose a lo propio del contenido geométrico.
- Identificación de algunos valores geométricos importantes (visualización, representación, razonamiento).
- Identificación de algunas características conocidas de las dificultades geométricas de los estudiantes de primaria.
- Identificación de aspectos teóricos conocidos respecto a la construcción del conocimiento geométrico de los estudiantes de primaria.
- Reconocimiento del valor de la ingeniería didáctica, así como la importancia de observar, analizar y controlar el diseño.

Fiol (1997) afirma que una actuación formadora de docentes de primaria, debe tener en cuenta cuatro aspectos básicos (1) desarrollo del pensamiento visual; (2) desarrollo de un lenguaje fluido; (3) ejercitarse en el mirar, y (4) **objetivos prioritarios** (en cuanto a la actitud que deberá adoptar el FPEP frente a sus alumnos/as):

- ❑ Situar las diferentes tareas en contextos significativos.
- ❑ Animar y apoyar las estrategias espontáneas de sus alumnos.
- ❑ Pedir que, siempre que sea posible, los alumnos den su propia representación, y si se pone de manifiesto de manera ágil, que lo expliquen a través del lenguaje hablado.
- ❑ Emplear un estilo de enseñanza enfocado a lo procesos más que a los productos.

2.2.2 Algunas investigaciones brasileñas

Fainguelernt (1999) al subrayar que la educación es un proceso a medio y largo plazo, sostiene que los errores en la formación del profesorado se reflejan en la formación de los alumnos, aunque las consecuencias no sean inmediatas como ocurre en otros campos del conocimiento como la medicina, por ejemplo. Así, buscando contribuir a mejorar la formación continuada de los profesores de primaria en Rio de Janeiro, en el caso de la simetría axial y de la traslación en el plano, Fainguelernt ha implementado un entorno geométrico con vistas a la construcción del conocimiento docente, a partir de la utilización de diferentes representaciones de los conceptos abordados y la conexión con otras ramas de la matemática. En otros estudios, la atención a la visualización a través de los diferentes materiales en el currículo (Lopes, 1995; Murari, Pérez y Barbosa, 2001) y en la formación inicial y continuada (Kaleff , 1998; Kaleff et al. 1996) es puesta en manifiesto. En 1996, Bairral investigó sobre el proceso de construcción del concepto de semejanza con alumnos de 12-13 años de edad y entre otras contribuciones de su investigación, propuso una secuencia de actividades y un modelo didáctico-pedagógico para trabajar con semejanzas. Refiriéndonos también a las transformaciones geométricas, la propuesta de actividades según la teoría de van Hiele para el desarrollo del razonamiento geométrico en alumnos de 11-14 años, puede ser encontrada en Nasser at al. (1998).

En el caso específico de la utilización del programa educativo *Cabri Géométrie* para la enseñanza, Almouloud y Gervazoni (2000) pusieron el foco de su investigación en el proceso demostrativo de los alumnos, mientras que Araujo y Gitirana (2000) analizaron una secuencia didáctica con el software en el caso concreto de la simetría rotacional. En el ámbito de la formación inicial y del desarrollo profesional Frant, Castro y Araújo (1999), han estudiado los significados construidos por los profesores de matemática sobre tópicos específicos de la geometría plana cuando utilizan el software. El caso concreto de la utilización del programa *Cabri Géométrie* con vistas a contribuir con reflexiones sobre el valor de las construcciones geométricas en el currículo y las negociaciones docentes establecidas en un entorno virtual implementado para el desarrollo del conocimiento profesional docente, aparece, más recientemente con la investigación de Araújo, Bairral y Giménez (2001).

En propuestas curriculares generales en geometría para la enseñanza fundamental obligatoria, Fonseca et al. (2001) han reflexionado con profesores de las dos series iniciales sobre (1) lo que se enseña de geometría, (2) los conocimientos de los profesores sobre geometría y (3) porqué es importante enseñar geometría. Pires et al. (2001) han desarrollado actividades geométricas con profesores y alumnos de las cuatro series de la enseñanza fundamental sobre las relaciones en el espacio, áreas y perímetros.

2.3 Elementos necesarios para el desarrollo de un diseño de un curso en geometría

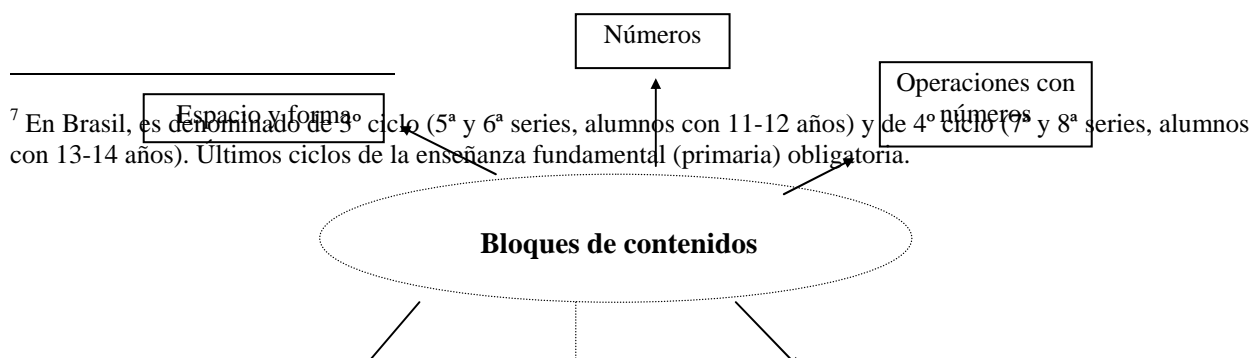
En este apartado presentaremos las experiencias que nos ayudaron a plantear la geometría en nuestro entorno virtual. Como referencia en Brasil tomamos (1) los Parámetros Curriculares Nacionales (PCN), planteamiento oficial del Ministerio de Educación para las escuelas públicas brasileñas. Tomamos también como referencia (2) un planteamiento de una asignatura de Didáctica de la Geometría -de carácter presencial- para la Formación Inicial de Profesores de Educación Primaria en Barcelona; (3) un planteamiento semi-presencial para el desarrollo de actividades geométricas con alumnos, (4) un sistema hipermedia construido e

implementado con profesores en formación continuada sobre la temática medida, y (5) los distintos entornos virtuales con información de contenido geométrico.

2.3.1 El contexto curricular brasileño

En Brasil han sido varias las acciones educacionales, en plano teórico-documental, del Ministerio de Educación (MEC), incluso con participación y contribución de diversos investigadores españoles. No pretendemos aquí posicionarnos con la política gubernamental del actual gobierno brasileño, sino presentar al lector los rasgos del contexto educativo que nos encontramos, en el caso específico del currículo de matemáticas.

Actualmente, además de la Ley de Directrices y Base de la Educación Nacional (LDB 9391/96) tenemos dos tipos de documentos oficiales del MEC, uno (MEC, 1999) que hace referencia a la formación del profesorado en las diferentes áreas del conocimiento y a los distintos niveles de enseñanza y otro (MEC, 1997-1998), que describe los parámetros curriculares nacionales, siendo este último nuestro foco de atención. Como hemos subrayado (Kindel, Bairral y Oliveira, 2000), a pesar de sus limitaciones, los méritos de los PCN, en el caso específico de las matemáticas, están en que el contenido de este documento curricular ha tenido en cuenta los resultados y sugerencias de las investigaciones recientes en Educación Matemática en el contexto educacional brasileño y fuera de él. Así, como los resultados y sugerencias para la enseñanza de la geometría ya son conocidos por nuestra comunidad de educadores matemáticos y además ya han sido presentados en apartados anteriores a lo largo de este capítulo, no creemos necesario explicitarlos nuevamente. Sin embargo, vale la pena presentar los cinco bloques de contenidos para el nivel de enseñanza 11-14 años⁷ y los objetivos generales planteados para la enseñanza fundamental obligatoria.



Los bloques de contenidos están interrelacionados y, además, la importancia de los ejes transversales y de los elementos interdisciplinarios también ha sido resaltada en el documento. Los PCN destacan como objetivos generales la necesidad: **(1)** de utilizar distintas representaciones de un mismo concepto; **(2)** de desarrollar habilidades y procedimientos para la resolución de problemas; **(3)** de estimular el interés y la investigación en la búsqueda y validación de conjeturas; **(4)** de utilizar diferentes tecnologías; **(5)** de percibir regularidades y buscar generalizaciones; **(6)** de recoger, agrupar, analizar y representar datos; **(7)** de explorar y desarrollar distintas formas de razonamiento (intuitivo, inductivo, deductivo, analógico y estimado); **(8)** de desarrollar habilidades de comunicación matemática; **(9)** de estimular el trabajo colectivo; y **(10)** de desarrollar en el alumno la autoestima y la perseverancia. Los objetivos en el 3° y en el 4° ciclo en están divididos en seis grandes bloques: pensamiento algebraico, pensamiento geométrico, sentido numérico, competencia métrica, razonamiento proporcional, pensamiento estadístico y probabilístico.

A pesar de la relevancia de los Parámetros Curriculares, todavía son incipientes las investigaciones (Romagnoli, 2001) que plantean un análisis, por ejemplo, de las implicaciones de los PCN en el quehacer cotidiano geométrico y de la efectividad de los cambios curriculares en la práctica de los docentes. Evidentemente como en todo diseño curricular, falta aclarar o desarrollar mejor algunos puntos. Además de aquellos que han comentado y ejemplificado Kindel, Bairral y Oliveira (2000), podemos destacar para el 3° y el 4° ciclos otras deficiencias en los PCN. Por ejemplo, a pesar de que los contenidos curriculares presentan rasgos de incorporación y énfasis en la importancia de los contenidos geométricos, curiosamente en las orientaciones metodológicas, donde son presentados y comentados posibles ejemplos de actividades, no hay ninguna que ejemplifique e integre, tal y como propone el diseño, la geometría. También podemos percibir la poca atención dedicada al uso de la modelización en la enseñanza de la matemática. En cuanto a la tecnología, a pesar de esta ser contemplada en el documento introductorio y con especial énfasis en su uso en todas las disciplinas del currículo, no se han presentado al lector-profesor de matemática ejemplos de cómo incorporarla en sus clases. Lo mismo pasa con la diversidad cultural. Ésta aparece como uno de los ejes transversales pero no se profundiza en análisis o sugerencias de cómo desarrollar contenidos específicos de la matemática con atención a este y otros ejes transversales.

2.3.2 Educación Geométrica en la Formación Inicial del Profesorado

Los planteamientos curriculares para la formación del profesorado, sea inicial o continua, son diferentes. Debido a la inexistencia de programas curriculares de formación continuada de profesores en geometría para entornos virtuales de aprendizaje con características similares al que planteamos, tomamos como referencia el planteamiento de Fiol (1996) para la asignatura Didáctica de la Geometría para la Formación de Profesores de Educación Primaria (FPEP) en la Universidad Autónoma de Barcelona.

Tomar el planteamiento de Fiol como referencia se justifica porque **(i)** se trata de un proyecto que ha prestado atención a los recientes resultados de la investigación en el ámbito de la Didáctica de las Matemáticas con foco en la geometría para 11-14 años y al que he tenido acceso por completo; **(ii)** los tres rasgos más importantes de una geometría para trabajar en los tres ciclos de la Educación Primaria, considerados por Fiol y presentados enseguida, contemplan lo que se propone en los nuevos Parámetros Curriculares Nacionales para la Enseñanza Fundamental en Brasil.

1. Cuatro son los componentes básicos e interrelacionados: figura o forma, espacio o fondo, tamaño o medida y transformación o cambio.
2. El espacio es el modelo a utilizar en la Educación Infantil y en la Educación Primaria. En términos generales, debemos decir que hay que poner el énfasis en el estudio de las configuraciones, acciones, movimientos y en general en las experiencias que los alumnos de 3 a 12 años poseen del espacio perceptivo del cual forman parte, en el cual están sumergidos (objetos y movimientos).
3. El tipo de Geometría que se postula tan cercana al mundo del alumno no puede estar separada de las otras materias, de las otras diversas situaciones -inicialmente no descritas como Geometría- que se viven en el trabajo diario de la escuela. Así que hay que relacionar la Geometría con el arte, la ciencia, la educación corporal, la danza, la música, etc. Por otra parte el maestro generalista (FPEP), deberá tenerlo en cuenta y esforzarse en el sentido de recorrer, manipular, pensar, no sólo en “el espacio geométrico” sino en términos generales en el espacio que está ahí, que se modifica y que es representado, en nuestro ámbito cultural. Es pedir, por lo tanto, al FPEP que tenga una doble visión de lo geométrico: por una parte de lo específico y por otra parte de las interconexiones que se establecen desde la diversidad, que se establecen desde las diferentes miradas.

Además de lo expuesto, el planteamiento de Fiol (iii) aclara y pone de relieve los objetivos para la enseñanza de la geometría, subraya la importancia de la integración curricular, pone énfasis en los materiales, recursos y procesos cognitivos de alumnos en clase, propone actividades y bibliografía; componentes de formación que, juntamente con episodios de la Historia de las matemáticas y materiales disponibles en la red, han sido considerados por nosotros al elaborar cada unidad didáctica de nuestro entorno. El esquema general del currículum correspondiente a la geometría (y medida) de Educación Primaria propuesto por Fiol (1996) tiene los apartados siguientes: la forma, el tamaño, el espacio, las relaciones, las transformaciones y los procedimientos. Para cada uno de los tres ciclos de Educación Primaria, y a grandes rasgos el trabajo propio de cada uno de ellos fue así caracterizado por Fiol:

1er Ciclo de Educación Primaria
DESCUBRIR EL ESPACIO (percepción, acción). Identificaciones, clasificaciones y comparaciones como acciones lógicas más importantes, lo cual se traduce en describir, comparar, dibujar formas e iniciar la estructuración del espacio. Iniciar por lo tanto una compartimentización y una métrica. Composición y descomposición: diseño y estudio de diversos puzzles.
2º Ciclo de Educación Primaria
LA FORMA DE LOS OBJETOS DE NUESTRO ENTORNO. JUEGOS CON FORMA Y DIMENSIÓN. Estudio de mosaicos, frisos y rosetones, es decir, las figuras en interrelación y con énfasis en la dimensionalidad.
3er Ciclo de Educación Primaria
Primero la relación entre R^2 y R^3 , así como todas las cuestiones que se centran en los MOVIMIENTOS y en las TRANSFORMACIONES DE SEMEJANZA. Estudio por lo tanto de INVARIANTES y de VARIABLES, así como de la relación entre estas últimas.

La organización temática de la asignatura Didáctica de la Geometría se presenta a lo largo de doce temas. Estos temas han sido diseñados teniendo en cuenta el contenido geométrico que se quiere trabajar desde una doble perspectiva, doble perspectiva que, sin embargo, esperamos resultará integrada en una sola: a) los aspectos básicos a tener en cuenta desde la geometría en los diversos ciclos de Educación Primaria; b) la geometría que debe trabajar el FPEP, a nivel de conceptos y procedimientos, para que podamos asegurar una implementación de sus conocimientos que más adelante le den la posibilidad de desarrollar una buena labor profesional.

La asignatura Didáctica de la Geometría está estructurada en cuatro bloques: figuras, el cambio, espacio y la medida. Cada uno de estos temas se presenta por medio de una introducción, y los organizadores son: objetivos generales, objetivos didácticos, contenidos, interrelaciones, imaginación visual, materiales y recursos, bibliografía, dificultades y errores, propuestas de actividades y, para acabar, algunos comentarios. Los temas tienen el enunciado según el contenido geométrico que da forma a la tarea. Será a partir de este material, algunas veces de forma absolutamente explícita, otras insinuada solamente, que se traten cuestiones que son el fondo contextual del tema. Puede ser una cuestión de metodología (utilización de material, empezar averiguando lo que sabemos sobre el tema, por ejemplo), de validación de un procedimiento matemático (tantear, buscar regularidades) de nuevos planteamientos del tema (el espacio de tres dimensiones debe estructurarse y compartimentarse) de explicitación de interconexiones posibles a establecer (mosaicos: historia actual, relación entre polígonos, en el arte y la artesanía, etc.) etc.

A pesar de subrayar la importancia del uso de la tecnología en el proceso enseñanza-aprendizaje de geometría, el planteamiento de Fiol no fue diseñado -por sus características propias, intereses y especificidades de formación profesional- con el interés que tenemos en la Internet y en la WWW como recursos para la formación docente continuada en geometría.

2.3.3 La Educación Geométrica en contextos telemáticos

Varios han sido los usos de la tecnología, en especial, de la Internet y de la Web para el desarrollo profesional (Benson y Bruce, 2001). Sin embargo, el diseño y desarrollo de entornos virtuales informáticos para planteamientos con vistas al desarrollo profesional del contenido del conocimiento profesional en geometría (11-14 años) todavía es incipiente (Giménez et al., 2001). Así, en este apartado presentamos y comentamos dos planteamientos distintos e interesantes en geometría.

El primer, un entorno para trabajar con alumnos de 4º de la E.S.O.⁸ semi-presencialmente mediante actividades geométricas planteadas con el programa *CABRI Géométrie*⁹ y, el segundo, un entorno basado en un sistema multimedia –el “HiperMedida”– construido para trabajar presencialmente con profesores de Educación Primaria sobre medida lineal, área y volumen.

2.3.3.1 El programa CABRI en un entorno semi-presencial

Murillo (2001) ha diseñado e implementado con sus alumnos de 4º de la E.S.O. en Logroño, un entorno de aprendizaje colaborativo en situaciones geométricas que utilizó la red y, como herramienta de apoyo, el correo electrónico, y el programa educativo CABRI. Reconociendo la complejidad de determinar un currículo de Geometría para la enseñanza secundaria, el autor subraya que es importante que el profesor

“diseñe entornos de aprendizaje, es decir, espacios educativos capaces de generar situaciones de aprendizaje adaptadas e interactivas para trabajar matemáticamente y capaces de promover y soportar el cambio cognitivo de los alumnos, donde a través de la interacción social se favoreciese el aprendizaje de la Geometría” (p.51).

Con esta perspectiva, Murillo ha planificado una serie actividades a desarrollar con el CABRI (versión II) en una dinámica de trabajo semi-presencial y que han sido grupadas en dos grandes bloques:

- (I) medida, estimación y cálculos de magnitudes; y
- (II) representación y organización en el espacio.

⁸ Enseñanza Secundaria Obligatoria

⁹ <http://www.cabri-imag.fr>

Todas las actividades, cuestiones y problemas han sido publicadas en la página principal del proyecto: <http://www.unirio.es/ProyectoClavijo>

El cuadro siguiente resume los contenidos curriculares que Murillo ha puesto énfasis al plantear las actividades.

Bloque	Conceptos	Procedimientos	Actitudes
I	<ul style="list-style-type: none"> -Relación entre las medidas lineales y las de área en un cuerpo geométrico. -Fórmulas para calcular perímetros y áreas de figuras geométricas. -Teorema de Pitágoras: enunciado y demostración, aplicaciones, generalización, Teorema de la altura y del cateto. 	<ul style="list-style-type: none"> -Utilización de distintos lenguajes. Utilización del vocabulario adecuado para interpretar y transmitir informaciones sobre el tamaño de los objetos. 	<ul style="list-style-type: none"> -Referentes a la apreciación de las matemáticas. Reconocimiento y valoración de la utilidad de la medida para transmitir informaciones precisas relativas al entorno.
II	<ul style="list-style-type: none"> -Los elementos geométricos en el plano: relaciones básicas para la descripción y organización del espacio: paralelismo, perpendicularidad e incidencia. -Figuras: utilidad e importancia de algunas figuras para propósitos concretos. -Figuras semejantes: características de dos formas iguales: idea de semejanza. Teorema de Tales: directo y recíproco, aplicación. Polígonos y figuras semejantes: relación entre las medidas de dos figuras semejantes. Homotecia: relación entre las medidas de dos figuras homotécicas. -Transformaciones isométricas: translaciones, giros y simetrías; propiedades que se conservan en las transformaciones; composición de transformaciones en casos sencillos; aplicaciones de las transformaciones. 	<ul style="list-style-type: none"> -Utilización de distintos lenguajes. Utilización de la terminología adecuada para describir con precisión situaciones, formas, propiedades y configuraciones geométricas. Descripción verbal de problemas geométricos y del proceso seguido en su resolución, confrontándolo con otros posibles. -Algoritmos y destrezas: utilización del Teorema de Tales para obtener o comprobar relaciones métricas entre figuras. Utilización de las transformaciones para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellas. Utilización de las transformaciones para el diseño de frisos y mosaicos. -Estrategias generales: formulación y comprobación de conjeturas acerca de propiedades geométricas y de solución e problemas geométricos en general. Utilización de métodos inductivos y deductivos para la obtención de propiedades geométricas de las figuras y de las relaciones entre ellas. 	<ul style="list-style-type: none"> -Referentes a la apreciación de las matemáticas: interés y gusto por la descripción verbal precisa de formas y características geométricas. -Referentes a la organización y hábitos de trabajo: perseverancia en la búsqueda de soluciones a los problemas geométricos y en la mejora de las ya encontradas. Interés y respeto por las estrategias y soluciones a los problemas geométricos distintas de las propias. Sensibilidad y gusto por la realización sistemática y presentación cuidadosa y ordenada de los trabajos geométricos.

2.3.3.2 El "HiperMedida" como diseño de un curso para la Formación Inicial de Profesores

En el ámbito del desarrollo profesional, Horvath y Lehrer (2000) estudiaron los aspectos y la modificación de la práctica cuando se proporciona a los futuros profesores de Educación Primaria información sobre la cognición de los estudiantes acerca de medida lineal, área y volumen. Para ello, plantearon un sistema multimedia –el *HiperMedida*– en el que ponen a disposición de los profesores fragmentos de videos de alumnos en clase y su proceso de razonamiento sobre los conceptos claves de la medida. En el cuadro siguiente presentamos los tipos de casos y objetivos planteados por Horvath y Lehrer.

Ejemplo de caso	Objetivo
1: ¿Qué significa medir?	-Desarrollo y discusión inicial con actividades de medida de longitud.
2: Longitud de la estantería	-Establecimiento de unidades y análisis del proceso de medida (de longitud) un objeto en concreto.
3: Estrategias personales	-Midiendo a través de unidades personales de medida (de longitud) distintos objetos de la clase.
4: Fósil de un pescado	-Comparación de un pescado antes y después de ser fosilizado.
5: Comparando áreas	-Comparación de las áreas de tres rectángulos con medidas desconocidas de sus lados.
6: Comparando formas irregulares	-Comparación de áreas de formas irregulares, por ejemplo, ordenar distintas manos.
7: Dibujando una jaula de un zoo	-Dibujo de jaulas, construcción de diagramas con las medidas de las áreas y inicio de relación entre las unidades lineales y de área.
8: Volumen	-Inicio de comparación entre medida de volumen y de área.

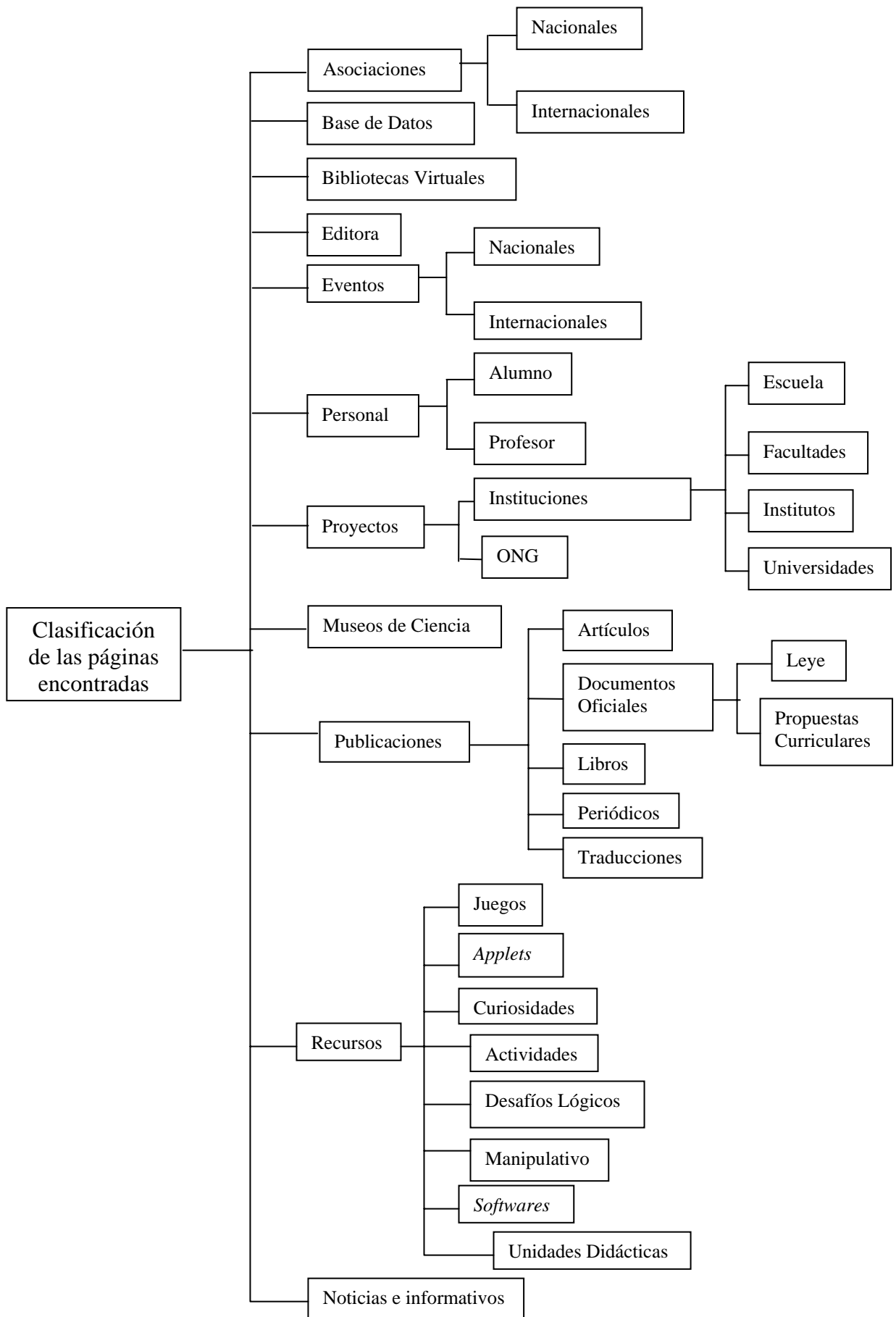
HiperMedida: tipos de casos utilizados

A pesar de las diferencias individuales en el desarrollo profesional de los profesores involucrados, Horvath y Lehrer verificaron que el sistema "HiperMedida" ha sido efectivo para el aprendizaje y que los docentes han demostrado mejoría en tres tipos de habilidades: (1) percibir y determinar qué principios de medida pueden estar involucrados en una tarea, (2) ver a los alumnos trabajando en tiempo real y percibir cómo aprenden y lo que necesitan, y (3) ver los artefactos en el trabajo de los estudiantes en clase y determinar lo que piensan los alumnos. Sin embargo, subrayan que varias cuestiones importantes de investigación para la formación continuada -con pequeños grupos de profesores- siguen abiertas, por ejemplo, analizar las posibilidades y limitaciones del sistema "HiperMedida" en el aprendizaje cuando se utiliza para mediación de la comprensión matemática de los estudiantes en otros contextos de la práctica.

2.3.3.3 Entornos virtuales (in)formativos en geometría

En esta parte del planteamiento de la investigación, nos proponemos a reconocer diferentes dimensiones y características de entornos virtuales para (in)formación a distancia en matemática. En particular, identificar elementos y describir páginas WEB que disponen de contenidos geométricos -en diferentes ámbitos y niveles- tanto para el profesorado como para el alumnado y que contribuyeron significativamente al planteamiento de nuestro entorno formativo.

A continuación se presenta el esquema utilizado para clasificación de las páginas web encontradas. El hecho de que una página WEB sea de un profesor, por ejemplo, no significa que ésa no disponga de información histórica u otras (recursos, software, etc.). No obstante, lo que hicimos fue clasificar tomando como referencia el objetivo principal en el contenido de la página. También nos hemos fijado en los elementos técnicos de la página, es decir: correo, enlaces (links) a la propia página (enlaces internos), enlaces a otras páginas, *applets*, *search*, fecha de actualización, imágenes, existencia de programas para descargar, etc.



A continuación presentamos algunos ejemplos de WEBS con contenido de geometría que están disponibles en nuestro entorno formativo.

2.3.3.3.1 Algunos ejemplos en el contexto educativo brasileño

Las distintas experiencias brasileñas, gubernamentales o no y privadas, a pesar de que han movilizadas, en los últimos años, un gran contingente de interesados en la Internet como herramienta educativa, todavía son insuficientes en cuanto a la implementación de entornos virtuales para el desarrollo del contenido profesional docente en geometría (Bairral, 2001c).

A continuación presentamos, en el caso de Brasil, algunos ejemplos y descripciones de páginas WEBS que contemplan y/o enfocan elementos curriculares de la geometría. La recopilación (Bairral, 2000a) fue realizado de octubre del 1999 a enero del 2000.

<p><i>Proyecto gubernamental – Instituciones Educativas</i> Nombre: Multirio Dirección: http://www.multirio.rj.gov.br/ Elementos Técnicos: correo, links, foro de discusión Resumen: Para alumnos de los dos primeros ciclos de la enseñanza obligatoria, con el objetivo de estimular la formación de una red por medio de la Internet de investigación e intercambios de conocimientos e informaciones entre escuelas públicas de Río de Janeiro. Como forma de interacción utiliza el foro de discusión. Los cursos de este proyecto presentaban 6 fases diferentes, desde la presentación de ideas a cargo del profesor, objetivos y trabajo final del curso, hasta la realización y concreción en clase del trabajo final definido al empezar el desarrollo del curso.</p>	<p><i>Proyecto gubernamental – Universidad</i> Nombre: Universidad Federal do Rio Grande do Sul (UFRGS) Dirección: http://www.ufrgs.br/ Elementos Técnicos: correo, links, foro de discusión, fecha de actualización Resumen: Página con material de interés docente (artículos, enlaces, unidad didáctica, cursos, etc.) diverso en Educación Matemática. En el postgrado en Informática Educativa de esta misma universidad también están siendo desarrollados proyectos heterogéneos sobre el aprendizaje remoto, procesos colaborativos en general, etc.</p>
<p><i>Proyecto gubernamental – Grupo de Investigación</i> Nombre: Grupo de Investigación en Informática, Otros Medios y Educación Matemática (GPIMEM) Dirección: http://www.igce.unesp.br/igce/pgem/gpimem.html Elementos Técnicos: correo, links, foro de discusión, chat Resumen: El GPIMEM está compuesto por docentes, técnicos y estudiantes de postgrado en Educación Matemática de la Universidad Estadual Paulista -Campus Rio Claro, con el objetivo de estudiar la relevancia del ordenador, de las calculadoras gráficas u otros tipos de medios en la Educación Matemática. Recientemente, han implementado una asignatura a distancia, con carácter de extensión universitaria, utilizando la Internet, con el objetivo de discutir las tendencias de la investigación en Educación Matemática. Como forma de interacción utilizan el chat.</p>	<p><i>Biblioteca Virtual</i> Nombre: Biblioteca do Futuro Dirección: http://bibvirt.futuro.usp.br Elementos Técnicos: correo, links, foro de discusión, fecha de actualización Resumen: La biblioteca virtual es un enlace dentro de la WEB de la Escuela del Futuro (Universidad de São Paulo) y que nos presenta un acervo de libros sobre los más variados temas de la Ciencia, divulgación de eventos culturales y educativos, enlaces diversos para profesores y alumnos, sugerencias de libros, películas y actividades culturales diversas. Para utilizar la biblioteca virtual hace falta solamente hacer la inscripción.</p> <p><i>Revistas</i> Nombre: Nova Escola Dirección: http://www.novaescola.com.br Elementos Técnicos: correo, links, fecha de actualización Resumen: En esta página el profesor, además de enlaces diversos a otras páginas, podrá acceder a las publicaciones y materias de la revista "Nova Escola", una importante y conocida revista con temas de interés educativo diverso para la enseñanza obligatoria.</p>

2.3.3.3.2 Algunos ejemplos en el contexto educativo internacional

Mientras en Brasil las experiencias de los entornos virtuales para la (in)formación en geometría, tanto para profesores como para alumnos, sean escasas, en otros países podemos identificar un amplio espectro de material en la red. Siguen unos ejemplos descriptivos (Bairral, Giménez y Rosich, 2000) de páginas WEB que fueron accedidas entre enero y junio de 2000.

<p style="text-align: center;">Asociaciones</p> <p>Nombre: National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) Dirección: http://www.nctm.org Elementos Técnicos: correo, links, search Resumen: Excelente página para profesores con variadas informaciones sobre conferencias, grupos de discusión, artículos, catálogos (libros y otras publicaciones, multimedia, pósteres, ...), sección para filiación y enlaces a otras páginas. Ofrece también la tabla de contenidos, disponibles para copia, del Currículo y Evaluación en Matemática Escolar (Estándares, 1989) y presenta el proyecto Estándares 2000 (Principios y Estándares para Matemática Escolar) que está en desarrollo.</p>	<p style="text-align: center;">Base de Datos</p> <p>Nombre: Mathematics Lessons Database Dirección: http://www.mste.uiuc.edu:591/mathed/queryform.html Elementos Técnicos: search, links (internos), correo Resumen: Banco de datos para profesores con sugerencias de guías de actividades y otras reflexiones para distintos niveles (1-4, 5-8, 9-12 años). Las unidades geométricas presentadas a partir de textos explicativos y, en algunos casos, con imágenes ilustrativas son: medida, suma de ángulos, relaciones entre triángulos y cuadriláteros utilizando el Sketchpad, introducción a perímetro y área también con el Sketchpad, <i>tesselation</i>, optimización y coordenadas con imágenes ilustrativas. Hace algunas reflexiones, como referencia a los Estándares (NCTM, 1989) y comentarios sobre lo que puede pasar con estudiantes en el trabajo.</p>
<p style="text-align: center;">Centros</p> <p>Nombre: The Geometry Center Dirección: http://geom.umn.edu/ Elementos Técnicos: download, java, forum, correo, links, textos, imágenes Resumen: Excelente página que presenta diversos recursos en geometría: proyectos en desarrollo; aplicaciones interactivas en WEB y applets; documentos multimedia (archivos de gráficos, imágenes y fórmulas), download de softwares producidos por el centro, descripción de videos y cursos y dispone del resumen del proyecto general sobre aprendizaje a distancia. Algunas de las actividades son propuestas con los programas Maple, Mathematica o Sketchpad. De un modo general el nivel lenguaje de los textos explicativos de las actividades es para secundaria o superior, pero hay imágenes preciosas. También hace enlace a muchas otras WEBS.</p>	<p style="text-align: center;">Escuelas y Institutos</p> <p>Nombre: IES Salvador Dalí, Departamento de Matemáticas Dirección: http://centros5.pntic.mec.es/ies.salvador.dali1/index.html Elementos Técnicos: links, link(video), correo Resumen: En esta página hay varias secciones sobre el instituto: libros adoptados, asignaturas, recursos y experiencias-aula, problemas, curiosidades, grupos de trabajo, software propio, etc. En la sección recursos y experiencias-aula está disponible una guía de aula sobre el Teorema de Pitágoras, incluso proponiendo enlace al vídeo <i>Números Triangulares</i> y <i>Números Cuadrados</i>. En la sección problemas hay un link sobre visión espacial donde están presentados dos ejemplos sobre el montaje del cubo soma. Hay enlaces a otras páginas.</p>
<p style="text-align: center;">Historia de las Matemáticas</p> <p>Nombre: The History of Geometry Dirección: http://www.mnshfd.edu/~rwalker/geometry.html Elementos Técnicos: links, correo Resumen: Se trata de una página sencilla para profesores y/o alumnos interesados en Historia de las Matemáticas, donde el autor presenta notas en texto explicativo sobre Historia de la Geometría basadas en el libro <i>Historical Topics for the Mathematics Classroom</i> de Howard Eves y hace enlace al texto original.</p>	<p style="text-align: center;">Museos de Ciencia</p> <p>Nombre: Museo Universitario di Storia Naturale e della Strumentazione Scientifica Dirección: http://www.museo.unimo.it/theatrum/inizio.htm Elementos Técnicos: links, correo, imágenes, enlaces (internos), "ejemplos" interactivos Resumen: Es una página interesante que se presenta en dos partes: Laboratorio de Máquinas Matemáticas y Teatro Maquinaria. El teatro maquinaria contiene un buen número de instrumentos para construcción geométrica (pantógrafos, compases, inversores, elipsógrafos, etc.). Para cada instrumento hay el nombre, una foto, una descripción de la construcción y propiedades geométricas involucradas, así como el creador. Los textos explicativos disponen de links hacia otras imágenes ilustrativas. En la parte del laboratorio de máquinas los contenidos desarrollados son transformaciones, proyecciones y perspectivas, secciones cónicas, "curvigrafis" y resolución mecánica de problemas. Lo que se presenta de interesante en esta parte es que para algunos materiales hay una foto, su representación plana con una demostración matemática, una simulación interactiva y bibliografía.</p>
<p style="text-align: center;">Personal: Alumno</p> <p>Nombre: Matemáticas de Mario Dirección: http://personal.redestb.es/javfuetub/index.htm Elementos Técnicos: correo, links, data actualización, contador Resumen: Página con textos explicativos diversos (álgebra, geometría, análisis, ...). El alumno también sugiere libros, biografías, buscadores y muchos enlaces a otras páginas WEB, así como sus páginas favoritas.</p>	
<p style="text-align: center;">Personal: Profesor</p> <p>Nombre: Virtual Polyhedra Dirección: http://www.georgehart.com/virtual-polyedra/vp.html Elementos Técnicos: links, correo, imágenes, search, traductor Resumen: Preciosa colección con cerca de 1000 poliedros para profesores e demás personas que aprecian la belleza de formas y colores. La página dispone de traductor y contiene enlaces a otras. El autor presenta los poliedros construidos en papel y otros materiales, incluyendo fotos de niños en el interior de poliedros. También un estudio acerca de los poliedros y el arte en los diferentes períodos y con sus respectivos personajes a lo largo de la Historia. Además, sugiere un glosario e ejercicios que pueden ser utilizados por los</p>	

Definidas las bases teóricas acerca del contenido profesional y sobre los programas formativos en geometría, en el apartado que sigue prestamos atención al discurso profesional y sus implicaciones en el proceso de compartir significados profesionales en la virtualidad.

2.4 El discurso docente y la construcción de significados profesionales-geométricos

Toda acción humana puede ser estudiada como una forma de comunicación, de discurso. El discurso es un conjunto de lazos que relacionan una representación a una realidad (Sáez i Casa, 1999). El análisis del discurso nació de la necesidad de determinar el sentido que un emisor logra cuando activa cualquier forma de expresión, cómo son construidos los significados por los receptores y qué consecuencias de todo acto comunicativo son derivadas en las conductas, en las actitudes y en las opiniones de los que de él participan. Desde esta perspectiva, subraya Sáez y Casa (p. 16), el discurso es un concepto que involucra una realidad más amplia que el texto y va más allá de la expresión verbal. Añade que el discurso es un conjunto de actividades de representación de la realidad que los individuos y la colectividad ponen en marcha para transmitir un significado a otros, con vistas a trascender los límites ontológicos de espacio y tiempo.

En la perspectiva de la semiótica social (Lemke, 1997), construimos sistemas de significados por medio del uso del lenguaje, las matemáticas, los diagramas y las técnicas y cada comunidad o grupo social tiene sus formas características de elaborar significados, sus propias formas de contextualizar y relacionar, sus propias estructuras de actividad, géneros y formaciones temáticas. Así, para el análisis del desarrollo profesional docente, reconocemos que las producciones de los profesores son textos que muestran construcciones diversas de significados.

Los significados son atribuidos a los discursos por los usuarios de la lengua con base en los presupuestos cognitivos (conocimiento del mundo, creencias, opiniones, actitudes, intereses y objetivos de los participantes del discurso) en procesos interactivos y contextos determinados (van Dijk, 1985). Añade, van Dijk (2000):

“nos es imposible explicar la estructura del texto y la interacción en ausencia de un enfoque cognitivo. Igualmente, no es posible dar cuenta de la cognición sin comprender que el conocimiento y otras creencias se adquieren y utilizan en el discurso y los contextos sociales. Asimismo, la cognición, la sociedad y la cultura, así como su reproducción, necesitan del lenguaje, del discurso y de la comunicación” (p. 52).

Sabemos que el discurso y sus usuarios mantienen una relación “dialéctica” con el contexto. Además de estar sujetos a las restricciones sociales del mismo, también contribuyen a éste, lo construyen o lo modifican. Se producen negociaciones flexibles en función de las demandas de cada contexto concreto y las restricciones más generales impuestas por la sociedad y la cultura. El discurso puede obedecer al poder de un grupo, pero también puede desafiarlo.

En conformidad con Sáez y Casas (1999), sabemos que todo discurso presupone un emisor que intenta transmitir una interpretación de la realidad a un receptor y todo texto aparece en un contexto en el que le atribuye un sentido tanto el que habla/escribe como el que escucha/lee. Así, en los textos intercambiados con los docentes, una palabra no aparece aislada como si estuviera fuera del diccionario. En efecto, van Dijk (1985) distingue dos tipos de estructuras textuales: la macroestructura o plano del contenido textual y la superestructura esquemática o plano formal del texto. La macroestructura nos permite mirar el texto como una unidad semántica, portadora de un significado determinado. La superestructura, sin embargo, nos hace descubrir el “esqueleto” del texto, su particular arquitectura, al margen de su contenido, y es lo que nos permite asignar a un tipo de discurso (narrativo, descriptivo, etc.). Así, con vistas a justificar nuestro proceso interpretativo en los capítulos 4, 5 y 6, resaltamos rasgos de la intervención (palabra o enunciado) que ejemplifiquen predominantemente el aspecto del componente del contenido del conocimiento profesional explícito en el discurso.

Al afirmar que existe mucha similitud entre la manera en que las personas hablan o escriben cuando utilizan el lenguaje para comunicar sus ideas, o cuando escucha o lee un discurso, van Dijk (2000) afirma que resulta útil que los estudiosos del discurso, principalmente los que se dedican específicamente al lenguaje hablado, también incluyan en el concepto de discurso los textos escritos. Según este autor, el lenguaje hablado tal como lo encontramos en las conversaciones cotidianas, en los debates parlamentarios o en las entrevistas laborales es sin duda una forma de interacción de la cual participan los usuarios del lenguaje como hablantes o como receptores. Pero no resulta tan evidente que lo mismo ocurra con los textos escritos, como las cartas, las noticias publicadas en un diario etc. Estos parecen ser objetos, o productos de actos verbales, más que formas de interacción. Añade el autor que, igual que las conversaciones, los textos escritos también tienen "usuarios" (los autores y los lectores) y así, podemos hablar de "comunicación escrita", e incluso de "interacción escrita" aunque los participantes en este caso no interactúan cara a cara y el compromiso de los lectores en la interacción parezca más pasivo (p.24).

Desde hace años, educadores matemáticos han explorado las conexiones entre el discurso escrito y las matemáticas, particularmente, entendido como un soporte del aprendizaje matemático con alumnos (Morgan, 1998) para el desarrollo de la reflexión crítica (Powell, 1989, 1995, 2001) y en la formación inicial de profesores de matemática (Bairral, 2001b), todos ellos clases presenciales. Últimamente, el discurso escrito en entornos virtuales empieza a ser utilizado como herramienta para teleinteracciones con alumnos deportistas de cara a la resolución de problemas con sistemas de ecuaciones lineales (Figueiras, 2000) y en asistencia hospitalaria (Fortuny y Giménez, 2000).

En la perspectiva de Powell (1995), la reflexión crítica por escrito sobre las experiencias matemáticas personales, presupone un alumno activo y la acción de compromiso con la naturaleza reveladora de la escrita reflexiva, sugiere que la escritura puede tener un impacto significativo en la cognición y en la metacognición. A partir de la observación sobre lo que escribe una persona, añade, podemos explorar relaciones, construir significados, ampliar, enriquecer o abandonar ideas, y aún, revisar, comentar y monitorizar sus reflexiones.

La escritura, al dotar a los estudiantes de oportunidades de trabajar con conceptos matemáticos y términos de su propio lenguaje, también ayuda a los alumnos a desarrollar su confianza en el proceso enseñanza-aprendizaje de la matemática y a involucrarse en el desarrollo de todo el proceso en la medida en que adquieren un mayor control sobre su aprendizaje.

Frente a la naturaleza efímera del habla, Powell (2001) también hace hincapié en que la escritura es un medio estable, que permite al alumno y al profesor, examinar, reaccionar y responder al pensamiento matemático del alumno. Los profesores tienen la oportunidad de percibir interpretaciones, descubrimientos y engaños de los alumnos, por ejemplo. No obstante, cualquier cosa dicha o escrita es siempre parte de algún elemento funcional dentro de una actividad, y establecerá relaciones sintagmáticas con otros elementos que también forman parte de esas totalidades (Lemke, 1997).

Los sujetos del lenguaje activan o construyen, y actualizan permanentemente, un modelo del contexto y de las acciones en las cuales participan, sea en forma activa o pasiva. Los elementos de un mensaje comunicativo virtual construyen continuamente, cada uno en su escala, universos de significado y constituyen un espacio, llamado virtual (Lévy, 1999), donde ocurren distintas teleinteracciones colaborativas (Giménez, Rosich y Bairral, 2001). En esta perspectiva, pretendemos que en nuestro entorno virtual constituya un modo de construcción colaborativa de conocimiento por parte de todos los docentes involucrados en su proceso de desarrollo profesional. Así, en la perspectiva del análisis del discurso como un acto social con todas sus implicaciones (conflictos, reconocimientos, relaciones de poder, constitución de identidades, etc.), planteamos estudiar la conversación –*a partir de entrevistas y grabación de video*- y los textos escritos –*interacciones por Internet*- de docentes en un contexto de formación docente continuada en geometría por Internet, explicitando rasgos del discurso virtual constituido que pongan de manifiesto aspectos del contenido profesional de los profesores y que contribuya para el desarrollo del conocimiento de su contenido profesional.

Al percibir el discurso como práctica social de los integrantes de un grupo, van Dijk (2000) hace hincapié en que tanto el discurso hablado como el escrito son formas de la práctica social en un contexto sociocultural. Subraya el autor que los usuarios del lenguaje participan del discurso no sólo como personas individuales, sino también como miembros de diversos grupos,

instituciones o culturas. A través del discurso, los usuarios del lenguaje pueden realizar, confirmar o desafiar estructuras e instituciones sociales y políticas más amplias. Así, al adoptar una postura de investigadores críticos para tomar partido y participar activamente a fin de poner de manifiesto nuestras inquietudes frente al proceso enseñanza-aprendizaje de geometría, desmitificar su enseñanza y cuestionar la predominancia del modelo de la racionalidad técnica en la formación continuada de profesores, esperamos – al explicitar y analizar significados profesionales docentes establecidos en una comunidad virtual del discurso geométrico- promover cambios sociales y políticos en la práctica profesional del profesor de matemática en Brasil.

En los últimos años las investigaciones educativas han prestado más atención al proceso comunicativo que se produce en el aula y se han centrado en el discurso del formador. Posteriormente, esta preocupación por estudiar el discurso se ha extendido a otros entornos (Bairral et al., 2001) y actualmente ya se investigan las características de la comunicación educativa en asignaturas de la Enseñanza Superior a distancia con estudiantes universitarios (Rodríguez-Ardura y Ryan, 2001) y en formación continuada de profesores (Giménez, Rosich y Bairral, 2001). En nuestra investigación, nos planteamos analizar habilidades docentes comunicativas en geometría establecidas y desarrolladas a través de las teleinteracciones en un entorno virtual para la formación continua. Así, consideramos también que es necesario prestar atención a las singularidades de la dinámica del (hiper)texto en el diseño formativo implementado.

2.4.1 El discurso (hiper)textual en una comunidad virtual de discurso¹⁰ geométrico

Como hemos dicho, en un entorno virtual los elementos de un mensaje comunicativo construyen y remodelan continuamente, cada uno en su escala, universos de sentido. En este mundo de significaciones, los procesos socio-técnicos y otros fenómenos, en todas las esferas de

la realidad, se denominan de forma general hipertextos, con múltiples formatos, vías y canales (Lévy, 1993). Añade Lévy (1996), en el espacio virtual los docentes están "reunidos" por núcleos

de intereses comunes, problemas profesionales y a pesar de la "no presencia", esta comunidad está llena de pasiones, de conflictos y de amistades. Tenemos conciencia también de que el contenido de un curso de formación a distancia determina un cierto tipo de relaciones textuales. En el caso de hablar de ciencia o matemática se establecen una serie de representaciones semióticas características, influenciadas por el diseñador del entorno formativo (Lemke, 1997). Sin embargo, como subrayó van Dijk (1985), hemos de tomar en consideración las condiciones pragmáticas de todo discurso, es decir, sus características enunciativas y sus finalidades: quién lo elabora, a quién va dirigido y qué se pretende con él.

Al contrario de las características de linealidad e inalterabilidad de un texto convencional, el hipertexto es una forma discursiva más compleja que permite organizar una base de información en bloques directos de contenidos denominados nodos que, conectados a través de una serie de enlaces, acceden de manera inmediata a la información destino, formando múltiples itinerarios posibles para el usuario (León, 1997). Como añade León, el hipertexto es capaz de emular la organización y capacidad asociativa de la memoria humana, especialmente en la forma de relacionar conceptos. Ante lo expuesto, no queremos valorizar el hipertexto en detrimento del texto convencional sino subrayar las diferencias entre las dos modalidades y reconocer la importancia y especificidad de cada una de ellas para la construcción del conocimiento. Por ejemplo, cuando se introduce un tema en el texto, el lector debe inmediatamente recurrir a sus conocimientos y establecer relaciones cognitivas distintas.

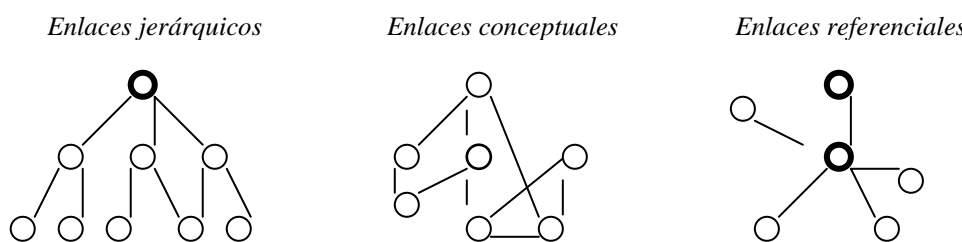
El hipertexto, por su fuerte carácter interactivo, tiende a romper la coherencia lineal (León, 1997). A diferencia del texto convencional donde el procesamiento de la información es continuo, el lector o usuario que navega por un sistema interactivo tiende, frecuentemente, a interrumpir dicho procesamiento lineal y continuo. Gall y Hannafin (1994), al revisar las estructuras y funciones de los sistemas hipertextuales, presentaron tres estructuras que suelen compartir dichos sistemas: macronivel, micronivel y control. Dentro de las estructuras de macronivel se organizan y determinan tres aspectos esenciales del sistema de hipertexto: la *base del conocimiento* (toda la fuente de información interconectada, tanto explícita como

¹⁰ Grupos sociales producen y administran un determinado tipo de discurso, lo que constituye una comunidad

tácitamente) del hipertexto, el *interface* (incluye la forma de presentación, de interacción y la retroalimentación) y el *modo de navegar* por el sistema.

En las estructuras de micronivel están las unidades operativas del hipertexto que comprenden los nodos y los enlaces. Los nodos son unidades de información y actividades, funcionalmente organizados. Es decir, en sentido operacional, los nodos constituyen trayectos hipertextuales, o sea, unidades para obtención de información y/o construcción de conocimiento. Según la función, los nodos hipertextuales pueden ser informativos o interactivos. Los primeros se clasifican en dinámicos (animaciones, sonidos, imágenes, etc. y que pueden cambiar constantemente) o estáticos (informaciones disponibles, que suelen ser más textuales y compartimentadas). Los nodos interactivos, subrayan Gall y Hannafin, además de las informaciones, contienen instrucciones y actividades que orientan en cuanto al modo de utilización de la información.

La conexión entre los nodos hipertextuales y el acceso a ellos se hace mediante los enlaces. Según Jonassen (1986), existen tres tipos de enlaces: jerárquicos, conceptuales o referenciales. Los enlaces jerárquicos presuponen una determinada relación de orden entre dos o más nodos comunicativos. La relación entre los nodos es de interdependencia y el contenido de un nodo es un prerequisite para el nodo siguiente. En los enlaces conceptuales hay un nodo central que suele ser definido o aclarado por otros nodos. Este nodo central puede ser sustentado por varios nodos o por un grupo de nodos, a través de un conocimiento base o conceptos centrales y pueden ser literalmente asequibles en cualquier sitio. Los nodos se complementan, la relación entre ellos es de apoyo pero, no necesaria. En los enlaces referenciales la relación es de igualdad. La información entre dos nodos, añadida de acuerdo al interés del usuario, puede ser interpretada independientemente de la información existente en estos otros nodos. A continuación, presentamos una ilustración para cada tipo de enlace hipertextual propuesto por Jonassen en las construcciones de los sistemas hipertextuales.



Enlaces hipertextuales (Jonassen, 1986)

Finalmente, las estructuras hipertextuales de control incluyen cuatro funciones: búsqueda, exploración, conectividad y recogida de información. Estas funciones, resalta Gall y Hannafin, obedecen a la naturaleza de las decisiones tomadas, decisiones éstas en las que el aprendiz puede centrarse sobre el contenido, la secuencia, la estrategia, el procedimiento y las sugerencias. Para el análisis interpretativo de nuestros hipertextos, consideramos también los siguientes principios del hipertexto propuestos por Lévy (1993):

- **Metamorfosis:** el hipertexto está en constante construcción y renegociación. Puede permanecer estable durante un cierto tiempo. Su extensión, composición y dibujo están permanentemente en juego para los actores protagonistas.
- **Heterogeneidad:** los nodos y las conexiones de una red hipertextual son heterogéneos. En la memoria se encuentran modelos, imágenes, sonidos, etc. y las conexiones serán lógicas, afectivas, etc. En la comunicación, los mensajes serán multimedia, analógicos, digitales, etc. y el proceso socio-técnico relaciona personas y grupos con todo tipo de asociaciones entre los elementos.
- **Multiplicidad y de encaje de las escalas:** se organiza en un mundo "fractal", o sea, cualquier nodo o conexión, cuando es analizado, puede revelarse como compuesto por una red y así en adelante, indefinidamente, a lo largo de la escala de los grados de precisión.
- **Exterioridad:** la red de información no posee unidad orgánica. Su crecimiento/disminución, composición/recomposición permanentes, dependen de un exterior indeterminado: adición de nuevos elementos, conexiones con otras redes, etc.
- **Topología:** todo funciona por vecindad, proximidad... Es una cuestión de caminos. No hay un espacio universal homogéneo donde haya fuerzas de atadura y separación, donde los mensajes circulan libremente. La red no está en el espacio, sino que es el espacio.

-
- ***Movilidad de los centros***: una red posee diversos centros, móviles, saltando de un nodo a otro, trayendo alrededor de sí mismo una ramificación de infinitas pequeñas raíces.

A pesar de la dinámica cognitiva del hipertexto, no existe un consenso sobre si aprender a través de un hipertextual puede resultar más fácil, eficaz y agradable que aprender a través de los sistemas más tradicionales (Rouet, 1997). Según Rouet, los críticos del hipertexto afirman que éste puede ser responsable de sobrecargas cognitivas, de desorientaciones y de falta de efectividad en el aprendizaje. A pesar de reconocer la complejidad del aprendizaje a través del sistema hipertextual, somos partidarios de que el hipertexto puede, según qué necesidades y objetivos plantean los docentes, favorecer un aprendizaje y una dinámica comunicativa flexible y significativa, a partir de las tareas de formación del entorno. En nuestra investigación, además de la dinámica de trabajo en el entorno, las intervenciones en el foro de discusión y los mensajes intercambiados entre profesores y formador son hipertextuales. Los hipertextos construidos por los profesores permiten la construcción progresiva de redes de argumentación que están siempre presentes y disponibles en la comunidad particular del discurso, pudiendo ser orientada por cualquier miembro del grupo y asistida por el formador.

2.4.2 Hipertexto, teleinteractividad y motivación

Las (tele)interacciones en nuestro entorno, constituyen una secuencia de estrategias y acciones personales (Figueiras, 2001) que llevamos a cabo para hacer que las diferentes concepciones teóricas y metodológicas de los profesores y del formador, no siempre coincidentes, sean negociadas, van tomando relieve, matizándose, fundiéndose a veces, en el desarrollo del trabajo a distancia y que producen resultados que probablemente ninguno de los actores hubiera producido por separado (Murillo, 2001). Nos referimos a interacciones a todo tipo de comunicación establecida, presencial o a distancia, entre los participantes del entorno virtual. Según Murillo (p. 42-43), las interacciones pueden ser positivas (cuando producen

cambios positivos en el conocimiento de los actores-profesores), negativas (evolución negativa en cuanto al conocimiento inicial del actor) y neutras (a pesar del diálogo entre los actores, no ha habido modificación y cambios significativos en su conocimiento inicial).

La motivación que el profesor tiene para reflexionar y discutir sobre su práctica, perfeccionándola, es uno de los elementos que influye directamente en el proceso enseñanza-aprendizaje a distancia y en el aprendizaje auto-dirigido (Duart y Sangrá, 1999), y en el proceso interactivo. En ese proceso, subrayan Duart y Sangrá, aparece también una competencia importante en la sociedad de la información y exigirá cada vez más del usuario de la información virtual, habilidades de pensamiento crítico para organizar, analizar y evaluar la cantidad de información disponible. Mientras tanto, reconociendo la dificultad para dominar dichas habilidades, los autores hacen hincapié en la necesidad de cambios curriculares en esta perspectiva y añaden que las personas que demostraren un alto nivel de habilidades en análisis crítico tendrán más posibilidades de alcanzar posiciones laborales más calificadas.

Ante lo expuesto, con la perspectiva de que estamos contribuyendo con las investigaciones en Educación Matemática en el escenario internacional y, también, a la divulgación y discusión de los resultados de la investigación en geometría, presentamos nuestra propuesta para la formación continua -por Internet- para el profesorado brasileño en geometría (11 a 14 años).

Considerando que *(i)* el movimiento del regreso de la geometría es un hecho inequívoco en el panorama de la matemática y de su enseñanza y, *(ii)* que las experiencias de los distintos países se caracterizan por una grande vitalidad de iniciativas y propuestas, tanto en el proceso enseñanza y aprendizaje como en la formación del profesorado; pensamos también *(iii)* que los cursos de formación docente deben ofrecer al profesor el uso de herramientas para enfrentar situaciones de enseñanza y aprendizaje nuevas y de tipos diferentes. Una de estas herramientas es el desafío tecnológico para el cual planteamos nuestro entorno al que nos referiremos con más detalles en el capítulo siguiente. Específicamente, presentaremos los principios, los elementos estratégicos y nuestra propuesta de diseño de un entorno virtual para la formación continuada docente en geometría.

Una Propuesta de Entorno para el Desarrollo Profesional Docente Crítico en Geometría

3.1 Teleinteractividad Docente y Enseñanza-Aprendizaje de Geometría

- 3.1.1 *La geometría escolar reconstruida: un principio socio-epistemológico*
- 3.1.2 *Del contenido a las tareas de formación*
- 3.1.3 *Orientación para la elección de la temática de cada unidad*
- 3.1.4 *Organizadores de las unidades didácticas*
- 3.1.5 *Principios y componentes del trabajo de formación a distancia considerados*
 - 3.1.5.1 *Tipología y tareas de formación*
 - 3.1.5.2 *Concreción de contenidos profesionales prioritarios*

3.2 Desarrollo de la investigación e implementación del Curso

- 3.2.1 *El entorno. Formato.*
- 3.2.2 *Concreción de los objetivos de formación*
- 3.2.3 *Elementos motivacionales*
- 3.2.4 *Puntos de interactividad*
- 3.2.5 *Comunicación y lenguaje: los distintos espacios en el entorno*

3.3 Bases y estructuración de las unidades didácticas del entorno formativo

- 3.3.1 *Estructura de una Unidad Didáctica*

3.4 Considerando características del contexto educativo para la implementación

- 3.4.1 *Caracterización de los espacios comunicativos analizados*
 - 3.4.1.1 *Formulario para auto-evaluación*
 - 3.4.1.2 *Diario del formador-investigador*
 - 3.4.1.3 *Formulario de inscripción*
 - 3.4.1.4 *Contrato de Trabajo*
 - 3.4.1.5 *Cuestionario Inicial*
 - 3.4.1.6 *Entrevista*
 - 3.4.1.7 *Cuestionario Final*
 - 3.4.1.8 *Video de Clase*
- 3.4.2 *Registro y selección de la información para la investigación*
 - 3.4.2.1 *Sobre el análisis semántico del discurso*

Las nuevas tecnologías de información y comunicación, posibilitan cambios en los métodos y recursos para la enseñanza en la medida en que profesores podrán guiar y orientar sus alumnos en experiencias de aprendizaje colaborativa mediadas por ordenador en un contexto social (Thompson y Chute, 1998). En este capítulo, presentamos nuestros principios, elementos estratégicos, justificación y propuesta de un curso de extensión universitaria basado en la WEB, así como los instrumentos de observación para el desarrollo del contenido profesional de los profesores.

3.1 Teleinteractividad Docente y Enseñanza-Aprendizaje de Geometría

Ante todo, para el proceso de desarrollo del contenido profesional docente en geometría por Internet vamos reflejar nuestro posicionamiento frente a lo que otorgamos y que hemos tomado como principios en el desarrollo de nuestro entorno a partir de lo que plantea la teoría crítica (Habermas, 1981; Carr, 1996):

1. Desarrollar una forma de acción docente colectiva en que intervenga cualitativamente en los planteamientos para la formación del profesorado en Brasil y contribuya con transformaciones en la enseñanza de las matemáticas.
2. Pretendemos mostrar cómo los factores objetivos –*los distintos contextos a los que pertenecen los docentes*– pueden limitar la racionalidad de las creencias de los profesores, deformando así su modo de ver la práctica que realizan. Por tanto, tomamos como objeto propio las creencias in cuestionadas, las verdades evidentes de por sí y las ideas de sentido común de los profesionales, con el fin de mostrar que éstos pueden ser el resultado de determinadas condiciones causales antecedentes – *como ciertas formas de estructura social* – de las que los profesores pueden ser inconscientes pero que, sin embargo, actúan para impedirles el desarrollo racional de su cometido educativo.

3. No aceptamos la afirmación determinista de que, al estar determinada la práctica de forma causal, sea inalterable. En cambio, operamos sobre la base de que los profesionales sólo conseguirán someter sus creencias y prácticas a un mayor autocontrol racional si se les ayuda colaborativamente a adquirir mayor conciencia de los determinantes causales de las mismas.
4. Consideramos a los profesores como profesionales autónomas y pretendemos aumentar su autonomía; y trataremos de conseguirlo interpretando la práctica educativa no sólo como una práctica moral, sino también social, históricamente situada, culturalmente implantada y, en consecuencia, siempre vulnerable a la deformación ideológica.
5. Tratamos de provocar a los profesores para reflexionar sobre su conocimiento de sí mismos. Se pretende *promover un conocimiento de sí mismo* que no sólo “ilumine” a los profesionales sobre sus creencias y formas de ver las cosas, sino que también los emancipe de las creencias irracionales e ideas erróneas que han heredado de la costumbre, la tradición y la ideología.
6. Valoramos lo que piensa/hace/habla el profesor, utilizando la *tecnología como mediadora* del proceso comunicativo con vistas a sostener los principios equitativos, la libertad de acciones docentes y romper con las estructuras discursivas docentes antidemocráticas.
7. Pretendemos un reconocimiento de las diferencias en las prácticas docentes intentando la *transformación de estas prácticas*, de los valores que las sustentan y de las propias instituciones educativas.
8. Pretendemos mostrar que la dinámica teleinteractiva puede desarrollar una actitud investigadora en los docentes, capaz de *generar continuamente conocimiento* sobre la enseñanza válido para cambiar las instituciones educativas. En este sentido el profesor, como profesional autónomo intercambia, crea y usa “*conocimiento sobre su enseñanza*”.

9. Al recuperar la reflexión crítica como categoría válida del conocimiento profesional, deseamos desarrollar *acciones docentes de criticidad* y provocar el *desarrollo de la teleinteracción metacognitiva* sobre el quehacer docente-geométrico.
10. Consideramos la teoría y la práctica en la formación del profesorado en matemáticas como *campos mutuamente constitutivos y dialécticamente relacionados*.

3.1.1 La geometría escolar reconstruida: un principio socio-epistemológico

La atención hacia la matemática como un producto cultural como cualquier otra área de conocimiento está cada vez más señalada por estudiosos diversos (Bishop, 2001; D`Ambrósio, 1996) y, en esta necesidad y demanda, la geometría debe tener hoy en día una finalidad social y ocupar un lugar destacado en nuestra cultura (Pérez, 1994) y en el currículo escolar (Veloso, 1998, 1999). Hace tiempo que el holandés Hans Freudenthal (1973) hizo hincapié en considerar la geometría como un campo privilegiado de matematización de la realidad y de realización de descubrimientos. Intentar definir la geometría no es una tarea demasiado sencilla, sin embargo, hay entre los investigadores (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987) la conformidad de considerarla como la ciencia del espacio, como una herramienta para resolver problemas matemáticos de naturalezas diversas o como un modelo. Mas aún Alsina (1998), subraya que una geometría que no parta de la experimentación, del trabajo intuitivo de los referentes cotidianos, de los problemas de representación y generación ... es sin duda una geometría sin fundamento dado que solo el trabajo de taller o laboratorio, puede estructurar un aprendizaje significativo. Nosotros, como enseñantes de matemáticas, no podemos aceptar una simple presentación formalizada y abstracta de la geometría. No deseamos enseñar un modelo acabado o visitar un museo antológico de resultados sino inducir al descubrimiento. También, Abrantes, Serrazina y Oliveira (1999), resaltan que la geometría es un campo propicio al desarrollo del pensamiento matemático, como también a la realización de investigaciones y de otras actividades que

involucren aspectos esenciales de la naturaleza de las matemáticas como el planteamiento de conjeturas y sus validaciones.

Ante lo expuesto, el desarrollo profesional y la geometría en nuestro diseño están concebidos como un constructo social que favorece la construcción de significados a partir de lo personal y del colectivo, atento a la diversidad cultural, que favorezca la investigación y el descubrimiento y promueve el desarrollo de habilidades complejas de razonamiento, con vistas a un aprendizaje constructivo y significativo en los diferentes niveles de la enseñanza. Como afirmó Duart (2001), la metodología educativa para entornos virtuales de aprendizaje debe estar centrada en el estudiante, en nuestro caso, el profesor. Con vistas a eso, la geometría en nuestro entorno fue planeada teniendo en cuenta (1) características de un país con una diversidad cultural y diferencias significativas en la formación de profesores, (2) un profesorado con poca y diversificada experiencia en geometría, y (3) cuyo problema no es la distancia, sino el tiempo, es decir, la imposibilidad de estudiar o acceder a los centros/cursos de formación continuada en horarios preestablecidos, muchas veces por disponer de escaso tiempo y exceso de trabajo – ¡es la lucha por la supervivencia económica! - para involucrarse seriamente en actividades para su desarrollo profesional.

3.1.2 Del contenido a las tareas de formación

El contenido se estructuró teniendo en cuenta las características de un profesorado con formación en matemáticas, pero con poca experiencia en geometría y en el trabajo por Internet. Así, ante todo se proponen elementos esenciales del currículo de 3º y 4º ciclos de la enseñanza obligatoria en un curso de 50 (cincuenta horas) que el profesor, a través de las posibilidades de interacción para la realización de las tareas propuestas, podrá reflexionar y profundizar, en diferentes perspectivas, sobre: un proceso constructivo de enseñanza de la geometría (11-14 años), un énfasis metodológico, el papel que juegan las distintas actividades, la evaluación y la secuenciación de contenido (Giménez y Fortuny, 1998). En esta perspectiva el contenido geométrico ha sido desarrollado en ocho unidades didácticas de contenidos interrelacionados y resumidos en cuadro siguiente.

Unidad	Título	Objetivo(s) general(es)
1	¡Salga de su área!	Conocer WEB elaborada por un profesor y analizar un planteamiento.
2	Distintos puntos de vista	Reconocer la importancia de la visualización y trabajar elementos de la geometría plana y espacial.
3	Relaciones en el espacio	
4	Construyendo en <i>Cabrilandia</i>	Reflexionar sobre el valor de la construcción en el currículo de geometría.
5	Localizando, orientando y situando en el espacio	Conocer diferentes abordajes para el trabajo con ángulos y reconocer la importancia de la orientación.
6	Geometría, arte y repetición	Percibir las isometrías como componente de expresión cultural e integrar en el planteamiento geométrico elementos curriculares integradores.
7	¿Parecido o semejante?	Trabajar la semejanza como un concepto integrador y reflexionar sobre la evaluación.
8	¿Cuándo convencemos en geometría?	Reflexionar sobre modelos de razonamiento en geometría.

Unidades Didácticas del Curso

3.1.3 Orientación para la elección de la temática de cada unidad

Optamos por comenzar la **unidad 1** con la temática *área y perímetro* porque: (1) aprovechamos que este tema es habitual en el trabajo del profesor brasileño en geometría, en especial con los contenidos de perímetro, área y transformación de unidades; (2) cuando los profesores hacen este tipo de trabajo todavía lo desarrollan con énfasis en los procedimientos para el cálculo de área y de perímetro mediante el uso de fórmulas, y en técnicas para transformar unidades, (3) se trata de dos bloques de contenidos –de un total de 5- en el actual planteamiento curricular brasileño oficial, y (4) actualmente los distintos libros didácticos hacen más explícito el contenido medida (en cuanto a número con magnitud). También, (5) con vistas a enriquecer la discusión en esta temática y conseguir que los docentes se sientan cómodos al inicio del curso.

La atención especial a elementos de la geometría espacial, las relaciones en el espacio y la importancia de la visualización en el desarrollo del pensamiento geométrico, han sido las temáticas de las **unidades 2 y 3** de nuestro planteamiento geométrico a distancia. Además de subrayar la importancia de iniciar la geometría por exploraciones en el espacio, ponemos énfasis

en: (i) el análisis de estructuras; (ii) la importancia de componer y descomponer sólidos como procesos geométricos importantes; (iii) plantear actividades que exploren los diferentes espacios: el micro, el meso, el macro y el cosmo-espacio (Alsina, Burgués y Fortuny, 1987); y (iv) la importancia y necesidad de utilizar modelos de sólidos construidos en diferentes materiales.

Las construcciones geométricas y su importancia en el currículo de geometría, bien como implicaciones y ventajas del software *Cabri Géométrie* en ese proceso, es la contribución que objetivamos con la temática de la **unidad 4**. Tradicionalmente, en Brasil, las construcciones geométricas han sido prácticamente abandonadas del currículo de matemática, aunque existan profesores –los de Dibujo Geométrico, normalmente licenciados en Artes- que todavía lo hacen y eso cuando el sistema escolar les permite. Sin embargo, este tipo de práctica continua centrada solamente en los procedimientos para cada tipo de construcción y no involucra además una reflexión sobre las actitudes y los conceptos desarrollados por los alumnos en el proceso. Los modelos geométricos abstractos han de ser posteriores a un primer estadio de sensibilidad donde el tacto, la vista, el dibujo y la manipulación permitirán familiarizar al alumno con todo un mundo de formas, figuras y movimientos (Alsina, Burgués y Fortuny, 1988). Así, con la perspectiva de despertar los docentes para la importancia de una geometría dinámica en el currículo y sobre el valor de los distintos materiales en el desarrollo del razonamiento geométrico, planeamos la cuarta unidad.

La actividad de localizar, sorprendentemente, no ha sido considerada tan significativa, matemáticamente, como los aspectos numéricos, pero en términos de conductas y conceptos matemáticos, localizarse y orientarse en espacios amplios establece una fundamentación muy significativa (Bishop, 2001). En esta perspectiva y reconociendo la necesidad de alertar a los docentes sobre la importancia del planteamiento de distintas tareas que desarrollen en los alumnos la capacidad de orientarse y situarse (Bairral, 2002), planteamos la **unidad 5** del curso.

El concepto matemático asociado a la palabra transformación es bastante complejo. Puede referirse a cosas tan dispares como cambios de coordenadas para representación de curvas o deformaciones topológicas. Pero todas tienen un elemento común que es el movimiento, principio básico de la geometría dinámica, y el estudio de las propiedades que se conservan al realizarlo (Casado, 1999). Tradicionalmente, en el contexto educacional brasileño, el estudio de las transformaciones en el plano (Fainguelernt, 1999), cuando se hace, se da en le enseñanza

secundaria (alumnos con 15-17 años). A pesar de los cambios y sugerencias propuestas en los *Parámetros Curriculares Nacionales* (PCN), todavía queda mucho por hacer. Así, en la perspectiva del movimiento y del descubrimiento de propiedades, las transformaciones en el plano son nuestro objeto de estudio en las *unidades 6 y 7*. En la **unidad 6** enfocamos el estudio en la simetría (Alsina, Pérez y Ruiz, 1989) y en la **unidad 7**, profundizamos el análisis sobre la transformación geométrica que mantiene la forma y cambia el tamaño (semejanza), a partir de lo que propone Bairral (1996, 2000c), Fiol y Fortuny (1990) y Luengo et al. (1990).

La comunicación y la capacidad de organización y desarrollo del razonamiento lógico-matemático constituyen nuestra atención al plantear la **unidad 8**. El desarrollo de la capacidad de organización lógica del pensamiento matemático, como subrayan Abrantes, Serrazina y Oliveira (1999), es un proceso gradual que se inicia con experiencias concretas, pasando por la diferenciación de los objetos geométricos, siguiendo con una organización local de propiedades las cuales, finalmente, son globalizadas en un sistema axiomático (p.87). Contribuyendo en esta discusión, Alsina, Fortuny y Pérez (1997), colocándose en contra de la presentación de la geometría como un juego formal de axiomas-deducciones-teoremas y a través de un único lenguaje, los investigadores presentan y defienden diez consideraciones sobre la dosis y adecuación de intuición y de deducción para la educación geométrica en el currículo que han sido consideradas para el planteamiento y basamento teórico para nuestras discusiones en la unidad 8 y a lo largo del proceso, a saber: **(1)** el desarrollo de la geometría como disciplina científica no tiene nada que ver con el aprendizaje matemático de la misma; **(2)** la intuición y el sentido común deben educarse; **(3)** la intuición debería preceder a la formalización; **(4)** las demostraciones deben motivarse y deben ser plausibles; **(5)** la visualización es un instrumento esencial para muchas demostraciones; **(6)** si la intuición y la deducción forman parte de la resolución de problemas entonces son instrumentos educativos potentes; **(7)** la formalización no debe limitar los temas interesantes, no debiendo confundirse la realidad con los modelos; **(8)** intuición y deducción deben ligarse a temas geométricos que interesen, que tengan modernidad, actualidad, cotidianidad y futuro; **(9)** intuición y deducción deben, también, fomentar la creatividad; y **(10)** la deducción y el rigor son formas de ayudar a ver el mundo matemáticamente.

Concluyendo, estamos de acuerdo con Fiol (1996) de que debemos tener en cuenta que no es tanto la selección, ordenación y estructuración de los contenidos lo que puede producir

directamente pasar de lo implícito a lo explícito del currículum oculto. Más bien será la gestión del trabajo docente, el quehacer diario y la forma en que vaya concretándose lo que originará una forma distinta de enfrentarse a las imágenes, ideas, lenguaje y representaciones geométricas. Es el quehacer cotidiano docente que puede dar al profesor o futuro profesor una opción para reorientarse con respecto a los contenidos geométricos y aprender a ver de forma distinta. Puede plantearse, a lo largo plazo, un enfoque metodológico diferente, en fin, ver la clase como un lugar de encuentro de gente diversa para actualizar, compartir conocimientos y representaciones.

Cada unidad fue realizada en conformidad a un cronograma preestablecido y exigimos que los docentes tuviesen por lo menos seis horas semanales de dedicación al curso. Estas normas fueron contenidas en el contrato de trabajo y acordadas con los profesores. La flexibilidad que tiene el docente para administrar su tiempo es una de las ventajas de un curso por Internet.

3.1.4 Organizadores de las unidades didácticas

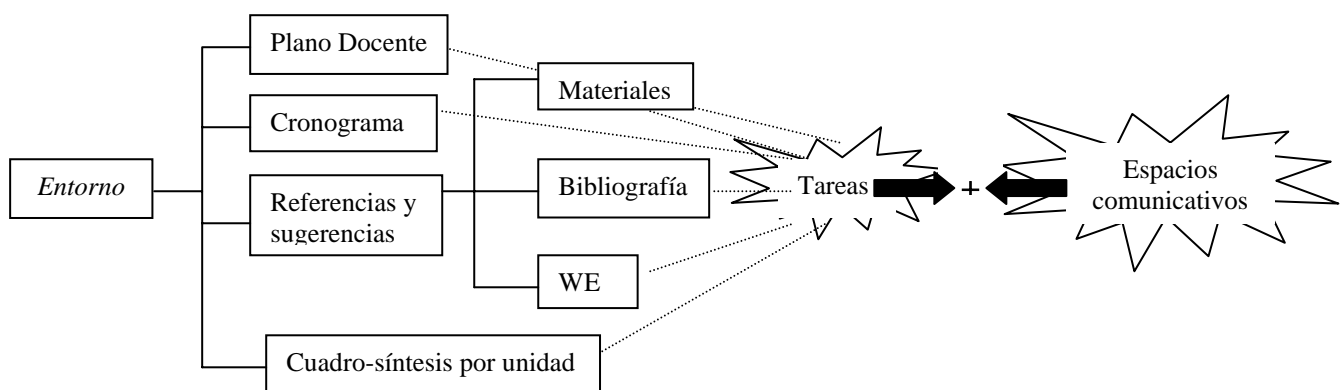
Para los organizadores de las unidades nos basamos en los principios hipertextuales (Jonassen, 1986; Lévy, 1993; Gall y Hannafin, 1994) y constructivos de Jonassen y Rahrer-Murphy (1999). Así, presentamos los objetivos, tareas, contenidos, artefactos y foco de la **unidad didáctica** (Áreas y Perímetros) como ejemplo de cómo se va a desarrollar el trabajo. Los **artefactos** son "herramientas" que pueden ser utilizadas por el profesor o grupo en el desarrollo de la tarea. Las **normas** o reglas son acciones aceptables para mediar el proceso. Estamos considerando como **foco directo** el contexto en lo cual está centrada la tarea y el material que se hace necesario, con los cuales el profesor podrá gestionar sus procesos de aprendizaje y interactuar con iguales, incluso con el formador. El **foco indirecto** será aquél en lo cual el profesor a partir de su propia necesidad y curiosidad personal podrá profundizar y obtener más informaciones, es decir, sin necesidad de la tutorización del formador.

Tiempo previsto		15 días
Objetivos		(a) Divulgar web ; (b) Conocer web elaborada por profesor; (c) Analizar un planteamiento a distancia (área y perímetro)
Normas para el trabajo en la unidad		(a) Acceder la web; (b) Analizar actividad; (c) Trabajo individual y enviar para el formador; (d) Enviar para lista cuestión nº 9; (e) Intervenir en la lista
Contenido Profesional	Geométrico	Medida, área, perímetro, visualización, composición, descomposición
	Estratégico-interpretativo	Importancia de la visualización; material en red para trabajo a distancia; las tareas geométricas: tipología y secuenciación; planteamiento dirigido x planteamiento abierto y constructivo
	Afectivo-actitudinal	Curiosidad para conocer, evaluar y criticar el nuevo. Negociación de significados.
Artefactos		Correo, lista, Web, chat, libro didáctico, mensajes ICQ
Foco directo		Acceso y análisis de las tareas
Foco indirecto		Otras webs, otras series, otros contenidos, libros didácticos, etc.

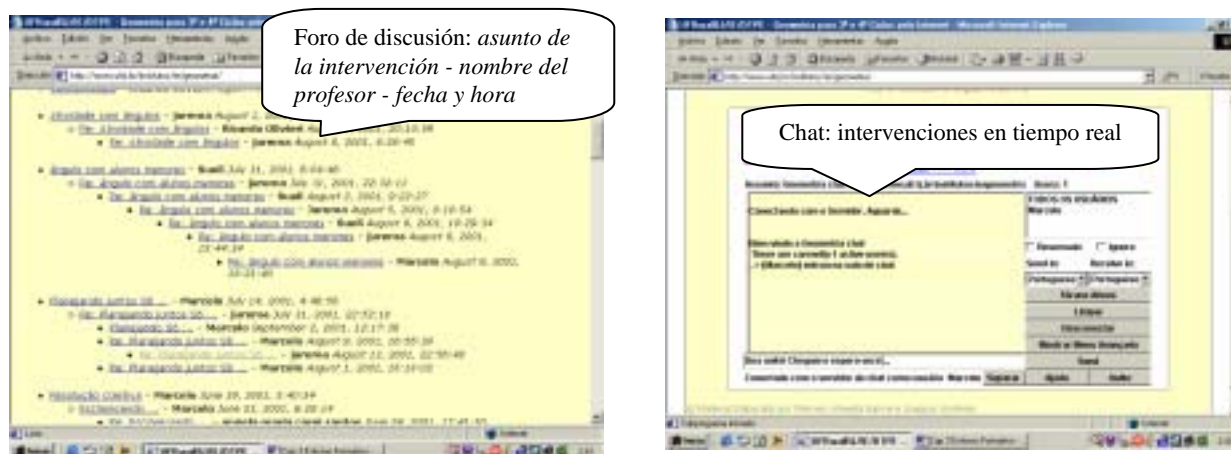
Organizador de cada unidad didáctica

3.1.5 Principios y componentes del trabajo de formación a distancia considerados

Estamos considerando que un entorno virtual para el desarrollo profesional docente deberá tener **componentes informativos**, de interés educativo-geométrico general y trabajo de carácter más individualizado, y **componentes interactivos**, donde son desarrollados los distintos procesos de (tele)interacción y control, con carácter de trabajo colaborativo. Los distintos componentes informativos (plano docente, referencias y sugerencias, cronograma de actividades y el cuadro- síntesis) en cada unidad, son integrados y interconectados a partir de las tareas de formación y cognitivamente (tele)interactuados en los distintos espacios comunicativos del entorno. Así, las tareas de formación y los distintos espacios formativos, constituyen rasgos importantes en el planteamiento de nuestro entorno.



Las tareas desarrolladas por el profesor han de ser enviadas obligatoriamente por correo al formador y, si acaso lo desea, también puede enviarlas al foro de discusión para una reflexión colectiva con todos los compañeros del curso. Se muestran seguidamente, ejemplo de la pantalla del foro y del chat.



Mientras el foro y el chat son espacios de comunicación colectiva, los correos y los mensajes de ICQ son espacios comunicativos para que el formador de atención personal al profesor. La diferencia entre los correos y los mensajes de ICQ, es que en estos últimos el profesor puede saber si el formador está conectado y establecer una comunicación en tiempo real. El foro es un espacio público en el cual todos los participantes pueden acceder e intervenir cuando puedan y quieran, pero se exige a cada docente por lo menos una intervención a la semana. Para los chats, además de los tres de presencia obligatoria para todos los participantes, nos apuntamos libremente para chats opcionales según las necesidades y disponibilidades personales.

Cada entorno de aprendizaje posee sus especificidades. Así, cuando pensamos en implementar un curso o cualquier actividad formativa a distancia, debemos también tener conciencia de eso. Por ejemplo, un papel importante para el profesor-formador es pensar en el tipo y objetivo de la tarea a ser propuesta.

3.1.5.1 Tipología y tareas de formación

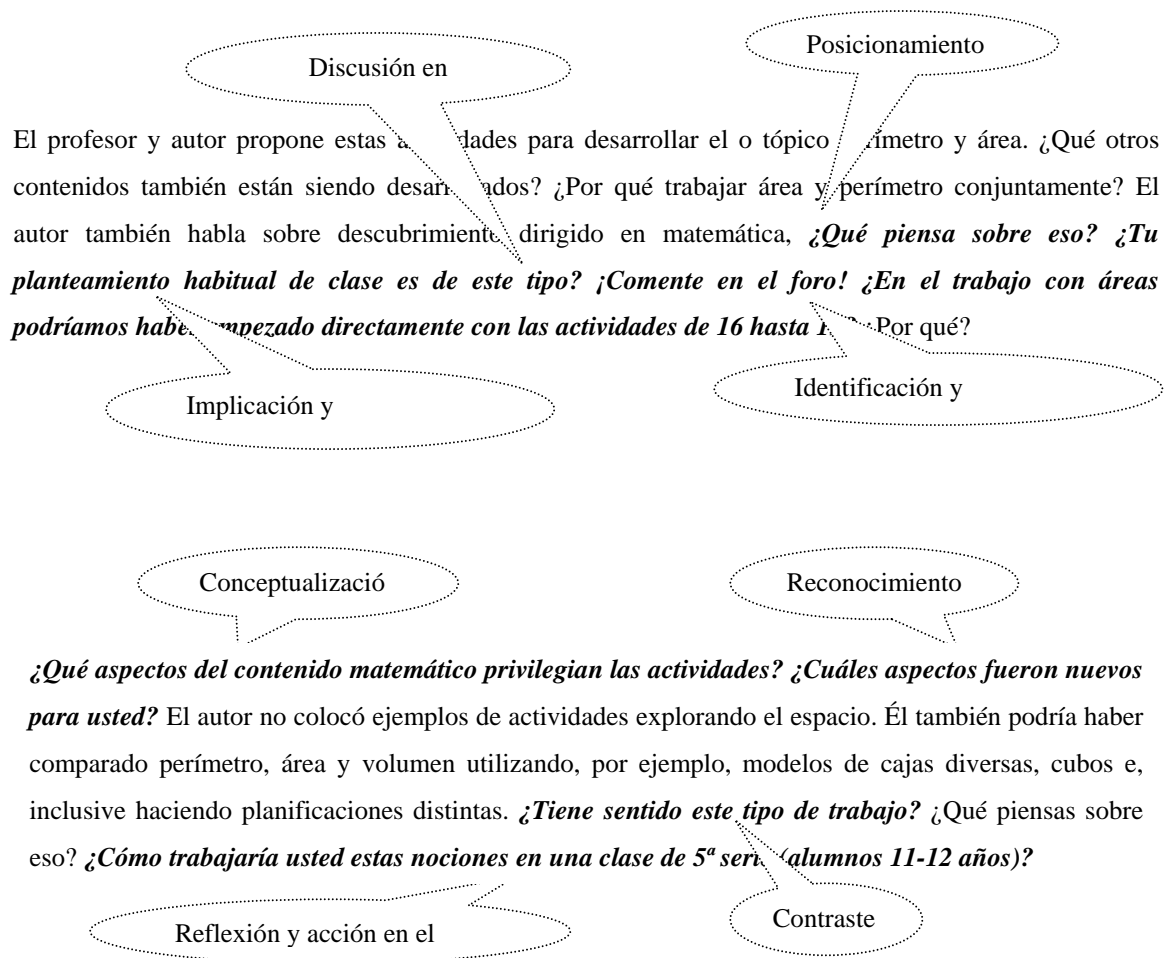
Como también resalta Guerrero (2001) el concepto de tarea, y su correlato de actividad, es el elemento central del proceso comunicativo sea él presencial o a distancia, que se establece entre el profesor y el alumno. En esta perspectiva, en nuestro entorno formativo la tarea es considerada como toda propuesta de enseñanza-aprendizaje con el objetivo de desencadenar la comunicación docente con vistas al proceso de desarrollo profesional en geometría.

Además de las características del discurso presentadas anteriormente sobre las cuales nos basamos en la elaboración e implementación de nuestro entorno, nuestro curso también está centrado en el planteamiento de tareas que exigen del profesor algo más que aplicar técnica, inmediata y rutinariamente sus conocimientos para la realización de las tareas, es decir, se pretende, además de subsidiar el profesor con resultados de la investigación en Didáctica de las matemáticas, provocarlo para que desarrolle un proceso reflexivo personal-profesional sobre lo que sabe, lo que piensa, lo que hizo, lo que hace y lo que hará en su quehacer docente. Así, nuestras tareas de formación constituyen situaciones diversas de enseñanza-aprendizaje que exigen una posición y un contrato diferente entre formador y profesor(es). Sin embargo, una característica común entre las tareas es la comunicación a través de Internet que se establece entre profesor(es)-tarea-formador y que requiere, entre otras cosas, de habilidades personales diferentes de las tradicionales, ya que hábitos de expresión escrita y de lectura se hacen necesarios en las distintas teleinteracciones. Para el planteamiento de las actividades estamos considerando los siguientes tipos de tarea para formación a distancia (adaptadas de Giménez, 1999).

Tarea(s)	Unidades	Acciones Docentes
-Analizar un planteamiento docente disponible en red -Leer y reconocer esencialidades en un artículo específico -Comentar diálogo de clase entre profesor y alumno, y pensar sobre su propia clase -Analizar una secuencia de actividades -Analizar tareas considerando facilidades y dificultades de los alumnos -Valorar e identificar elementos curriculares -Contrastar esquema con el desarrollo y propuesta de una unidad -Auto-evaluarse	S1 S2-S3-S7 S9 S1-S2 Todas Todas Todas Todas	Posicionamiento Lectura y discusión de artículos Coherencia Contraste
-Elaborar planteamiento considerando diversidad cultural y otros elementos curriculares integradores -Situarse como un otro profesor y analizar una actividad -Cambiar una actividad para adaptarla a su realidad -Conocer y analizar actividades retiradas de libro didáctico -Simular una situación de aprendizaje -Presentar y comentar trabajo desarrollado con los alumnos	S6 S7 Todas S2-S3 Todas Todas	Transferencia Implicación Simulación
-Verificar y demostrar propiedades geométricas -Valorar diferentes materiales manipulativos y actividades sugeridas -Identificar y analizar niveles de van Hiele	S9 Todas S3	Probar Responder Acción en clase
-Conocer y presentar aplicaciones prácticas o cotidianas	Todas	Aplicación
-Escoger un concepto y intentar definirlo mediante aspectos relevantes e irrelevantes	S5	Conceptualización
-Identificar características en una WEB -Conocer, manipular e identificar características en un software específico -Identificar esencialidades en las respuestas de sus alumnos -Analizar, criticar o construir un diario de campo -Reconocer y establecer criterios para analizar una secuencia de actividades -Completar y reconocer elementos que faltan en un cuadro organizativo -Valorizar la Historia de las Matemáticas -Atención a lo que dice su alumno	S1 S4 S4-S6 S6-S7 S7 S2 S7 Todas Todas	Identificación
-Elaborar y discutir esquemas conceptuales	S8	Metacognición
-Acceso y enlaces a páginas WEB	Todas	Información
-Pedir y dar información (direcciones, bibliografías, WEBS, ...)	Todas	Socialización
-Elaborar y desarrollar un planeamiento para 2 clases	S7	Producción

Tipología de tareas y acciones docentes asociadas

Las dos preguntas detalladas a continuación (segunda y tercera de la primera unidad, presentadas en el apartado anterior) sirven para ejemplificar el tipo de tarea formativa que hemos privilegiado. Cada pregunta puede contemplar un conjunto de acciones docentes y, evidentemente, no están cerradas en si mismo.



Con vistas a alcanzar los objetivos anteriormente presentados en el planteamiento de las tareas de cada unidad didáctica, matizamos las acciones y los objetivos docentes por nosotros privilegiados, como puede verse enseguida con un ejemplo de las preguntas planteadas en la primera unidad del curso.

Unidad 1: cuestiones planteadas	Objetivos y acciones docentes privilegiadas
<p>1.1 ¿Sabías que existen estos tipos de materiales en la Internet? ¿Piensas que deberían haber más materiales como este en la red? ¿Porqué? Usted ya utilizó algún material de Internet con sus alumnos?</p>	<p>1.1.1 Conocer material disponible en la red 1.1.2 Observar planteamiento novedoso de otro profesor 1.1.3 Reconocer entorno diferente de trabajo 1.1.4 Identificar características en una WEB</p>
<p>1.2 El profesor-autor propone estas actividades para desarrollar el tópicos perímetro y área. ¿Qué otros contenidos también están siendo desarrollados? ¿Por qué trabajar área y perímetro conjuntamente? El autor también habla sobre descubrimiento dirigido en matemática, ¿Qué piensas sobre eso? ¿Su planteamiento habitual de clase es de este tipo? ¿Comente en el foro! ¿En el trabajo con áreas podríamos haber empezado directamente con las actividades de 16 hasta 19? ¿Por qué?</p>	<p>1.2.1 Relacionar conceptos 1.2.2 Divulgar planteamiento propio 1.2.3 Análisis de una secuencia de actividades 1.2.4 Reflexionar sobre descubrimiento dirigido 1.2.5 Implicarse</p>
<p>1.3 ¿Qué aspectos del contenido matemático privilegian las actividades? ¿Cuales aspectos fueron nuevos para usted? El autor no colocó ejemplos de actividades explorando el espacio. Él también podría haber comparado perímetro, área y volumen utilizando, por ejemplo, zocatas de cajas diversas, cubos e, inclusive haciendo planificaciones distintas. ¿Tiene sentido este tipo de trabajo? ¿Qué piensas sobre eso? ¿Cómo trabajaría usted estas nociones en una clase de 5ª serie (alumnos 11-12 años)?</p>	<p>1.3.1 Relacionar conceptos 1.3.2 Identificar aspectos novedosos en los conceptos presentados 1.3.3 Análisis de una secuencia de actividades 1.3.4 Implicarse 1.3.5 Identificar tipología de actividades</p>
<p>1.4 Hable de una tarea (para 20 minutos o más) que usted ha desarrollado sobre el tema de esta unidad. No se olvide de recoger las respuestas de sus alumnos. Presente su tarea y díganos su experiencia, añadiendo sus comentarios y análisis. (a) Sus expectativas que han sido alcanzadas y, las que ocurrieron y no habías previsto. (b) Relate y analice una respuesta errada de sus alumnos. (c) Si usted fuese utilizar esa tarea en otro clase, ¿que harías de diferente? Por qué?</p>	<p>1.4.1 Presentar experiencia propia y reflexionar públicamente sobre la misma 1.4.2 Incorporar respuesta del alumno como elemento de reflexión y discusión 1.4.3 Percibir importancia del replanteamiento</p>
<p>1.5 En el link <u>observe</u> puedes percibir la aplicación real de la idea de área, pero no colocamos ninguna actividad. Hable de una actividad que podríamos pensar para el trabajo con estimación de áreas, utilizando como recurso el papel cuadriculado y los mapas. ¿Piensas que sus alumnos presentarán dificultades distintas de la que presentamos en el link <u>reconozca</u>? ¿acceder <u>recursos-Historia</u> también podrá ayudarlo en sus planteamientos y reflexiones!</p>	<p>1.5.1 Utilizar diferentes recursos 1.5.2 Reflexionar sobre dificultades de los alumnos 1.5.3 Pensar y sugerir actividad 1.5.4 Despertar la atención a lo cotidiano y sus implicaciones en el aula 1.5.6 Favorecer la construcción de otros significados a partir de los enlaces 1.5.7 Articular unidades del curso</p>
<p>1.6 Cuéntenos brevemente lo que a usted no le gustó de las actividades de Jesús Cámara para sus alumnos y el por qué.</p>	<p>1.6.1 Hacer juicios críticos sobre el trabajo de otro y defenderlos</p>

Tareas, objetivos y acciones docentes

A continuación se muestra la propuesta de distribución de objetivos generales del curso - elaborados a partir de lo que propone Llinares (1999); Oliveira, Segurado y Ponte (1998); y Giménez (1997a, 1997c)- junto con los aspectos del contenido del conocimiento profesional por nosotros considerados y que serán priorizados en el trabajo a distancia.

3.1.5.2 Concreción de contenidos profesionales prioritarios

Como hemos presentado en el capítulo anterior la caracterización del conocimiento situado del profesor (Llinares, 1998), la consideración de aspectos afectivos (García Blanco, 1996, 1999) con el uso del conocimiento del profesor en las situaciones de enseñanza, su perspectiva profesional y el conocimiento de si mismo (Ponte, 1995; Oliveira, Segurado y Ponte, 1998) nos ha permitido plantear los tres aspectos - *geométrico*, *estratégico-interpretativo* y *afectivo-actitudinal* - del contenido del conocimiento. A partir de ellos hemos construido el referencial a tener en cuenta según la especificidad de nuestro entorno y que fue concretizado en el cuadro de la página siguiente.

En el aspecto *geométrico* están las significaciones y reflexiones docentes sobre el pensar matemáticamente, mientras que en el aspecto del conocimiento *estratégico-interpretativo*, hemos incluido las reflexiones sobre aprendizaje, instrucción y procesos interactivos. Por fin, en el aspecto *afectivo-actitudinal*, están contempladas las actitudes frente al aprendizaje propio y de los alumnos, concientización y socioculturización, flexibilidad, enjuiciamiento, equidad y valores en la enseñanza.

Por cierto, existen objetivos que buscamos desarrollar en todas las unidades y continuamente, como el valor de las tareas geométricas; el valor del libro didáctico y de otros materiales; la evaluación; la integración curricular (elementos interdisciplinarios y los ejes transversales); la atención a los procesos cognitivos de los alumnos, al lenguaje, a lo cotidiano, a la visualización, etc., pero los hemos planteado específicamente en algunas unidades, por si acaso no aparezca en el desarrollo de las interacciones docentes.

Unidad	Aspectos de contenido profesional considerados		
	<i>Geométrico</i>	<i>Estratégico-interpretativo</i>	<i>Afectivo-actitudinal</i>
Previa	-Planteamiento general	-Trabajo en web -Reflexionar sobre elementos curriculares en geometría	-Reconocimiento del entorno -Importancia del contrato de trabajo explícito -Cuestionario de creencias previas Posicionarse sobre: Historia, evaluación, metodología, procesos de razonamiento, materiales
1	-Magnitud -Visualización -Medida -Área y perímetro -Composición y descomposición -Estimación -Atención a la Historia: medida	-Recursos y materiales disponibles en red para trabajo a distancia -Tareas geométricas: tipología y secuenciación -Planteamiento dirigido versus planteamiento abierto y constructivo	-Curiosidad para conocer, evaluar y criticar lo nuevo -Autocontrol Posicionarse sobre: enseñanza con Internet
2	-Pensamiento espacial -Código -Modelos -Visualización -Sólidos geométricos -Poliedros (elementos, secciones, ...) -Atención a la Historia: L. B. Alberti y la construcción de la perspectiva	-Analizar actividad y objetivos -Análisis colectivo de un planteamiento: lenguaje, secuencia y tipología de las tareas, materiales) -Establecer criterios y analizar secuencia de actividades -Reconocer complejidad en plantear actividades -Atención al libro didáctico	-Negociar significados -Valorizar y analizar críticamente trabajo de otro profesor -Reconocer complejidad en plantear actividades -Trabajo colectivo -Autocontrol
3	-Orientación y posicionamiento en diferentes situaciones -Coordenadas -Paralelismos y perpendicularidades -Laberintos: Schiegl -Estructuras -Relación de Euler -Dualidad -Atención a la Historia: Leonardo da Vinci	-Confrontar y analizar objetivos -Atención para materiales -Reconocer la importancia de los contenidos curriculares y sus diferencias -Modelo de van Hiele: importancia de identificar niveles de razonamiento y distintas dificultades -Evaluación y adaptación -Analizar tarea de libro didáctico	-Actitud frente al aprendizaje del alumno -Negociar significados -Divulgación -Autocontrol
4	-Construcción geométrica -Triángulos: elementos, propiedades, circuncentro, baricentro, ... -Atención a la Historia: Agnesi	-Reflexionar sobre el valor de las construcciones con diferentes recursos -Atención a los procesos de resolución de una tarea geométrica: énfasis en análisis de las respuestas de los alumnos -Enseñanza con software -Planear actividades con el CABRI	-Romper el miedo para el trabajo con software educativo -Planear actividades -Trabajo colectivo (duplas) -Divulgación -Autocontrol
5	-Ángulos: elementos, definiciones y características -Geometría como modelo -Ángulos en plano y espacio -Orientación -Referencial -Clasificación -Historia de la Cartografía	-Tipología de actividades -El valor de la definición -Valorar objetivos en planteamiento oficial: PCN -Applets como recursos -Atención al libro didáctico	-Negociar significados sobre las actividades para el trabajo con orientación -Conocer y analizar actividades -Autocontrol
6	-Isometrías: simetría -Visualización -Variantes e invariantes -Atención a la Historia: Escher	-Atención al lenguaje -Instrumentos y criterios de evaluación en geometría - Identificar ejes transversales y/o elementos interdisciplinarios -Importancia del trabajo en grupo	-Análisis de relatos concretos de alumnos trabajando -Socioculturización -Atención a la diversidad cultural
7	-Visualización -Transformaciones en el plano: semejanzas y homotecias -Proporcionalidad numérica o geométrica -Homotecia -Figuras: congruencia, ángulos, ... -Medidas indirectas -Atención a la Historia: Tales	-Atención al lenguaje -Analizar y completar esquemas -Hacer resumen -Replanear -Evaluación: diario de campo -Atención al libro didáctico	-Atención al aprendizaje propio -Socioculturización -Publicitar trabajo propio -Autocontrol
8	-Procesos de razonamiento: inducción versus deducción -Propiedades de paralelogramos -Demostración -Historia: Pitágoras y Hipócrates	-Analizar objetivos e ejemplificar actividades de libro didáctico -Applets y movimientos -Atención al diálogo profesor-alumno	-Atención al aprendizaje propio y de los colegas -Incentivar el desarrollo de distintos procesos de razonamiento

3.2 Desarrollo de la investigación e implementación del Curso

Nuestra investigación se integra en el proyecto de investigación “*Formación Continua a Distancia en Matemáticas*” (FORCODIMA) cuyo esquema global de la WEB es el siguiente.

Cuatro han sido los momentos claves iniciales en el planteamiento e desarrollo de nuestra investigación: (1) reconocimiento y análisis de planteamientos de contenido geométrico; (2) elaboración del proyecto, presentación en la UB, tramitación y aprobación en la UFRuralRJ; (3) consecución de los objetivos y elaboración del Plano del Curso; y (4) establecimiento de bases teórico-metodológicas para el diseño del entorno. El cuadro siguiente presenta con más detalles la cronología básica del proceso de desarrollo de la investigación.

	Período de realización	Actividad
	Enero-noviembre 1999	Análisis PCN
	Enero 1999-junio 2000	Levantamiento y análisis de entornos
	Enero-abril 2000	Elaboración del proyecto
	Mayo 2000	Presentación proyecto UB
	Septiembre 2000	Aprobación proyecto UFRuralRJ
Estudio 1 Piloto	Agosto 2000	Elaboración del <i>Plan del Curso</i>
	Enero-julio 2000	Construcción del entorno
	Agosto 2000-febrero 2001	Desarrollo del estudio piloto
	Diciembre 2001	Entrevista
	Septiembre 2000-agosto 2001	Análisis estudio piloto
	Diciembre 2000-enero 2001	Revisión y arreglos técnicos de la web, en la tareas y en el plan del curso
Estudio 2	Febrero-octubre 2001	Desarrollo del curso 2
	Noviembre 2001	Entrevista y grabación curso 2
	Marzo 2001-marzo 2002	Análisis del curso 2

Para la elaboración del proyecto de investigación y del plan de curso, además de los planteamientos teóricos presentados a lo largo de esta tesis, también hemos considerado las directrices exigidas por la Secretaria de Educación a Distancia (SEED) del Ministerio de Educación de Brasil (MEC, 2000). A pesar de tratarse de un documento en el que sugiere los indicadores de calidad para cursos de graduación a distancia, lo tomamos en consideración debido a la inexistencia de referencia para entornos formativos de características similares al nuestro, es decir, un curso de extensión universitaria para la formación docente continuada por

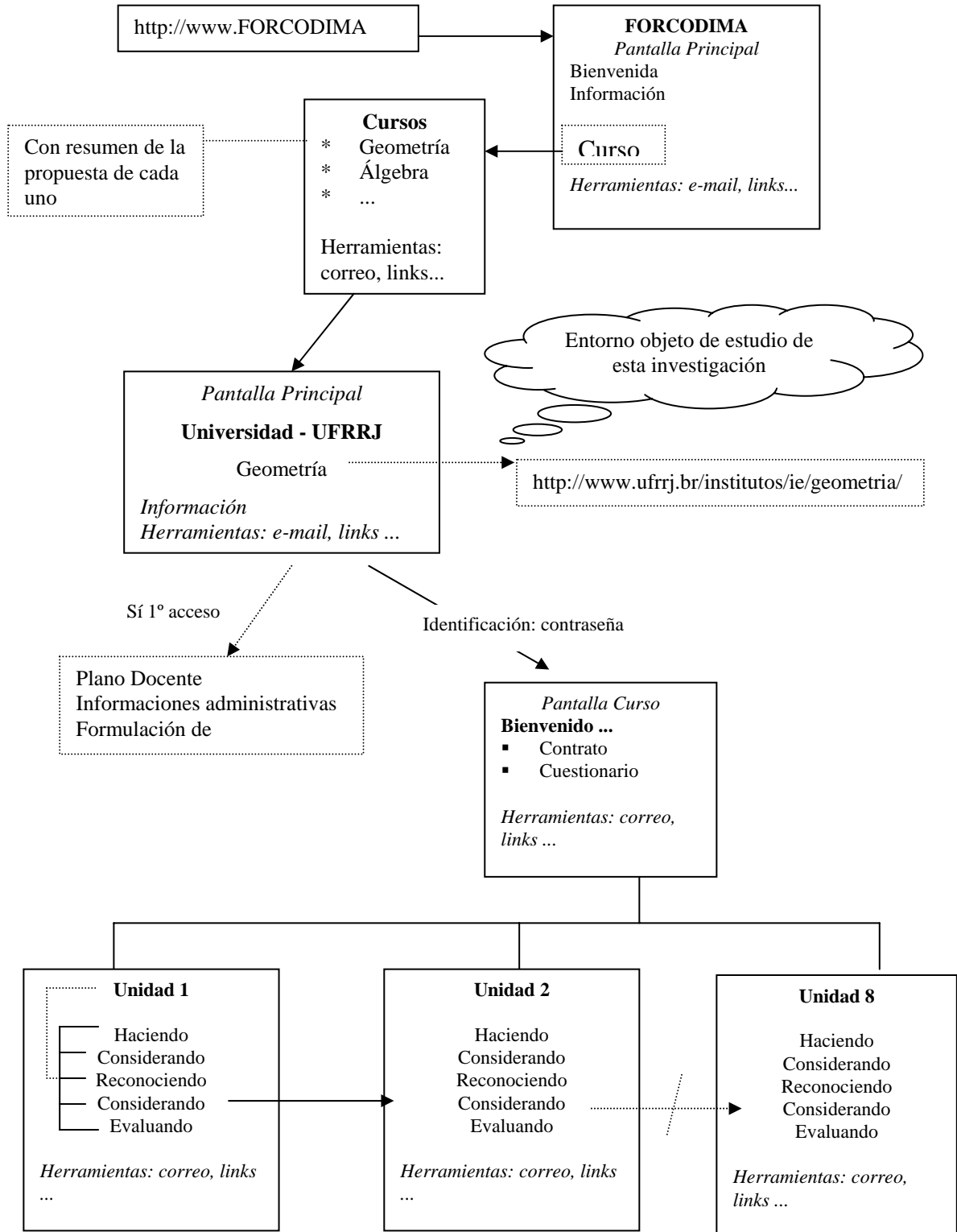
Internet. En el *anexo I*, se muestra copia del documento de aprobación, en el ámbito de la UFRuralRJ, del proyecto “*Geometría para 3º e 4º ciclos pela Internet*”.

3.2.1 El entorno. Formato.

El entorno virtual implementado en nuestra investigación, forma parte de un proyecto¹ para formación continuada del profesorado de educación secundaria en geometría (11-14 años), que fue implementado y desarrollado en el *Campus Virtual* de la Universidad Federal Rural de Rio de Janeiro², con carga horaria de cincuenta horas, totalmente a distancia.

¹ Universidad Federal Rural de Rio de Janeiro (Brasil) y Universidad de Barcelona (España)

² <http://www.ufrj.br/institutos/ie/geometria/>



Esquema de la Web y atención a los enlaces hipertextuales

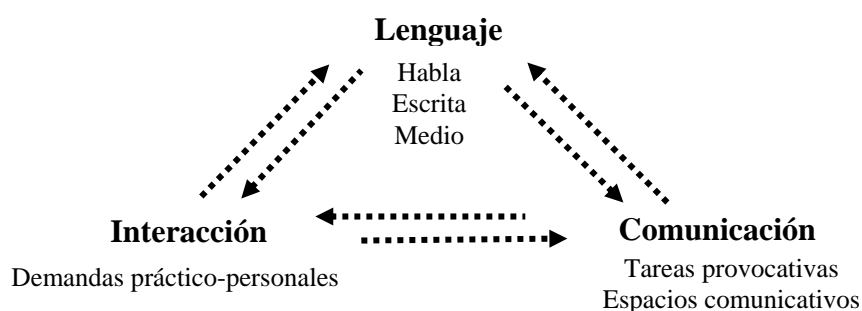


Portada principal del entorno

En la portada principal de nuestro entorno el interesado encuentra tres enlaces de objetivos distintos: informaciones administrativas, el plano del curso y el formulario de inscripción. En el primer están todas las *informaciones* de carácter más administrativo (precio, número de plazas, fechas para inscripción, etc.). En el enlace *plano del curso* (anexo II) el interesado conocerá todos los detalles sobre el curso (objetivos, contenidos, dinámica de trabajo, evaluación, carga horaria, etc.).

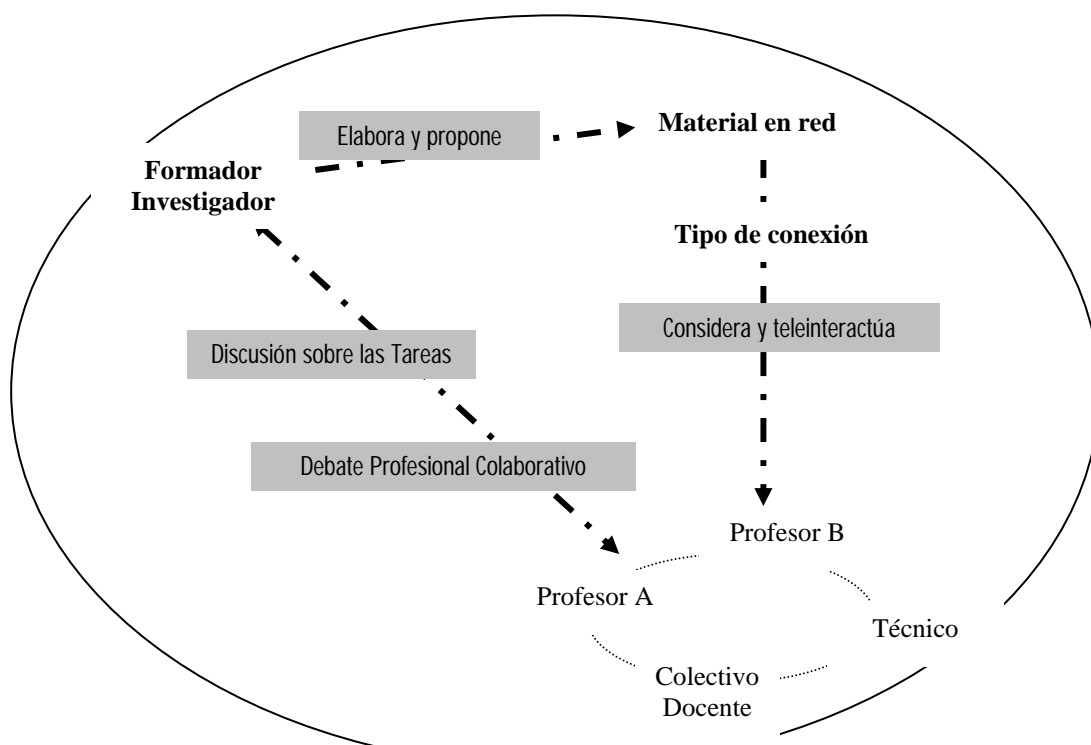
Para proceder la inscripción en el curso el profesor interesado llena, conectado, el *formulario de inscripción* (con datos profesionales del docente y otros: libros didácticos adoptados, tiempo de magisterio, niveles de enseñanza que actúa, etc.) y lo envía directamente a la administración del curso y también sigue una copia al profesor-formador. Cumplidos todos los trámites de la inscripción, el profesor recibe una contraseña personal para acceder al entorno.

Como se presentó en el capítulo anterior, asumimos la perspectiva de van Dijk (2000) al caracterizar el discurso a través de tres dimensiones principales: (i) el uso del *lenguaje*, (ii) la *comunicación* de creencias (cognición) y (iii) la *interacción* en sus contextos socioculturales. Nuestro entorno formativo se construyó considerando esas dimensiones para constituir nuestra comunidad virtual del discurso profesional-geométrico.



Dimensiones del discurso (van Dijk, 2000)

Estas tres dimensiones están integradas y son mutuamente desarrolladas. Como componentes del entorno tenemos el formador, el técnico informático, los profesores y el material disponible en red. Para establecer la comunicación y procesos interactivos se necesitan de los distintos espacios comunicativos con sus características y lenguaje propio. Nuestro entorno virtual ha sido construido con esta intención, conforme ilustrado a seguir.



Atención a las Dimensiones Discursivas en el Entorno Virtual

3.2.2 Concreción de los objetivos de formación

La atención a los elementos estratégicos que debemos considerar en un entorno formativo con vistas a los procesos interactivos y que los docentes accedan a un conocimiento de recursos diversos en el área de geometría (audiovisuales, manipulativos, informáticos, etc.) para que sean utilizados en su práctica profesional, es la contribución de este apartado. En esta óptica, los objetivos de formación de nuestro entorno, con atención a la motivación e interacción docente (adaptado de Duart y Sangrá, 1999, p.174) se muestran en el cuadro siguiente.

	Objetivos de formación		
	Conceptos	Actitudes	Práctica
Profesor del curso	<ul style="list-style-type: none"> - Conocimientos previos - Curiosidad - Profundizar contenidos conocidos - Intereses en nuevos campos profesionales (afines o no) 	<ul style="list-style-type: none"> - Mejora profesional y personal - Trabajar colectivamente - Involucrarse, constituir una comunidad docente de aprendizaje - Auto-evaluación 	Predisposición para: <ul style="list-style-type: none"> - Hablar de la práctica - Conocer otras prácticas - Comentar, analizar, etc, prácticas
Materiales	<ul style="list-style-type: none"> - Contenidos significativos y contextualizados - Secuencias didácticas - Buena presentación - Ilustrativos, coloridos, movimientos, ... 	<ul style="list-style-type: none"> - Busca por ejemplos reales (situaciones en aula y otras cuestiones profesionales) 	<ul style="list-style-type: none"> - Resolución de casos - Ejemplos prácticos - Atención a materiales, Historia, webs, ... - Atención a alumnos en clase
Formador	<ul style="list-style-type: none"> - Control del proceso - Secuencias didácticas - Planificación del aprendizaje 	<ul style="list-style-type: none"> - Emotividad y afectividad - Acompañamiento - Testimonio de acción - Coherencia - Provoca debate - Propone cuestiones - Considera y valoriza intervenciones 	<ul style="list-style-type: none"> - Elaboración de casos prácticos - Atención a la realidad del profesor

3.2.3 Elementos motivacionales

Reconociendo la importancia de la motivación, del auto-aprendizaje significativo y de la (tele)interactividad para el desarrollo profesional docente, nuestra WEB-formación posee los siguientes **componentes motivacionales**: *fotos de profesores* trabajando con sus alumnos en clase, *fotos de alumnos* en acción, enlaces para *eventos diversos y novedades*, *imágenes* en movimiento y un *cuadro diálogo*, que se abre cuando el profesor accede al curso. En él aparece en la primera pantalla de bienvenida una intervención suya o de un colega, cambiada constantemente por el formador, como puede verse a continuación.



Además de la componente motivacional, objetivo principal de la pantalla, el profesor puede acceder directamente de esta pantalla a otras tres páginas internas del entorno: sugerencias, contrato de trabajo y cuestionario inicial. Antes de empezar el trabajo en la unidad el profesor es invitado a hacer un paseo libre para conocer el entorno y acceder al enlace de las *sugerencias* (“*dicas*”), en lo cual el docente encontrará informaciones de cómo hacer *download* de archivos y otras orientaciones básicas de informática.

Después de este reconocimiento inicial, para que el formador pueda conocer la situación inicial de cada profesor el mismo hay que llenar un cuestionario inicial y un contrato de trabajo. En el *contrato de trabajo* el formador aclara para el profesor las normas para la dinámica del trabajo y el docente ha que comprometerse a cumplir con las mismas para un buen desarrollo del proceso formativo. En el *cuestionario* el profesor explicitará sus creencias sobre: el valor de la geometría en el currículo, el modelo de van Hiele para el razonamiento geométrico, la Historia de la geometría, etc.

En el [apartado 3.4 de este](#) mismo capítulo, presentaremos con más detalles las descripciones del contrato de trabajo, del cuestionario y del formulario de inscripción.

3.2.4 Puntos de interactividad

Como **puntos de interactividad**, que son las herramientas que favorecerán la teleinteracción (Fortuny y Giménez, 1998) entre los participantes del curso, nuestro entorno dispone de los siguientes iconos:



Posibilita volver a la página de abertura del curso.



Libros o enlaces a lecturas relacionadas a enseñanza de la Geometría.



Enlace a la página del Ministerio de Educación de Brasil, en la cual el profesor accede a los Parámetros Curriculares Nacionales (PCN) de Matemática y de otras áreas del currículo.



Diccionario electrónico de términos técnicos de la Internet.



Contacto entre el profesor y el formador.



Todas la imágenes disponibles en el curso, por si acaso le interesa al profesor elaborar, por ejemplo, su propio fichero de actividades.



Artículos y enlaces a lecturas inherentes a la temática de cada unidad, como se ejemplifica con la pantalla a continuación.



Con vistas a reducir para el profesor que sigue el curso con los costos, todo el material estuvo disponible en red para que pudiese imprimirlo, guardarlo en disquete o en el disco duro. En la página principal del curso a continuación, además de los puntos de interactividad (que aparecen en todas la páginas), el profesor accede a las unidades didácticas del curso a través de un cuadro despegable. También podemos ver al final de la pantalla un contador, de acceso restringido al formador y al técnico en informática, para que controle de todos los accesos del docente al curso.

Geometria para 3º e 4º Ciclos

Curso: GEOMETRIA PARA PROFESSORES UFRJ - Seropédica - Ano II março - julho - 2001

Página inicial

PCN

email

Puntos de interactividad y de

ADMINISTRAÇÃO AJUDA TÉCNICA EVENTOS GEPETICEM LISTA DE DISCUSSÃO NOVIDADES PARTICIPANTES PROFESSOR

Bem-vindo
AO MARAVILHOSO MUNDO DA GEOMETRIA

Imagen y texto en movimiento

Acceso a las unidades

Sessão 3 já disponível

Alerta para unidade

Controle de acesso

Sessão	Temática
Selecione uma sessão	
Selecione uma sessão	
S1	Seia da sua área (disponível)
S2	Diferentes Pontos de Vista (disponível)
S3	Relações no Espaço (disponível)
S4	Construindo em cabrilândia
S5	Localizando, orientando e situando no espaço
S6	Geometria, arte e repetição
S7	Parecido ou semelhante?
S8	Quando convencemos em geometria?

CLIQUE AQUI PAI

3.2.5 Comunicación y lenguaje: los distintos espacios en el entorno

Además del valor e importancia de la motivación y de los puntos de interactividad para el desarrollo profesional docente por Internet, la constitución de un espacio virtual que favorezca la comunicación entre todos los componentes (formador, profesor, técnico informático) es algo imprescindible para el establecimiento de la comunidad del discurso virtual docente-geométrico, lo que veremos a continuación.

Nuestro entorno virtual para el trabajo a distancia, usa los navegadores *Netscape* o *Explorer* para acceder al material disponible en red y a diferentes enlaces. La transmisión de

mensajes entre los agentes comunicadores es básicamente de dos tipos: comunicación en tiempo real (mediante *chats*, mensajes de ICQ) y en tiempo diferido (mensajes distintas por correo electrónico, participación en el foro de discusión, etc.). En el desarrollo del curso las (tele)interacciones son distintas y de diferentes rangos: el profesor-alumno puede contactar **(i)** al **profesor-formador** para comunicar reflexiones y dudas relativas a los contenidos geométricos; **(ii)** al servicio **técnico** para problemas de conexión o similares; **(iii)** acceder a las intervenciones en el **foro de discusión**, y **(iv)** a los **propios compañeros** del curso para la realización de tareas y provocar distintas teleinteracciones, lo que constituye el debate docente colaborativo.

Además de los espacios comunicativos anteriormente presentados y comentados, a continuación siguen otros espacios disponibles en página de abertura con vistas al enriquecimiento de nuestra dinámica de trabajo por Internet.

- **Administración** — contacto con la institución responsable para resolver asuntos burocráticos.
- **GEPETICEM** — enlace al Grupo de Estudios e Investigaciones sobre las Tecnologías de la Comunicación en Educación Matemática, del cual hace parte nuestro proyecto.
- **Participantes** — lista de todos los profesores participantes del curso con los siguientes datos: nombre, dirección de habitación y de trabajo, correo electrónico.
- **Ayuda Técnica** — contacto con el técnico para soporte informático.
- **Novedades** — divulgación de libros recientes, demás novedades y respectivos enlaces.
- **Eventos** — relación y enlaces a eventos (ponencias, congresos, seminarios, etc.) de interés educativo diverso.




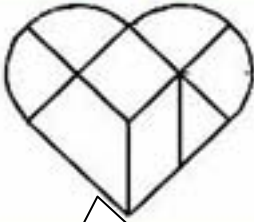

Como puede ser visto a continuación, este es el ejemplo de la pantalla **Eventos**. Tanto en esta como en la página **Novedades**, el visitante puede añadir y enviar nueva información a la página, a través de un cuadro-formulario disponible al final de la misma.



3.3 Bases y estructuración de las unidades didácticas del entorno formativo

Todas las unidades del curso se organizaron y se estructuraron en forma semejante a un periódico, con seis secciones de objetivos distintos, relacionadas entre sí, y a las que se pueden acceder sin un orden predeterminado. Con ello mostramos la idea de que información y formación pueden verse en el marco de la cultura mosaico (Bartolomé, 2000). A continuación presentamos una pantalla de apertura de una unidad didáctica donde se observan las características enunciadas.

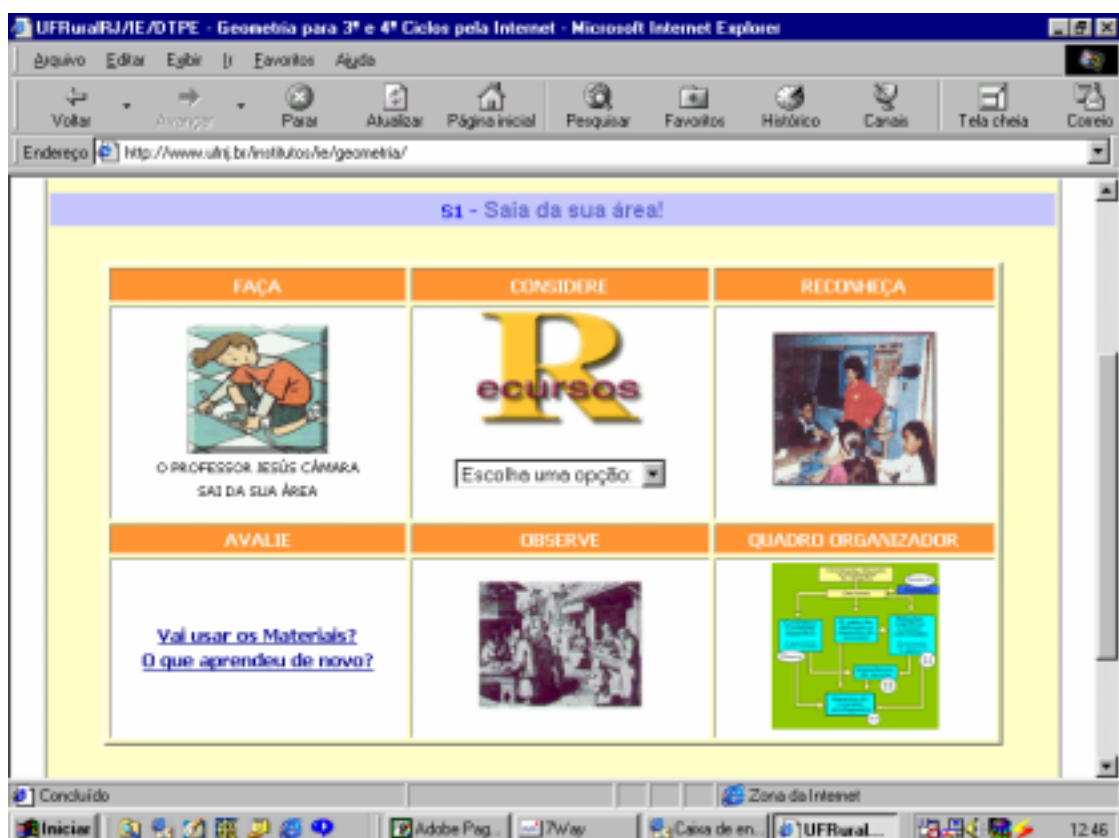
Bem-vindo
54 - CONSTRUINDO EM CABRILÂNDIA

<p>FAÇA</p>  <p>Esclarecimientos, invitación al trabajo, objetivos y tareas provocativas</p>	<p>CONSIDERE</p>  <p>Atención para materiales, webs e Historia</p> <p>Escolha uma opção: [v]</p>	<p>RECONHEÇA</p>  <p>Atención para dificultades y procesos cognitivos de los alumnos en clase</p>
<p>AVALIE</p> <p><u>Vai usar os Materiais?</u> <u>O que aprendeu de novo?</u></p> <p>Formulario para auto-evaluación del trabajo en la unidad</p>	<p>OBSERVE</p>  <p>Reflexión sobre lo cotidiano</p>	<p>QUADRO ORGANIZADOR</p>  <p>Presenta nuestra intención para elaboración y propuesta de la unidad</p>

Pantalla de apertura de una Unidad Didáctica

3.3.1 Estructura de una Unidad Didáctica

Como decimos anteriormente, cada unidad didáctica está dividida en seis secciones con objetivos de formación distintos. A seguir, presentamos cada una de las secciones (considere, reconozca, evalúe, haga, cuadro organizador y observe) de esta primera unidad. Explicaremos el diseño elaborado utilizando detalles de la primera unidad: “*¡Salga de su área!*”. En el *anexo IX* se ve el conjunto de la unidad 1.



Pantalla de apertura de la Unidad 1

No todas las secciones tienen el mismo nivel de obligatoriedad. Los docentes deben entrar en la sección "Haga" para acceder a las a tareas propuestas y a partir de ellas escoger los enlaces que desea hacer. A pesar de las secciones estar hipertextualmente enlazadas no siempre se obliga al profesor para entrar en todas las secciones. Así, pensamos que además de proponer elaborar herramientas cognitivas que ayuden a los profesor en la realización y comunicación de las tareas (Jonassen y Roher-Murphy, 1999), estamos dando autonomía de trabajo al docente.

Sección Considere

Esta sección se divide en seis partes (materiales, referencias bibliográficas, WEBS, manipulativos, actividad ejemplo, otros) cuyo contenido es cambiado a cada nueva unidad. A través de un cuadro despegable el profesor selecciona el enlace que lo desea acceder y conocer herramientas que les pueden ser de utilidad en el desarrollo teleinteractivo de la unidad.



Considere 1: Manipulativos

Descripción detallada del recurso, cómo puede ser construido y qué objetivos pueden conseguirse con el mismo y con la actividad asociada. El ejemplo siguiente es de la pantalla del TANGRAM.



Geometria para 3º e 4º Ciclos

Curso: GEOMETRIA PARA PROFESSORES UFRJ - Seropédica - Ano II - março - julho - 2001

ADMINISTRAÇÃO AJUDA TÉCNICA EVENTOS GEPETICEM LISTA DE DISCUSSÃO NOVIDADES PARTICIPANTES PROFESSOR

Voltar

S1 - Saia da sua área! - Recursos - Manipulativos - Tangram

O TANGRAM é um jogo chinês. Existem vários tipos de TANGRAM: o quadrado, o pitagórico, o triangular, o pentagonal, o oval e o coração partido, dentre outros. O TANGRAM quadrado, que é composto de sete peças: cinco triângulos, um quadrado e um paralelogramo. O TANGRAM é um material que pode ser construído em madeira, cartolina ou material semelhante. A sua construção - por dobraduras ou construções geométricas - juntamente com os alunos em sala de aula, pode propiciar momentos de discussão e aprendizagem de conceitos matemáticos, dentre eles: fração, diagonal e polígonos.

Sua utilização permite:

» Formar figuras que lembrem animais, objetos quaisquer, figuras

Considere 2: Actividad ejemplo

Presenta una o más actividad con el recurso descrito y que el profesor puede utilizarla en su clase o inspirarse para el desarrollo de otra actividad.



Geometria para 3º e 4º Ciclos

Curso: GEOMETRIA PARA PROFESSORES UFRJ - Seropédica - Ano II - março - julho - 2001

ADMINISTRAÇÃO AJUDA TÉCNICA EVENTOS GEPETICEM LISTA DE DISCUSSÃO NOVIDADES PARTICIPANTES PROFESSOR

Voltar

S1 - Saia da sua área! - Recursos - Atividades Exemplos - Tangram

Objetivo: **Trabalhar áreas e comprimentos**

a) Tem figuras aparentemente diferentes com a mesma área?
 b) Quantos quadrados são necessários para cobrir o triângulo grande?
 c) Que fração do TG é o TP?
 d) Buscar comprimentos diferentes nas peças

© Material Elaborado por Marcelo Almeida Bairral e Joaquim Giménez
 Suporte Informático: Emílio M. Togashi

Considere 3: WEBS

Lista de algunas direcciones de páginas Web relacionadas a cada actividad de la unidad.

**Considere 4: Historia**

El objetivo principal de esta página es presentar al profesor rasgos de la Historia de las Matemáticas inherentes a la temática de la unidad. Enlaces a otras páginas de interés histórico también están disponibles en esta página.



Considere 5: Referencias Bibliográficas

Referencias bibliográficas nacionales e internacionales para cada material y actividad de la unidad.



Considere 6: Pensava que ...

En esta página, matizamos para aspectos del contenido curricular de la unidad (algunas propiedades geométricas, sugerencias para integración curricular, cuestionamientos y otras observaciones) que el profesor puede considerar para sus reflexiones en la unidad y en sus planteamientos de clase.

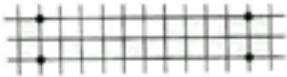


Sección Reconozca

En la sección *reconozca* presentamos al docente algunos resúmenes de resultados de la investigación en Educación Matemática y ponemos énfasis en los procesos cognitivos de alumnos en clase.

51 - Saia da sua área! - Reconhecendo

Alunos de 15 anos confundem área e perímetro



A professora Carla perguntou a um de seus alunos de 15 anos, que significava a palavra perímetro. Veja o que ele respondeu:

"É... um... o de fora", respondeu traçando o perfil de uma figura sobre o tapete. Continuou...

"É difícil de explicar. É... eeh... como se chama... como a circunferência de um círculo..." Distinguindo entre um círculo e um retângulo, confundiu a ideia de área com a de perímetro, confirmado a seguir.

"É a área exterior de um... área de uma superfície... de, como se chama?... de um ... retângulo... ou ... quadrado".

Assim, a professora mostrou-lhe uma folha de papel quadriculado com medidas em centímetros, sobre o qual havia desenhado um retângulo de 7 cm por 3 cm. Quando a professora perguntou sobre o perímetro o aluno respondeu 20, precisamente, 20 cm. Ao ser questionado sobre a área, respondeu "21 cm, ou melhor, 21 cm²".

A seguir, a professora solicitou que desenhasse um retângulo diferente com 20 cm de perímetro. Sua primeira tentativa consistiu em desenhar o mesmo retângulo em

Sección Observe

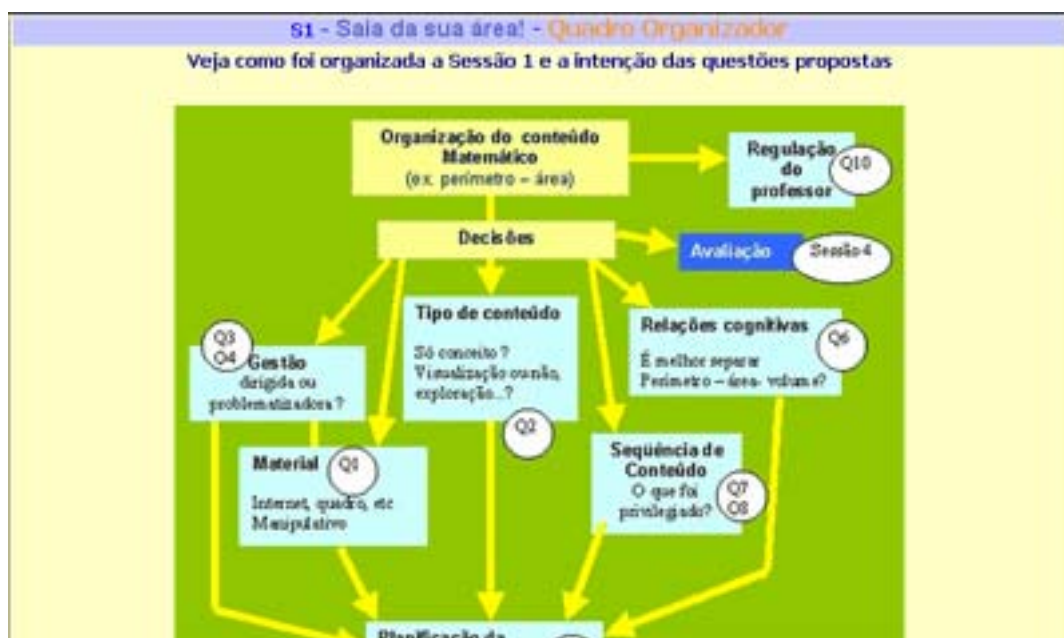
La característica de esta sección es el enfoque hacia lo cotidiano y la aplicación práctica de los contenidos geométricos. No se trata de una sugerencia de actividad, sino una provocación

para que el profesor se fije en la importancia de planteamientos geométricos significativos y contextualizados.



Sección Cuadro Organizador

Presenta un cuadro de como fue organizada la unidad mediante un esquema de árbol que le sitúa como organizador (Nunziati, 1990; Giménez, 1997d) del contenido desarrollado. Ahí, el profesor puede ver el sentido otorgado a las actividades como una parte de la unidad.



Al final del trabajo en la unidad, el formador elabora un texto conclusivo con las ideas discutidas por todos en la misma y lo envía como archivo adjunto a los docentes. El objetivo del texto es actuar como base sintetizadora y reguladora del aprendizaje. La estructura del texto es la misma para todas las unidades didácticas, como puede verse ejemplificado a continuación.

Organización y coherencia con lo planteado por el formador

Texto provocativo con planteamiento filosófico

“No puedo ser profesor si no percibo cada vez más que, por no ser neutra, mi práctica exige de mi una definición. Una toma de posición. Decisión. Ruptura. ... No puedo ser profesor a favor de cualquiera que sea y a favor de no importa lo que...” Paulo Freire

Concluyendo, a partir del esquema que hemos propuesto en el link **CUADRO ORGANIZADOR** y de lo que hemos discutido en el trabajo de la unidad nos gustaría resaltar algunas ideas:

Síntesis y comentarios del formador sobre las ideas discutidas en el desarrollo de la

Atención y enlace al esquema propuesto

- a) Área, perímetro y volumen son conceptos independientes, es decir, una tarea puede explorar apenas uno de ellos.
- b) Un planteamiento dirigido prioriza la conducción del aprendizaje y presupone que el conocimiento se construye linealmente.
- c) Visualización y representación son procesos matemáticos, pero no contenidos.
- d) Aspectos de los contenidos son los conceptos que suelen quedar más evidentes en una situación de aprendizaje que en otra. Por ejemplo, cuando utilizamos papel cuadriculado la unidad discreta (el menor cuadrado) es importante de ser resaltada, mientras que si utilizamos una planta baja, este tipo de unidad puede no quedar tan evidente.
- e) Lo cotidiano debe ser considerado relevante, pero plantearlo no lo es suficiente para resolver determinadas dificultades de nuestros alumnos. Existen dificultades cognitivas propias a determinados conceptos.
- f) Componer, descomponer, comparar, estimar, verificar equivalencias y diversificar unidades de medida constituyen importantes acciones para el trabajo con perímetros y volumen.

Conclusión y provocativa de continuidad de la

Además, conforme subrayamos en el cuadro organizador, eso todo debe estar coherente con una planificación de clase que contemple una decisión del profesor. Usted sabe que las discusiones no están terminadas. Continuamos conversando...

Unidad 1: ejemplo de sintetizador de

Sección Evalúe

En esta sección, a través de un formulario, el profesor auto-evalúa su trabajo en la unidad, que después de llenarlo conectado lo envía directamente para la dirección de correo electrónico del formador. Al recibir el formulario, el formador puede leer la auto-evaluación y retornar con preguntas, si es el caso. Se trata de un cuestionario estructurado de respuesta objetiva y con posibilidad de comentarios, en caso se que el profesor desea hacerlos. El cuestionario es el mismo para todas las unidades y las preguntas versan sobre: los sentimientos del profesor con el trabajo en la unidad y el tiempo dedicado para el mismo; dificultades y facilidades encontradas por el docente tanto en el trabajo con la geometría como en la dinámica a distancia; lo que aprendió de cada sección; etc. En la pantalla siguiente puede verse una parte del cuestionario utilizado.



The image shows a screenshot of a web-based evaluation form. The title bar at the top reads "S1 - Saia da sua área! - Avaliação". The form is set against a yellow background and contains the following elements:

- Input fields for "Nome:" and "E-mail:" (with an @ symbol icon).
- A prompt: "Pensar em colocar alternativas com desenhos".
- Section 1: "1. Neste sessão estive:" with four radio button options: "Feliz", "Triste", "Sozinho", and "Integrado".
- Section 2: "2. Quanto ao tempo para realizar toda a sessão:" with three radio button options: "Foi excessivo", "Foi suficiente", and "Não foi suficiente, gastei mais [input field] hora(s)".
- Section 3: "3. As atividades e os recursos apresentados e disponibilizados:" with four radio button options: "Foram novos", "Conhecia alguns deles", "Utilizei em classe", and "Superei para colegas".

Sección Haga

En la sección **Haga**, el docente es invitado a desarrollar un trabajo y se esclarece el objetivo de la unidad. Con las tareas de la unidad se le provoca para reflexionar sobre su práctica en Matemáticas. Como siempre este tipo de trabajo exige un estímulo constante al docente para

que el mismo pueda sentirse realmente involucrado en la comunidad constituida y continuar a invertir en su proceso de desarrollo profesional. Así, esta estructura de texto (bienvenida, esclarecimientos, frase provocativa y estímulo al trabajo) es la misma para todas las unidades. Como se puede ver, para favorecer la hipertextualidad y la dinámica interactiva en el entorno, los subrayados en azul son enlaces a otras páginas del curso y también a páginas externas.

The screenshot shows an email interface with the following content and annotations:

- Header:** s1 - Saia da sua área! - Fazendo
- Recepción:** Prezado(a) colega,
- Esclarecimientos, objetivos de la unidad e invitación al trabajo:** Nesta sessão, vamos trabalhar sobre áreas e perímetros a partir da web do professor espanhol Jesus Câmara <http://roble.pntic.mec.es/~jcamara/websup1.htm>. Você deve acessá-la e se posicionar através das questões propostas. O trabalho desta sessão tem uma tarefa Q1-S1.
- Tareas:** Embora algumas atividades devam ser enviadas no tempo previsto para o professor. Se você preferir envie-as também para a lista de discussão pois, além dos comentários do professor, você poderá receber contribuições dos seus colegas.
- Frase provocativa:** Lembre-se que melhorar a prática é refletir e discutir a realidade da sala de aula.
- Estímulo:** Bom trabalho, Marcelo

Con vistas a la reducción del costo de conexión y facilitar al profesor al responder a las preguntas en el propio documento, guardándolo y enviándolo adjuntado en un mensaje de correo normal, en todas las unidades didácticas se puede hacer el *download* de las tareas como documento del *Word*. Además de eso, el tiempo personal de trabajo de cada docente en cada cuestión/tarea es distinto. Con eso, el profesor tiene la posibilidad de tener el documento y poder trabajar en distintos momentos y lugares/escuelas, y también de cambiar experiencias con otros colegas de trabajo.

Al clicar en Q1-S1, el profesor transfiere el archivo de tareas para su fichero personal en el disco duro. En la primera unidad del curso, titulada "Salga de su área" y detallada en este capítulo, discutimos la temática de áreas y perímetros. En esta unidad proponemos un análisis, con previa autorización del autor, de la página <http://roble.pntic.mec.es/~jcamara/websup1.htm> del profesor español Jesús Cámara. Del poco trabajo que los profesores de Rio de Janeiro suelen desarrollar en geometría (Bairral, 1996), áreas y perímetros todavía sigue siendo lo que más se hace. Además, al considerar la deficiencia en Brasil de formación (inicial y continua) en geometría en los diferentes niveles de enseñanza (Fainguelernt, 1999) optamos por iniciar el

curso por algo que los docentes conocen y practican, como se puede ver a continuación en partes de la página de Cámara y en las preguntas planteadas.

Tareas provocativas Unidad 1



1. ¿Sabías que existen estos tipos de materiales en la Internet? ¿Piensas que deberían haber más materiales como este en la red? ¿Por qué? ¿Usted ya utilizó algún material de Internet con sus alumnos?

2. El profesor y autor propone estas actividades para desarrollar el o tópico perímetro y área. ¿Qué otros contenidos también están siendo desarrollados? ¿Por qué trabajar área y perímetro conjuntamente? El autor también habla sobre descubrimiento dirigido en matemática, ¿Qué piensas sobre eso? ¿Su planteamiento habitual de clase es de este tipo? ¿Comente en el foro! ¿En el trabajo con áreas podríamos haber empezado directamente con las actividades de 16 hasta 19? ¿Por qué?

3. ¿Qué aspectos del contenido matemático las actividades privilegian? ¿Cuales aspectos fueron nuevos para usted? El autor no colocó ejemplos de actividades explorando el espacio. Él también podría haber comparado perímetro, área y volumen utilizando, por ejemplo, zocatas de cajas diversas, cubos e, inclusive haciendo planificaciones distintas. ¿Hace sentido este tipo de trabajo? ¿Qué piensas sobre eso? ¿Cómo usted trabajaría estas nociones en una clase de 5ª serie (alumnos 11-12 años)?

4. Hable de una tarea (para 20 minutos o más) que usted ha desarrollado sobre el tema de esta unidad. No se olvide de recoger las respuestas de sus alumnos. Presente su tarea y díganos su experiencia, añadiendo sus comentarios y análisis.

- (a) Sus expectativas que han sido alcanzadas y, las que ocurrieron y no habías previsto.
- (b) Relate y analice una respuesta errada de sus alumnos.
- (c) Si usted fuese utilizar esa tarea en otro clase, ¿qué harías de diferente? ¿Por qué?

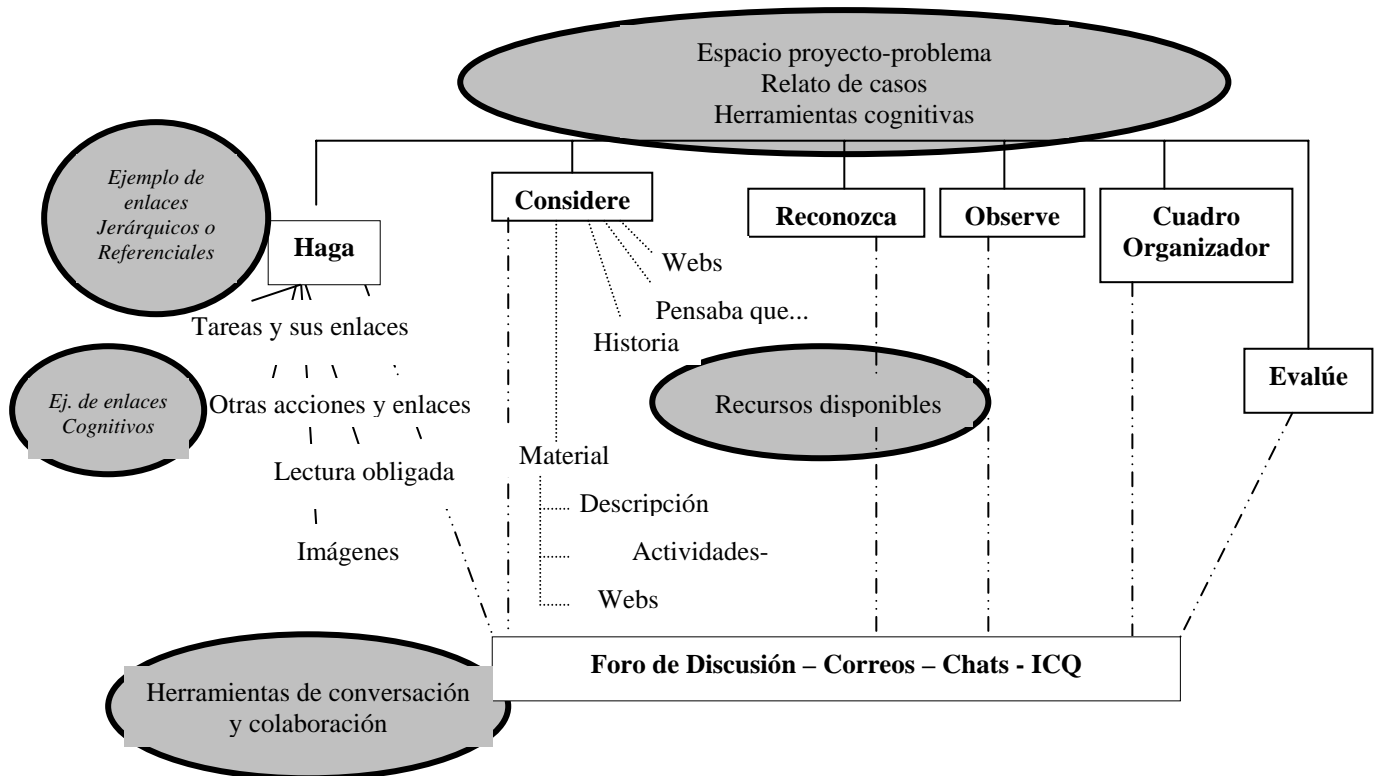
5. En el link **observe** puedes percibir la aplicación real de la idea de área, pero no pusimos ninguna actividad. Hable de una actividad que podríamos pensar para el trabajo con estimación de áreas, utilizando como recurso el papel cuadrulado y los mapas. ¿Piensas que sus alumnos presentarían dificultades distintas de la que presentamos en el link **reconozca**? ¡Acceder **recursos-Historia** también podrá ayudarlo en sus planteamientos y reflexiones!

6. Cuéntenos brevemente lo que a usted no le gustó de las actividades de Jesús Cámara para sus alumnos y el por qué.



Venga, ¡vamos para el foro de discusión!

Ante lo presentado, concluyendo este apartado el esquema siguiente sintetiza la estructura de las unidades didácticas según los principios hipertextuales (Jonassen, 1986; Lévy, 1993; Gall y Hannafin, 1994) y constructivos (Jonassen y Rahrer-Murphy, 1999) enunciados en el capítulo anterior.



Estructura hipertextual-constructiva de las Unidades

El trabajo virtual en cada unidad didáctica constituye una secuencia ilimitada de acciones profesionales docentes que son desarrolladas a través de los distintos enlaces hipertextuales y cuyo proceso colaborativo se efectiva con la discusión colectiva en los distintos espacios comunicativos del entorno.

3.4 Considerando características del contexto educativo para la implementación

3.4.1 Caracterización de los espacios comunicativos analizados

Craft (1996), al proponer distintos métodos para evaluar el desarrollo profesional, destacó que además de considerarnos el contexto con el que trabajaremos, para la adopción y utilización de un método hemos de tener conciencia (1) de las potencialidades y las limitaciones del modelo adoptado, (2) si el método utilizado nos posibilitará obtener las informaciones necesarias, (3) si el método es aceptable en cuanto al tiempo y a los recursos empleados, y (4) si tendremos tiempo y medios suficientes para desarrollar el análisis de la información a ser recogida.

Con esta perspectiva, presentamos en el cuadro de la página siguiente todos los espacios comunicativos (Bairral, 2001) utilizados en el desarrollo del curso y de la investigación, y una caracterización sobre las posibles ventajas y dificultades de cada uno de ellos con vistas a obtener más informaciones sobre el proceso de desarrollo de cada docente en el curso. El objetivo es que nos permitirán triangular las observaciones de la experiencia.

	Medio	Ventajas	Dificultades
Correo electrónico	Correo	Útil para abordar asuntos urgentes, aclarar dudas, proponer preguntas y demás contactos más personalizados.	Los mensajes pueden "perdersse" entre las docenas de mensajes que se recibe.
	Cuestionario	Permite identificar creencias de los profesores, etc.	El profesor puede no explicitarlas al inicio.
	Auto-evaluación	Envolver el profesor críticamente en el proceso.	Puede no suministrar detalles de lo que realmente el profesor ha aprendido o de las dificultades que ha tenido.
	Formulario de inscripción en el curso	Obtener datos profesionales: formación, institución, libro adoptado, tiempo de magisterio, etc.	Datos con carácter administrativo, que a veces no explica todo.
	Contrato de trabajo	Alertar para las normas del curso y buscar el compromiso docente.	Dificultad de seguir completamente sus reglas por dificultades ajenas: problemas de conexión, problemas técnicos, tiempo de dedicación del profesor ...
	Planteamiento de clase	Involucrar el profesor para el planteamiento colaborativo.	Elaborar y socializar el planteamiento.
	Relato de clase	Percibir en que aspectos el curso ha contribuido, a reflexionar sobre la complejidad del trabajo docente y la necesidad constante de cambios.	Socializar para todos los colegas del curso todo el proceso.
Foro de discusión	Espacio público que favorece la comunicación y el trabajo docente colaborativo de reflexión continua; posibilita conocer colegas y desarrollar amistad; puede ser impreso; de acceso libre en varios momentos del curso.	Hacer que el profesor reflexione críticamente también sobre la práctica del colega; publicitar y explicitar planeamiento propio; romper con el miedo a intervenir.	
Chat	Discusión en tiempo real con respuesta inmediata; las creencias del profesor son explicitadas para una discusión colectiva; puede ser grabado como documento e impreso por el formador.	Aumenta el costo de conexión del profesor; debe ocurrir preferentemente en horarios de tarifa reducida; gran número de participantes puede perderse con la cantidad de intervenciones; en la medida que los profesores acceden, nos les permite leer y saber lo que se está discutiendo; no puede tener la idea de un chat (bate-papo) informal, sino que debe estar integrado en la temática del curso, es decir, empezar a partir de una situación concreta.	
Mensaje del ICQ	Comunicación en tiempo real de carácter personal; posibilita envío inmediato de documentos urgentes, textos, ...; explicita emociones con el envío de reacciones; posibilita a los interlocutores que continúen con otras tareas normalmente conectados; puede ser guardado e impreso.	Necesidad de estar conectado y poseer el programa instalado y un registro (número) personal.	
Vídeo de aula	Reconocer cambios en la práctica del profesor.	Necesita trabajo presencial: moverse al local, conseguir filmar, transcribir y analizar en el desarrollo del curso.	
Entrevista	Conversación y contacto personal; esclarecer dudas directamente; posibilidad para que el docente pueda complementar sus respuestas, principalmente los más tímidos.	Necesita trabajo presencial: moverse, conseguir grabar, transcribir y analizar el material en el desarrollo del curso.	
Diario del formador-investigador	Involucra el formador en el proceso de manera que reflexione sobre su práctica; favorece la organización de	Trabajo diario y que no puede ser acumulado principalmente por el exceso de mensajes; organizar la cantidad de	

	todas las informaciones; percibir todo el proceso de desarrollo del curso	información (respuestas, dudas, sugerencias, problemas, ...) que recibe y envía.
--	---	--

Para justificar aún más teóricamente nuestro desarrollo, además de las especificidades comunicativas de cada espacio que hemos presentado, partimos de las variables consideradas por Hoffman y Novak (1995) y las adaptamos para nuestra investigación, con vistas a matizar con más detalles el real valor cognitivo-comunicativo de cada espacio para la dinámica del trabajo a distancia con los docentes.

Espacios comunicativos	Interacción Interpersonal	Interacción con el equipo	Fuentes de información	Número de participantes	Modalidad	Interacción bidireccional	Tiempo	
							Real	Diferido
Correo	sí	sí	muchas	uno-a-uno uno-a-muchos	E, I	sí		x
Cuestionario Inicial	sí	sí	muchas*	uno-a-uno	E	sí		x
Cuestionario Final	sí	sí	muchas*	uno-a-uno	E	sí		x
Auto-evaluación	sí	sí	muchas	uno-a-uno	E	sí		x
Formulario de inscripción	sí	sí	muchas	uno-a-uno	E	sí		x
Contrato de trabajo	sí	sí	muchas	uno-a-uno	E	sí		x
Foro de discusión	sí	sí	muchas	uno-a-muchos	E	sí		x
Chat	sí	sí	muchas	muchos-a-muchos uno-a-uno	E	sí	x	
Mensaje del ICQ	sí	sí	muchas	uno-a-uno	E, A	sí	x	x
Entrevista	sí	no	muchas*	uno-a-uno	H, E, C	sí	x	
Vídeo de aula	sí	no	muchas	uno-a-muchos	H, E, C	no	-	x
WEB (entorno)	no	sí	muchas	muchos-a-muchos	A, E, I	no	-	-

Espacios comunicativos: valor cognitivo-

En los correos, además de las tareas, están incluidos todos los tipos de mensajes intercambiados entre profesor-colega(s), profesor(s)-formador. En los cuestionarios y en la entrevista, hay variadas fuentes de información tanto para el investigador como para el profesor en este caso. En los otros espacios será el profesor quien utilizará las fuentes de información de la manera que le convendrá. Como modalidades de manifestación del discurso están presentes en nuestro entorno: texto escrito (E); animaciones (A); cenestésicos¹ (C); imagen (I) y habla (H). En la grabación del video no hubo interacción en tiempo real entre el formador-investigador y el profesor, pero en el proceso de transcripción y análisis del video por el formador sí que hubo.

¹ Los cenestésicos son los movimientos y posición del cuerpo, gestos, expresiones faciales y otras formas de expresión utilizadas por una persona al comunicar algo.

A continuación comentamos con detalles algunos de los espacios utilizados: el formulario para auto-evaluación, el diario del formador-investigador, el formulario de inscripción en el curso, el cuestionario inicial y el final, el contrato de trabajo y la grabación en video.

3.4.1.1 Formulario para auto-evaluación

Conectado, al final del trabajo en cada unidad, se envía directamente a la dirección de correo del formador un formulario con nueve preguntas (anexo III) sobre: (1) sentimientos del profesor en el trabajo; (2) el tiempo de trabajo necesario a la unidad; (3) sobre las actividades y recursos disponibles; (4) lo que consultó (libros, páginas WEB, etc.) o utilizó (calculadora, programa educativo, etc.) el profesor para el desarrollo de las tareas; (5) sobre los conceptos de la geometría trabajados en la unidad; (6) sobre la dinámica teleinteractiva en la unidad; (7) atención a cada una de las secciones (recursos, Historia, reconozca y observe); (8) presentar una conexión establecida con la unidad anterior; y (9) otros comentarios y sugerencias que considerar necesario el profesor.

Después de enviado y leído por el formador, el cuestionario puede ser retornado al profesor con observaciones y comentarios del formador, lo que además lo constituye en una herramienta imprescindible para la evaluación continuada del curso y favorece el establecimiento de una importante dinámica teleinteractiva en el desarrollo del conocimiento profesional de los dos teleinteractantes (profesor y formador).

3.4.1.2 Diario del formador-investigador

Consideramos que el proceso comunicativo crítico-reflexivo establecido en las (tele)interacciones del entorno, además de constituirse en un importante proceso del desarrollo profesional de los involucrados en el curso, también es una fuente para la obtención de

información y datos en la triangulación de los mismos. Así, el diario (anexo IV) tratase de una herramienta indirecta para recogida de datos en la investigación.

El diario ha sido construido en un documento del Word con tres columnas: (1ª) fecha, (2ª) mensaje original y (3ª) observaciones del investigador. Inicialmente hacen parte de las interpretaciones de los mensajes directamente intercambiados entre el formador y los docentes. Las contribuciones del director de tesis, del técnico informático y de otros eventos formativos (congresos, seminarios, grupos de investigación, etc.) en los cuales he participado también podrán estar contempladas en algunos momentos de mi proceso reflexivo. Por problema de espacio y formato, no he copiado integralmente para el diario todos los archivos adjuntos enviados por los profesores al contestarme las tareas, pero sí los resumo y los comento en el diario. El diario se conviene en uno de los elementos clave de la triangulación que otorga al formador-investigador la posibilidad de verse involucrado en un proceso de investigación-acción con el director de la tesis.

3.4.1.3 Formulario de inscripción

El formulario de inscripción (anexo V) si encuentra en la portada del curso y también posibilita al formador informaciones sobre cada profesor. Ha de ser llenado conectado y enviado directamente al formador. En este, el interesado en participar del curso llenará cuadros despegables con informaciones distintas: (1) sobre datos personales-profesionales (nombre; formación profesional; tiempo de licenciado; tiempo como profesor; series en que actúa o actuó; libros didácticos adoptados; características de la escuela en que trabaja, etc.); (2) sobre fecha y nombre de los dos últimos cursos de formación continua que participó; (3) conocimientos sobre Internet; (4) conocimientos sobre el programa Cabri Géométrie y (5) dos objetivos con que buscó realizar el curso.

3.4.1.4 Contrato de trabajo

El contrato didáctico es una herramienta que además de ofrecer informaciones para la obtención y análisis de datos, lo consideramos imprescindible para que el docente se fije en la importancia de establecer, negociar y cumplir con reglas, de manera que el trabajo fluya como lo previamente planteado. Nuestro contrato (anexo VI) ha de ser llenado por el docente cuando esté conectado y de preferencia en su primer acceso al entorno, actuando como regulador inicial (Giménez, 1997). También se lo envía directo al formador. Con el contrato, el profesor tomará conciencia de catorce alternativas sobre: fechas (inicio y termino del curso, de las unidades, fecha para encaminamiento de las tareas, etc.); procesos de desarrollo de las tareas y trabajos a encaminar al formador; reglas del trabajo; atención a procesos personales (socialización, explicitar dificultades, comunicación continua con los involucrados); sobre la dinámica comunicativa y de acceso al entorno. Al final del contrato, el profesor podrá hacer los comentarios que quiera en un cuadro despegable.

3.4.1.5 Cuestionario Inicial

El cuestionario inicial se trata de un formulario con doce preguntas en el que el docente ha de llenarlo conectado (anexo VII). Además de conocernos rasgos de lo que piensa cada docente que tomará el curso, la idea de esta herramienta es también donar al profesor una idea de lo que encontrará en el curso. Las primeras diez preguntas son cerradas y el profesor habrá de puntuar de cero hasta cinco cada afirmativa, considerándola menos o más correcta. Han sido planeadas matizando distintos aspectos de la enseñanza de la geometría: concepción de la geometría; planteamiento curricular (objetivos, actividades, recursos, evaluación); procesos cognitivos; Historia; y sobre el modelo de razonamiento de van Hiele. Las dos últimas preguntas son abiertas. En la undécima preguntamos al profesor como él ha utilizado el ordenador y, en la duodécima, espacio libre esclarecimientos y comentarios que quiera hacer el docente.

Tanto el cuestionario inicial y el contrato de trabajo han de ser llenados antes de que el docente empiece en las demás actividades del curso.

3.4.1.6 Entrevista

La entrevista semi-estructurada ha sido planteada con vistas a ofrecer al profesor una oportunidad más para explicitar, presencialmente, su proceso de desarrollo del conocimiento profesional e intercambiar experiencias con el formador. Una semana antes de la entrevista, el formador envió al profesor la guía de la entrevista por correo electrónico para que él pudiera tener idea de la misma y, por si acaso, también proponer cambios y/o sugerencias. La entrevista fue gravada en cintas de audio y el tiempo previsto de duración fue entre 50 y 60 minutos. Después de transcribirla el formador envió, también por correo electrónico, copia de la entrevista para que el profesor tuviese idea de cómo se desarrolló la interacción formador-profesor, reflexionase sobre sus posicionamientos y devolverla con comentarios o complementos que considerase importante. En el anexo VIII el lector puede ver la transcripción de la entrevista con los comentarios de una de las docentes que tomaron el curso. Las preguntas de la entrevista han sido planteadas en cinco bloques, a saber: (1) aclaración al profesor de los objetivos de la entrevista; (2) pregunta provocativa a partir de una intervención del profesor en el curso; (3) pregunta provocativa tomando un ejemplo de clase presentado por el profesor; (4) sobre la importancia del curso (desarrollo de procesos geométricos en los alumnos y para la incorporación de elementos en la práctica cotidiana del profesor); (5) otros comentarios que el profesor quiera hacerlos.

3.4.1.7 Cuestionario Final

El cuestionario final fue enviado por correo electrónico a cada docente que concluyó el curso. Se trató de una herramienta opcional al profesor y las preguntas fueron planteadas en siete bloques: (1) aclaración al profesor de la propuesta del cuestionario, (2) fueron tomados los objetivos presentados por el profesor en el formulario de inscripción y preguntado a él si los mismos han sido logrados y lo por qué, (3) fue solicitado al profesor para presentar un momento significativo del curso y justificarlo; (4) el profesor fue provocado para razonar sobre una intervención propia o de un compañero; (5) fueron propuestas preguntas sobre una unidad del curso en concreto; (6) fue solicitado al profesor para ejemplificar una tarea del curso y la integración curricular pensada por él a partir de la tarea ejemplificada; y (7) cuestión para que el profesor comentara sobre el formador.

3.4.1.8 Video de Clase

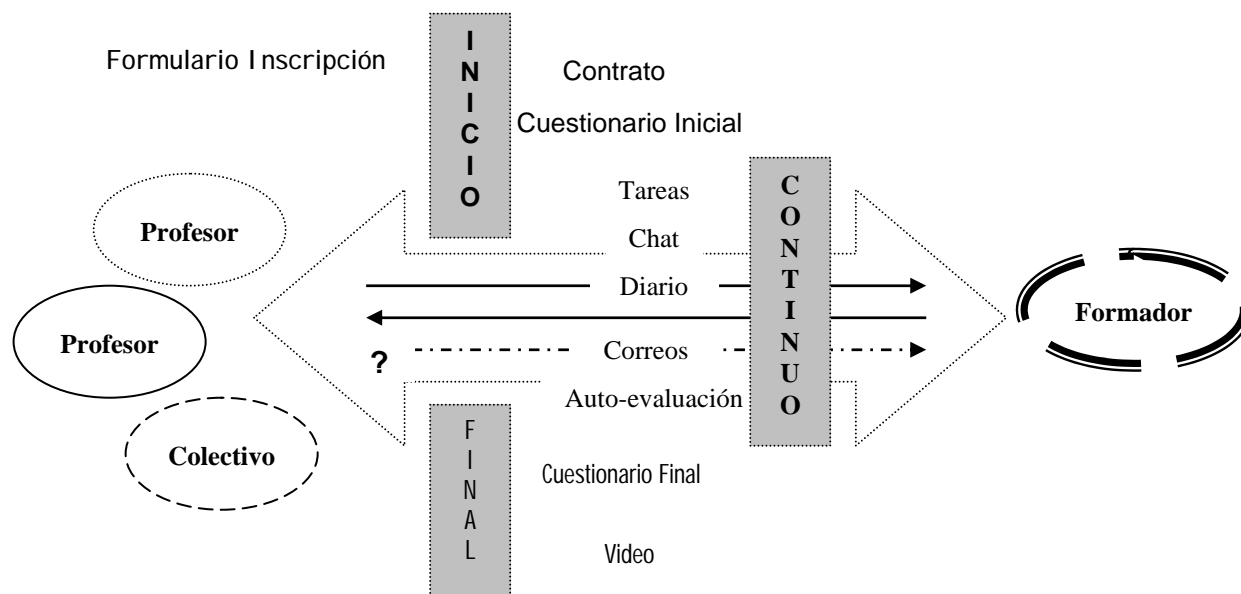
Con el video de clase, buscamos identificar más elementos del curso que fueron incorporados por el profesor en su clase. La grabación, acordada anteriormente con el profesor y autorizada por los alumnos o sus padres, fue hecha por el propio formador después de transcurrido un mes de terminado el curso. El tiempo total de grabación estuvo en cerca de una hora (una clase), siendo que unos cincuenta minutos fueron con el profesor y alumnos en clase, y cerca de los cinco últimos minutos quedaron para que el profesor hiciera sus comentarios sobre el aula. Para la grabación fueron tomados cinco momentos: (1) habla inicial del profesor: introducción y presentación de la propuesta de trabajo; (2) toda la clase y/o grupos empezando el trabajo; (3) un grupo o un alumno trabajando; (4) un grupo o alumno y la profesora interactuando con él; (5) todos los alumnos y la profesora: síntesis o evaluación del aula.

Después de hecha la edición de grabación y la transcripción del video, el formador encaminó al referido profesor, una copia de la cinta de video y la transcripción con las observaciones desarrolladas para que el profesor pudiera contribuir con ese proceso. El video de clase será objeto de análisis en el estudio 2 (capítulo 7) y allí presentaremos mas detalles sobre el proceso y las herramientas para su análisis.

3.4.2 Registro y selección de la información para la investigación

Enfocando los estudios sobre el conocimiento profesional del profesor Llinares (1996) resalta que el diseño de la investigación y los instrumentos generados deben poner de manifiesto la contextualización y la complejidad cognitiva del fenómeno estudiado. Además de eso, otros dos focos importantes que consideramos en el proceso de desarrollo del contenido del conocimiento profesional docente son el reconocimiento del profesor como integrante efectivo del entorno formativo y hacerlo conciente de su proceso de aprendizaje y desarrollo profesional. Y como hizo hincapié Llinares (1996), un diseño de investigación que intente reflejar características de este tipo, debe contemplar la posibilidad de múltiples fuentes de datos y análisis. Así, creemos que a partir de las distintas (tele)interacciones (provocativas, desequilibrios cognitivos constantes, ejemplificación, confrontos, etc.) establecidas en los espacios comunicativos, los docentes reflexionan críticamente, argumentan, intercambian experiencias y construyen sus significados situados a partir de sus propios intereses práctico-personales.

En esta perspectiva, la recogida de datos en nuestra investigación fue desarrollada tomando diversas fuentes de información para la obtención de los datos a partir de distintas (tele)interacciones entre iguales y considerando distintos momentos en el desarrollo del curso. Como podemos ver con el esquema siguiente, con excepción del formulario de inscripción, todas las otras fuentes pueden desarrollar –a partir del interés del profesor o del formador- una secuencia teleinteractiva dinámica, lo que constituye un proceso comunicativo hipertextual importante en desarrollo del proceso formativo.



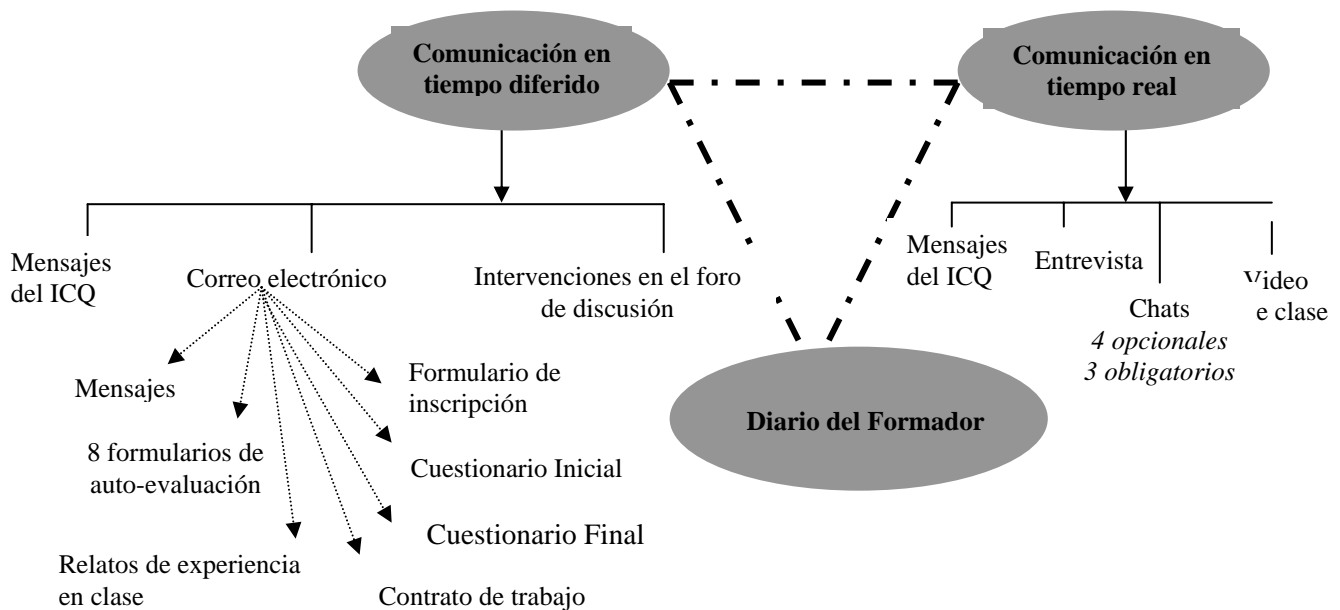
Dinámica para la obtención continua de información

En este proceso continuo práctica↔reflexión↔crítica↔acción↔práctica, a través de las distintas acciones e interacciones docentes, es imprescindible para que el profesor tenga conciencia de las dificultades inherentes al proceso enseñanza-aprendizaje y tome conciencia de que este proceso necesita madurez, un involucrarse críticamente en la tarea e intercambios profesionales continuos con los otros compañeros del curso y fuera de él.

Conforme ha subrayado Mathison (1988), la triangulación de la información, no sólo es una solución tecnológica a la recogida de datos y al problema del análisis, es una técnica que proporciona una mejor y mayor evidencia desde la que los investigadores puedan construir proposiciones significativas de los fenómenos sociales desde los que se han generado la evidencia. Así, la información para nuestra investigación se obtiene a partir de la triangulación de las diferentes intervenciones de los docentes en los diferentes espacios comunicativos del entorno.

Como forma de comunicación en *tiempo diferido* tenemos las intervenciones por correo electrónico (mensajes personales diversas, envío de archivos adjuntados, formulario de auto-evaluación para cada sección, formulario de inscripción, contrato didáctico de trabajo y cuestionario inicial), por el foro discusión y por mensajes del programa ICQ. Como

comunicación en *tiempo real*, tenemos también los mensajes del programa ICQ, la edición de los *chats* (obligatorios y opcionales), una entrevista semi-estructurada y la grabación de un video de clase del profesor. Las informaciones del diario de investigación y del video de clase, juntamente con las informaciones contenidas en las distintas intervenciones - diferidas o en tiempo real - ayudaron sustancialmente en la triangulación de los datos.



Triangulación de la información

3.4.2.1 Sobre el análisis semántico del discurso

Para culminar digamos que el proceso de análisis del discurso, Potter y Wetherell (1987) proponen diez fases que hemos de considerar, no necesariamente en este orden: (1) planteamiento de las cuestiones de la investigación; (2) selección de la muestra; (3) colección de registros y documentos diversos; (4) entrevistas; (5) transcripción; (6) codificación; (7) análisis; (8) validación; (9) informe y (10) adaptación. En cuanto al proceso analítico de nuestros datos hemos también considerado los principios del análisis del discurso sugeridos por van Dijk (2000, p.58-61) y presentados en el cuadro siguiente.

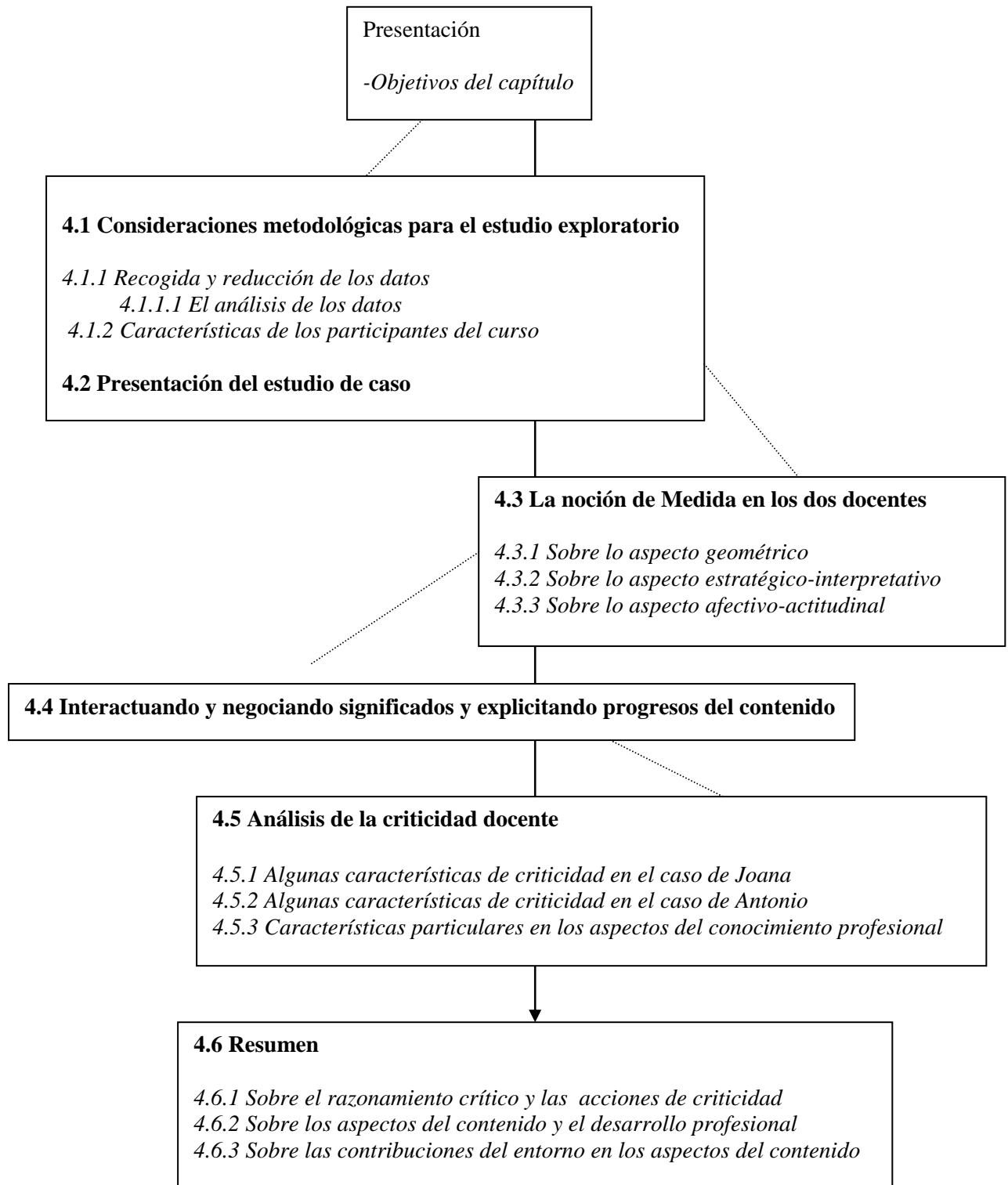
Principios	Aportaciones y consideraciones para nuestro estudio
Texto y conversación naturales	Tomamos la conversación y los textos producidos tal como fueron intercambiados.
Contexto	Tomamos como referencial y foco de atención el contexto social-profesional de los docentes.
El discurso como conversación	A pesar de la conversación ser la forma básica o primordial del discurso, por características específicas y limitaciones de nuestro entorno, estamos interesados en las interacciones verbales (entrevista y video de clase) y en teleinteracciones (producción de los textos escritos).
El discurso como práctica social de los integrantes de un grupo	Tanto el discurso hablado como el escrito son formas de la práctica social en un contexto sociocultural. Así, esperamos que a partir de las teleinteracciones establecidas en nuestra comunidad de discurso, los profesores puedan desafiar estructuras e instituciones sociales y políticas más amplias.
Las categorías de los miembros de un grupo	Consideramos lo que interpreta, razona y dice el profesor, pero también buscamos profundizar y desarrollar argumentos y fundamentos teóricos que den cuenta de este discurso docente como práctica social.
Secuencialidad	Tanto en la producción como en la comprensión de la conversación y el texto, la práctica del discurso docente es fundamentalmente lineal y secuencial, pero el profesor tiene siempre la oportunidad de reinterpretar o repara las actividades e interpretaciones previas.
Constructivismo	Además de secuencial, el discurso del profesor es constructivo en el sentido de que sus unidades constitutivas pueden utilizarse, comprenderse o analizarse funcionalmente como elementos de unidades superiores y más amplias, proceso que da origen a estructuras jerárquicas.
Niveles y dimensiones	Los profesor operan estratégicamente con varios niveles o dimensiones del discurso al mismo tiempo.
Sentido y función	En el proceso interactivo/comunicativo, tanto el profesor como el formador persiguen el sentido. Preguntas como <i>¿qué quiso decir aquí?</i> , <i>¿qué sentido concreto tiene eso para su contexto práctico-profesional?</i> suelen ser hechas.
Reglas	Se supone que el lenguaje, la comunicación y el discurso están gobernados por reglas. La conversación y el texto se analizan como manifestaciones o implementaciones de reglas gramaticales, textuales, comunicativas o interaccionales. Al mismo tiempo, sin embargo, el estudio del discurso concreto se concentra en cómo se pueden violar, pasar por alto o modificar esas reglas y qué funciones discursivas o contextuales cumplen tales transgresiones reales o aparentes.
Estrategias	Además de aplicar reglas, los profesores también conocen y emplean estrategias mentales e interaccionales expeditivas en el proceso de comprensión o producción del discurso y en proceso de consecución de sus objetivos comunicativos o sociales.
Cognición social	Además de los recuerdos y experiencias personales de sucesos (modelos), las representaciones socioculturales compartidas (conocimientos, actitudes, ideologías, normas, valores) de los profesores como miembros de una clase social-profesional también desempeñan un papel fundamental en el discurso, así como su descripción y explicación.

Concluyendo presentamos a continuación el cuadro orientador de lo que analizamos según cada sub-objetivo y los indicadores utilizados para el análisis en la investigación.

Sub-objetivo	Observación	Indicador(es)
1.1	Referencias teóricas sobre Formación a Distancia/Presencial	Giménez (1998b), Ponte (1994), Borba (1997)
	Contexto Educacional Brasileño	Ley de Directrices y Bases de la Educación; Parámetros Curriculares Nacionales; Directrices Curriculares para las Licenciaturas; Kindel, Bairral y Oliveira (2000)
	Elementos curriculares en geometría	PCN, Alsina, Burgués y Fortuny (1987); Veloso (1998); Koehler (1998); Horvath y Lehrer (2000); Murillo (2001)
	Referencias teóricas sobre Webs, entornos constructivos y otros contextos de formación docente en Educación Geométrica	Tipos y secuenciación de tareas Giménez (1999) Dificultades en el contenido matemático y técnicas (Internet) Giménez (1998) Puntos de interactividad (Proyecto TIMAH) Jonassen (1986); Lévy (1993); Gall y Hannafin (1994); Jonassen y Rahrer-Murphy (1999)
1.2	Referencias teóricas sobre Conocimiento y Desarrollo Profesional de Profesores de Matemáticas	Descriptivos de contenido del conocimiento profesional Giménez (1998); Oliveira, Segurado y Ponte (1998); Llinares (1998); García Blanco y Llinares (1998); Ponte (1994)
2.1 – 2.3	Discurso en los distintos espacios Tipos de Producción(cognitivo/metacognitivo) Nivel de implicación: comunicación social a otros Nivel de transferencia: paso a otros ejemplos Nivel de estrategias incorporadas, recursos utilizados, ... Elementos geométricos utilizados	Análisis semántico de las intervenciones Análisis de tareas producidas Triangulación: diario/intervenciones en tiempo real/tiempo diferido Villar Angulo (1990); Smyth (1986, 1991); Kuhn (1999); van Dijk (1985, 2000); Mewborn (1999); Goffree y Oonk (2001)

En los tres capítulos siguientes presentaremos los estudios de caso desarrollados y explicitaremos con más detalles el proceso de análisis en cada uno de ellos.

Estudio Exploratorio sobre el Desarrollo Profesional por Internet y Criticidad Docente



En distintos planteamientos para la enseñanza y el desarrollo profesional, sean presenciales o a distancia, consideramos importante explicitar y analizar diferentes acciones docentes en su proceso de desarrollo del razonamiento crítico, de manera que las instituciones formadoras propongan cursos que realmente contribuyan, entre otros, para que el docente reconstruya su práctica en geometría. Así, en la perspectiva de la semiótica social (Lemke, 1997) y del análisis semántico del discurso (van Dijk, 1985, 2000), en este capítulo nos planteamos verificar la contribución de nuestro entorno formativo para el desarrollo profesional de los profesores, en especial:

- (1) explicitar aspectos del contenido profesional del profesor observados en el caso específico de la *Medida* y ejemplificar distintas interacciones que aparecen,
- (2) identificar y analizar elementos que caracterizan o son indicios de acción docente crítica (Smyth, 1991) situada (Linares, 1998),
- (3) identificar aspectos del proceso de desarrollo del razonamiento crítico (Kuhn, 1999) en una acción docente crítico-reconstructiva.

4.1 Consideraciones metodológicas para el estudio exploratorio

Para llevar a cabo nuestros objetivos, nos situamos en el ámbito de la investigación cualitativa. Para eso, como se ha indicado en el capítulo 3, elaboramos e implementamos un curso de extensión universitaria, para formación continuada del profesorado de Matemáticas por Internet. El estudio en este capítulo fue desarrollado desde agosto de 2000 hasta febrero de 2001 en el *Campus Virtual* de la Universidad Federal Rural do Rio de Janeiro, con carga horaria de cincuenta horas, con cinco profesores do estado del Rio de Janeiro. Para el análisis desarrollamos un estudio de caso con dos de los profesores que tomaron el curso. El investigador fue el propio profesor (formador-investigador) del curso.

4.1.1 Recogida y reducción de los datos

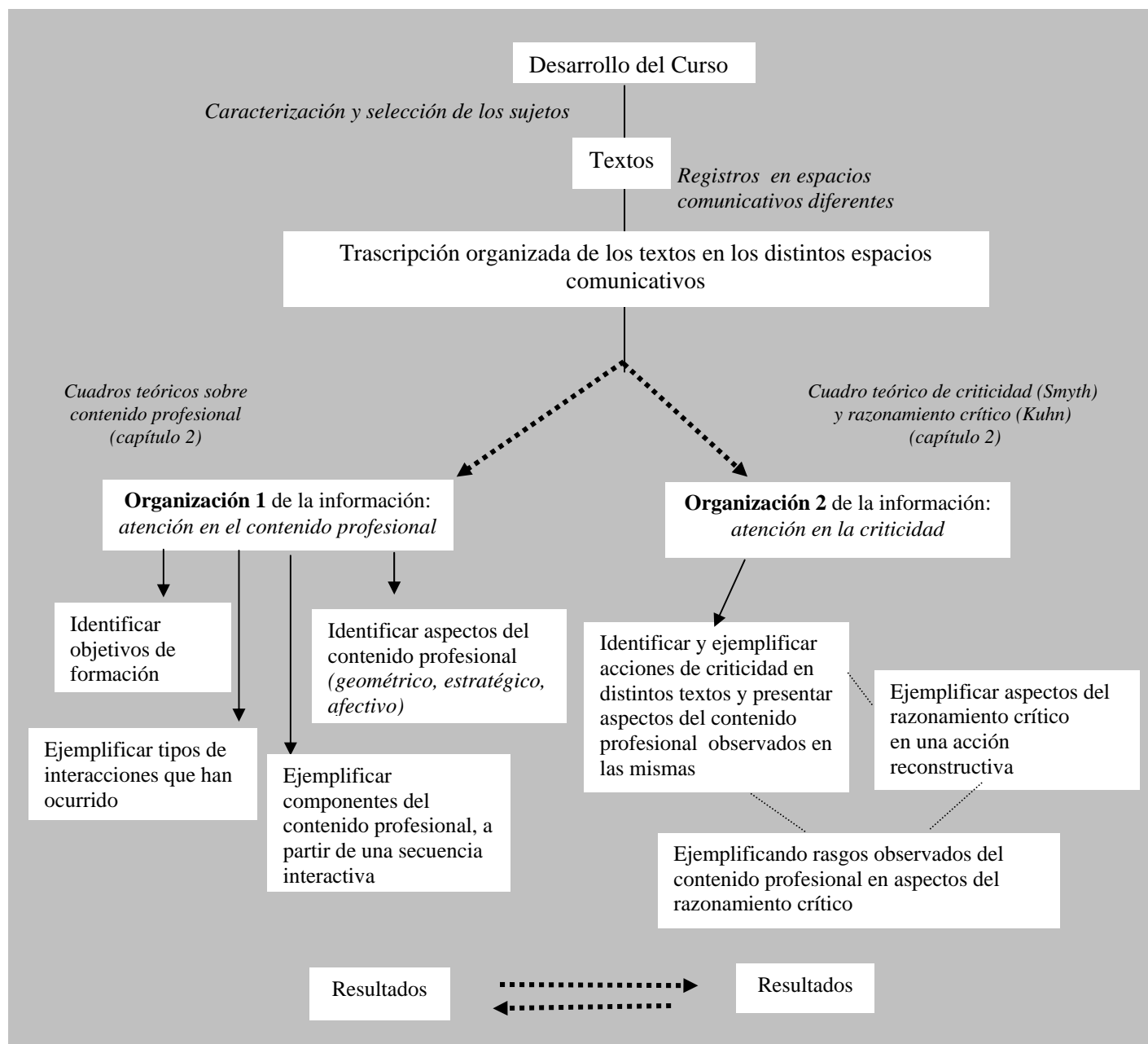
Como hemos dicho en el capítulo 2, los profesores pueden elaborar diferentes significados sobre situaciones de su práctica dependiendo de las circunstancias y de su experiencia previa y que un significado tiene que ser elaborado o construido por alguien, de

acuerdo con una serie de convenciones para crear sentido en sus palabras, diagramas o gestos. En esta óptica, subraya Lemke (1997) que, sólo podemos crear sentido en tanto que compartamos las mismas maneras de elaborar significado y para hacer esto es menester que pertenezcamos a la misma comunidad o similar. Así, en esta perspectiva, en el proceso de investigación desarrollado se utilizan diversos instrumentos de recogida de datos en el entorno formativo. Después de la organización y transcripción de los textos producidos (anexo XIV) en el proceso docente comunicativo, el procedimiento seguido para la reducción de los datos ha sido el siguiente:

- (a) codificación de elementos característicos de las intervenciones,
- (b) análisis y ejemplos de intervenciones (*organización 1 de los datos*) con el objetivo de identificar objetivos de formación y componentes del contenido profesional ,
- (c) análisis de acciones de criticidad, aspectos de razonamiento crítico y componentes del contenido profesional interpretados en intervenciones (*organización 2*), y
- (d) confrontación y análisis del proceso en función de lo observado.

4.1.1.1 El análisis de los datos

La información para nuestra investigación fue obtenida a partir de las diferentes intervenciones de los docentes -en tiempo real o diferido- en los distintos espacios comunicativos del entorno, que juntamente con el diario del investigador nos permitió desarrollar la triangulación de los datos. Como el *esquema* siguiente, sintetizamos el desarrollo de nuestra estructura para el análisis en este capítulo:



Estructura de análisis en el capítulo 4

Con la **organización 1** de la información, vamos a poner el énfasis en nuestro proceso analítico sobre el contenido profesional de los profesores en un contenido curricular específico, como es la *Medida* (como números y formas asociadas). El interés por esta temática es porque: (1) aprovechamos que este tema es habitual en el trabajo del profesor brasileño en geometría, en especial con los contenidos de perímetro, área y transformación de unidades; (2) cuando los profesores hacen este tipo de trabajo todavía lo desarrollan con énfasis en los procedimientos

para el cálculo de área y de perímetro, y en técnicas para transformar unidades, (3) se trata de dos bloques de contenidos –de un total de 5- en el actual planteamiento curricular brasileño oficial, (4) actualmente los distintos libros didácticos hacen más explícito el contenido medida (en cuanto número con Medida), y (5) constituye una de las temáticas de nuestro curso que podemos percibir su recorrido y articulación en otras unidades didácticas. Así, el análisis se centró en identificar, en distintas intervenciones: **(a)** los objetivos considerados por nosotros *a priori* al plantear las tareas de formación (capítulo 3) son evidenciados, **(b)** se observan aspectos del contenido profesional (capítulo 2) que fueron movilizados y **(c)** se identifican tipos de interacciones que han ocurrido en el desarrollo del curso y los significados construidos por los docentes a partir de las mismas, Además, tomando como referencia una secuencia de intervención de cada profesor, ejemplificamos **(d)** la influencia del entorno en el proceso interactivo y destacamos los aspectos del contenido profesional en cada una de ellas.

Con la **organización 2** pretendemos: **(e)** identificar y ejemplificar acciones de criticidad en distintos textos y presentar aspectos del contenido profesional observados en las mismas y **(f)** ejemplificar aspectos del razonamiento crítico en una intervención reconstructiva y, por fin, **(g)** identificar rasgos observados del contenido profesional en cada aspecto del razonamiento crítico a distancia.

4.1.2 Características de los participantes del curso

A continuación presentamos las características profesionales de los docentes que han sido obtenidas a través del formulario de inscripción en el curso (anexo V) y del cuestionario inicial (anexo VII). La información se refiere al año en que el profesor tomó el curso.

	<i>Ant</i>	<i>Jo</i>	<i>Marc</i>	<i>Mar</i>	<i>Ru</i>
Más alto nivel de escolaridad (concluido o a concluir)	Postgrado	Postgrado	Postgrado	Postgrado	Maestría
Tiempo como profesor	9 años	10 años	8 años	14 años	6 meses
Nivel de enseñanza en que actúa	3° - 4° ciclos y Enseñanza Media	3° - 4° ciclos	3° - 4° ciclos y Enseñanza Media	3° - 4° ciclos y Enseñanza Media	Enseñanza Media
Curso a distancia realizado	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno	ninguno

Los participantes del curso piloto eran postgraduados (especialización) y uno tenía maestría en Educación Matemática¹. Podemos percibir que tratase de una situación atípica del perfil profesional de la mayoría de los profesores de matemática en Brasil. Es decir, hemos tenido docentes con una calificación profesional superior a la licenciatura. Es posible, no hemos tenido evidencia, de que puede haber sido problema en la divulgación. La divulgación del curso fue hecha intencionalmente a través de Internet utilizándose de las siguientes estrategias del formador-investigador: (1) contacto por e-mail a las universidades, investigadores o grupos de investigación en formación de profesores; (2) envío de mensaje para el foro de discusión de la SBEM² del cual participan profesores e investigadores Educación Matemática; y (3) contacto con editoriales de periódicos y revistas para divulgación en ámbito regional y nacional. Así, puede ser que la información por Internet no haya alcanzado un colectivo mayor de profesores, por tratarse que aún hayan profesores imposibilitados económicamente de acceder la red. Seguro que este tipo de divulgación siendo también realizado a través de material impreso, afortunadamente, ayudará bastante en la socialización de la información. Pero, como el formador-investigador también estaba fuera del Rio de Janeiro para realizar esta investigación de doctorado, esta fue la manera más práctica y económica que encontró para hacerlo.

Un hecho curioso fue que a pesar de la mayoría de los docentes vivir en ciudades grandes y desarrolladas, y con facilidades para participar de otros tipos de cursos, ninguno de ellos ha participado de cursos para formación docente continuada por Internet. Esta pequeña, pero significativa muestra, señala y subraya para la importancia de una atención especial de las políticas públicas brasileñas que deberían subvencionar más investigaciones en el ámbito del desarrollo del contenido profesional docente y dotar a los profesores licenciados en matemática

¹ En Brasil denominamos al área de conocimiento Educación Matemática y no Didáctica de las Matemáticas. Los postgrados tardan aproximadamente dos años y la maestría dos y medio o tres.

de posibilidades logísticas (infraestructuras técnico-pedagógicas) para que puedan participar igualmente de estas posibilidades de contribuciones impares a su práctica pedagógica. No creemos que el número reducido de profesores sea consecuencia del coste del curso. Por las características del entorno, el precio de inscripción fue irrisorio (14 euros para profesores de escuela pública y 22 para los docentes de escuelas privadas).

En cuanto al tiempo de experiencia como profesor (promedio de 8 años), podemos identificar una profesora con apenas seis meses de experiencia ya interesada en invertir en su desarrollo profesional.

Además de las características anteriormente presentadas de los docentes que tomaron el curso, los cuatro cuadros a continuación matizan otras peculiaridades en el trayecto profesional de los dos profesores que justifican nuestra decisión en tomar estos dos docentes como objeto de estudio. Así, consideramos para el análisis dos profesores Joana (Jo) y Antonio (Ant) –nombres ficticios- de la red oficial de enseñanza de Rio de Janeiro, con historias personales bastante distintas (experiencias en hablar de clase, participación en curso de formación continuada, experiencia con investigación en Educación Matemática, región/municipio de actuación), pero con puntos comunes (tiempo como profesor, libro didácticos adoptados, primera participación en curso de geometría por Internet, formación en universidad pública federal).

4.2 Presentación del estudio de caso

Mostramos a continuación las características personales-profesionales de cada uno de los dos profesores que constituyen el caso: Joana (Jo) y Antonio (Ant).

² Sociedad Brasileña de Educación Matemática

	Jo	Ant
Formación - conclusión	Licenciada en matemática en universidad pública federal en 1987	Licenciado en matemática en universidad pública federal en 1991
Formación Inicial en geometría: Enseñanza Superior	Tuvo las asignaturas de <i>Dibujo Geométrico</i> y <i>Geometría Diferencial</i> (60 horas cada). Considera que tuvo la oportunidad para reflexionar concretamente sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría en el currículo escolar, solamente cuando se involucró en un grupo de investigación y, pudo conocer otros principios de la geometría euclidiana y leer textos del área inherente al proceso enseñanza-aprendizaje.	Reconoce deficiencia en su formación inicial, porque no tuvo ninguna oportunidad de estudiar sobre la geometría en el currículo escolar. Como asignaturas hizo <i>Geometría Diferencial</i> y <i>Geometría Analítica</i> (60 horas cada).
Vive - trabaja	Vive en Rio de Janeiro (capital), trabaja en escuelas públicas del municipio de Rio de Janeiro y de Angra dos Reis (170 km) y una escuela privada en Rio de Janeiro	Vive en el municipio de Japeri (área metropolitana, 80 km del Rio de Janeiro) y trabaja en la red pública de los municipios de Japeri (RJ) y Queimados (RJ)
Niveles de enseñanza con más experiencia	3º y 4º ciclos (11-14 años)	3º y 4º ciclos (11-14 años)
Series de actuación en 2000	5ª, 6ª, 7ª y 8ª	6ª, 7ª y 8ª
Carga horaria (en clase) semanal en 2000	34 h	30 h
Número de escuelas en 2000	Tres (2 públicas y 1 privada)	Dos escuelas públicas
Tiempo semanal medio de desplazamiento en transporte público	22 h	2h 30 min
Tiempo como profesor	10 años	9 años

En cuanto a otras características de la experiencia profesional de Jo y Ant, podemos complementar con el cuadro de la página siguiente:

	Jo	Ant
Experiencia con investigación	Maestría de 4 años en Educación Matemática que concluyó en 1997. Su trabajo de investigación fue sobre enseñanza-aprendizaje de álgebra con alumnos de 11 años	Hizo un postgrado Educación Básica durante 15 meses, con monografía. sobre Interdisciplinariedad y Ejes Transversales
Tiene experiencia en hablar de su clase	En los cursos que propone siempre hace referencia sobre lo que hace sus alumnos, sobre el valor de la actividad etc.	No posee
Publicaciones	Publicó artículos sobre razonamiento algebraico de alumnos, formación de profesorado y alfabetización matemática.	Publicó un artículo a partir del monográfico que hizo en el postgrado sobre Ejes transversales y Interdisciplinariedad
Experiencia ministrando cursos de formación continua en matemática	Posee, principalmente para profesores de la enseñanza básica. Hace conferencias, participa de talleres, presenta paineles, elabora y propone actividades.	No posee
Experiencia como miembro de asociaciones en Educación Matemática en Rio Janeiro	SBEM y GEPEM	Nunca ha participado
Conoce, estudia y analiza diseño oficial: PCN	Publicó un libro en co-autoría sobre actividades y otras reflexiones sobre los PCN y la enseñanza en matemática (7-14)	Estudió apenas sobre los temas transversales para hacer su monográfico.
Participación en cursos para formación continua en geometría	No solo ha participado como también desarrolla cursos	Primera vez
Experiencia en coordinación pedagógica en la escuela que actúa	No posee	Empezó hace un año
Libros didácticos adoptados	Imenes y Lellis (1997) Jakubo y Lellis (1996)	Imenes y Lellis (1997) Jakubo y Lellis (1996)
Participación en cursos de geometría	Con frecuencia	Primera vez
Modelo de razonamiento de van Hiele	Conoce, pero todavía no ha estudiado sobre él	Desconocía

Experiencia y conocimiento de los docentes con cursos a distancia y entornos informáticos:

	Jo	Ant
Trabajo a distancia	Primera vez que participa de un curso a distancia	Primera vez que participa de un curso a distancia
Conocimientos de Internet	Posee conocimientos básicos	Conoce bastante
Sobre el programa <i>Cabri Geométrie</i>	Conocía pero aun no había trabajado	No conocía
Sobre <i>WEBS</i> en geometría	Sabía de la existencia pero no conocía	No sabía

Como objetivos y expectativas de los profesores en participar del curso, los profesores han explicitado:

	Jo	Ant
Objetivo que buscó el curso	Reflexionar continuamente sobre su práctica	Minimizar deficiencias de su formación inicial y conocer nuevas metodologías

4.3 La noción de Medida en los dos docentes

Nuestro análisis se inicia interpretando lo que piensa/dice el profesor en diferentes intervenciones y momentos en el desarrollo del curso, con objetivo de identificar aspectos (geométrico, estratégico-interpretativo y afectivo-actitudinal) de su contenido profesional. Para el análisis en este apartado, tomamos y codificamos distintas intervenciones (textos y discursos hablados) de cada docente buscando en las mismas:

- (1) identificar objetivos de formación implícitos en las intervenciones,
- (2) asociar los objetivos identificados a los aspectos del contenido profesional por nosotros considerados,
- (3) percibir lo que demuestra conocer cada profesor y los significados construidos para *Medida* (como Medida y números asociados a formas) a partir de las distintas interacciones y,

- (4) describir rasgos de la comunicación docente-geométrica establecida en algunos momentos del curso, ejemplificando tipos de interacciones que han ocurrido y sus implicaciones en el desarrollo profesional de cada profesor.

Para este último foco de análisis, nos basamos en lo presentado por Cobo y Fortuny (2000) sobre las interacciones de los alumnos en un entorno presencial de resolución de problemas de comparación de áreas y, en Murillo (2001) en su clasificación de las interacciones por correo electrónico (positivas, negativas neutras), en el caso específico de alumnos en situaciones de resolución de problemas a distancia con el *software CABRI Géométrie II*.

4.3.1 Sobre lo aspecto geométrico

Como hemos dicho al comenzar este capítulo, nos referiremos únicamente sobre el contenido Medida.

En el caso de Antonio, con la entrevista semi-estructurada construida por el investigador a partir de las respuestas del docente a las tareas de la primera unidad en los distintos espacios comunicativos del entorno, el profesor explicita a seguir (E28) lo que conoció de nuevo en la tarea y lo que no había pensado. Por ejemplo, Antonio percibe que el trabajo con área y perímetro, además de la utilización de figuras, también puede estar articulado a otros contenidos curriculares y que los alumnos suelen conocer, como los múltiplos y submúltiplos, las fracciones y la proporcionalidad.

Marcelo (Investigador): “¿Qué quiso decir en esta respuesta? [el investigador muestra la página impresa con la respuesta del docente]

Antonio (E28): [silencio, mirando en el material] “Porque **antes, cuando yo trabajaba** con geometría, ... , yo raramente usaba. Esos conceptos **los alumnos conocen**, lo que son **múltiplos**, lo que son **fracciones**, pero yo nunca había trabajado estos conceptos **utilizando figuras**. Entonces, yo pedía: haz un cuadrado, ¡de acuerdo! Ahora, haz un cuadrado con **doble** medida [de los lados]. ¿Lo que pasó con el perímetro? ¿Aumentó? ¿Duplicó? ... Así, yo **empecé a utilizar esos conceptos** con ellos”.

Para ejemplificar también otros cambios de Antonio, otras aclaraciones sobre sus respuestas a las tareas y como transcurre la conversación investigador y profesor, el lector podrá ver otro fragmento de la transcripción de la entrevista (E29-41) y como se procesó los datos.

En la columna de la izquierda sigue la transcripción de la entrevista y en la columna de la derecha, la interpretación del investigador sobre su propia intervención y sobre lo que contesta el profesor. Como se puede ver en el primer cuadro, fueron dos los momentos significativos en el proceso interactivo Antonio-formador: **(1)** provocación a partir de la tarea y **(2)** provocación del investigador.

<i>Entrevista 29-40: preguntas sobre las tareas de la unidad 1</i>	<i>Aspectos Profesionales del Contenido (APC)</i>
Momento significativo 1: provocación de la tarea	
<p><i>I: Entonces, ¿usted fue relacionando esos conceptos y la geometría involucrando un trabajo con exploraciones numéricas?</i></p> <p>Ant E29: "Exactamente, conjunto, lado a lado, usando una cuestión y trabajando esa parte de múltiplos, submúltiplos, de fracciones. Cuando yo trabajo con [silencio] el 7º grado [silencio] proporciones, porque antiguamente, ¿lo que nosotros hacíamos de proporción? regla de tres y ya está. Ahí no, vamos a trabajar un poco de fracciones, ¿es posible sumar? ¿restar? ¿multiplicar? ..."</p>	<p><i>Investigador (I): demuestra considerar lo que responde el profesor, pero busca aclarar y conocer un poco más lo que piensa y hace Antonio.</i></p> <p>Ant: contesta al investigador aclarando su intervención anterior por correo y, además de eso, ejemplifica como se puede proponer una actividad que contemple los objetivos planteados. Pero, no queda claro al investigador lo que quería decir Antonio al referirse sobre "lado a lado", es decir, ¿para Antonio área y perímetro deben ser trabajados conjuntamente? ¿un concepto depende del otro?</p>
Momento significativo 2: provocación del investigador	
<p><i>I: Nosotros podríamos pensar que el múltiplo está relacionado a la cuestión del número (unidad), ¿y el submúltiplo?</i></p> <p>Ant E30: bajando</p> <p><i>I: ¿Qué significa bajando?</i></p> <p>Ant E31: Bajando, sería exactamente el [inseguridad, en tono descendente]</p> <p><i>I: quizás nuestro alumno hablaría bajando</i></p> <p>Ant E32: si,, ellos hablan bajando. Es exactamente la relación que ellos hacen con las fracciones. Ellos piensan que los submúltiplos son las fracciones. De acuerdo, ellos todavía tienen esa idea.</p> <p><i>I: De las partes, que tenemos una unidad, que no es entera y entonces tomamos esa unidad y fraccionamos.</i></p> <p>Ant E33: exactamente</p> <p><i>I: Entonces, significa subrayar la importancia de la unidad</i></p> <p>Ant E34: en cuantas partes podemos dividir, lo que está en blanco, lo que puede ser pintado</p>	<p><i>I: provoca discusión sobre la unidad y lo que ejemplifica Ant.</i></p> <p>Ant: contesta con una palabra sencilla y sin profundizar análisis comparativo</p> <p><i>I: provoca y busca aclarar</i></p> <p>Ant: demuestra que no había pensado sobre eso antes</p> <p><i>I: comenta que nuestro alumno irá decir lo mismo</i></p> <p>Ant: asocia a las fracciones (como parte de la unidad)</p> <p><i>I: confirma y refuerza lo dicho</i></p> <p>Ant: se pone de acuerdo</p> <p><i>I: resalta la importancia de la unidad</i></p> <p>Ant: confirma con una idea que suele ser utilizada en el trabajo con fracciones: indicar la fracción que expresa la parte pintada o no pintadas de una figura.</p>

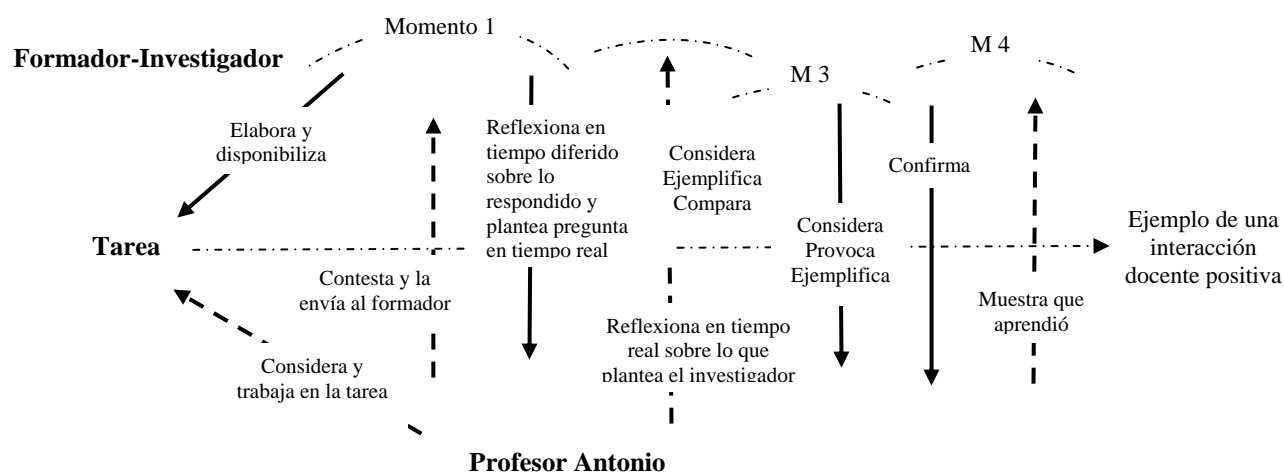
Siguiendo con el proceso interactivo, identificamos otros dos momentos singulares en el proceso de desarrollo profesional: a partir de una provocación del investigador (**momento 3**), Antonio confirmó (**momento 4**) haber percibido el objetivo de la discusión, es decir percibir la importancia de la unidad de medida.

Momento significativo 3: provocación del investigador	
<p><i>I: ¿y la parte del volumen?</i></p> <p>Ant E35: esa parte del volumen yo he trabajado con [tono largo] Yo ya había te comentado eso y que usted lo encontró un poco trabajoso, pero yo hasta lo encontré interesante, de ellos construyeren mismo, o sea, diferentes cajas</p> <p><i>I: De acuerdo</i></p> <p>Ant E36: De hacer varios cuadrados de -yo no he utilizado de 1cm porque se quedo pequeño- yo utilicé cuadrados de 10cm², pero como se fuese la unidad de área. Para llenar y ver la capacidad ... He trabajado con cubo, paralelogramos, ...</p>	<p><i>I: provocando nuevamente y buscando conocer lo que hace el profesor</i></p> <p>Ant: empieza a describir lo que planteó</p> <p><i>I: apertura con vistas a saber más</i></p> <p>Ant: continua descripción y ejemplifica como lo hizo</p>
Momento significativo 4: confirmación del profesor	
<p><i>I: Ya, entonces usted determinó la unidad para calcular</i></p> <p>Ant E37: Eso</p> <p><i>I: entonces el concepto de unidad aparece nuevamente ahí</i></p> <p>Ant E38: aparece</p> <p><i>I: es decir, lo que es importante para el alumno. Los conceptos no están relacionados, el concepto de volumen con el concepto de área</i></p> <p>Ant E39: no</p> <p><i>I: pero</i></p> <p>Ant E40: yo he trabajado con la unidad</p>	<p><i>I: subraya sobre el tema de la unidad para intentar saber lo que percibió Antonio sobre eso.</i></p> <p>Ant: confirma</p> <p><i>I: subraya, explicitando que hay un punto común con lo planteado anteriormente</i></p> <p>Ant: demuestra percibir</p> <p><i>I: aclara y explicita que no hay dependencia entre el concepto de área y el de perímetro como suponía el investigador en la E29 de Antonio.</i></p> <p>Ant: percibe la independencia entre los conceptos</p> <p><i>I:</i></p> <p>Ant: confirma que percibió la importancia</p>

Como el lector puede percibir, en la secuencia interactiva ejemplificada con la entrevista, podemos identificar cuatro momentos significativos en el desarrollo de la conversación, es decir, un primer momento que fue provocado por el investigador a partir de una respuesta inicial de Antonio a una de las preguntas de la primera unidad, dos momentos intermedios provocados también por el investigador en los cuales Antonio reflexiona sobre actividades geométricas de

objetivos distintas y, un último momento en el que Antonio percibe (i) la relevancia en considerar la unidad en planteamientos sobre área, perímetro y volumen, y (ii) que se tratan de conceptos que no tienen relación, es decir, el trabajo con uno de ellos no implica involucrar, obligatoriamente, los demás, como suele pensar los docentes en este tipo de planteamiento.

La conversación establecida entre el investigador y el profesor Antonio en esta secuencia de la entrevista, a partir de lo planteado en la tarea, ha producido una interacción positiva (Murillo, 2001) puesto que las respuestas iniciales del profesor se han modificado y ampliado su significado personal-profesional de forma favorable ante las sugerencias y preguntas del formador-investigador, como verse esquematizado a continuación.



En el cuadro siguiente, de los aspectos del contenido profesional geométrico observados, el lector puede verificar que el curso contribuyó para los dos docentes reflexionasen sobre distintos objetivos y planteamientos geométricos. Además de las relaciones (G.1) entre los conceptos de áreas y perímetro con, por ejemplo, múltiplos, submúltiplos, fracciones y proporcionalidad, conforme ejemplificado anteriormente con lo interpretamos en el texto de Antonio, el cuadro siguiente presentados otros aspectos observados en el conocimiento profesional en los dos docentes. Los textos de los docentes, producidos en sus distintas interacciones han sido codificados por nosotros a partir de sus letras iniciales y numerados conforme lo aparecen en el desarrollo del curso. Por ejemplo, entrevista 28 (**E 28**) significa la vigésima octava intervención del docente en la entrevista; **CH OP1** (intervención en el primer

chat opcional); **F3** (tercera intervención en el foro) y **C 1 n.1a** (correo contestando la letra A de la pregunta numero 1).

Podemos identificar, en el caso de Joana, reflexión sobre la forma, el espacio y la funcionalidad (G.5), y sobre el valor de la definición (G.3), de la terminología (G.4) y también de utilizar (G.2) la descomposición del número en el trabajo con área y perímetro. En cambio, Antonio, en la entrevista (E19-20, E39), demuestra percibir que los conceptos de área y perímetro son independientes (G.6) y que no se hace necesario que sean trabajados conjuntamente -como lo docente explicitó en su primero correo al contestar las tareas de la unidad 11- y que lo más importante en este tipo de trabajo es la unidad de medida (G.7), como ha enfatizado el formador en la entrevista y reconocido por Antonio en sus intervenciones 38 y 40 en la entrevista.

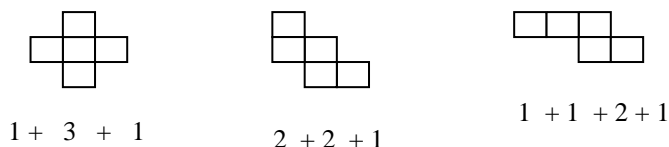
Jo - Aspectos observados del contenido profesional geométrico - Ant		
C1 n. 2, Ev 2, CH OP1, F3 E 28-29	G.1 Relaciona conceptos	C 1 n.1a, E28-29
F3	G.2 Propone trabajar área/volumen asociados a factorización del número	
F3 E 79	G.3 Reflexiona y cuestiona sobre el valor y lugar de la definición	
C 5.1	G.4 Reflexiona sobre la nomenclatura de un termino e su significado	
E 37, E 38-40	G.5 Valora críticamente la forma y su funcionalidad	
	G.6 Percibe área, perímetro y volumen como conceptos independientes	E19-20
	G.7 Percibe importancia de la unidad de medida	E35-36

4.3.2 Sobre lo aspecto estratégico-interpretativo

Se dan mejoras en el aspecto del contenido profesional estratégico-interpretativo como se verá en el caso de la medida.

Como ejemplo a continuación relatamos una de las intervenciones de Joana (por correo) provocada por una de las tareas de la primera unidad del curso, en la cual la docente reconoce el valor de la tarea y propone una situación de clase considera importante para integrar el trabajo con áreas y perímetros a otros contenidos del currículo, por ejemplo, relaciones numéricas. Además de sugerir la actividad, ejemplificar la respuesta de la configuración en la horizontal, Joana también subraya la importancia de este tipo de tarea para la visualización y la percepción de semejanzas y diferencias. Verse con este tipo de respuesta que fue provocada en la profesora una reflexión personal a partir de la tarea de formación ($T_1 \rightarrow J_{01}$).

Joana (correo unidad 1, respuesta a pregunta n.2): "Medida, el uso de la recua. ¿Usted sabía que hay un gran número de alumnos que llega al 3° y al 4° ciclos y no saben usar la recua? Pero, **sobre otro contenido** ... Descomposición de un número en sumas.



Mirando la **cantidad de cuadrado** en la vertical, tres son las descomposiciones para el número cinco. **En la horizontal** tendríamos, $1 + 3 + 1$, $1 + 2 + 2$ e $3 + 2$. Hechos que nos remete a la conmutatividad y asociatividad (**propiedades numéricas**). El trabajo con área y perímetro de esa manera **estimula la visualización** y la **percepción de semejanzas y diferencias**.

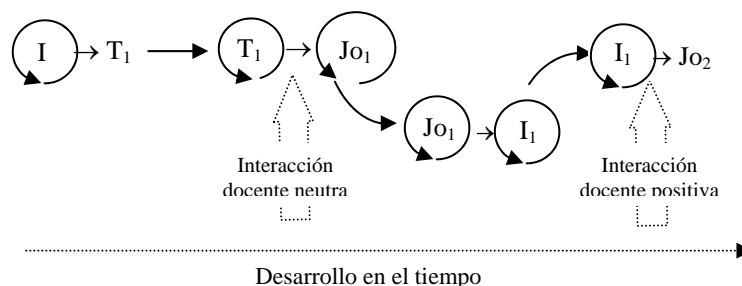
A lo largo del proceso se observan mejora, pero estas no son inmediatas. Se no disponemos de más informaciones de lo que ha pensado la docente al interactuar con la tarea, no podemos identificar transformaciones en su conocimiento inicial. Así, con este ejemplo de texto enviado al formador por correo electrónico, podemos decir que se ha producido una interacción neutra (Murillo, 2001). Sin embargo, al intervenir por la tercera vez en el foro de discusión, Joana contesta a una intervención anterior del formador-investigador, sobre la importancia el valor e importancia de la actividad geométrica, añade ejemplo y lo amplía para la posibilidad en

el trabajo con volumen. Además de eso, Joana reconoce la necesidad de integración entre las ramas de la matemática (aritmética y geometría, por ejemplo), como verse a seguir.

Investigador (su séptima intervención en el foro): "... importancia de cuestiones provocacións, propuestas por el propio profesor y que involucren el alumno en la actividad y lo considere el centro del proceso ...

Joana (su tercera intervención en el foro): "... ¿Qué tipo de actividades podemos proponer para dislocar el foco de las definiciones para el entendimiento del concepto? La **integración** entre las **diversas ramas** de la matemática han de ser **priorizadas**. ¿Que tal trabajar el concepto de área asociado a la **factorización de un número**? ..." Se tomamos 12 cuadrados de mismo tamaño, ¿cuales son los posibles rectángulos que puedo formar? Todas las respuestas son **descomposiciones posibles** para el número 12 (2x6; 3x4; 1x12). Existen otras descomposiciones posibles (2x2x3), no asociadas directamente a la idea de área de un rectángulo, **pero que se podría relacionar con el volumen** de una caja de dimensiones 2;2;3"

Podemos interpretar y verificar que hubo incrementos cognitivos y asociación de ideas en las que intervenciones de Joana. En efecto, a partir de lo que provoca el formador después de leer y reflexionar sobre el correo enviado por Joana ($T_1 \rightarrow Jo_1$) se produce una dinámica interactiva con resultado positivo que puede ser esquematizada así:



El formador-investigador elabora, reflexiona individualmente y propone la tarea ($I \rightarrow T_1$), Joana docente la considera, reflexiona y le envía una primera respuesta sobre la misma ($T_1 \rightarrow Jo_1$). El investigador considera esa respuesta (Jo_1), que al reflexionar sobre la misma construye y interviene en el espacio publico (el foro de discusión) del entorno, con otra provocación (I_1) que fue contestada (Jo_2) positivamente por Joana. Consideramos que hubo una interacción positiva porque la profesora ha demostrado construir y ampliar sus significados personales-profesionales sobre su quehacer geométrico. Este no es el único ejemplo observado.

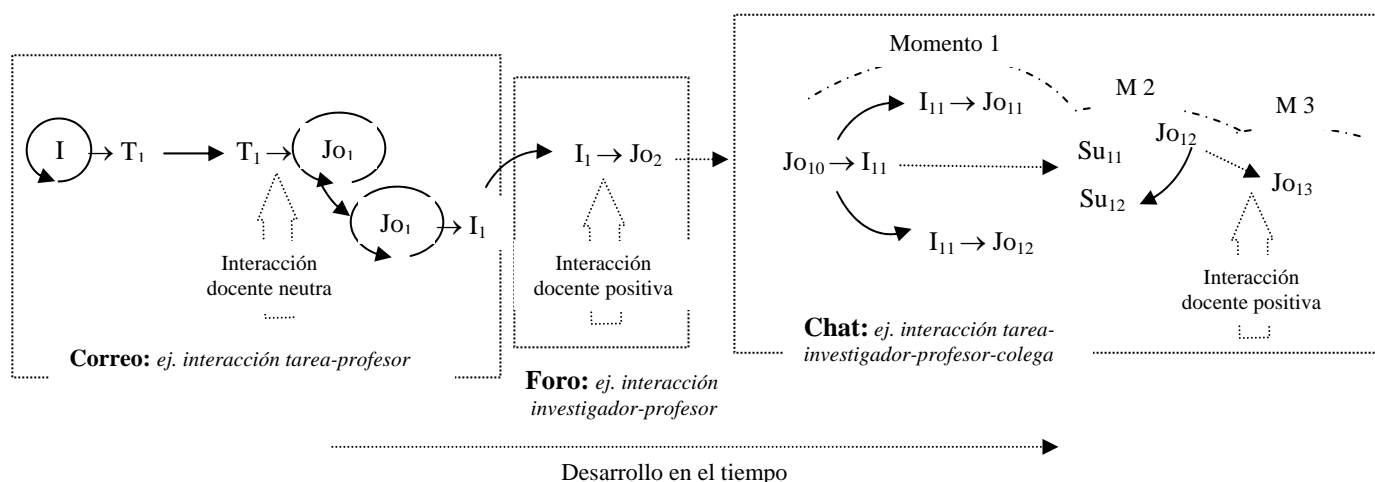
En el trozo de *chat* anteriormente ejemplificado -en el cual participan el formador y dos de los dos profesores que tomaron el curso- podemos identificar tres momentos significativos en

las teleinteracciones y que han contribuido para la reflexión docente compartida y para la modificación en el conocimiento inicial de Joana.

Discurso en el Chat 1 (sobre tareas de la unidad 1)	Interpretación del investigador
Momento significativo 1: apertura, predisposición y aceptación para teleinteractuar en el chat	
<p>...</p> <p><Joana> "Me gustaría saber ¿o que usted considera como aspectos del contenido?</p> <p><Marcelo> <i>lo que aparece inherente al concepto en cada situación de aprendizaje. Por ejemplo, en el trabajo con áreas, ¿en que difiere cuando utilizamos papel cuadriculado, cuando utilizamos las plantas bajas, cuando observamos y comparamos cubo y cuadrado?</i></p> <p><Joana> la visualización</p> <p><Marcelo> <i>bueno, la visualización es importante, pero no se trata de un contenido, sino un proceso</i></p> <p><Joana> es el tradicional listado que hacemos cuando planeamos.</p> <p><Marcelo> <i>no, para mi es más que eso</i></p> <p><Marcelo> <i>¿cual seria el listado para las plantas bajas?</i></p>	<p>...</p> <p>Joana (Jo): propone pregunta</p> <p>Investigador (I): <i>aclara, propone ejemplo y provoca</i></p> <p>Jo: asocia visualización a contenido</p> <p>I: <i>reconoce la importancia de la visualización, pero matiza diferencia</i></p> <p>Jo: plantea otra asociación</p> <p>I: <i>contesta</i></p> <p>I: <i>provoca</i></p>
Momento significativo 2: llegada de otra colega del curso	
<p><Sueli> ola</p> <p><Marcelo> <i>Sueli, ¿que tal?</i></p> <p><Marcelo> <i>estamos conversando sobre aspectos del contenido</i></p> <p><Joana> Puede ser, pero necesito un poco más de tiempo para concordar contigo ... preciso madurar esa idea</p> <p><Marcelo> <i>de acuerdo</i></p> <p><Sueli> No lo sé si es exactamente eso, pero la cuestión es que las unidades son diferentes, en el papel cuadriculado, en las plantas bajas ...</p> <p><Marcelo> <i>exacto, entonces la unidad queda más evidente en un caso y en otro no</i></p> <p><Marcelo> <i>eso que llamo de aspectos</i></p> <p><Marcelo> <i>en las plantas, la forma puede interferir (otro aspecto)</i></p> <p><Marcelo> <i>en el cuadriculado, ejemplo que sugerí para la Sueli, aparece la unidad</i></p> <p><Marcelo> <i>pero, aparece también divisores</i></p> <p><Sueli> La unidad de área me parece evidente en todos los casos, ¿no lo es? En las plantas lo que está en juego es el metro cuadrado, en el cuadriculado es el cuadrado menor. No he comprendido lo que usted quiso decir, exactamente..</p> <p><Joana> Si, es mas visible en el cuadriculado ... Estoy creyendo que usted tiene razón ...</p>	<p>Sueli (Su): saludos</p> <p>I: <i>saludos</i></p> <p>I: <i>informando sobre lo que están discutiendo</i></p> <p>Jo: demuestra inestabilidad cognitiva y necesita de tiempo personal para reflexionar</p> <p>I: <i>tranquiliza</i></p> <p>Su: continua intentando contribuir con la discusión, pero, también, demuestra no haber pensado antes sobre eso.</p> <p>I: <i>secuencia de mensajes aclarativas, que ejemplifican y complementan la discusión</i></p> <p>Su demuestra haber percibido, pero, todavía, muestra inseguridad</p> <p>Jo: explicita percepción e acompañamiento de la discusión</p>
Momento significativo 3: asocia, ejemplifica y reconoce que aprendió	
<p><Joana> La relación entre las unidades, sus múltiplos y submúltiplos involucran conceptos como el de sistema decimal... se eso fuere aprendido por el alumno con significado ... DAM o cualquier otra unidad ...</p> <p><Joana> Aprendí cosas y voy a pensar sobre otras...</p>	<p>Jo: asocia y construye significado</p> <p>Jo: reconoce que aprendió y que su proceso de construcción de conocimiento continua</p>

Momentos de interacción diferida positiva de Joana a partir de un chat

En un primer momento hemos de reconocer la apertura, predisposición y aceptación de la docente para teleinteractuar en un chat opcional. Con la llegada de otra colega del curso -segundo momento significativo- la dinámica teleinteractiva es enriquecida y, como podemos observar, ha sido producida una interacción positiva entre Joana, el investigador y su compañera, en la medida que Joana matiza, ejemplifica y reconoce que aprendió en el debate. Concluyendo, sigue a continuación el esquema de las interacciones (correo, foro y chat) de Joana presentadas anteriormente.



Las intervenciones ocurren en momentos distintos en el desarrollo del curso. La intervención del foro ha sido provocada por el formador a partir de una respuesta de Joana a las tareas en el foro. Como el objetivo del chat ha sido profundizar, colectivamente, las tareas de la primera unidad, como podemos leer en la transcripción del chat (momento 1: primera pregunta de Joana), la docente tiene la oportunidad de retornar con sus dudas e incómodos, ya explicitados anteriormente por correo y en el foro. Las intervenciones en el chat y ejemplificadas a partir de Jo_{11} muestran que hubo influencia del formador y de la colega para que Joana negociase significados profesionales y ampliase sus conocimientos, en especial, sobre la importancia de plantear actividades que desarrollen distintos aspectos (establecer unidad, análisis de la forma, comparación, estimación, medida, etc.) relacionados al concepto de área. Podemos aquí subrayar la importancia de la dinámica del trabajo a distancia promovida por nuestro entorno, en la que el tiempo personal para reflexión siempre fue considerado como un marco importante del desarrollo profesional, es decir, la docente puede a lo largo de su proceso de crecimiento personal-profesional ir construyendo sus significados para el contenido enfocado y ampliando su conocimiento profesional.

La intervención de Antonio (entrevista 41) a seguir, es un ejemplo de cómo interpretamos que el docente reflexiona y habla sobre su práctica, demuestra que ha desarrollado con sus alumnos una actividad semejante a las sugeridas en la unidad, pero no demuestra profundizar análisis sobre lo que ocurrió y, tampoco, de los procesos cognitivos de los alumnos (E.2).

I: ¿Qué otro concepto relacionado a eso usted ha trabajado? ¿En qué serie?

Ant E41: Hay **cuestiones** que yo lo hice con el 7º grado y otras que hice con el 5º grado. Área y volumen yo desarrollé con los alumnos de 7º porque **ellos son mayores** [edad]. En cambio, el área del plano con papel cuadriculado, yo lo hice más con el 5º grado, porque ellos [los alumnos] **piensan que se trata de una distracción, de quedar pintando** para ver como queda”

En el cuadro siguiente, sintetizamos y ejemplificamos como las interacciones en el entorno han mejorado los aspectos del contenido profesional identificados por el investigador en el desarrollo del curso.

Jo - Aspectos observados de contenido profesional Estratégico-Interpretativo - Ant		
C1 n. 2, L3, Ev 2	E.1 Propone, ejemplifica y reflexiona sobre actividades	E28-29, E35-36, E41
E 37, E 38-40	E.2 Habla de la práctica sin profundizar análisis en aspectos cognitivos de lo hacen los alumnos	Ev 1c E41
C1 n. 2, L3 E 38-40, E 89, C 5.2	E.3 Reconoce valor de la actividad	C7, Ev 1 a-c E42
C1 n. 2	E.4 Reconoce valor de la visualización	E16
C1 n. 2	E.5 Atención y reflexión sobre materiales	E11 C S4 nº 6
C1 n. 2	E.6 Plantea pregunta sobre la poca utilización del material por los alumnos, pero no profundizar análisis de dificultades y, tampoco, relata o explicita lo que hace	
E 37, E 38-40	E.7 Negocia significados sobre la forma y su funcionalidad	
L5	E.8 Critica planteamientos tradicionales y ejemplifica dificultades de alumnos y profesores en esta práctica	
Ev 1, Ev 2	E.9 Reconoce el valor de la Historia, pero resalta la dificultad en utilizarla como recurso	
Ev 2 E 37, E 38-40	E.10 Demuestra apertura para el uso del cotidiano	
Ev 2	E.11 Importancia de describir y escribir como procesos geométricos	
C 5 n. 2, CH S5	E.12 Importancia de clasificar como proceso geométrico	
C 5.1	E.13 Reflexiona sobre la importancias del significado para la construcción del conocimiento geométrico	
	E.14 Realiza proyectos sin profundizar aspectos relevantes	C1 n.9-10 E35-36, E41
	E.15 Reconoce influencia del libro didáctico	E19-20
	E.16 Reflexiona sobre la necesidad de cambios en su metodología	Ev. 1 a-c, E11, E42
	E.17 Ejemplifica lo que piensa el alumno	E 16
	E.18 Critica formación inicial del profesorado	E19-20

Como puede verse tanto en el cuadro de los componentes del contenido profesional geométrico como en el de los componentes estratégicos, los docentes matizan rasgos del contenido iguales y distintos, lo que es evidente por se tratar de personas distintas y de historias personal-profesional diferentes en geometría.

Las interacciones han provocado la aparición de un gran numero de aspecto de este contenido profesional. El valor de la actividad geométrica (E.1, E.3), de la visualización (E.4) y la importancia de los materiales, además de una reflexión poco profundizada (E.2) sobre los procesos cognitivos de los alumnos, han sido aspectos comunes en el contenido profesional de los docentes. Además de eso, Joana, al criticar planteamientos tradicionales y ejemplificar dificultades de alumnos y profesores en esta práctica (E.8), plantea pregunta sobre la poco utilización del material por los alumnos (E.6) y dificultades inherentes, negocia significados sobre la forma y su funcionalidad (E.7) en el uso cotidiano (E.10), reconoce el valor de la Historia, pero resalta la dificultad en utilizarla como recurso (E.9); valoriza procesos geométricos no rutinarios (E.11, E.12) y reflexiona sobre la importancia de los distintos significados en construcción del conocimiento geométrico (E.13). Sin embargo, Antonio, como aspectos de su contenido estratégico-interpretativo, intenta realizar proyectos como una estrategia geométrica innovadora (E.14) y busca ejemplificar lo que piensan sus alumnos (E.17); reconoce la influencia de la formación inicial (E.18) y del libro didáctico (E.15) principalmente en prácticas docentes tradicionales, incluso en la suya, y reconoce que deberá cambiarla (E.16).

4.3.3 Sobre lo aspecto afectivo-actitudinal

Como hizo hincapié Giménez (1997b), de nada sirve hablar de actitudes en Educación Matemática si no se regula y analiza en una buena formación continua y permanente cuáles son las actitudes del profesorado cuando se encuentra en el aula de matemáticas. Las cuestiones afectivas, subraya Gómez-Chacón (1997, 1998, 2000), también juegan un papel esencial en la enseñanza y aprendizaje de la matemática. Cuando los profesores hablan de su experiencia en clases de matemáticas, de los procesos de aprendizaje de sus alumnos, hacen, habitualmente, mención al entusiasmo (u hostilidad o apatía) hacia esta materia. Igualmente cuando se les

pregunta a los estudiantes, comentan el interés o (el aburrimiento) por la clase. Esto, que podría ser considerado como una anécdota, es una constatación que pone de manifiesto las respuestas afectivas de los estudiantes hacia la materia. En esta perspectiva, considerando la importancia de la componente afectiva-actitudinal en el contenido profesional docente y en el proceso de desarrollo profesional, analizamos y ejemplificamos rasgos de esta componente presentes en los textos de los dos profesores aquí analizados.

Cuando preguntados al empezar la entrevista sobre los objetivos iniciales planteados para participar del curso y podemos identificar, en las intervenciones siguientes de los docentes, actitudes favorables para el nuevo. En el caso de Joana el curso *contribuyó para reflexionar y discutir sobre lo que hace en geometría* y, para Antonio, el nuestro entorno formativo también ha contribuido para el acceso a informaciones con vistas a *desmitificar la enseñanza de la geometría* como algo difícil o reducible a nomenclatura. Esta predisposición al nuevo y al aprendizaje propio es un factor importante en el desarrollo profesional docente. Asimismo, provocó desequilibrios necesarios.

Joana (entrevista 1): "... yo ya lo vengo haciendo ese trabajo, pero **no estudio** [énfasis] sobre eso, entonces me quedo con varias **dudas** sobre él ..."

Disposición y apertura

Curiosidad

Ant (entrevista 1) "... cuando surgió **este curso**, yo hablé, bueno, es una cosa que **el profesor va acceder**, hay cosas nuevas para poder **utilizar con los alumnos**, para **desmitificar** eso [enseñanza de la geometría]

La flexibilidad, la constante negociación de significados, la reflexión sobre su proceso cognitivo en la tarea planteada, también son ejemplos del desarrollo de la componente afectivo-actitudinal que podemos observar en la secuencia interactiva siguiente entre Joana y el formador en el foro de discusión. Podemos interpretar también que este tipo de respuestas, los docentes presentan una aparente dificultad en el desarrollo de sus planteamientos geométricos y perciben la necesidad de mejorarlo. El uso de la primera persona en los textos es un síntoma más de su enfrentamiento personal con el problema.

Reflexiona sobre el proceso de construcción de conocimiento

Joana (foro 7): "En la unidad 5 respondí la 1ª pregunta, pero todavía **estoy con dificultades** o lo **encontrando un poco raro contestar** a la a 2ª pregunta, llenar la tabla. Hoy estuve **un buen rato pensando en ella... En principio pensé en responder rápidamente, pero no será bien así...** quiero hacer un análisis más cuidadoso de las actividades y de los conceptos involucrados... Estoy pensando... e vosotros lo que piensan?"

Marcelo: *Joana, ¿usted podría explicitar su dificultad para llenar la tabla en unidad 5? ¿Porqué la encontró rara? ¿Puede darnos un ejemplo?*

Acepta sugerencias y el nuevo

Joana (foro 8): Pienso que la mía dificultad en responder la tarea 2 de la U5, esté en la **manera como fue planteada**. Alias, ese es un comentario que creo que vale la pena hacerlo. Las tareas que están siendo propuestas aquí en el curso, tienen una forma interesante, distinta de la usual que **suele ser**: pregunta y respuesta. Pienso que en la U5 eso también ocurrió, **además de ser novedoso** para mi aquellas clasificaciones, **adecuar las actividades** en aquellas clasificaciones ... Bueno, es eso ... **continuo pensando**.

La auto-evaluación que Antonio hace de su formación inicial en matemáticas y la toma de conciencia sobre la deficiencia en la misma y la auto-conciencia de sus cambios profesionales, son muestras del contenido profesional afectivo-actitudinal del docente y que pueden ser observados en las dos intervenciones (45 y 83) del profesor en la entrevista, cuando habla sobre el valor del curso para su desarrollo profesional. El docente usa la metáfora temporal (ahora, antes) en su "posicionamiento".

Negocia significados: el personal-profesional como referencia

Ant (entrevista 45) "... **¡ahora es que** estoy percibiendo un poco de **mis cambios!**, ¿de acuerdo? **Antes** yo no tenía esa idea, de como trabajar. Yo no sabía, **¡esa es la verdad! Yo nunca he visto ...**"

Ant (entrevista 83) "... porque **yo tuve esa deficiencia en mi formación**. Para decirlo que nunca he **aprendido**, lo que hice era: pegar una línea y, haz un círculo; recta, con escuadro. Solamente".

No hemos planteado analizar la influencia de nuestro entorno en la componente afectiva-actitudinal en los docentes, sino atender para que los planteamientos de formación de profesores –inicial o continuada, presencial o a distancia- consideren esta componente, porque como hizo hincapié Gómez-Chacón (1998), para comprender la dimensión afectiva del estudiante (en nuestra investigación el profesor) en relación con la matemática, es necesario tener en cuenta la

dimensión afectiva del individuo en escenarios más complejos que permiten contextualizar las reacciones emocionales en la realidad social que las produce.

Concluyendo esta observación referente a la componente del contenido profesional afectiva-actitudinal, en el cuadro siguiente resumimos y presentamos los cuatro aspectos observados de esta componente en los dos docentes a partir de interacciones que hemos ejemplificado aquí en el contenido medida. Observamos que el trabajo contribuyó para la *concientización sobre la realidad* (A.2, A.3, A.4), desarrollando en los docentes atención para el proceso de construcción del conocimiento, suyo y de sus alumnos (A.1).

Jo – Aspectos observados del contenido profesional afectivo-actitudinal - Ant		
CH 1 F5, F7, E 28-29, E 89, C 5.1, C 5.2	A.1 Reflexiona sobre el proceso de construcción de conocimiento	C7, Ev 1 a-c E 16 E19-20
MI 1, CH 1	A.2 Acepta sugerencias y reconoce cambios práctico-profesionales	E11, E45, E83 C S4 n° 6
Ev1	A.3 Reconoce dificultad en llevar a cabo cambios e determinados planteamientos	C1 n.3 E42
F7, F8, E1, E 37, E 38-40	A.4 Apertura y negociación de significados	E1, E35-36 E45, E83

A partir de los propios textos de los docentes también identificamos, confirmamos y analizamos la presencia de los distintos componentes del contenido del conocimiento profesional del profesor y verificamos que estos aspectos pueden ser identificados en distintos momentos del curso y que están relacionados, es decir no son excluyentes. Además de eso, tomando como ejemplo algunas intervenciones dispuestas temporalmente en el desarrollo del curso, lo que hicimos también fue ejemplificar con dicha secuencia, distintas influencias (del profesor-formador, del material, de una actividad, de un colega) para el cambio en el conocimiento profesional del profesor a partir de las distintas interacciones. Así, tomando como referencia para un grupo específico (profesores de matemáticas) y en un entorno de formación continuada por Internet, en un contenido curricular específico como es la *Medida*, encontramos y ejemplificamos distintas intervenciones del docente con rasgos de su contenido profesional para el nivel de enseñanza analizado, conforme mostraremos muestra a continuación.

4.4 Interactuando y negociando significados y explicitando progresos del contenido

Podemos ver que los distintos componentes del contenido profesional aparecen en las diferentes intervenciones, que los mismos son complementarios y que también hay intervenciones en las que un de esos componentes puede quedarse más evidente que los otros. Además de eso, el esquema muestra la influencia del curso y sus componentes (tarea, formador y profesores) en el proceso de desarrollo del razonamiento crítico del profesor por Internet.

Como podemos observar también en la red construida a partir de las interacciones, el profesor Antonio explicita distintos componentes del contenido profesional y demuestra incorporarlos en sus reflexiones. En el componente del contenido geométrico, Antonio, a partir de provocaciones del formador en la entrevista 19-20 y 40, percibe que la esencialidad para el trabajo con Medida es la importancia de la unidad de medida y que el trabajo conjunto entre áreas, perímetros y volúmenes no se hace necesario, hecho que no quedaba claro en sus intervenciones anteriores, por ejemplo en el correo U1. Podemos identificar también la influencia del material del curso explícita en diferentes intervenciones (correo U1, entrevista 11, entrevista 19-20, entrevista 28-29) del docente, bien como un relato de su dificultad inicial (evalúe U1) en implementar un planteamiento diferente de lo que conocía.

Al reflexionar sobre sus experiencias anteriores (entrevista 28-29) en geometría, sobre la influencia de la propia concepción (entrevista 11) que construyó sobre la geometría en su práctica, sobre el valor de los libros didácticos (entrevista 19-20) atribuidos por los docentes, al cuestionar (evalúe U1) sobre las prácticas arcaicas de enseñanza-aprendizaje en geometría y al proponer actividades (correo S1, entrevista 28-29) que lo hizo por influencia del curso y otras dinámicas (evalúe U1) alternativas para un aprendizaje constructivo, Antonio matiza y pone de relieve componentes de su contenido profesional que constituyen rasgos en su desarrollo profesional. Por tratarse de un docente con ninguna experiencia en cursos de formación continua y por una deficiente formación inicial en geometría, los momentos teleinteractivos propiciados por nuestro entorno – una parte ejemplificada en el esquema - se muestran importantes en la trayectoria profesional de Antonio. En cambio Joana, además de una persona desinhibida y

espontánea, posee variadas experiencias en cursos de formación continuada lo que contribuye para que la docente hable con más seguridad de lo que piensa, no explicitando una preocupación solamente por el contenido geométrico, sino que buscando inserir en sus reflexiones otros componentes del contenido profesional.

Después de un mes de trabajo, la estructura del curso piloto ha demostrado favorecer, en el caso específico de Ant, intervenciones que explicitan las tres componentes del contenido consideradas y además, se puede percibir en evalué (Unidad 1) sus primeros cuestionamientos a planteamientos todavía vigentes en su realidad de trabajo. Es evidente en el caso de Antonio que evidencia cambios provocados por el propio curso, mientras que Juana parece sentirse más segura - por características personales y por experiencias diversas en hablar de su práctica - aunque también se plantea cuestiones y demuestra haber aprendido a lo largo del curso (evalúe). Las acciones docentes presentes en las intervenciones de Antonio son las siguientes: descubrimiento, seguridad, ejemplificación, ganas en hacer, sensibilidad, percepción de relación, articulación conceptual. En el caso de Joana: provocaciones, explicita dudas, muestra preocupación, ejemplifica, reconoce necesidad de relacionar, relatividad, busca articulación con cotidiano, propone preguntas, etc.

En cuanto al aspecto geométrico, se observan diferencias personales, ya que en el caso de Juana aparece como novedad -cuando hace su auto-evaluación de la primera unidad didáctica- la idea de definir figuras iguales como aquellas que poseen la misma forma y la misma área, mientras que Antonio percibe la necesidad de reflexionar con el alumnado (en la entrevista) sobre la unidad de medida. Hasta entonces, él consideraba el tratamiento conjunto de área y perímetro, sin tener en cuenta la idea de unidad de medida como una esencialidad en este tipo de trabajo.

Sobre los recursos y lo que cada uno contribuye distintamente para la enseñanza-aprendizaje de Medida Joana también ha explicitado en el chat, a partir de provocaciones y aclaraciones del formador, que aprendió, por ejemplo, que la congruencia también puede ser un aspecto considerado por el alumno al comparar áreas y que no se trata apenas como un contenido normativo. Al teleinteractuar en el ICQ, se puede destacar la influencia de las tareas del curso y del formador al provocar Joana sobre una actividad propuesta por ella y a partir de lo que critica el material de una colega del curso. En esta conversación, Joana es provocada a pensar en los contenidos curriculares desarrollados por la actividad por ella sugerida - contar cuadrados para

relacionar áreas y somas de cuadrados - con papel cuadriculado y en los contenidos se utilizara cubos.

Hay otros detalles que muestran el desarrollo colaborativo. Sólo se observa, explícitamente, en dos momentos (mensaje ICQ y chat) en las comunicaciones de Joana. Así, como diferencia a lo que observamos con Giménez y Rosich (2001) el grupo reducido en nuestro entorno no provocó un número suficiente de interacciones eficaces para el colectivo profesional-geométrico. Además, Joana participa en más espacios comunicativos, entonces su red de significaciones es más "amplia" en la medida en que cada espacio exige un tipo de actuación (o intervención) y consecuentemente aparecen más índices de interacción con las tareas y el formador. Es importante subrayar que un curso de esta naturaleza, en la perspectiva del desarrollo profesional docente, debe ser visto como un proceso de construcción continua y como tal el tiempo personal de cada profesor y su necesidad personal "de reflexión" debe ser considerado.

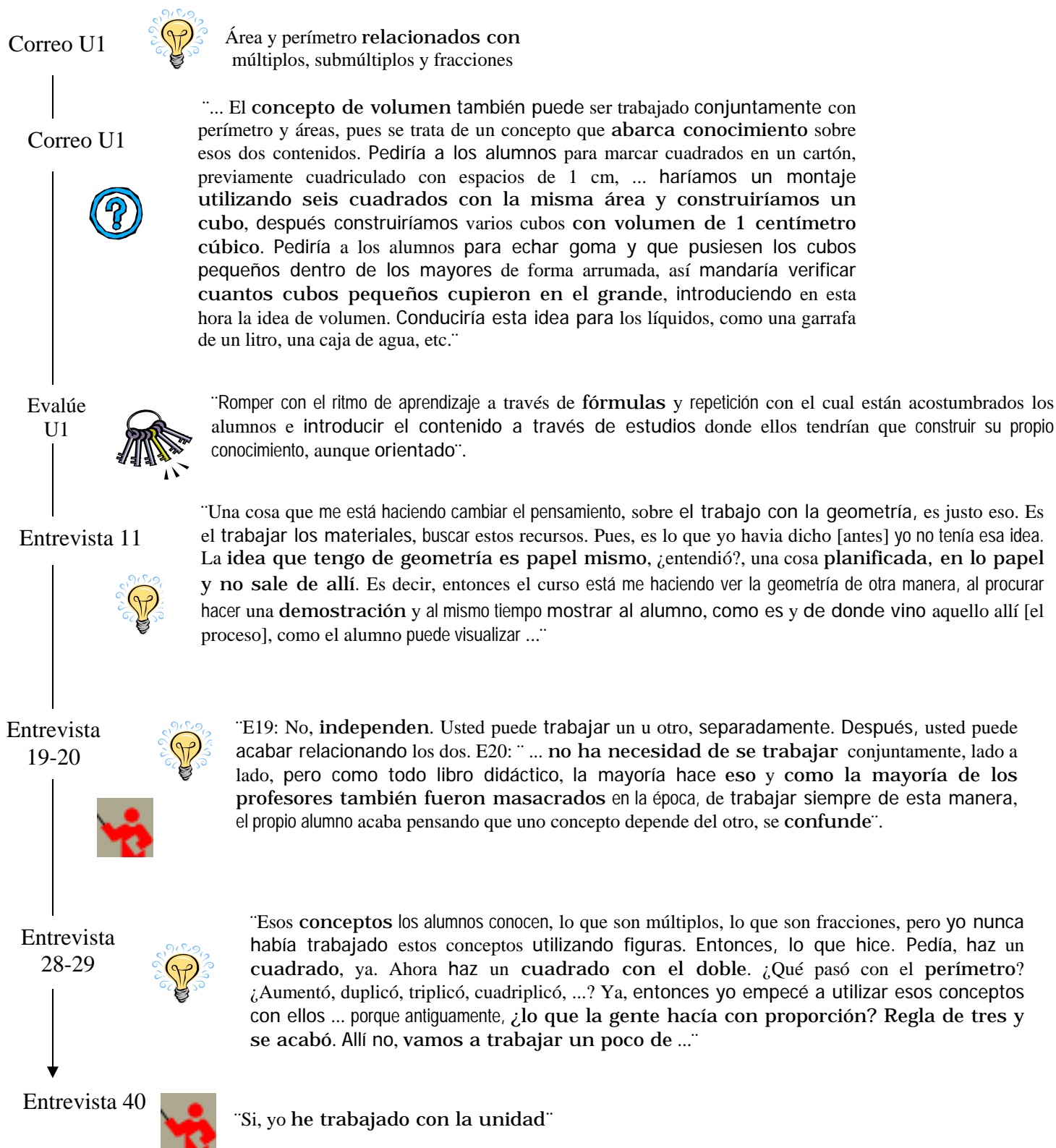
Como hemos comentado en el capítulo 2, todo discurso presupone un emisor que intenta transmitir una interpretación de la realidad a un receptor y todo texto aparece en un contexto en el que le atribuye un sentido tanto el que habla/escribe como el que escucha/lee. En esta perspectiva, en un (hiper)texto intercambiado y construido con los docentes, una palabra no aparece aislada como si estuviera fuera del diccionario. Así, como justificación de nuestra interpretación destacamos cada aspecto con tipo de letra. La ejemplificación de estos fragmentos del discurso del profesor no son rasgos específicos de un aspecto del contenido, sino un señal de lo que consideramos al analizar la intervención como un todo y con su coherencia global y contextualizada (van Dijk, 1985). Para ello, cada aspecto fue caracterizado con un mismo tipo de letra, es decir, **geométrico** (*Bookman Old Style*), **estratégico-interpretativo** (*Tahoma*) y **afectivo-actitudinal** (*Arial Narrow*).

En las dos páginas siguientes mostramos como hemos analizado las secuencias interactivas de cada docente en el desarrollo del curso en la temática Medida. Los íconos sirven para ilustrar las distintas influencias del material del curso (*lámpara*), del formador y/o de un colega; expresión de duda (?) por parte del formador sobre algo que no queda claro sobre lo que piensa el profesor en la intervención, y dificultad (*llaves*) mostrada por el profesor para hacer cambios en su práctica.

Geométrico: Medida

Estratégico-Interpretativo

Afectivo-actitudinal



Antonio: Ejemplo de una secuencia diferida de intervenciones sobre Medida

Geométrico: Medida

Estratégico-Interpretativo

Afectivo-actitudinal

Foro 3



F3: "... ¿Qué tipo de actividades podemos proponer para dislocar el foco de las definiciones para el entendimiento del concepto? La integración entre las diversas ramas de la matemática deben ser priorizadas. ¿Que tal trabajar el concepto de área asociado a la factoración de un número? ..." Se tomamos 12 cuadrados de mismo tamaño, ¿cuales son los posibles rectángulos que puedo formar? Todas las respuestas son descomposiciones posibles para el número 12 (2x6; 3x4; 1x12). Existen otras descomposiciones posibles (2x2x3), no asociadas directamente a la idea de área de un rectángulo, pero que se podría relacionar con el volumen de una caja de dimensiones 2;2;3"

Evalúe U1



Definir figuras iguales como sendo aquellas de misma forma y misma área. La manera como fue abordado ha sido clara y objetiva.

Foro 5



"... Creo que es el hecho de esos conceptos haber sido trabajados como simples cálculos, o sea, perímetro "suma de los lados" y área "producto de los lados". Esa particularización para polígonos y específicamente para rectángulos termina por ser aprendida de forma mecánica. Perímetro suma, área multiplica. Sendo trabajado de esa manera, es "natural" que los alumnos hagan esa confusión"

Entrevista 28-29

"E28: ... usted puede trabajar, siempre que posible, no específicamente en el sólido, pero con otras cuestiones geométricas y que yo siempre relaciono con la cuestión numérica. Por ejemplo, trabajar con la composición/descomposición de figuras, ... la cuestión de la área, del perímetro, que yo estoy todo el tiempo relacionando con la cuestión numérica, con la cuestión de las relaciones E29: de otros significados".

Entrevista 37-38



E37: ... la forma ... influencia en como colgamos un cuadro. Yo he ido a un museo con la sala de exposición de forma circular. No habían cuadros colgados en la pared, pero aquella curvatura daba un determinado tipo de visualización al cuadro, ... , ese tipo de cosa es muy importante de explorar ...". E38: "... la gente discutir, cuando estás trabajando con la cuestión de las cajas. ¿Que formato suele encontrarnos en las cajas? Son los paralelogramos, los paralelepípedos ... Eso es muy usual, será se é usual por nada? No, ... Es usual porque las cosas quepan allí de una manera mucho mejor

Mensaje ICQ 1



"... lo que hace la profesora es una revisión expositiva sobre área y perímetro, y eso no resuelve el problema de la confusión por parte de los alumnos ... [sobre la utilización de cubos al revés de cuadrados, para la tarea que plantea]... "yo no he tenido la oportunidad de confeccionar en la época, pero voy madurar la idea. ... [sobre los cambios en la tarea] En el caso de la descomposición del número no cambia mucho... contaba cuadrado...cuenta cubo... pero, es claro, en la visualización, podemos hablar de perspectiva.... ¿usted ve algo? Sí... la suya idea es buena... pero usted está sofisticando la mía humilde idea"



"La relación entre las unidades y sus múltiplos y submúltiplos involucran conceptos como del sistema decimal... se eso fuese realmente aprendido por el alumno... decámetro o cualquier otra unidad, hasta imaginaria, tendrían otro significado... "estoy creyendo que usted tiene razón... Aprendí cosas y voy a pensar a respecto de otras..."

Chat 1



Joana: Ejemplo de una secuencia diferida de intervenciones sobre Medida

Para nuestro análisis en la *organización 2* de los datos presentada en el apartado siguiente, buscamos identificar y analizar acciones docentes de criticidad en geometría, explicitar componentes del contenido profesional de los profesores en las mismas y ejemplificar aspectos del razonamiento crítico (Kuhn, 1999) presentes en una acción docente crítico-reconstructiva. Como herramientas de análisis del discurso profesional, hemos tomado los descriptivos de Smyth y Kuhn sobre criticidad y hemos añadido nuestra categorización a priori sobre los aspectos del contenido profesional.

4.5 Análisis de la criticidad docente

Ante lo expuesto, nos preguntamos: *¿Nuestro entorno formativo también se muestra efectivo para el desarrollo del razonamiento crítico en los profesores? ¿Podemos identificar las acciones de criticidad en el proceso interactivo de los profesores? ¿De qué tipo son esas acciones? ¿Los docentes demuestran reconstruir su práctica en geometría? ¿Qué aspectos del proceso de razonamiento crítico en geometría pueden ser observados?* Buscando contestar estas preguntas, continuamos nuestro análisis de la siguiente manera: tomamos distintos textos del profesor e interpretamos (a partir de Smyth, 1991) la acción de criticidad docente implícita en cada texto. Considerando que en una acción docente reconstructiva encontramos un número variado de componentes del contenido profesional de los profesores, nuestro análisis sigue con el objetivo de identificar, en este tipo de acción de criticidad, aspectos del razonamiento crítico (Kuhn, 1999) implícitos en intervención de cada docente.

Flores (1998), en un contexto de formación inicial de profesores y profesoras de matemática de secundaria y con el objetivo de llevar a cabo un proceso formación que parte de cuestiones profesionales surgidas durante las prácticas de enseñanza, ha diseñado una parte de un curso empleando como modelo de actuación y análisis el ciclo de criticidad propuesto por Smyth. Lo que hicimos fue considerar la categorización que propuso Smyth y nos planteamos a identificar si en nuestro entorno formativo es posible identificar y analizar elementos que caracterizan o son indicios de acción docente crítica, cuando los profesores interactúan por Internet e intercambian sus distintas prácticas en geometría. Complementando este proceso

analítico, explicitamos también los distintos aspectos del contenido profesional observados en cada intervención considerada.

4.5.1 Algunas características de criticidad en el caso de Joana

Ante todo digamos que los docentes inicialmente se posicionan de forma descriptiva. En una intervención de Joana por correo, a pesar de la docente explicitar diversas preocupaciones sobre la enseñanza que imparte (dificultad de los alumnos, uso de material, plantea actividad y ejemplifica posibilidad de respuesta) lo que caracteriza, en este caso, que la docente todavía presenta una *acción de criticidad descriptiva* es la contradicción que se observa cuando la docente afirma “*pero, sobre otro contenido*” (ver los cuatro fragmentos de textos subrayados) y no demuestra tener claro la relación número-Medida, importancia resaltada por Joana en otros momentos del curso, por ejemplo: foro de discusión 3 y entrevista 28-29.

Ejemplo de texto descriptivo de Joana

Correo (unidad 1): “Medida, el uso de la regla. ¿Sabías que un número grande de alumnos llega en los 3º y 4º ciclos y no saben usar la recua? Pero, sobre otro contenido... Son tres las descomposiciones para el número 5, mirando la cantidad de cuadrado en la vertical [ejemplifica con la figura]. En la horizontal tendríamos, $1 + 3 + 1$, $1 + 2 + 2$ e $3 + 2$. Lo que remete a la conmutatividad y asociatividad (propiedades numéricas). El trabajo con área y perímetro de esa forma estimula la visualización y la percepción de semejanzas y diferencias.

Aspectos Profesionales del Contenido (APC)

Atención para el uso del material por parte del alumno.
Demuestra contradicción
Cuestiona pero no contesta.
Ejemplifica

En esta y otras intervenciones podemos identificar la *atención al aprendizaje* (estratégico-interpretativo) y la *valorización de tareas* (estratégico-interpretativo) en la integración de contenidos curriculares (geométrico).

Al evaluar su trabajo en la primera sección del curso, Joana demuestra reflexionar sobre las clases que imparte y presenta posibilidad de enriquecerlas a partir de lo que conoció de nuevo en la sección, lo que caracteriza la acción de *inspiración*.

Ejemplo de texto inspirativo de Joana

Auto-evaluación (unidad 2): [sobre lo que más le gustó en la S2] q6d: Todo, pero en particular el texto sobre el museo de Niterói. En la próxima semana llevaré para mis alumnos y pedirles que lean y produzcan otro con las mismas características. Lo objetivo es estimular la **observación** y trabajar la **escrita**.

APC

Demuestra apertura
 "Claridad" en lo que hará
**Valoriza procesos
 geométricos no rutinarios**

Además de aceptar la sugerencia novedosa y afirmar que hará en su clase, Joana justifica lo porqué considera importante este tipo de actividad. Como ejemplos de contenido profesional evidenciados en esta intervención tenemos: énfasis en el recurso (estratégico-interpretativo); demuestra apertura para el nuevo, pero reconoce dificultad propia en hacerlo (afectivo-actitudinal); y percibe la importancia de procesos geométricos no rutinarios para una enseñanza constructiva (geométrico).

Ejemplo de texto confrontativo de Joana

Foro de discusión: "... Qué tipo de actividad podemos proponer para dislocar el foco de las **definiciones** para el entendimiento del concepto? La integración entre las diversas **ramas de la matemática** deben ser priorizadas. ¿Que tal trabajar el concepto de área asociado a la **factorización** de un número? ..."

APC

Cuestiona la tipología de actividad
 Reflexiona sobre la comprensión conceptual
Reflexiona sobre el valor de la definición
 Propone integración curricular
 Ejemplifica

Al criticar en el foro de discusión las prácticas en geometría que todavía ponen el énfasis en las definiciones y que tampoco logran la integración curricular, Joana demuestra confrontar los "inconvenientes" de prácticas tradicionales con las "ventajas" de una práctica innovadora que supuestamente desarrolla con sus alumnos. A partir de lo que caracteriza Smyth para este tipo de acción de criticidad, la *confrontación*, podemos plantear preguntas implícitas en este discurso profesional de Joana y que ejemplifican una crítica confrontativa de su práctica: *¿Por qué priorizar la comprensión conceptual? Por qué integrar las distintas ramas de la matemática? ¿Qué intereses sociales sirven estas prácticas? ¿Cómo llegué a ser/pensar de esta forma?.*

Componentes del contenido profesional de Joana observados en la intervención anterior: estratégico-interpretativo (provocación sobre la tipología de la tarea, reflexión sobre lo que significa aprender, propone y valoriza la integración curricular) y geométrico (el valor de la definición).

Al ser entrevistada Joana ejemplifica, a partir de una sugerencia del curso (sección observe de la unidad 2), lo que podría hacer de diferente en su práctica y lo que considera importante en ese proceso y, además, comenta lo que haría para introducir los cambios esperados. Con un tipo de intervención segura sobre la funcionalidad de la forma, Joana subraya que hace necesario este tipo de discusión en clase para que los alumnos fíjense en este tipo de observación y reflexión. Metafóricamente, Joana enfatiza que cambiar la forma significa cambiar paradigmas.

Ejemplo de texto reconstructivo de Joana

APC

Entrevista [comparando tareas geométricas]: "... la forma influencia en como colgamos un cuadro, etc. Ese tipo de cosa es muy importante de **explorar y discutir**, por ejemplo, la cuestión del formato de las cajas. ¿Que formato suele presentar las cajas? Son los paralelepípedos. Eso es muy usual, ¿será una casualidad? No, es para que las cosas quepan allí de una manera mejor o más adecuadamente. Entonces, cuando intentamos cambiar, no tratase de cambiar la forma, sino cambiar el paradigma. Es decir, ¡**queda bonita visualmente!**!, pero ¿será que es funcional? No necesariamente, pero mi objetivo [énfasis] puede ser tornarla, enfatizar la belleza y no la funcionalidad de la caja. Creo que la cuestión de la forma del edificio es lo mismo. Así que **discutir** con el alumno porque ellos aparecen poco es importante. **porque ahí usted está hablando del aspecto geométrico**, es decir, ¿**porque alguna cosa, una sala en forma circular es menos funcional? Usted pasa a tener una otra arquitectura**".

Analiza estructura

Atribuye valores

Valoriza procesos comunicativos

Discute, relaciona, ejemplifica, pregunta y contesta, planifica, cuestiona, selecciona, compara

Usa "metáfora"

Relativiza
Negocia significados

Personifica

Flexibiliza

Este tipo de acción, en la cual el docente reflexiona y plantea preguntas do tipo ¿cómo desarrollar una práctica de otra manera?, ¿qué es lo que considero importante desde un punto de vista pedagógico? y ¿qué es lo que tendría que hacer para introducir esos cambios? son, según Smyth, rasgos característicos de una *acción reconstructiva de criticidad*.

En esta intervención de Joana, se ponen en evidencia los aspectos de su contenido profesional: geométrico (análisis de estructura, valoriza procesos comunicativos), estratégico-interpretativo (al atribuir valores, cuestionar y ejemplificar sobre lo cotidiano, lo matemático y la tarea matemática) y afectivo-actitudinal (negociación de significados).

4.5.2 Algunas características de crítica en el caso de Antonio

A través del primer mensaje por correo en el curso al contestar preguntas de la primera sección, ejemplificamos una acción docente *descriptiva* de Antonio. El docente presentó claramente una secuencia para el desarrollo de la tarea (los subrayados señalan su secuencia descriptiva sobre lo que hizo: ¿cómo? ¿quién?), demostrando considerar que el material es el determinante en este tipo de actividad. Eso se justifica en la medida que Antonio piensa que esta dinámica será suficiente para introducir el concepto de volumen.

Ejemplo de texto descriptivo de Antonio

APC

Correo1 (n.9): "... Pediría a los alumnos que construyesen cuadrados en un cartón, previamente cuadrículado con espacios de 1 cm, esos cuadrados obedecerían tamaños establecidos a través del perímetro, haríamos un montaje utilizando seis cuadrados con la misma área y construiríamos un cubo, después construiríamos varios cubos con volumen de 1 cm³. Pediría a los alumnos para que pusiesen los cubos pequeños dentro de los mayores con goma y de manera arreglada, ahí mandaría que verificasen cuantos cubos pequeños cupieron en el grande, introduciendo en ese momento la idea de volumen ..."

Ejemplifica tarea
 Propone secuencia de desarrollo de la actividad
 Utiliza y construye materiales con los alumnos
 Atención al aprendizaje dirigido
 Relaciona y transpone conceptos

Como componentes de su conocimiento profesional, podemos identificar: geométrico (conceptos explicitados y intención de relacionarlos) y estratégico-interpretativo (ejemplifica tarea y propone una secuencia para su desarrollo, demuestra atención a los materiales y pone foco en el aprendizaje dirigido).

Buscamos con estas dos intervenciones siguientes de Antonio, una por correo electrónico y otra en la entrevista, ejemplificar la *inspiración* como su acción de crítica al realizar una de las tareas propuestas en la cuarta unidad del curso.

Ejemplo de textos inspirativos de Antonio

Corro2 (unidad 4, n.6c): "Sobre la tarea, he buscado en los libros y no encontré la **propiedad** que mencionaste. Trabajando con el CABRI, la respuesta que me pareció **apropiada** sería que los **ángulos serían congruentes**, ¿está correcto?"

Entrevista 176: "... será que los alumnos no harán lo mismo inducidos que yo?"

APC

Acepta tarea nueva y intenta resolverla.
 Explicita valor al libro.
 Usa programa informático sugerido.
Relativiza y sugiere solución.
 Demuestra duda.
 Reflexión de procesos de razonamiento de los alumnos a partir de lo personal.

Como hechos relevantes, una característica de este tipo de acción de criticidad propuesta por Smyth, Antonio, al intentar inicialmente resolver el problema que es nuevo para él, demuestra ser importante resolver el problema antes de usarlo con sus alumnos y explicita el valor que atribuye al libro didáctico para ayudarlo en la resolución del problema. Además de no estar seguro con el soporte que le dio el libro didáctico en la resolución y demostrar inseguridad en la respuesta, lo docente sugiere una solución sin justificación. Complementando esta discusión en la entrevista -que no fue compartida por Antonio para los demás colegas del curso- al reflexionar sobre el proceso de resolución de la tarea por parte de los alumnos, el profesor piensa que los alumnos harán lo mismo que él, es decir, que serán inducidos en su proceso de razonamiento en la tarea. El hecho de resaltar que Antonio no ha socializado por ejemplo en el foro de discusión y su dificultad para resolver el problema es un hecho importante de comentar. En efecto, además de tratarse de un docente con poca experiencia en hablar de su práctica, Antonio posee características personales bastante introvertidas y que necesitan un mayor tiempo para cambios. De todos los modos, Antonio explicita al docente esta dificultad, lo que consideramos como un momento importante de su desarrollo profesional.

Como componentes del contenido profesional de Antonio presentes en las dos intervenciones anteriores, podemos destacar: geométrico (propone solución al problema); estratégico-interpretativo (valor explícito atribuido al libro didáctico, uso de programa informático sugerido en el curso, reflexión de procesos de razonamiento de los alumnos a partir de lo personal) y afectivo-actitudinal (acepta el desafío de la tarea nueva, intenta resolverla, propone respuesta y demuestra duda).

Al continuar su reflexión sobre la tarea propuesta y las dificultades encontradas por los alumnos en cada ítem, Antonio contesta – tanto en el correo y como en la entrevista – *confrontando* y creyendo que las posibles dificultades estarán relacionadas a los contenidos procedimentales. Al comparar soluciones procedimentales y sugerir las construcciones geométricas necesarias para cada ítem, Antonio demuestra estar interesado sólo en “descubrir” la resolución del problema y, tampoco, profundizar el análisis sobre los procesos cognitivos (pregunta de la tarea) involucrados en cada tipo de respuesta de los alumnos.

Ejemplo de textos confrontativos de Antonio

APC

Correo1(unidad 4, n.6a) “Quizás la dificultad mayor ha sido descubrir como resolver el problema, hallar el punto equidistante de dos puntos, de tres y por fin la suma de las distancias. (b) El primer caso fue más fácil, ya que era para hallar el punto medio entre las dos ciudades, mientras que en el segundo era necesario marcar las mediatrices, y el punto de encuentro sería el punto equidistante entre las 3 ciudades. (c) Creo que es el mismo trabajo, pero el trabajo de trazar sería el mismo de lo anterior”.

Relativiza

Explicita dificultad en la resolución

Ejemplifica construcciones geométricas utilizadas

Compara soluciones

Inseguridad

Piensa que la dificultad de un problema es solamente procedimental

Entrevista 169: “yo pienso que la diferencia sería de construcción ... en lugar de mediatriz sería otras figuras”.

En estas intervenciones del profesor podemos observar los siguientes componentes de su contenido profesional: geométrico (ejemplifica construcciones geométricas utilizadas, compara soluciones en el ámbito del problema, foca atención en los procedimientos); estratégico-interpretativo (atención superficial a las dificultades) y afectivo-actitudinal (relativiza e demuestra inseguridad en el juicio).

A partir de una provocación en la entrevista, ejemplificamos a continuación una intervención (E162) en la cual podemos identificar una acción *crítico-reconstructiva* de Antonio sobre su quehacer geométrico.

Ejemplo de texto reconstructivo de Antonio

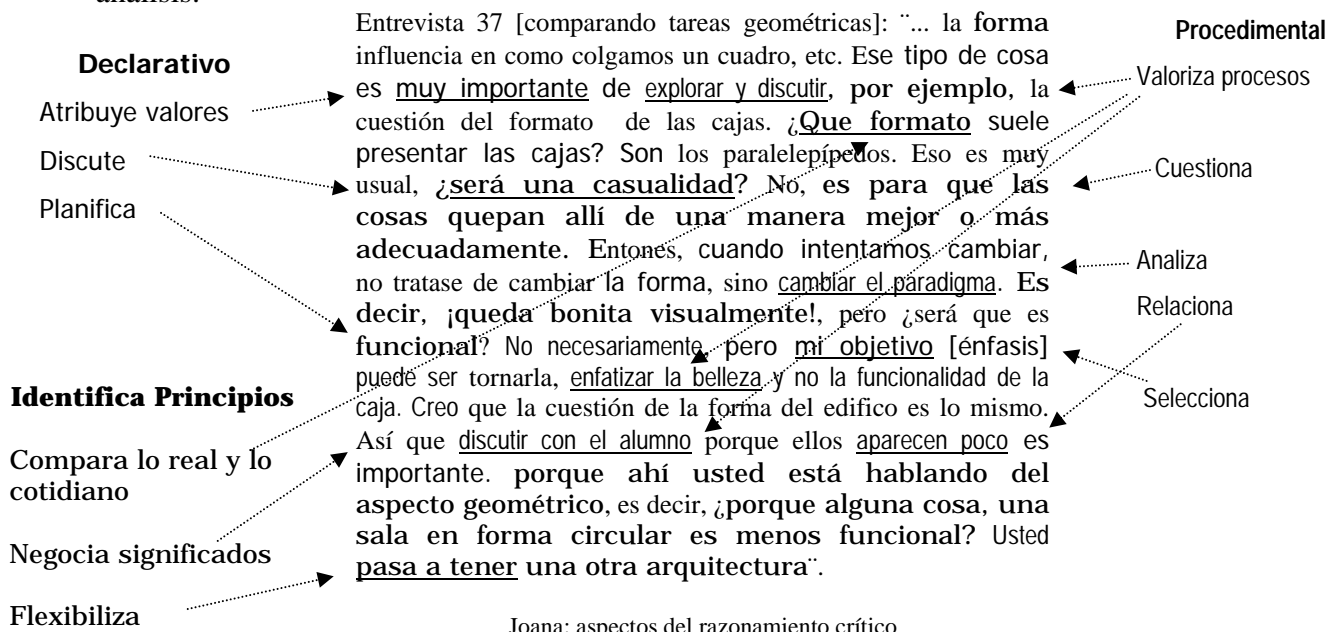
APC

Entrevista 162: "... Cuando yo hice estas preguntas, realmente me quede con duda: ¿tengo que plantear una cuestión para que el alumno se fije en propiedades antes de utilizar el software o para él empezar a arrastrar [énfasis] directamente en el programa y descubrir? Porque una cosa es dejar el alumno trabajar con el CABRI en esas cuestiones y él empezar, deducir [énfasis], a arrastrar vértice, estirar segmento para ver lo que pasa allí"

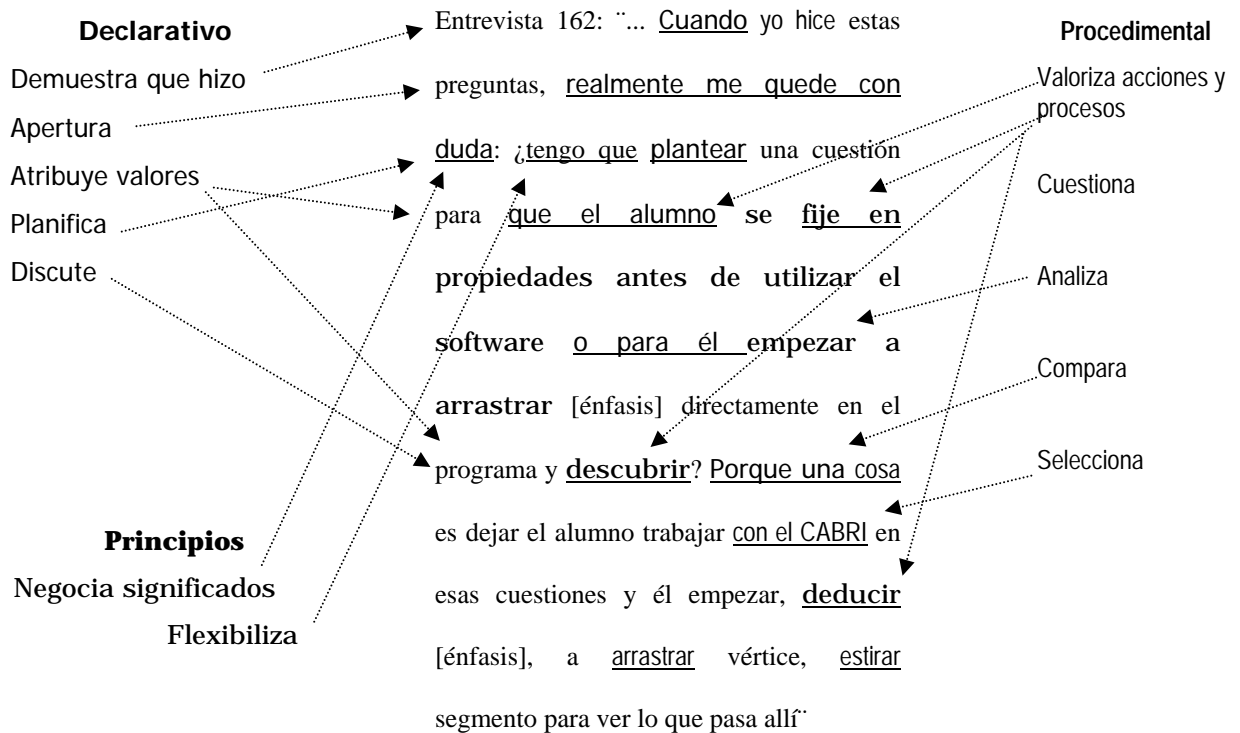
Demuestra que hizo
Apertura
Negocia significados
Atribuye valores
Cuestiona, analiza y discute
Valoriza acciones y procesos
Atención al recurso
Compara dos "estrategias" docentes
Flexibilidad

Al reflexionar sobre lo real valor de la tarea y su potencial para el desarrollo de procesos geométricos, y al comparar posibilidades de dinámica en clase, las estrategias docentes en las mismas e implicaciones de ellas en el proceso enseñanza-aprendizaje, Antonio demuestra matizar, a partir de lo que hizo en la tarea, sobre como introducir cambios en su práctica para lograr un aprendizaje significativo por parte del alumno. Las acciones de criticidad de Ant se asocian a los siguientes contenidos profesionales implícitos en la misma: geométrico (reconoce la importancia de acciones y procesos geométricos); estratégico-interpretativo (cuestiona sobre planteamientos propios, reflexiona sobre el valor del descubrimiento por parte del alumno, demuestra atención al recurso didáctico) y afectivo-actitudinal (negocia significados, demuestra que hizo la tarea y que está flexible a cambios).

Siguiendo con el análisis de la acción reconstructiva de Joana, por ejemplo, sus contestaciones de 37 hasta 40 en la entrevista evidencian otros aspectos de su razonamiento crítico (Kuhn, 1999) observados en su proceso de desarrollo profesional en nuestro entorno formativo. Los subrayados ponen de relieve lo que consideramos para ejemplificar nuestro análisis.

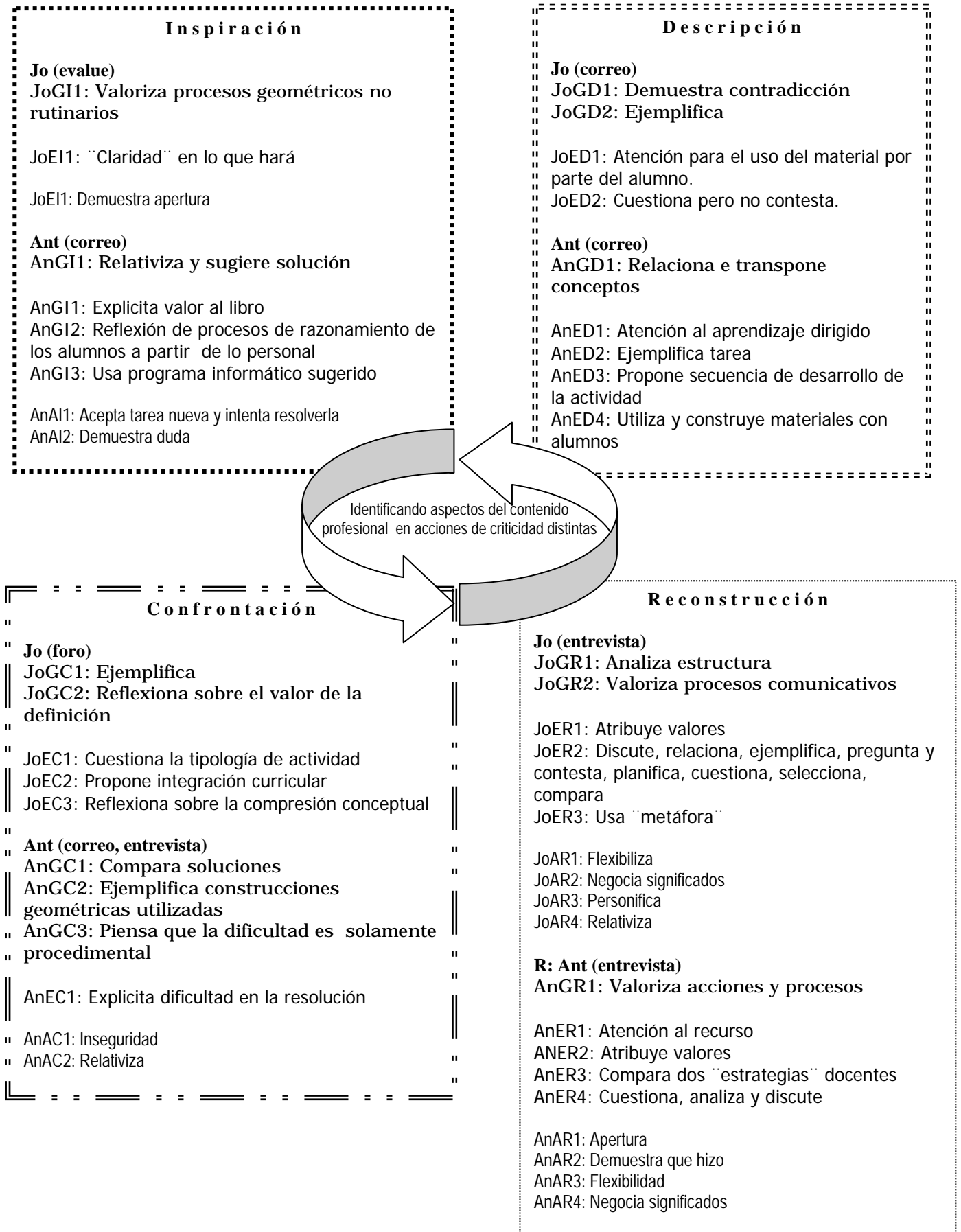


A continuación ejemplificamos aspectos del razonamiento crítico evidenciados en una intervención reconstructiva de Antonio en la entrevista (entrevista 162).



Antonio: aspectos del razonamiento crítico

A modo de conclusión, con base en lo anteriormente presentado, mostramos en cada acción de criticidad los aspectos del contenido profesional observados en los distintos textos del docente.



Ejemplos de aspectos del contenido profesional movilizados

Confrontando las interacciones docentes, este esquema anterior nos muestra más visiblemente que:

- (1) profesores diferentes y de historias diferentes, sus acciones de crítica y su contenido profesional poseen elementos distintos;
- (2) en una intervención podemos encontrar distintos componentes del contenido del conocimiento profesional del profesor y que un mismo componente puede presentarse en otras acciones, y
- (3) las acciones de crítica del docente se complementan en la medida en que él reflexiona e interacciona en diferentes espacios comunicativos. Así, en ese caminar hacia una reflexión crítica de lo que hace/piensa el profesor en su práctica, intercambiando prácticas y reflexionando continuamente en el ámbito individual y/o en colectivo, el docente sigue (re)construyendo su quehacer matemático.

4.5.3 Características particulares en los aspectos del conocimiento profesional

Nuestro entorno formativo se mostró eficaz para movilizar -en distintas acciones de crítica- en distintas interacciones docentes, mostrando acciones docentes específicas asociadas a diferentes aspectos del contenido profesional de los profesores. A partir del análisis en distintos espacios comunicativos y observando el conjunto de las intervenciones de los docentes reconocemos las características que se ven en el cuadro a continuación.

	Inspiración	Descripción	Confrontación	Reconstrucción
Geométrico	<p>-Pensar matemáticamente JoGI1: Valoriza procesos geométricos no rutinarios AnGI1: Relativiza y sugiere solución</p>	<p>-Significaciones: interpretación y reconocimiento personal JoGD1: Demuestra contradicción JoGD2: Ejemplifica AnGD1: Relaciona e transpone conceptos</p>	<p>-Significaciones: interpretación y reconocimiento personal JoGC1: Ejemplifica JoGC2: Reflexiona sobre el valor de la definición AnGC2: Ejemplifica construcciones geométricas utilizadas AnGC3: Piensa que la dificultad es solamente procedimental -Pensar matemáticamente AnGC1: Compara soluciones</p>	<p>-Significaciones: interpretación y reconocimiento personal JoGR1: Analiza estructura -Pensar matemáticamente JoGR2: Valoriza procesos comunicativos AnGR1: Valoriza acciones y procesos</p>
Estratégico-Interpretativo	<p>-sobre Currículo JoEI1: "Claridad" en lo que hará AnEI1: Explicita valor al libro AnEI3: Usa programa informático sugerido</p> <p>-Comunicación y negociación de significados AnEI2: Reflexión de procesos de razonamiento de los alumnos a partir de lo personal</p>	<p>-sobre Currículo AnED2: Ejemplifica tareas AnED3: Propone secuencia de desarrollo de la actividad AnED4: Utiliza y construye materiales con alumnos</p> <p>-Representaciones instruccionales JoED1: Atención para el uso del material por parte del alumno JoED2: Cuestiona pero no contesta</p> <p>-Papel de las interacciones AnED1: Atención al aprendizaje dirigido</p>	<p>-Representaciones instruccionales JoEC1: Cuestiona la tipología de actividad</p> <p>-Papel de las interacciones JoEC3: Reflexiona sobre la comprensión conceptual</p> <p>-Comunicación y negociación de significados JoEC2: Propone integración curricular AnEC1: Explicita dificultad en la resolución</p>	<p>-sobre Currículo JoER2: Discute, relaciona, ejemplifica, pregunta y contesta, planifica, cuestiona, selecciona, compara JoER3: Usa "metáfora" AnER1: Atención al recurso</p> <p>-Representaciones instruccionales JoER1: Atribuye valores</p> <p>-Diseños de aprendizaje ANER2: Atribuye valores AnER3: Compara dos "estrategias" docentes AnER4: Cuestiona, analiza y discute</p>
Afectivo-actitudinal	<p>-Actitudes frente al aprendizaje propio JoEI1: Demuestra apertura AnAI1: Acepta tarea nueva y intenta resolverla AnAI2: Demuestra duda</p>		<p>-Actitud frente al aprendizaje propio AnAC1: Inseguridad</p> <p>-Conciencia sobre la realidad docente AnAC2: Relativiza</p>	<p>-Actitud frente al aprendizaje propio JoAR3: Personifica AnAR2: Demuestra que hizo JoAR2 - AnAR4: Negocia significados -Conciencia sobre la realidad docente JoAR4: Relativiza AnAR1: Apertura JoAR1 - AnAR3: Flexibilidad</p>

Los docentes en una *acción descriptiva*, reflexionan explicitando dos componentes de su contenido profesional cuando hablan de su práctica: el **geométrico-descriptivo 1** (contradicción en lo que habla) y el 2 (ejemplo que presenta) y el **estratégico-descriptivo 1** (atención al uso del material) y el 2 (cuestionamiento planteado y no contestado). En una *acción inspirativa*, en el contenido **geométrico-inspirativo**, valoran procesos geométricos no rutinarios; en el **estratégico-inspirativo**, demuestran claridad en lo piensa hacerlo; y en el **afectivo-inspirativo**, demuestran apertura para usar una sugerencia del curso en su clase.

Cuando *confrontan* situaciones geométricas, en el ámbito de su contenido profesional **geométrico-confrontativo**, ejemplifican (GC1) y reflexionan sobre el valor de la definición y implicaciones de una enseñanza que valoriza la memorización de la misma y no la comprensión conceptual (GC2). En una *acción confrontativa* y en su contenido **estratégico-confrontativo**, cuestionan la tipología de la actividad (EC1), proponen la integración curricular como una de las posibilidades de cambio (EC2) y reflexionan sobre el papel de las interacciones en la comprensión conceptual (EC3).

En una *acción reconstructiva* explicitan en el ámbito de su contenido **geométrico-reconstructivo**, analizan y relacionan estructuras del mundo cotidiano y del mundo real (GR1) y valorizan procesos comunicativos para un pensar matemático diferente (GR2). En su contenido **estratégico-reconstructivo** atribuyen valores distintos (ER1) al discutir sobre lo que plantean (ER2), y como componente profesional **afectivo-reconstructivo**, flexibilizan (AR1) y relativizan (AR2), mostrando conciencia sobre la realidad cotidiana docente y actitud frente al aprendizaje propio, cuando negocian significado (AR1) y involúcrense (AR3) en el proceso que ejemplifican.

En una *acción descriptiva*, como aspecto **geométrico-descriptivo**, relacionan conceptos (GD1). En el ámbito del **estratégico-descriptivo**, reflexionan sobre el papel de las interacciones en el aprendizaje dirigido (ED1) y sobre componentes curriculares distintos (ED2, ED3, ED4). En una *acción inspirativa*, como contenido **geométrico-inspirativo**, la relatividad y propuesta de una solución para un problema (GI1) puede ser ejemplificada. Como contenido **estratégico-inspirativo** valoran el libro didáctico para la solución de determinado problema geométrico (GI1) y usan el programa informático sugerido en la unidad didáctica

(GI3). Además, a partir de lo que hacen, reflexionan y negocian significados sobre procesos de aprendizaje de sus alumnos (GI2).

Cuando *confrontan*, comparan distintas soluciones de un problema (GC1), ejemplifican (GC2) y reflexionan sobre dificultades de los alumnos (GC3). En su contenido estratégico-confrontativo, los profesores explicitan dificultad propia en la resolución del problema (EC1) y, en el componente afectivo-confrontativo explicitan preocupación sobre la realidad profesional docente (AC1) y muestran inseguridad conceptual para la resolución del problema discutido (AC2).

En una *acción reconstructiva*, como aspecto **geométrico-reconstructivo** pasan a valorizar acciones y procesos matemáticos no rutinarios para un quehacer geométrico significativo (GR1). En el ámbito estratégico-reconstructivo muestran atención especial al recurso didáctico (ER1), reflexionan sobre diseños de aprendizaje al valorar (ER2), comparan estrategias docentes (ER3) y cuestionan sobre los mismos (ER4). Como componentes del contenido afectivo-reconstructivo, demuestran conciencia sobre la realidad (AR1 y AR3) y intentan resolver críticamente un problema propuesto (AR2) y negociar significados (AR4) sobre el proceso de resolución. Con ello, ejemplifican actitud favorable al aprendizaje colaborativo a distancia.

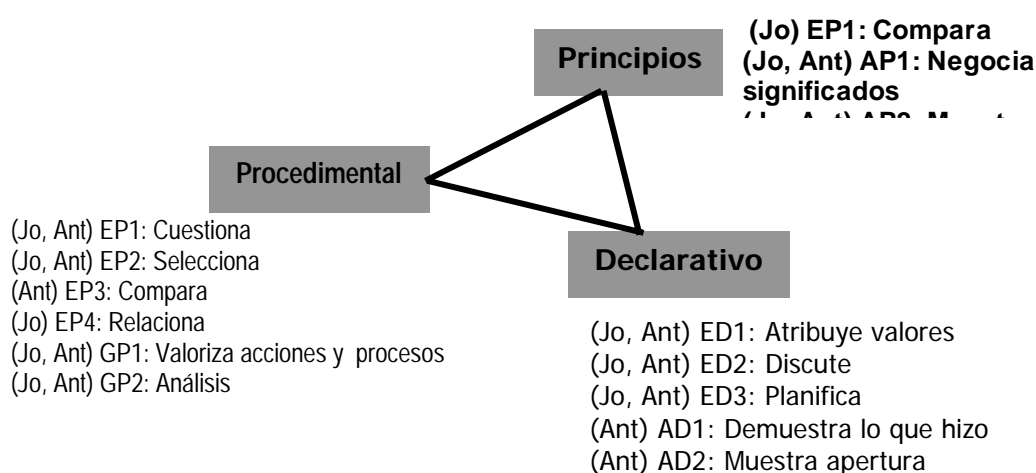
Es oportuno resaltar que mientras no haya aparecido el componente afectivo-actitudinal de los dos docentes en la *acción descriptiva*, podemos identificar una motivación inicial de los mismos sobre la importancia de este tipo de curso para su desarrollo profesional. Resulta que por tratarse de un entorno de aprendizaje nuevo y con una dinámica interactiva distinta de las vividas hasta entonces por los docentes, al empezar el proceso teleinteractivo las componentes afectivo-descriptivas suelen tardar un poco a explicitarse.

En efecto, la concienciación sobre la realidad docente (flexibilidad, relatividad, apertura, implicación, autocontrol, etc.) y actitudes frente al aprendizaje propio y de los alumnos (socioculturización y colaboración, negociación de significados, etc.) son componentes del contenido profesional que todavía son olvidadas en muchos entornos formativos brasileños y el profesor continua siendo considerado como un elemento externo y receptor pasivo de lo que fue "planteado para él" - normalmente por un experto y ajeno a su realidad - y así, suele no involucrarse de manera a promover significativos cambios, incluso en la propuesta que para él

fue planteada. Igualmente, los docentes en una acción reconstructiva, además de otras componentes, explicitan dos mismas componentes. Es decir, pasan a flexibilizar (JoAR1, AnAR3) el proceso enseñanza-aprendizaje (suyo y de sus alumnos) y a negociar significados (JoAR2, AnAR4) en el mismo.

Además de explicitar aspectos del razonamiento crítico docente evidenciados a partir de las interacciones propiciadas en un entorno virtual para formación continuada en geometría, con la ilustración siguiente mostramos que:

- (1) en cada aspecto podemos identificar más de una componente del contenido profesional. Podemos ver que tanto en el aspecto de principios y como en el procedimental, no aparece la componente del contenido geométrico. Sin embargo, esta componente juntamente con la estratégica pueden ser vistas en el aspecto procedimental. La componente estratégica puede ser identificada en los tres aspectos del razonamiento crítico.
- (2) en los tres aspectos, los docentes explicitan componentes del contenido profesional comunes y diferentes, por ejemplo, en el aspecto *declarativo* encontramos tres componentes *estratégicas*-declarativas (ED1, 2 y 3) y dos *afectivas*-declarativas (AD1 y AD2).



Ejemplos de los aspectos de contenido en el proceso de razonamiento crítico

- (3) la dinámica del proceso de razonamiento crítico en el trabajo geométrico a través de las interacciones por Internet presenta idiosincrasias e integra los tres distintos aspectos del pensamiento crítico. Es decir, en la pluralidad e interrelación de estos tres aspectos en un proceso interactivo, que el razonamiento crítico se desarrolla. No se trata de un aspecto ser más importante que el otro, sino que ellos se completan y que están intrínsecamente articulados.

4.6 Resumen

4.6.1 Sobre el razonamiento crítico y las acciones de criticidad

Nuestro análisis ha revelado la importancia y presencia de los aspectos meta-estratégicos y meta-cognitivos (Kuhn, 1999), y que algunas perspectivas pseudo-epistemológicas (Giménez y Bairral, 2001) deben ser consideradas en un entorno virtual para el desarrollo profesional docente. Como afirma Kuhn, en un nivel evaluativo de comprensión epistemológica el individuo valora y promueve afirmaciones completas y aumenta la comprensión a partir de evidencias teórico-filosóficas. A pesar de no haber sido explicitado un referencial teórico en los textos de los profesores, lo hemos identificado como un rasgo importante en el proceso de razonamiento crítico en la medida en que los docentes muestran desarrollar un proceso analítico de pensamiento, lo que no tiene por que indicar ausencia de razonamiento teórico-geométrico³.

³ En este sentido hemos tomado prestado de Vinner (1997) la partícula prefijo *pseudo*.

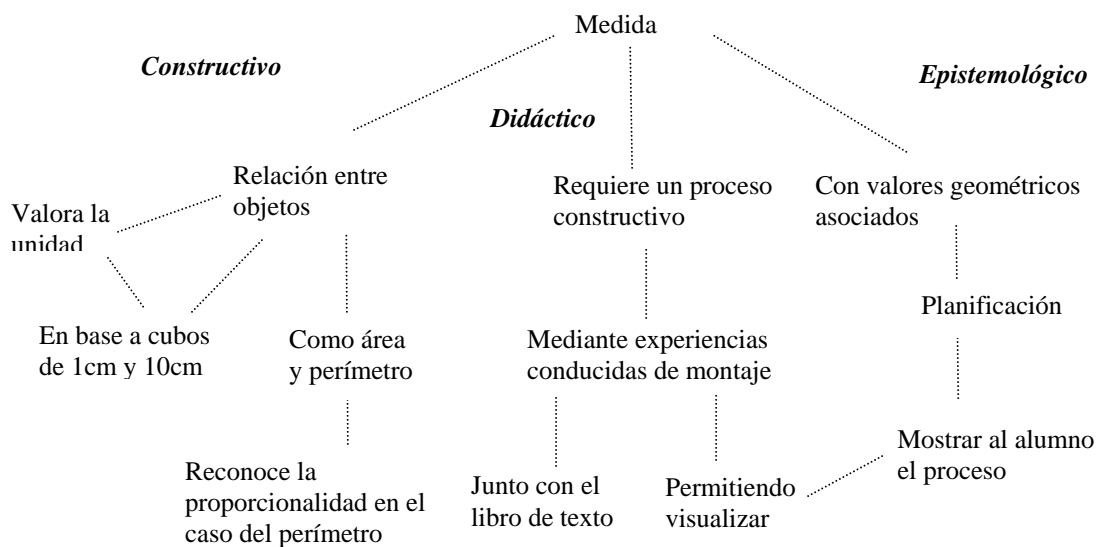
El análisis semántico nos ha permitido identificar y ejemplificar los aspectos del razonamiento crítico observados en el trabajo a distancia, mostrar la importancia de considerar aspectos afectivos en el proceso de desarrollo del razonamiento profesional crítico y que especificidades del conocimiento geométrico también han de ser consideradas. Además de eso, hemos identificado que los profesores producen y explicitan textos con diferentes acciones de crítica cuando reflexionan sobre planteamientos –propios o de colegas- en geometría y se pudieron observar características crítico-reconstructivas de los profesores al confrontar diferentes situaciones geométricas. Sin embargo, es imprescindible subrayar que a pesar de utilizar las acciones de crítica de Smyth como un referencial para parte de nuestro análisis, no hemos construido nuestro entorno en lo que propone Smyth, por eso no lo hemos considerado integralmente, lo que para nosotros sería metodológicamente inadecuado. En cambio, lo referencial que tomamos de Smyth, nos ha permitido ejemplificar a través de los textos con las acciones de crítica, rasgos en el discurso docente sobre aspectos de su contenido profesional y sobre su práctica docente en geometría.

4.6.2 Sobre los aspectos del contenido y el desarrollo profesional

En el análisis del contenido del conocimiento profesional del profesor al considerar su naturaleza situada es factible conjeturar la integración del conocimiento de la materia y el conocimiento del contenido pedagógico de tópicos concretos. De esta manera será el contexto en el que se sitúe el proceso de indagación en la investigación el que determinará primordialmente qué aspectos del conocimiento se están considerando. Así, siempre y cuando no se plantean cuestiones directamente sobre el contenido matemático, las investigaciones estarán intentando describir el conocimiento situado del profesor de matemáticas. Esta situación por tanto explicita la integración de diferentes componentes de conocimiento y “orientaciones” hacia el contenido matemático, que en un extremo son las creencias del profesor (Llinares, 1996).

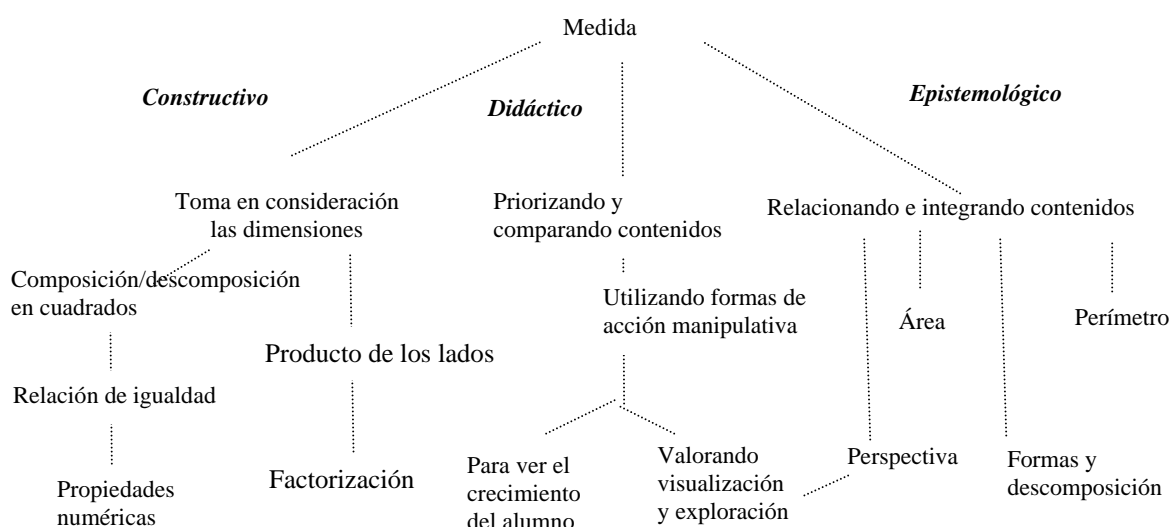
A continuación presentamos la red de significados explicitados y construidos por cada docente en sus distintas interacciones (profesor-tareas-formador-colega) sobre la noción de *Medida*. Cada red fue por nosotros construida considerando la *Medida* en el ámbito constructivo-geométrico, en el didáctico y en lo epistemológico, como verse enseguida.

En la red interpretación de Antonio sobre la noción de *Medida*, verificamos que en el *ámbito constructivo* el profesor percibió la importancia de la unidad en este tipo de planteamiento y amplió sus relaciones al trabajo con los cubos de volumen 1cm^3 y 1000cm^3 , e identificó la proporcionalidad en el caso del perímetro. En los *ámbitos didáctico* y *epistemológico*, Antonio explicita un valor a un proceso de aprendizaje constructivo mediante experiencias didácticas distintas, de manera que el alumno pueda visualizar y percibir el proceso, como esquematizado a continuación.



Red interpretación de lo que "dijo" Antonio sobre la noción de Medida

En la red interpretación de Joana sobre la noción de *Medida*, hemos visto que en el *ámbito constructivo* la docente demostró percibir dos dimensiones para el trabajo con *Medida*: el producto de medidas y la composición y descomposición. En los *ámbitos didáctico* y *epistemológico* hubo una atención explícita de la docente por la integración de contenidos distintos y procesos geométricos diversos, con vistas al aprendizaje significativo del alumno.



Red interpretación de lo que "dijo" Joana sobre la noción de Medida

Como aspecto del *contenido del conocimiento profesional geométrico* de los docentes, subrayamos una mayor conciencia y valor sobre su trabajo geométrico en clase, por ejemplo cuando docente pasan a identificar procesos cognitivos esenciales y no esenciales, y a cuestionar sobre las tareas geométricas. Como un rasgo importante del *contenido profesional estratégico-interpretativo* verificamos una implicación y discusión de los profesores en planteamientos propios y contribución en el planteamiento de los compañeros; y en el ámbito de la componente del *contenido afectivo-actitudinal*, destacamos: actitudes favorables frente al proceso enseñanza-aprendizaje propio y de sus alumnos; y recuerdos y reflexión sobre episodios de su historia personal-profesional, la importancia y influencia de eso en la práctica profesional del profesor.

4.6.3 Sobre las contribuciones del entorno en los aspectos del contenido

La integración y desarrollo crítico de los aspectos del contenido del conocimiento profesional en el proceso de desarrollo profesional, mostró que es posible desarrollar teleinteracciones distintas y que es posible identificar mejoras en el conocimiento del profesorado, como se ve a continuación.

Aspecto	Identificación de mejora en...
Geométrico	-Pensar matemáticamente -Significaciones: interpretación y reconocimiento personal
Estratégico-Interpretativo	-sobre Currículo -Representaciones instruccionales -Papel de las interacciones -Comunicación y negociación de significados -Diseños de aprendizaje
Afectivo-actitudinal	-Actitudes frente al aprendizaje propio -Conciencia sobre la realidad docente

En este proceso, nuestro entorno virtual formativo igualmente *mostrase importante para la divulgación y análisis de recursos en la red*, conforme resaltado por Antonio en la entrevista (E45):

“Yo no conocía estos materiales. Ahora es que estoy percibiendo un poco de mis cambios ... Antes yo no tenía esa idea, de como trabajar. Yo no sabía, esa es la verdad. Yo nunca he visto. Yo siempre he visto geometría como “saliva y tiza”. Desde la primaria hasta la enseñanza superior”.

La *dinámica interactiva y la estructura del curso*, además de ofrecer oportunidad al profesor de invertir en su formación pela facilidad en no haber necesidad de moverse, también favorece al profesor oportunidad para cambiar experiencias profesionales diversas y la continuidad de reflexión y discusión sobre las mismas, hecho que contribuye al trabajo docente colaborativo. La intervención a seguir de Jo en la entrevista (E2) ejemplifica esta contribución del curso.

“ como el curso está estructurado, posibilita el cambio, de poder participar y discutir con otras personas. Pienso que eso es muy interesante, es que usted puede estar pegando las ideas y sugerencias en el proceso del curso, esta desarrollando [énfasis] con su clase, traer el retorno del trabajo y tener siempre alguien [énfasis] para discutir. Resulta que a veces el profesor no tiene un tiempo dentro de la propia escuela, ... y con los profesionales que convive ... Lo veo el curso como un instrumento muy fuerte e interesante en la formación continua, además cuando tenemos varios problemas [sonrisas] de locomoción para hacer eso en otro espacio y, hasta mismo, disponibilidad de tiempo de otras personas. Por lo menos, en el trabajo a distancia, usted tiene que administrar la tuya [énfasis] disponibilidad”.

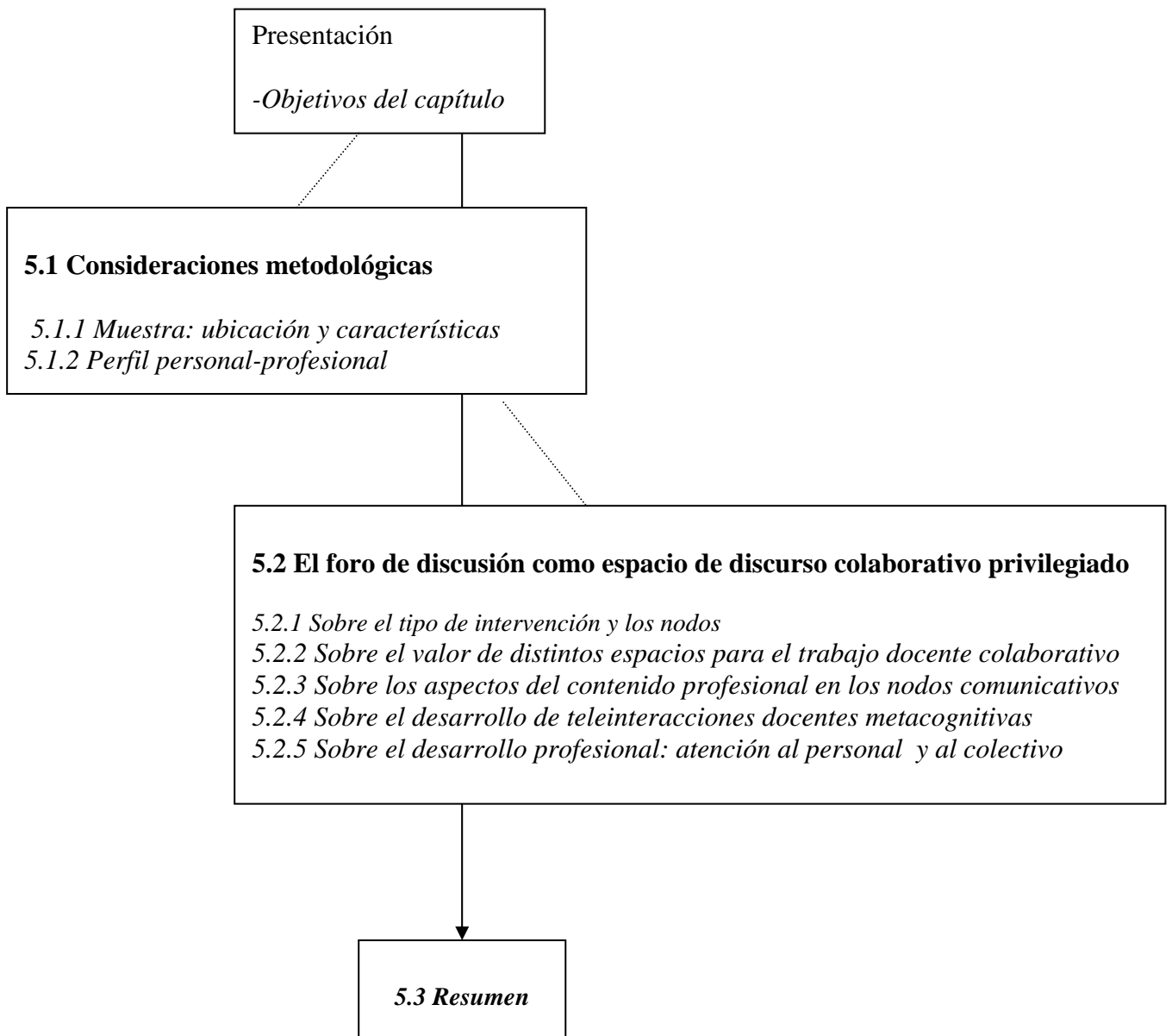
Este proceso de *intercambiar experiencias distintas*, de realidades educacionales y culturales bastante distintas y con un tempo personal para reaccionar sobre las mismas, también influye como un marco importante del desarrollo profesional del profesor en la medida que él contribuye virtualmente con otras prácticas lectivas.

A pesar de los pequeños problemas, de las peculiaridades y circunstancias del contexto educativo y de la simplicidad del entorno planteado, hemos visto que el entorno se mostró efectivo para *explicitar y desarrollar significativamente aspectos del contenido del conocimiento profesional de los dos profesores*. Sin embargo, conjeturamos que el grupo reducido de docentes no provocó un número suficiente de interacciones eficaces para el colectivo profesional-geométrico y para el trabajo colaborativo. Con vistas a eso, implementamos algunos cambios en el entorno y desarrollamos un segundo curso, cuyo análisis será presentado en los dos capítulos siguientes.

En el **capítulo 5** analizaremos cualitativamente la dinámica teleinteractiva establecida en el foro de discusión con el objetivo de identificar habilidades metacognitivas de espíritu crítico-colaborativo desarrolladas en el discurso profesional-geométrico.

Con el **capítulo 6** nos planteamos a confrontar y analizar -a partir del analizado en el capítulo 6, del video de clase y de la entrevista- otros indicadores que hemos podido reconocer de mejoría en el contenido del conocimiento profesional de los profesores.

Diversidad de Prácticas en una Comunidad Discursiva



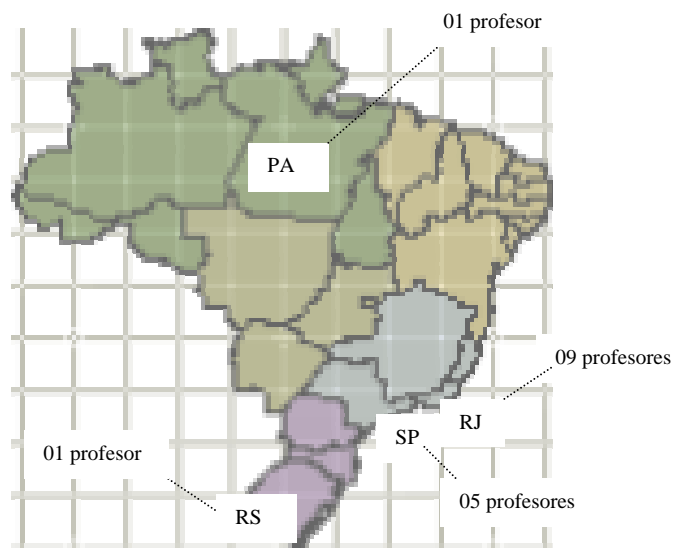
En una investigación anterior con Giménez y Rosich (2001), analizamos el valor cognitivo de un debate teletutorizado para la formación docente continuada con profesores no licenciados en matemáticas. En este capítulo, utilizando el referencial metodológico allí explicado, nos planteamos analizar el valor cognitivo de un foro de discusión para el desarrollo del contenido del conocimiento profesional en geometría. Específicamente, de acuerdo con nuestros objetivos, nos proponemos:

- (1) analizar cualitativamente cómo se procesa el desarrollo de la dinámica comunicativa;
- (2) describir el tipo de discurso profesional-geométrico de las intervenciones, y
- (3) analizar algunas redes de significado cognitivo, reflejando los elementos claves del desarrollo del contenido del conocimiento profesional implicados en el trabajo a distancia en geometría.

5.1 Consideraciones metodológicas

En nuestra comunidad virtual de discurso hipertextual profesional-geométrico, organizada sobre una base interactivo-comunicativa, se producen intercambios sociales que favorecen la construcción de distintos significados profesionales compartidos que logran promover nuevos conocimientos en los profesores. Un aspecto a tener en cuenta en los estudios interesados en los sistemas hipertextuales, es la estrecha dependencia del sistema de hipertexto con relación a las características del usuario (León, 1997). En esta perspectiva, nos interesó contemplar y analizar, en el foro de discusión, el caso más simple en que la comunicación profesional fue establecida. Es decir, los profesores no hicieron uso de medios complementarios al entorno (no se han compartido programas, archivos, etc.), no hubo visualización entre ellos y no intervinieron en tiempo real.

5.1.1 Muestra: ubicación y características



El Brasil está subdividido en cinco grandes regiones: norte, sur, nordeste, sudeste y centro-oeste. En el curso uno (estudio piloto, capítulo anterior) hemos tenido solamente profesores de la región sudeste. En el segundo curso, hemos tenido participantes de tres regiones: norte, sur y sudeste. De las dos primeras regiones solamente docentes residentes en la capital. De la región sudeste, además de profesores que viven en la capital, hemos tenido profesores residentes o que trabajan en el interior del estado.

En la tabla siguiente, presentamos la distancia (en Km.) entre las capitales en las que hubo profesores participantes del curso y Rio de Janeiro (RJ), capital donde está situado el *Campus* de la UFRuralRJ.

Región	Estado	Capital	Distancia a Rio de Janeiro
Norte	Pará (PA)	Belém	3268
Sur	Rio Grande do Sul (RS)	Porto Alegre	1553
Sudeste	São Paulo (SP)	São Paulo	429

5.1.2 Perfil personal-profesional

Presentamos a continuación rasgos del perfil personal-profesional de los docentes¹ que siguieron el curso y constituyeron la muestra para la investigación.

	<i>An</i>	<i>And</i>	<i>Ang</i>	<i>Ci</i>	<i>Ju</i>	<i>Ma</i>	<i>Mi</i>	<i>Ri</i>	<i>So</i>	<i>Su</i>	<i>Wa</i>
Más alto nivel de escolaridad (concluido o a concluir)	Postgrado*	Postgrado	Postgrado	Maestría*	Postgrado	Licenciatura (L)	Maestría**	Postgrado	Postgrado*	L	L
Tiempo como profesor	8 años	10 años	20 años	3 años	25 años	5 años	30 años	10 años	12 años	15 años	30 años
Nivel de enseñanza en que actúa	3° y 4° ciclos	3° y 4° ciclos y EM	3° y 4° ciclos, EM	3° y 4° ciclos	EM	EM	ES	3° y 4° ciclos y EM	3° y 4° ciclos y EM	1° y 2° ciclos	3° y 4° ciclos
Curso a distancia (por Internet)	Ninguno (N)	N	N	N	N	N	N	N	N	N	N

*Postgrado en área de conocimiento distinta de Educación Matemática, pero en una temática educativa (metodología, artes o informática)

**Maestría en Matemática.

EM = Enseñanza Media (15 a 17 años)

ES = Enseñanza Superior

Los profesores aquí presentados son aquellos que se matricularon en el curso. Cuatro de ellos no terminaron, de los cuales dos fueron por problemas técnicos. En el estudio piloto, el profesor *Marc* y en el estudio 2 la docente *And* han tenido problemas técnicos (al hacer el *download* de las tareas, por ejemplo). No consiguieron arreglarlos, incluso con la ayuda del formador, del técnico y de colegas del curso. Sin embargo, llegaron a participar parcialmente del curso, intercambiaron mensajes con el formador y con colegas e incluso intervinieron en el foro de discusión. La profesora *Wa* ha tenido problemas con su ordenador y no consiguió arreglarlo a tiempo para seguir el curso como era necesario. Solamente el profesor *Mi* no participó de ninguna actividad del curso, alegando exceso de trabajo. La docente *An* llegó hasta la unidad 4 y el profesor *Ma* hasta la unidad 2. Ambos alegaron a partir de entonces exceso de trabajo.

Las personas suelen pensar que los problemas técnicos –dificultades personales- son los que más interfieren en este tipo de trabajo. De hecho estos problemas existen, juntamente con los

¹ Letras iniciales del nombre de cada profesor.

técnicos ajenos a nuestra voluntad (dificultad de línea telefónica, lentitud en la conexión, etc.) pero, en nuestra experiencia, hemos confirmado que no son lo que determinan la continuidad de participación del profesor en el proceso del curso.

De los profesores observados podemos percibir que, al igual que en el estudio exploratorio, no representan al grueso de los profesores de matemáticas en Brasil. Es decir, en las dos muestras hemos tenido docentes con una calificación profesional superior (con excepción de tres en esta segunda muestra) a la licenciatura.

Otro hecho curioso observado fue que a pesar de que la mayoría de los docentes vivían en grandes ciudades desarrolladas y con facilidades para participar en programas formativos diversos, ninguno de ellos ha participado en cursos de formación docente continuada en geometría por Internet porque la oferta es todavía escasa. En cuanto al tiempo de experiencia como profesor (promedio de 13 años), podemos identificar un docente universitario con un tiempo significativo como profesor.

Cabe destacar que hubo un mayor número de profesores que mostraron interés en participar del curso, rellenando y enviando el formulario de inscripción. Este total fue de doce profesores, entre ellos dos de Rio de Janeiro, cuatro de São Paulo, uno de Aveiro (Portugal) y una docente de Lima (Peru). Los otros cuatro profesores eran de capitales en las que no hemos tenido profesor en las muestras, o sea, uno de Belo Horizonte (región sudeste) y dos del nordeste brasileño (Natal y Salvador). Como los docentes no cumplieron con los tramites administrativos exigidos por la UFRuralRJ, no pudieron participar del curso.

Concluyendo esta caracterización de la muestra, el cuadro siguiente presenta los objetivos planteados por los profesores cuando se inscribieron en el curso.

Ant	“Aprender cómo se trabaja la geometría de un modo diferente al tradicional (20/07/2000)
Jo	“ Discutir experiencias diversas en geometría” (01/08/2000)
Marc	“Conocer el programa CABRI ” (07/08/2000)
Mar	“Aprender sobre Internet y otras dinámicas para mejorar mis clases ” (25/07/2000)
Ru	“Conocer la dinámica de trabajo a distancia” (10/08/2000)
An	“ Profundizar y perfeccionar mi práctica en la aplicación de la geometría con alumnos, y conocer nuevas modalidades de curso a distancia” (18/02/2001)
And	Búsqueda constante de perfeccionamiento. Gusto especial por la Geometría ” (03/03/2001)
Ang	“He realizado trabajos con adultos, en la Enseñanza Media, en geometría y necesito encontrar formas inteligentes y agradables de desarrollar los temas con alumnos que poseen pocas nociones de geometría ” (18/02/2001)
Ci	“Mejorar mi conocimiento de geometría de cara a aplicarlo en el laboratorio de informática, así como desarrollar metodologías con software del área” (19/02/2001)
Ju	“Perfeccionamiento para un crecimiento profesional. Discusión en ámbito nacional ” (15/03/2001)
Ma	“Mejorar mis conocimientos sobre Educación Matemática , con vistas a realizar en el futuro una maestría ” (22/02/2001)
Mi	“Conocer la dinámica del trabajo por Internet ” (19/02/2001)
Ri	Oportunidad de llevar a cabo un intercambio de experiencias con colegas del área. Utilizar ese medio (Internet) como alternativa eficaz de actualización del profesor” (18/02/2001)
So	“ Ampliar mis conocimientos en geometría , utilizando otras formas de abordar el contenido” (28/03/2001)
Su	(1) Tras unos 5 años y habiendo enfocado mis estudios (lecturas y participación en congresos, cursos y talleres) al proceso de enseñanza-aprendizaje de la matemática en las series iniciales , (2) pretendo desarrollar un proyecto de trabajo en Geometría , a nivel de postgrado , cuyo tema es "La enseñanza de la Geometría en las series iniciales: hacia una propuesta que priorice el desarrollo de las habilidades del pensamiento geométrico y de las capacidades básicas para una formación con vistas a la construcción de la ciudadanía” (01/03/2001)
Wa	Conocer bien el CABRI y la mecánica operacional de los cursos de especialización a distancia por Internet. (05/03/2001)

Objetivos de cada profesor con el curso

Podemos percibir a través de los textos de los profesores una variedad en sus intereses y objetivos respecto al curso. Los profesores se plantean desde una reflexión profundizada con intercambios de distintas prácticas docentes (*Jo, Ju, Ri*), hasta una búsqueda de nuevas alternativas metodológicas (*Ant, Ang, Ci, Mar*) con vistas a lograr una enseñanza de geometría más activa y significativa para sus alumnos. Es interesante notar que los docentes también se están planteando continuar invirtiendo en su desarrollo profesional, cuando explicitan su interés por cursos de postgrado en Educación Matemática (*Ma*), incluso con claridad en el proyecto de investigación a ser desarrollado (*Su*). A pesar de esta diversidad de intereses, podemos identificar que estamos constituyendo una comunidad virtual de docentes “invertidos” (Ponte, 1996), o sea, de profesores que creen en la función social de su profesión, viviéndola con entusiasmo, compromiso y responsabilidad.

5.2 El foro de discusión como espacio de discurso colaborativo privilegiado

Para recoger datos sobre la intervención docente colaborativa prestamos atención al debate diferido (foro de discusión) como elemento esencial de datos a analizar. Para ello, realizamos un análisis interpretativo de las teleinteracciones –*construidas con características hipertextuales*– para reconocer los objetivos planteados. Ello nos va a proporcionar el reconocimiento de estructuras de pensamiento y algunos elementos de las creencias de los docentes participantes del entorno. Las intervenciones en el debate quedaron registradas gracias al propio tipo de trabajo a distancia y a las características del entorno.

Como hemos visto, los docentes no tenían experiencia con este tipo de trabajo y la única exigencia -uno de los puntos acordados en el contrato de trabajo- fue que el profesor habría de intervenir en el foro, por lo menos, una vez a la semana. El procedimiento seguido para la reducción de los datos ha sido el siguiente:

- (a) creación de un archivo específico para las intervenciones del foro, numerándolas y codificándolas;

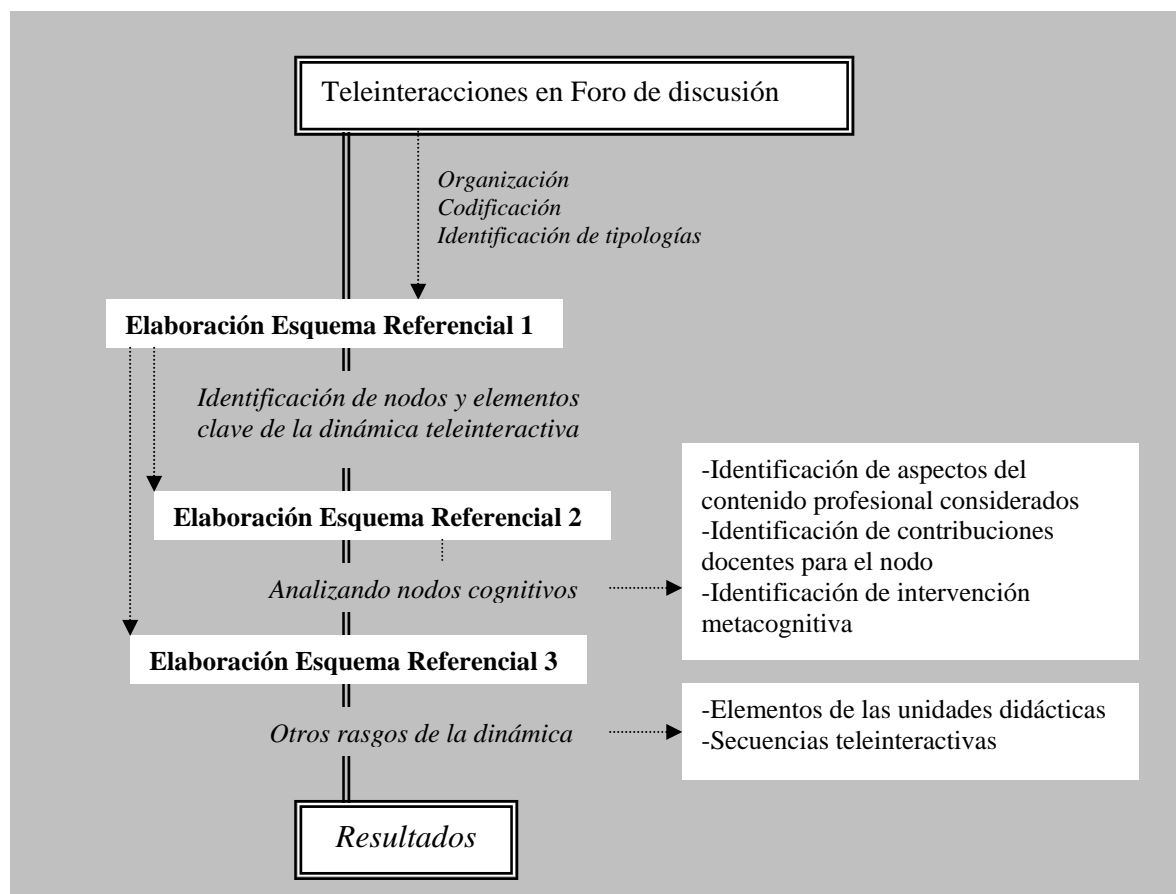
- (b) transferencia de las intervenciones al diario del formador de cara a seguir con observaciones y análisis constantes sobre las mismas;
- (c) categorización de las aportaciones;
- (d) resumen de las intervenciones y elaboración de esquemas en forma de red para analizar la dinámica del debate como hipertextual, y
- (e) meta-análisis de partes del debate en función de lo observado.

Al resumir e interpretar cada intervención buscamos analizar algunas redes de significado cognitivo, reflejando los elementos clave del desarrollo del contenido del conocimiento profesional implicados en el trabajo a distancia en geometría. Para ello, la elaboración de esquemas (anexo XV) de referencia fue la estrategia (Giménez, Rosich y Bairral, 2001) para el análisis.

Tal y como estaba planteado en el segundo objetivo de la investigación - *identificar y analizar contribuciones al desarrollo de aspectos del contenido del conocimiento profesional en geometría* –pretendemos con este análisis:

- (a) identificar los nodos cognitivos y el tipo de intervención potencializadora de una reflexión docente crítica, y
- (b) analizar aspectos del contenido del conocimiento profesional de los nodos comunicativos.

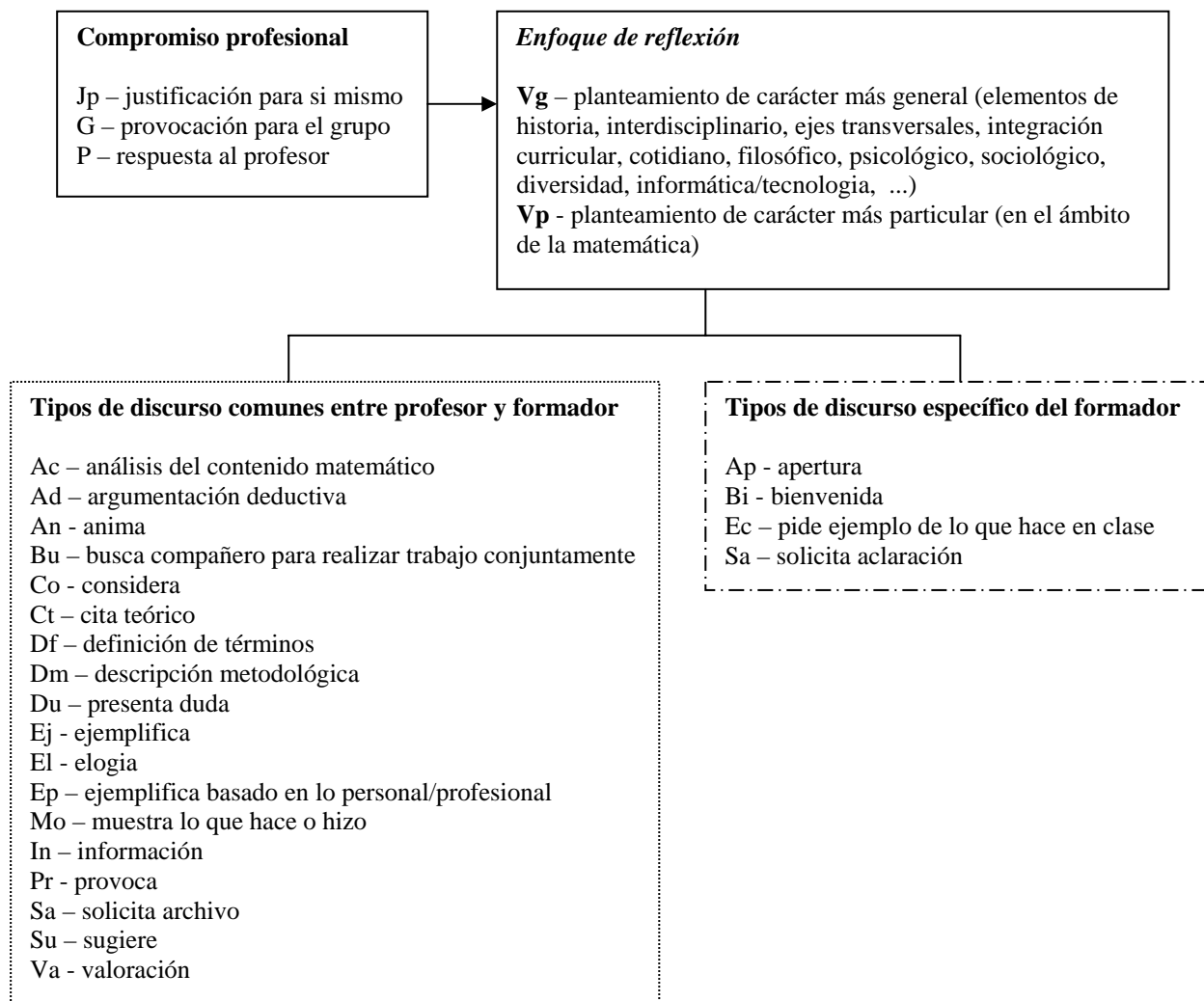
El proceso analítico en este capítulo se muestra en la página siguiente.



Esquema de análisis en el capítulo 5

Para caracterizar las intervenciones, se identificaron diversas tipologías de discursos, tanto en los profesores como en el formador: descripción metodológica (Dm), análisis del contenido matemático (Ac), argumentativa deductiva (Ar), definición de términos (Df), etc. Consideramos dos enfoques de la reflexión-crítica: general (Vg) y particular (Va) y tres tipos de intervención desde el punto de vista del direccionamiento en el debate y del compromiso profesional: intervención para el grupo (G), para el profesor (P), justificación para si mismo (Jp). Este última, de característica reflexiva más individualizada.

Esta tipología fue inspirada en el análisis desarrollado en el capítulo anterior según (1) la caracterización de las acciones de criticidad (Smyth, 1991), el proceso de razonamiento crítico (Kuhn, 1999) y (3) los aspectos del contenido del conocimiento profesional propuestos en el capítulo 2 (apartado 2.1.2, página 19-20).



Identificación de tipologías de discurso en el Foro

En el cuadro de la página siguiente presentamos ejemplos de intervenciones docentes y las tipologías asociadas.

Profesor	Ejemplo de intervención	Tipo de discurso
Su	<p><i>“A pesar de no trabajar con el concepto de volumen en los dos primeros ciclos, en una clase de 5ª serie, sería coherente continuar enfocando el tema genérico “espacio ocupado”, pasando del área bidimensional al espacio tridimensional. ¿Cómo calcular el espacio interior de una botella, de una caja de agua o la cantidad de arena excavada en la construcción de una casa? A través de cuestiones como éstas, los alumnos pueden empezar a reflexionar sobre la noción de volumen. De esa forma, pienso que para una clase 5ª serie, sería más interesante iniciar el trabajo con volúmenes asociándolo a medida de capacidad. Para las actividades iniciales, explorar la capacidad – en l o ml – de diferentes recipientes puede ser algo interesante. La idea de volumen, en muchas situaciones, se confunde con la idea de capacidad, por eso creo que las medidas de capacidad deben ser bastante trabajadas previamente. (...) Es fundamental que los alumnos comprendan que las unidades de área son cuadrados y que las unidades de volumen son cubos”.</i></p> <p>Foro de discusión, 25 de marzo de 2001, 23:33:02</p>	Ad, Va, Vp, Ac
Ci	<p><i>“Esta es mi primera participación en el foro y ya me considero una privilegiada por compartir experiencias. Una duda que siempre me acompañó (y creo que todavía me acompaña) es ¿cómo introducir la idea de área, si en la naturaleza todo lo que se observa es tridimensional?. ¿Cómo ¿mediar? el aprendizaje de mi alumno con esa abstracción?</i></p> <p>Foro de discusión, 26 de marzo de 2001, 8:47:38</p>	G, Ac, Du
Ju	<p><i>“Hola Ci, De Porto Alegre para Belém , ¡que distancia! Yo también considero un privilegio intercambiar ideas con todos. Me gustaría comentar un poco tu texto. El alumno debe, con certeza, observar que la naturaleza es tridimensional , pero debemos destacar que la matemática surgió para facilitar la vida del hombre. Las cosas acontecen en función de la necesidad de vivir mejor. ¿Para qué inventar una aspirina se no hay dolor de cabeza? (...) Yo pienso que a pesar de las tres dimensiones, dependiendo de nuestro objetivo, una de ellas es rechazada. Por ejemplo, una cuerda tiene forma cilíndrica y lo que realmente nos interesa es su longitud. (...) En la escuela ningún conocimiento debería justificarse como un fin en si mismo, debemos estar, permanentemente, a servicio de las personas. (...)”</i></p> <p>Foro de discusión, 27 de marzo de 2001, 11:22:08</p>	C, G, Va, Ac, Vg, Ej, Ct
Rs	<p><i>“Alumnos y hasta incluso muchos profesores de la enseñanza fundamental (1º y 2º ciclos) tienen esa dificultad. Creo que el hecho de trabajar esos conceptos como simples cálculos, o sea, perímetro “suma de los lados” y área “producto de los lados”. Esa particularización para polígonos y específicamente para rectángulos contribuye a un aprendizaje mecánico. Perímetro, suma y área, multiplica. Trabajado de esa manera es “natural” que los alumnos hagan esa confusión. Y ustedes ¿qué piensan?”</i></p> <p>Foro de discusión, 1 de abril de 2001, 19:57:13</p>	C, Va, Ej, Ac, Df, G
Ang	<p><i>“¿Hola Ri! Interesante lo que has dicho, pero no estoy de acuerdo contigo. Basta mirar a nuestro alrededor y observar: ¿cuantas construcciones diferentes aparecen? ¿cuántos cambios está sufriendo el medio ambiente? Y, si miramos más, ¿ los bosques?. ¿Dónde están? ¿Y las favelas? ¿Qué son? ¿Cómo están creciendo las ciudades? ¿Hay planeamiento? ¿Hay armonía? Nuestro alumno está atento a eso? ¿Estamos cuestionando, es decir, viviendo como vivimos, las causas y consecuencias de tantos cambios? ¡En las escuelas no sé si estamos provocando cambios reales y significativos! Me parece que la escuela se conforma con sus saberes y que estos están acabados. ¿Qué piensa?”</i></p> <p>Foro de discusión , 22 de abril 22, 2001, 15:34:21</p>	Pr, Ej, Vg, Va

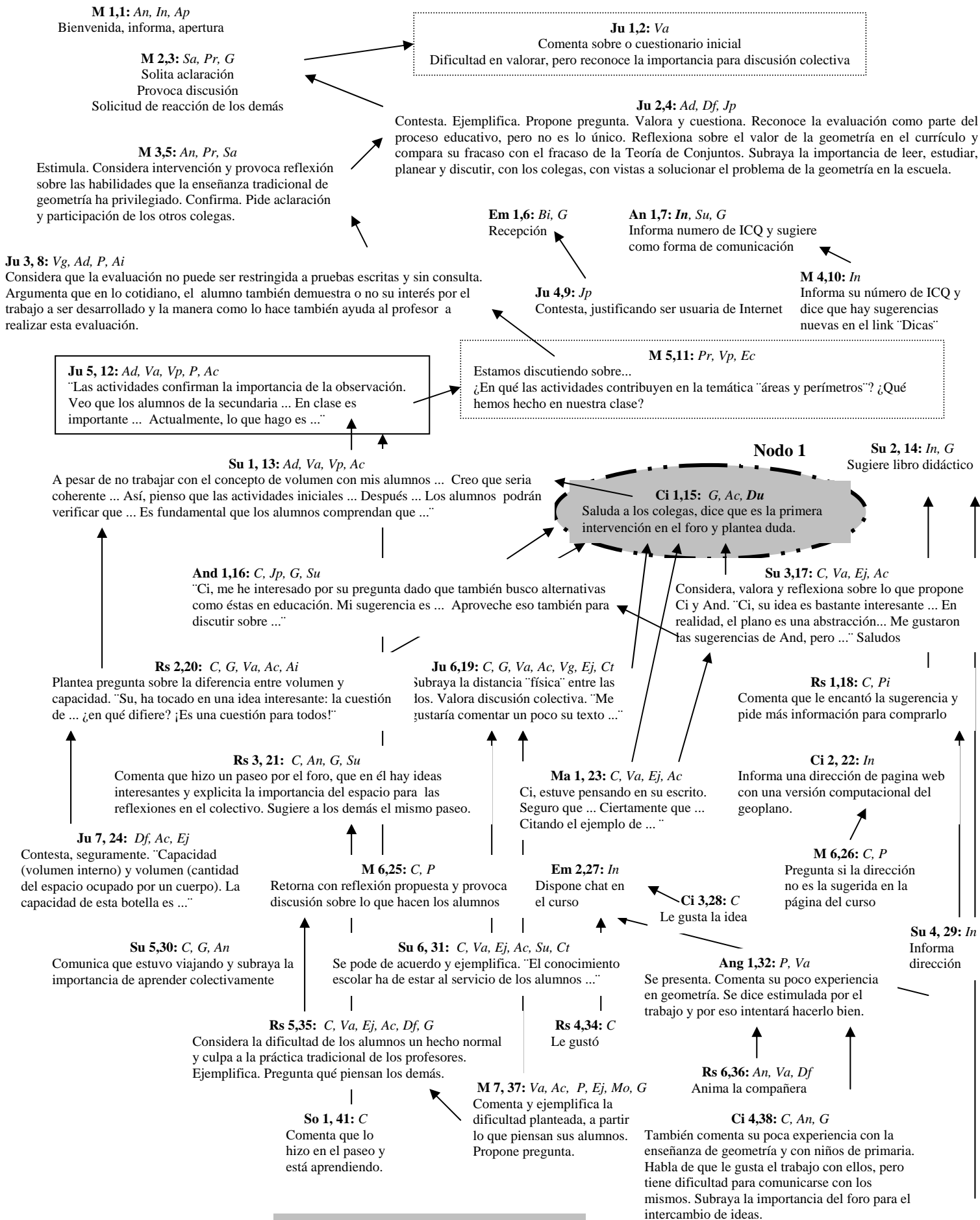
Además de otras ya presentadas, siguen ejemplos y tipologías de intervenciones que fueron identificadas exclusivamente en el discurso del formador: apertura para reflexión colectiva (Ap), bienvenida al foro (Bi), pide ejemplo de lo que hace el profesor en clase (Ec), solicita aclaración de ideas (Sa).

Ejemplo de intervención	Tipo de discurso
<p><i>“Hemos discutido sobre nuestra práctica en geometría: evaluación, desarrollo de habilidades y conceptos; consideración (o no) de los prerrequisitos, intereses individuales, etc. ¿En que contribuyen las actividades de la web del profesor Jesús Cámara http://roble.pntic.mec.es/~jcamara/websup1.htm a nuestra discusión? ¿En especial para esta unidad? ¿Qué hemos hecho en nuestra clase?”</i></p> <p>Foro de discusión, 23 de marzo de 2001, 19:51:34</p>	Pr, Vp, Ec
<p><i>“Para mi, las dificultades a las que se refiere Ju son un problema que está más en “área” que en “perímetro”. Mis alumnos perciben fácilmente que 342 m^2 es menor que 1 km^2, pero poseen dificultad para entender que $1 \text{ m}^2 = 0,01 \text{ Dm}^2$. ¿Dónde está el problema? ¿Qué me sugieren ustedes?”</i></p> <p>Foro de discusión, 2 de abril de 2001, 10:56:46</p>	Va, Ac, P, Ej, Mo, G

Además de la triangulación de la información, para el análisis de las teleinteracciones también estamos construyendo distintos esquemas que nos permiten interpretar y generar con más fiabilidad los datos y resultados de nuestra investigación. Así como hicimos en el capítulo anterior, para comprender y analizar la superestructura del texto (van Dijk, 1986) continuaremos confrontando los distintos esquemas construidos.

5.2.1 Sobre el tipo de intervención y los nodos

Con el primer esquema presentado a continuación, buscamos localizar los nodos comunicativos. En la dinámica teleinteractiva del foro hemos identificado los tres tipos de nodos a partir de los enlaces (cognitivos, jerárquicos o referenciales) propuestos por Jonassen (1986). Todos ellos son importantes para el trabajo docente colaborativo. Sin embargo, nos fijaremos en los nodos cognitivos –generados a partir de los enlaces cognitivos– porque, como se trata de nodos interrelacionados y mantenidos a través de un conocimiento referencial base, consideramos que ya son suficiente para darnos información sobre las distintas relaciones cognitivo-comunicativas sostenidas, complementadas o intercambiadas en las teleinteracciones del debate colaborativo.



Esquema 1 con ejemplo del nodo 1

El *esquema 1* (anexo XV) fue construido mediante:

(1º) categorización y resumen de las intervenciones,

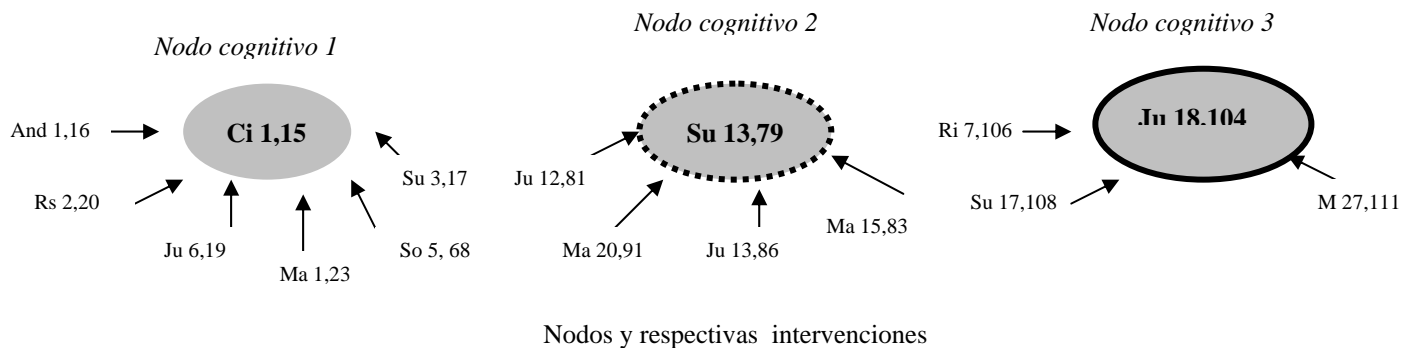
(2º) organización secuencial de las mismas identificando la relación semántica entre sus contenidos, y

(3º) observación e interpretación el esquema como un todo. Las flechas indican las intervenciones que están relacionadas a través del mismo conocimiento referencial base. En una parte del esquema 1 anterior, ejemplificamos el nodo 1. En todo el proceso teleinteractivo hemos identificado tres nodos cognitivos a partir de la intervención de tres docentes (Ci, Su y Ju) en el desarrollo de la discusión en el foro.

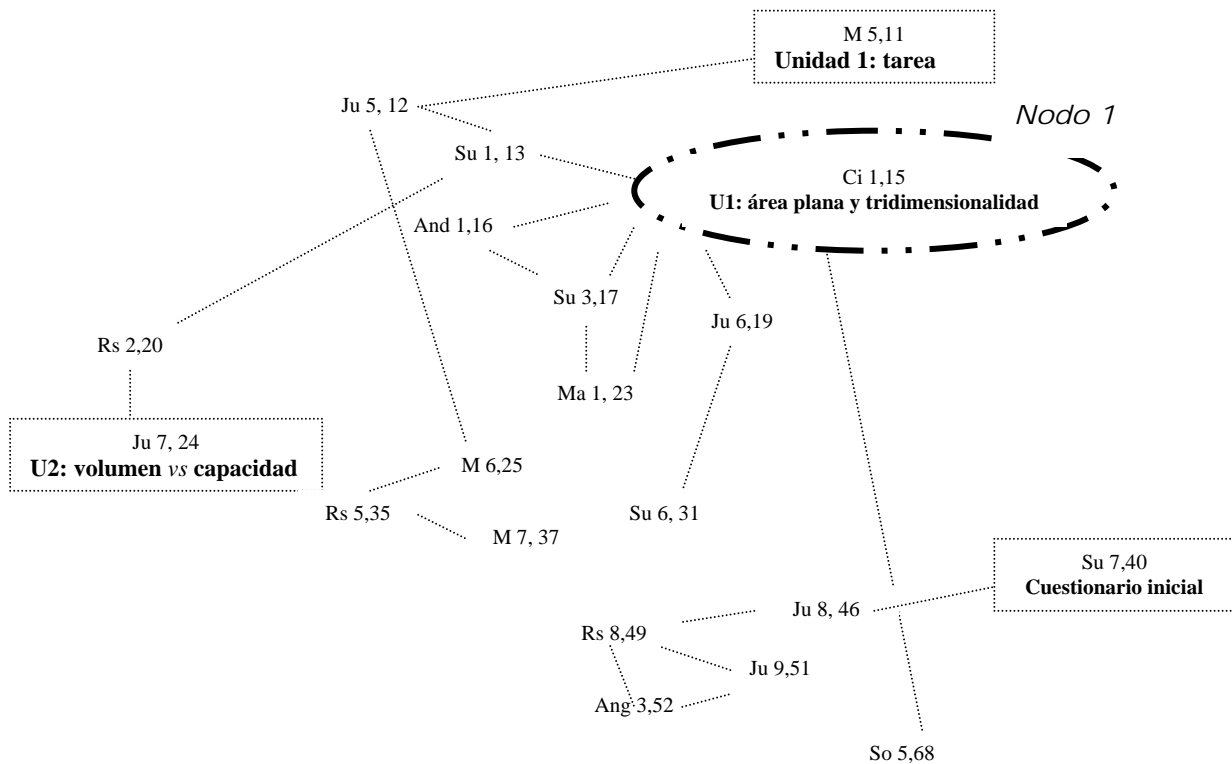
En ellos se ve:

Nodo	Docente	Tipología	Conocimiento referencial base	Acciones Docentes
1	Ci 1,15	G, Ac, Du	-Mediación entre el contenido geométrico y lo cotidiano	-Saluda a los colegas -Dice que es la primera intervención en el foro -Plantea duda
2	Su 13,79	C, Va, Ac, Du, G, Pr	-Ejemplificación sobre la integración entre la geometría – y lo cotidiano: ejemplo área y volumen -Razonamiento sobre el valor de las unidades de medida	-Analiza planteamiento, sugiere y propone pregunta
3	Ju 18,104	C, Pr, Ep, Ad, An	-Valoración sobre las dificultades de los alumnos con respecto a la clasificación de los polígonos	-Saluda -Analiza ejemplificando con su práctica -Ejemplifica y propone preguntas

Además de la cantidad de enlaces a los nodos y las distintas reflexiones por diversos profesores que genera un nodo hemos de considerar también, para la identificación de un nodo, el tiempo en el desarrollo de la discusión, que el profesor toma como referencia (enlace directo o indirecto). Por ejemplo, de la intervención número 15 a la 68 existen aportaciones de los docentes que hacen referencia explícita al contenido del **nodo 1**. Sobre el contenido del **nodo cognitivo 2** podemos ver referencias desde la intervención 79 hasta la 91 y, en el **nodo 3**, de la 104 a la intervención número 111.



Además de posibilitar la identificación de los nodos en el proceso comunicativo del entorno, al eliminar todos los textos del esquema 1, podemos construir un esquema 2 (anexo XV) que nos fornece otras singulares informaciones sobre el proceso de trabajo docente colaborativo en el foro. Por ejemplo, en la secuencia teleinteractiva presentada a continuación, podemos también percibir: (1) ideas consideradas o bien rechazadas y cambios en el direccionamiento del debate, (2) la regularidad con que los docentes intervienen, (3) tipos de enlaces construidos, (4) comunicación entre los profesores y los “pequeños” grupos formados.



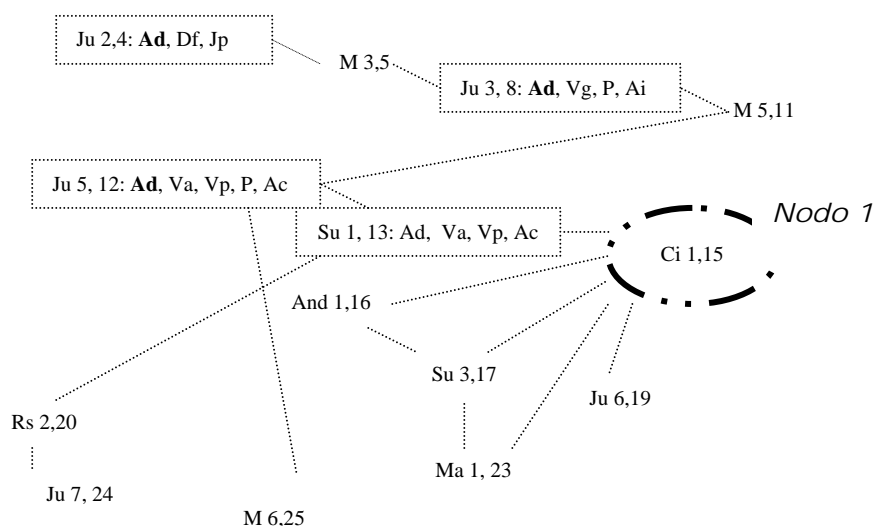
Ejemplo - esquema 2: secuencia 11ª “hasta” 68ª

El contraste analítico entre los esquemas nos permitió identificar diversos elementos clave en este proceso teleinteractivo. Así, verificamos que el foro de discusión se mostró importante en aspectos como:

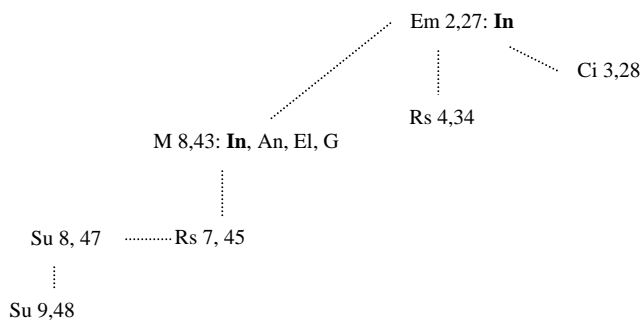
- (a) Alusión e integración con otros espacios comunicativos del entorno. Por ejemplo en Ju (1,2) aparece el cuestionario inicial, en An (1,7) el ICQ, en (Em 2,27; Ci 3,28; M 24,97; So 3,116) el chat, en Su (7,40) un mensaje de correo electrónico sobre un ejemplo de tarea en concreto.
- (b) Identificación explícita de puntos de interactividad utilizados por los profesores. Por ejemplo, en M (4,10) hay una referencia al enlace de sugerencias, en (Su 2,14; Rs 1,18; Ri 2,62; M 28,114) acceso a lecturas (libros), en (Ci 2,22; An 4,74; Ju 11,75; Ang 7,88) sugerencias de web.
- (c) Reconocimiento de la importancia de las componentes sociales y motivacionales en el proceso teleinteractivo. Por ejemplo, Ci (1,15) se muestra motivada y plantea duda. Ju (6,19) subraya la importancia de este tipo de dinámica teleinteractiva y valora la discusión colectiva. Rs (3,21) comenta que hizo un paseo por el foro, que en él hay ideas interesantes y explicita la importancia del espacio para las reflexiones del colectivo. Ang (1,32) se presenta, comenta su poca experiencia en geometría, dice estar estimulada por el trabajo y por eso intentará hacerlo bien. Rs (6,36) anima a la compañera al trabajo y a intervenir. Su (11,61) saluda, reconoce el valor del trabajo de la colega y le pregunta si ellas se conocen de trabajos anteriores. Ci (6,84) se muestra animada a trabajar con el software CABRI.
- (d) Identificación de algunos componentes potencialmente positivos de las unidades o espacios comunicativos considerados y matizados por los profesores para en desarrollo de la discusión en colectivo (Ju 1,2; C 1,15; Ju 7,24; Su 7,40; Ri 2,62; Su 13,79; Ang 7,88; Su 15,98; Ju 16,100; Ju 18,104; Ri 8,106). Ver esquema 2.

En cuanto a la importancia y especificidad del foro y la dinámica comunicativa favorecida, el análisis de las teleinteracciones en este espacio también nos ha permitido percibir:

- (1) La potencialidad de las intervenciones argumentativas (Ju 2,4; Ju 3,8; Su 1,13; Rs 8,49; Ci 6,84; Su 14, 96; Ju 18,104) y dubitativas (Ci 1,15; Su 13,79; Ju 12,81; Ang 8,92; Ju 15,99) para generar mayoritariamente nodos cognitivos y contribuir al desarrollo metacognitivo del debate.



- (2) Las intervenciones de carácter informativo sirven como herramienta de evaluación continua del proceso (An 1,7; Su 2,14; Ci 2,22; Su 4,29; Rs 10,59; M 23,96; M 28,114). Las aportaciones que sólo informan (libros, webs, etc.) son importantes como instrumento de control por parte del formador y como componente motivacional, pero no han sido importantes para la continuidad argumentativa de la discusión y se mostraron insuficientes para informar al formador sobre el proceso de desarrollo del profesor en las teleinteracciones.



5.2.2 Sobre el valor de distintos espacios para el trabajo docente colaborativo

Contrastando la dinámica establecida en el foro y las contribuciones de los mensajes por correo, se puede percibir la importancia y necesidad de mantener un diálogo continuo con los profesores. Mediante el foro el formador puede detectar los docentes que intervienen poco o lo hacen por justificación propia (Ju 2,4; And 1,16) y contactarles personalmente por correo electrónico.

En cuanto al foro y la interacciones en el chat, hemos de subrayar que el contenido de una intervención en el foro (Rs 2,20) es planteado y matizado de forma diferente en el chat, por ejemplo. Es decir, en el chat, por su necesidad de reflexión más inmediata, el profesor explicita su duda o dificultad. En cambio, en el foro suele no pasar lo mismo. Puede ser que haya una necesidad, lo que es normal en el proceso de desarrollo profesional, de conocer un poco más el grupo y sentirse seguro para plantear lo que se piensa y contribuir al proceso. Además, como el docente sabe que en el foro las discusiones se tornan públicas y estarán disponibles durante todo el proceso del curso, a lo mejor se plantea reflexionar más "genéricamente". En cambio, el chat, como hay un planteamiento inicial, puede ser que las reflexiones - por problemas de tiempo y conexión- hayan de ser aclaradas, o contestadas, más de inmediato. Lo mismo pasó con el contenido de la intervención de So (3,116) en el foro y un mensaje por correo al formador. La docente, por correo, explicitó un poco más el porqué de su interés. De todos los modos, se produce una inmersión colectiva de los docentes en la discusión.

El foro, juntamente con el diario y los mensajes intercambiados con los profesores, también posibilitaron al formador identificar factores -inherentes al quehacer cotidiano profesional de los docentes- externos al entorno pero que interfieren en proceso teleinteractivo. Por ejemplo, cuando el formador identificaba un descenso de intervenciones en el foro y contactaba con los profesores, éstos argumentaban exceso de trabajo (reuniones, corrección de pruebas, etc.), lo que se agrava en Brasil por el hecho de que los profesores suelen trabajar en dos o más escuelas para tener un sueldo digno o suficiente para sus gastos familiares.

En la dinámica de trabajo virtual, el formador asume roles importantes como provocador y profundizador de ideas. Como en el caso de la investigación desarrollada por Giménez, Rosich y Bairral (2001) el acompañamiento y el control continuo del formador también fue importante en nuestro trabajo. Por ejemplo, en el foro el formador se mostró decisivo para proponer

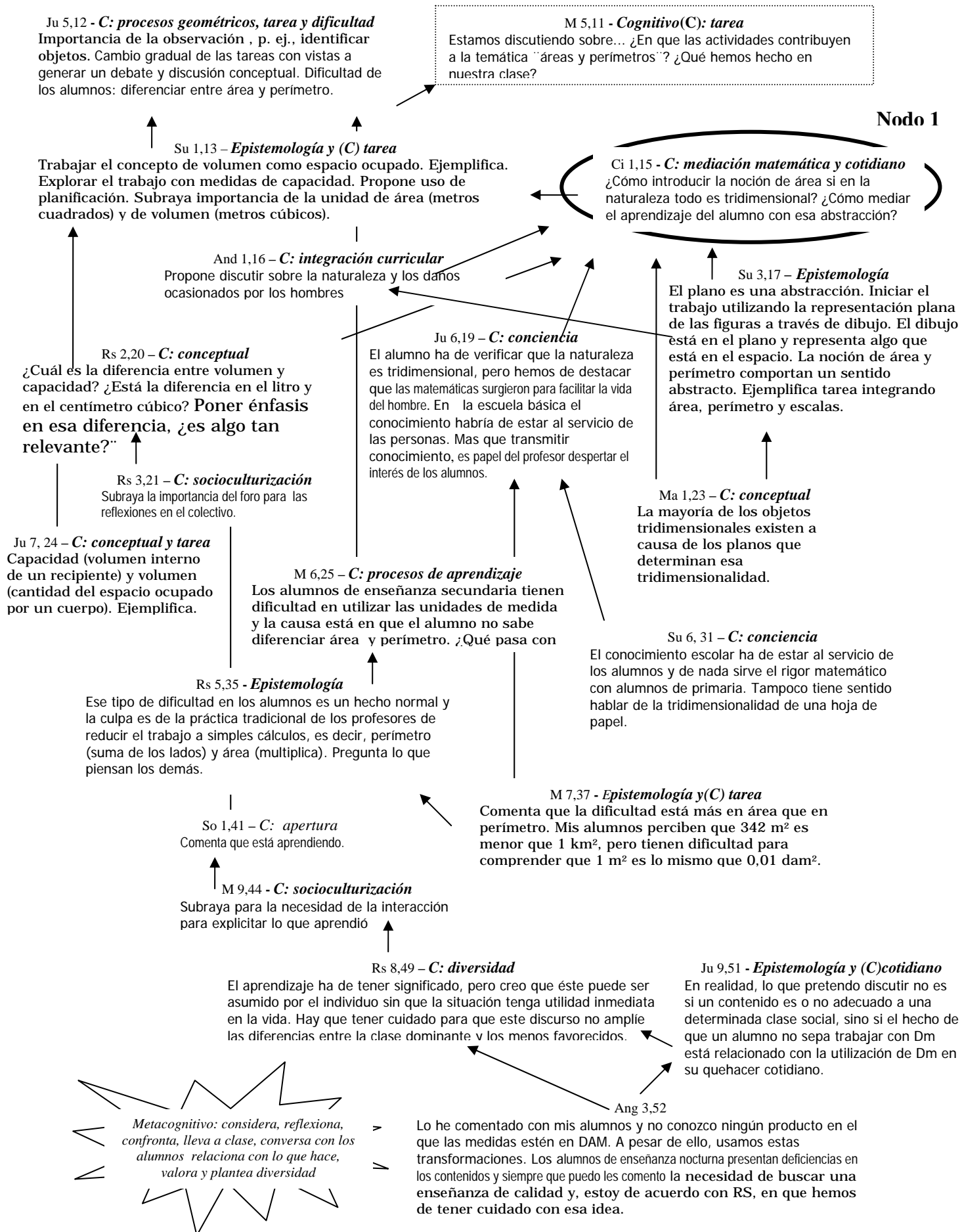
cuestiones y profundizar en el análisis colectivo en un intento de involucrar a los demás profesores (M 5,11; M 25,102) con vistas a la continuidad de la discusión (M 6,25) o realimentar ésta (M 13,80). Este control del formador contribuye a que en la discusión aparezcan nuevas aportaciones que suelen tener unas características argumentativas, haciendo así que las nuevas ideas sean más elaboradas. La metamorfosis y la movilidad de los centros son características hipertextuales ejemplificadas en este tipo de teleinteracción docente y que han sido igualmente provocadas por el formador.

5.2.3 Sobre los aspectos del contenido profesional en los nodos comunicativos

A partir del esquema interpretativo 1, elaboramos también el esquema 3 (anexo XV) para profundizar en el análisis de un nodo e identificar aspectos del contenido del conocimiento profesional en él y en sus enlaces (vecindad). Para ello, desarrollamos el mismo tipo de análisis del capítulo anterior, interpretando las intervenciones y matizando varios aspectos (geométrico, estratégico-interpretativo, afectivo-actitudinal) del contenido profesional predominante en cada una de ellas.

Así, construimos el **tercer esquema** de la página siguiente a partir de secuencias teleinteractivas. Mientras en el *esquema 1* las intervenciones son resumidas y analizadas según su tipología, en el *esquema 3* las aportaciones son integralmente presentadas en su contenido. Como hemos dicho, este esquema ayuda a profundizar el análisis sobre los distintos aspectos del contenido del conocimiento profesional implícito en el discurso docente y relacionados con el conocimiento referencial base del nodo identificado. Como hemos comentado, estamos interesados en el análisis de los nodos cognitivos y sus enlaces. Este tipo de reducción de datos nos ha permitido identificar en los aspectos del contenido profesional considerados, indicios de implicación docente y profundización en el planteamiento. Por ejemplo, en el nodo cognitivo 1 podemos observar:

1ª intervención de Ci	Contenido del nodo	Aspectos predominantes
¿Cómo introducir la noción de área si en la naturaleza todo es tridimensional? ¿Cómo mediar el aprendizaje del alumno con esa abstracción?	-Mediación entre el contenido geométrico y lo cotidiano	-Estratégico-Interpretativo -Geométrico



Profesor y orden de la intervención	Ejemplo de intervención asociada	Aspectos del contenido del conocimiento profesional		
		Geométrico	Estratégico-interpretativo	Afectivo-actudinal
Ci 1,15	“¿Cómo introducir la noción de área, si en la naturaleza todo es tridimensional? ¿Cómo mediar el aprendizaje del alumno con esa abstracción?”	-Significaciones: complejidad y relación conceptual	-Procesos interactivos: mediación del aprendizaje	
Rs 2,20	“¿Cuál es la diferencia entre volumen y capacidad? ¿Está la diferencia en el litro y en el centímetro cúbico? Poner énfasis en esa diferencia, ¿es algo tan relevante?”	-Significaciones: relación conceptual -Pensar matemáticamente: comparación	-Aprendizaje: especificidad y perspectivas conceptuales	
Ju 7,24	“Capacidad (volumen interno de un recipiente) y volumen (cantidad del espacio ocupado por un cuerpo)”. Ejemplifica.	-Significaciones: conceptualización -Pensar matemáticamente: razona y ejemplifica		
Su 6,31	“El conocimiento escolar ha de estar al servicio de los alumnos y de nada sirve el rigor matemático con alumnos de primaria. Tampoco tiene sentido hablar de la tridimensionalidad de una hoja de papel”.		-sobre Currículo: finalidad y objetivos -Comunicación y negociación de significados: intencionalidad explicativa y relaciones sociales	
Ang 3,52	“Lo he comentado con mis alumnos y no conozco ningún producto en el que las medidas estén en DAM. A pesar de ello, usamos estas transformaciones. Los alumnos de enseñanza nocturna presentan deficiencias en los contenidos y siempre que puedo les comento la necesidad de buscar una enseñanza de calidad y, estoy de acuerdo con RS, en que hemos de tener cuidado con esa idea ”.	-Significaciones: atención y relación con el cotidiano -Pensar matemáticamente: comunicación de ideas	-Aprendizaje: perspectivas sobre contenidos curriculares -El aula como actividad: atención al perfil de los alumnos y a diversidad	-Concientización sobre la realidad docente: flexibilidad y elementos esenciales -Actitud frente al aprendizaje propio y de los alumnos: reflexión hacia la toma de decisiones y enjuiciamiento

Ejemplos de aspectos del contenido profesional

En el cuadro de la página anterior presentamos otros ejemplos de intervenciones y distintos aspectos del contenido asociados. Para ello, hemos tomado como herramientas de análisis la categorización construida en el capítulo 4 - *a partir de Smyth y Kuhn* - y nuestra descripción sobre los aspectos del contenido del conocimiento profesional propuestos en el capítulo 2. El cuadro siguiente resume y presenta otros aspectos y acciones docentes de criticidad que fueron identificados en el contraste analítico de los esquemas 1, 2 y 3.

Geométrico	<ul style="list-style-type: none"> -Al intervenir planteando duda (Ci 1,15) -Al contribuir en la práctica de otro, incluso sin tener experiencia en el contenido analizado (Su 1,13) -Cuando reflexiona a partir de lo que hace/conoce (M 5,11) -Cuando propone el objeto de la discusión (Su 13,79; M 13,80; Su 15,98) -Cuando intenta resolver problema y explicita lo que piensa (Ju 12,81; Ang 8,92; Su 14,96) -Intenta definir (o define) lo que discute (Ju 2,4; Ju 7,24; Rs 5,35; Ri 3,66; Ang 6,71) -Profundiza en el análisis del contenido específico (Ju 5,12; Su 1,13; Ci 1,15; Su 3,17; Rs 2,20; Ju 6,19; Ma 1,23; Ju 7,24; Su 6,31; Rs 5,35; M 7,37; Su 7,40; Ju 8,46; So 5,68; Su 13,79; Ju 12,81; M 19,90; M 20,91; Ju 15,99; Ju 19,107; Su 17,108; M 26,110)
Estratégico-interpretativo	<ul style="list-style-type: none"> -Considera distintos elementos del currículo y la problemática educacional con una visión más allá de la enseñanza de la matemática (Ju 3,8; Ang 3,52; So 5,68; Ri 8,106; Ju 19,107) -Aparenta control de lo que propuso (M 5,11; M 11,73; M 12,76; M 13,80; M 23,96; M 28,114) Cita teórico para profundizar/ejemplificar/aclarar su intervención (Ju 6,19; Su 6,31; Ri 6,87; M 27,111) -Al participar en otros espacios de formación docente continuada y socializar (Rs 10,59)
Afectivo-actitudinal	<ul style="list-style-type: none"> -Al compartir información (An 4,74; Ju 16,100) -Al valorar/contribuir a la reflexión colectiva (Ju 6,19; Rs 3,21; Su 7,40; So 1,41) -Al solicitar y/o aclarar ideas en publico (Rs 2,20) -Al ejemplificar con base en lo personal (intuitivo) o en la propia práctica (Rs 5,35; Ang 3,52; Ri 8,106) -Al considerar lo que piensan los demás e intervenir/contribuir a ello (And 1,16; So 3,60; So 4,67; M 11,73)

5.2.4 Sobre el desarrollo de teleinteracciones docentes metacognitivas

Como hizo hincapié Santos (1993), en el proceso de formación profesional específico en matemáticas un elemento clave es que el profesor reflexione – metacognitivamente- sobre sus propias actitudes, sobre el proceso de enseñanza y del

aprendizaje de la matemática, así como el de la evaluación. También es importante que reflexione sobre la influencia de sus creencias y actitudes hacia la matemática, así como sus concepciones y sus prácticas pedagógicas. En esta perspectiva, hemos visto que en el foro de discusión es posible desarrollar una teleinteracción metacognitiva y en ésta el docente suele presentar reflexión crítica incorporando rasgos de los tres aspectos – *geométrico, estratégico, afectivo*- del contenido del conocimiento profesional.

Por ejemplo, en el caso de la docente Ang, la confirmación de que la docente había reflexionado metacognitivamente en su proceso de desarrollado profesional vino dada por la triangulación de la información contenida en foro, en el cuestionario final y en el diario del investigador. De igual forma, se constató este hecho a través del contraste analítico de los tres esquemas referenciales elaborados. Esta conclusión se puso de manifiesto cuando Ang respondió la tercera pregunta del cuestionario final.

Ang 3,52: “Lo he comentado con mis alumnos y no conozco ningún producto en el que las medidas estén en DAM. A pesar de ello, usamos estas transformaciones. Los alumnos de enseñanza nocturna presentan deficiencias en los contenidos y siempre que puedo les comento la necesidad de buscar una enseñanza de calidad y, estoy de acuerdo con RS, en que hemos de tener cuidado con esa idea”.

Metacognitivo en el foro
Considera, reflexiona, confronta, lleva a clase, conversa con los alumnos relaciona con lo que hace, valora y plantea diversidad

Ri 3, 66: “Nuestro alumno vive en un mundo de formas prontas y acabadas, en la medida en que los medios encargados de mostrar formas diferentes y diversas, sólo lo hacen en interés propio. La escuela es el gran espacio para la transformación crítica, es el espacio libertador de mentes, es donde realmente usted se equivoca, contesta y rehace para equivocarse de nuevo. Cuando enseñamos a percibir, y realmente lo hacemos (pero no conozco otro modo) con diversos materiales manipulativos (construcciones con modelos, palitos, etc.) conseguimos ver que realmente el alumno amplía el universo hasta un nuevo límite, mayor que el anterior”.

Ang 5,69: “¡Hola Ri! Interesante lo que has dicho, pero no estoy de acuerdo contigo. Basta mirar al nuestro alrededor y observar: ¿cuantas construcciones diferentes aparecen? ¿cuántos cambios está sufriendo el medio ambiente? Y, se miramos más, las florestas. ¿Dónde están? ¿Y las favelas? ¿Qué son? ¿Como están creciendo las ciudades? ¿Hay planeamiento? ¿Existe armonía? Nuestro alumno presta atención a eso? ¿Estamos cuestionando eso con ello, es decir, vendo como vivemos, las causas y consecuencias de tantos cambios? ¡En las escuelas no lo sé si estamos en cambios reales y significativos! Parece que la escuela se siente suficiente con sus saberes y que estos están acabados. ¿Qué piensa?”

Metacognitivo en el foro
Valora y confronta: escuela y sociedad

Ang (23/10/2001): “Me gustó mucho intervenir así. Me acuerdo que he considerado la afirmación de Ri bastante tradicional o conservadora, no sé bien. En la escuela muchas veces somos ajenos a lo que acontece a nuestro alrededor, y a menudo no cuestionamos lo que sucede. Y en las clases de matemáticas a veces perdemos la oportunidad de ver el mundo de una forma más amplia como, ¿qué estamos haciendo con la Tierra? No me acuerdo lo que hizo influenció en la aportación, pero fue influenciada por la idea de considerar el mundo como un mosaico de geometría, extraño y bello, según nuestra mirada. Y el curso me acrecentó estas ideas reflexiones también”.

Metacognitivo en el cuestionario
Sostiene su posicionamiento, reflexiona sobre él, justifica juicio, presenta y asocia ideas utilizadas

5.2.5 Sobre el desarrollo profesional: atención a lo personal y a lo colectivo

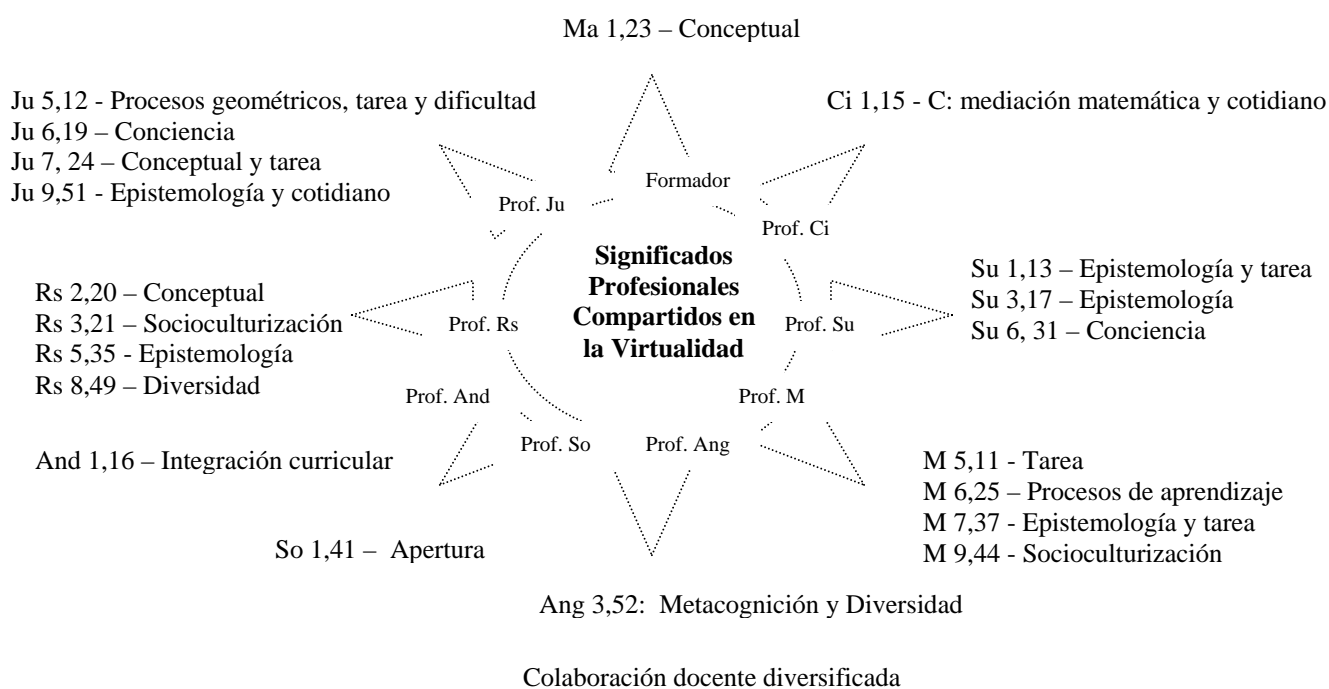
En cuanto al desarrollo del conocimiento del contenido profesional - *profesor como autor de sus acciones* y, *responsable de un trabajo colectivo y colaborativo*- destacamos la importancia del foro de discusión como un espacio comunicativo en el que podemos identificar contribuciones distintas de los profesores al razonamiento sobre lo planteado: su manera de ver y encarar –*en su tiempo personal*- una situación profesional, su atención al colectivo profesional y a lo personal, sus significados personales-profesionales matizados y contruidos a partir de la comunicación y de los procesos teleinteractivos.

Hemos mostrado con el ejemplo de la profesora Ang que es posible desarrollar teleinteracciones metacognitivas en el foro de discusión. En cambio, en el caso de profesora So, de las 116 intervenciones en el foro, la docente ha intervenido seis veces (41^a , 58^a, 60^a, 67^a, 68^a y 116^a) y éstas han provocado en el formador-investigador importantes momentos de reflexión y atención al proceso de desarrollo del contenido profesional de la docente. Interpretando las intervenciones podemos ver que en la primera (1,41) la docente contesta a una colega del curso comentando que dio un paseo por el entorno conforme ella había sugerido y que está aprendiendo con todos. En su segunda intervención en el foro (2, 58), So confirma la posibilidad de formar equipo con una compañera para realizar la tarea asociada a una unidad didáctica. En la tercera, So saluda y felicita a una colega por un trabajo que realizará. En su cuarta intervención en el foro, la profesora valora, reflexiona y propone una pregunta partir de las aportaciones de M (10,63) y Ri (2,62) y en su quinta intervención, So (5,68) muestra un estímulo, se dice animada a escribir e intervenir, y argumenta cognitivamente a partir de la intervención del primer nodo. Éste fue un hecho importante en el proceso de desarrollo profesional de So. Es decir, esta rotura de la barrera del miedo y el aumento de su autoestima.

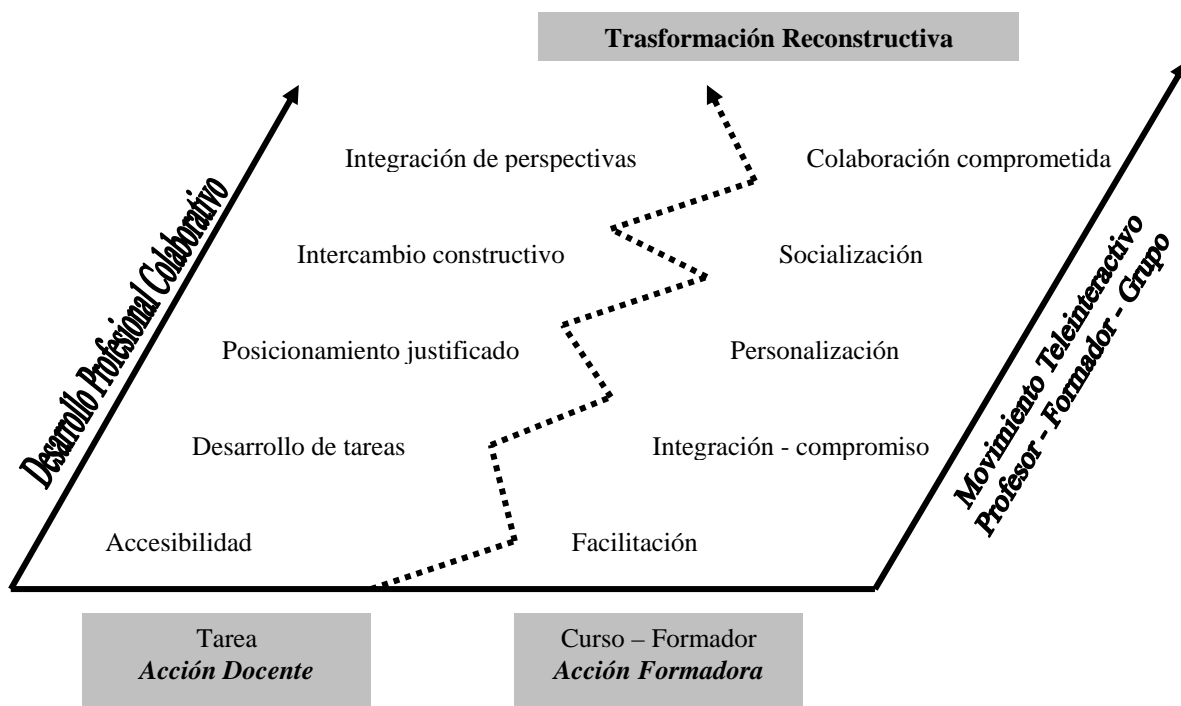
En su última intervención (3,116), la profesora solicita al formador que le envíe una copia del chat. So también ha enviado un mensaje personal al formador solicitando copia de la edición del chat y subrayando que aprendió bastante en las teleinteracciones.

De las seis intervenciones de So, cuatro han sido referenciales (1,41; 2,58; 3,116) y, como tales, fueron poco significativas para el desarrollo cognitivo de la discusión. No obstante, las intervenciones (4,67; 5,68) han procurado al formador informaciones cognitivas importantes sobre el proceso de desarrollo personal-profesional en el foro. Como se trata de una docente con baja auto-estima, aparentemente tímida y con miedo de intervenir -confirmado por el formador en otros mensajes intercambiados con la docente y archivados en el diario- So no parece haber desarrollado, en este espacio comunicativo, una reflexión crítica de característica metacognitiva, a pesar de presentar, en el transcurso de las discusiones (67) en el foro, una mayor seguridad y tranquilidad para hacer sus juicios.

La atención a los procesos reflexivos personales y a la socialización de los mismos a lo largo del proceso de desarrollo profesional fue un hecho destacable de la dinámica de trabajo en el foro. Cada docente ha intervenido y contribuido de distintas maneras en el teleinteractivo crítico. La ilustración siguiente muestra la colaboración de cada profesor en la discusión crítica de una situación cotidiana docente (tarea, duda, inquietud, etc.) planteada y socializada en el colectivo profesional.



La dinámica de trabajo virtual favorece un proceso continuo de desarrollo compartido de conocimiento profesional. En él, distintas acciones profesionales están en movimiento crítico continuo. En el caso del *docente* tenemos: accesibilidad al entorno, desarrollo de tareas, posicionamiento inicial con algún tipo de justificación, intercambio constructivo e integración de perspectivas. Igualmente, en el caso del *formador* se dan distintas las acciones involucradas en el proceso: facilitación, compromiso e integración en el proceso, personalización (en función de la demanda de los docentes), socialización y atención a la colaboración comprometida con el colectivo profesional docente. Este proceso puede ser ilustrado como se ve a continuación.



Dinámica del Desarrollo Profesional en el Entorno Virtual

En el proceso de desarrollo profesional, las teleinteracciones críticas son distintas e impares en su contenido profesional. Los profesores matizan posicionamientos variados y razonamientos reflexivos de distintos rangos. Por ejemplo, consideramos que cuando un profesor se dispone a publicitar una intervención en un entorno "inicialmente desconocido", a aceptar comentarios y reflexiones a partir de lo

que socializa, ya demuestra una acción de criticidad importante: *apertura y aceptación a lo nuevo*. Aunque se trate de una intervención de un rango no metacognitivo, ésta puede ser importante para el desarrollo y elaboración colectiva de intervenciones de rangos más elaborados, que es lo que pretenden los planteamientos interesados en el desarrollo del contenido del conocimiento profesional en matemáticas. En este movimiento de compartir significados y prácticas profesionales, las distintas acciones (del profesor o del formador) se van integrando hacia una transformación reconstructiva de la práctica docente en geometría.

5.3 Resumen

La atención a los procesos reflexivos personales y a la socialización de los mismos a lo largo del proceso – con el tiempo personal necesario- de desarrollo profesional fue un hecho destacable de la dinámica de trabajo en el foro. La dinámica virtual de trabajo permitió que los profesores asumieran críticamente sus acciones y se tornaran responsables en el trabajo colaborativo. Igualmente, exigió de los docentes apertura y aceptación para discutir en la colectividad virtual sobre los nuevos temas planteados.

Además de herramientas de análisis metodológicamente importantes para el análisis de la estructura esquemática global (macroestructura) del discurso docente (van Dijk, 1985), los esquemas referenciales también pueden ser utilizados como instrumentos evaluadores en planteamientos que objetivan el desarrollo profesional. Dichos esquemas son útiles tanto para evaluar a los profesores participantes como en la evaluación del entorno y auto-evaluación del formador. Por ejemplo:

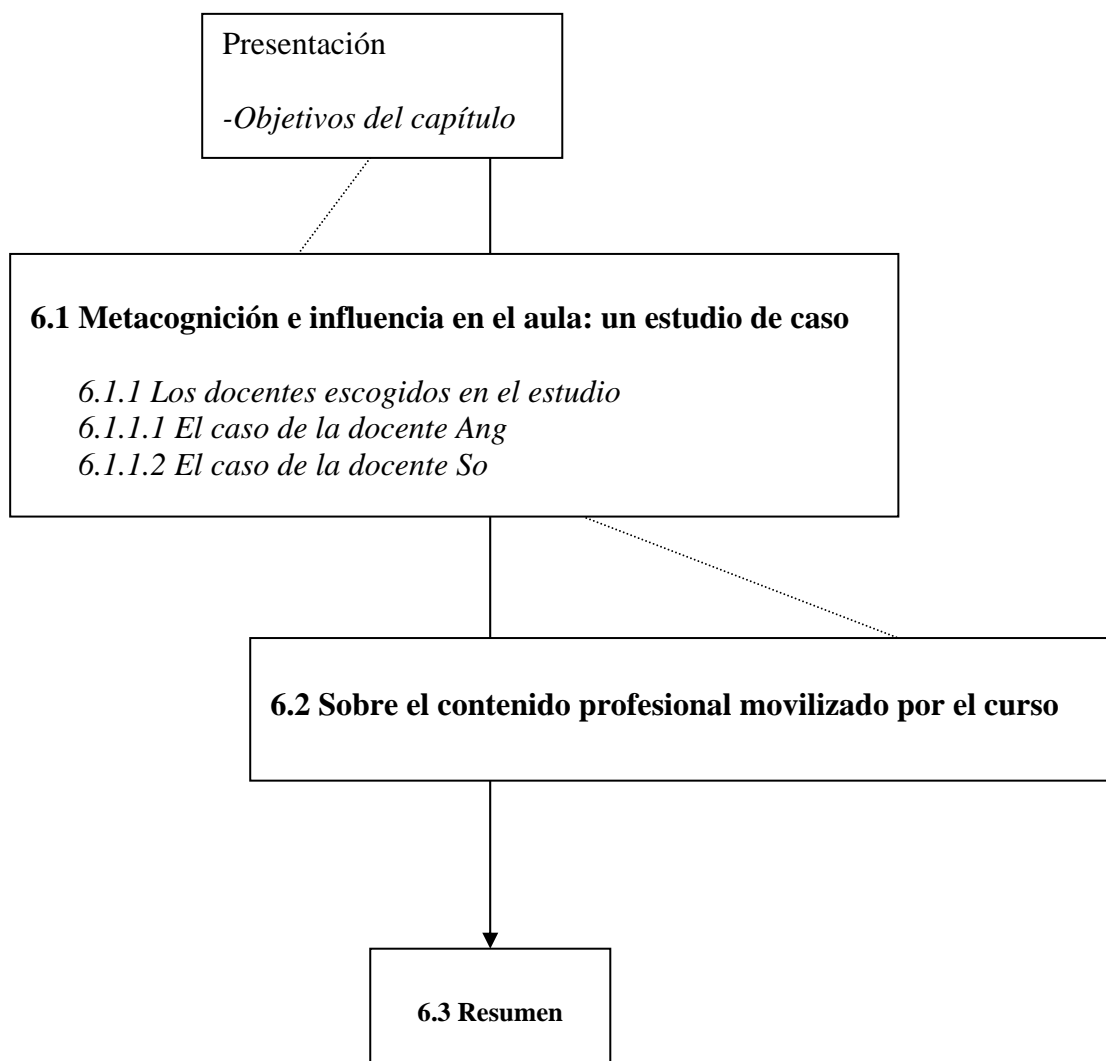
- (i) identificar y analizar ideas que fueron priorizadas (o no) en el proceso teleinteractivo;

- (ii) identificar una continuidad de ideas, verificando y analizando las que fueron rechazadas y las posibles causas;
- (iii) clasificar el tipo de intervenciones que aparecen,
- (iv) verificar la regularidad de participación de los profesores y,
- (v) utilizar los esquemas con los propios profesores como una herramienta para evaluación metacognitiva, ya sea para un análisis macro de todo el proceso del curso o un análisis de un momento en concreto.

Las implicaciones del entorno en el conocimiento de los docentes son distintas según el discurso establecido en cada espacio comunicativo. Así, pensamos que es importante contrastar y analizar los rasgos del proceso de desarrollo profesional en otros espacios del curso.

En esta perspectiva, en el capítulo siguiente estudiamos la influencia del entorno centrándonos en identificar los momentos formativos claves y otros indicios de mejora en el contenido del conocimiento profesional de los profesores.

Comportamientos Docentes en Distintos Espacios Comunicativos



Sabemos por distintas investigaciones, por ejemplo en Guimarães (1996), que el conocimiento del profesor está en constante desarrollo y es contextual. Como hemos visto en el capítulo anterior, es posible que los docentes intervengan significativa y metacognitivamente en su proceso de crecimiento personal y desarrollen espíritu de trabajo colaborativo, con discurso y competencia colectiva en geometría (Goffree y Oonk, 2001).

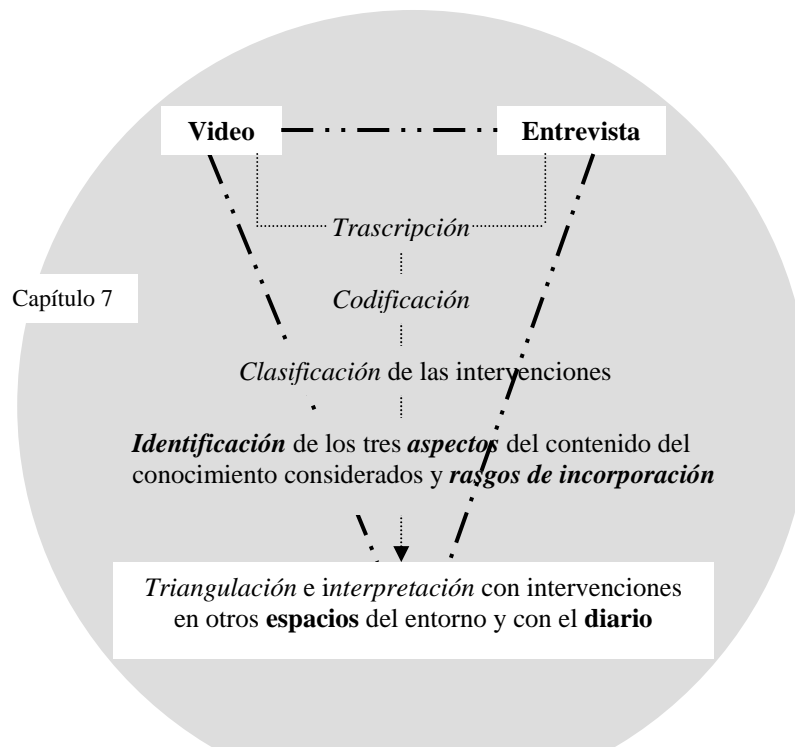
Hemos visto también que las teleinteracciones fueron importantes para que los docentes reflexionasen y socializasen hechos y especificidades de su práctica, afianzando y fortaleciendo la identidad profesional (Dubar, 1997). Así, a partir de la situación analizada en el capítulo anterior, en éste nos planteamos analizar y confrontar comportamientos docentes en distintos espacios comunicativos con vistas a identificar momentos clave en el proceso de desarrollo profesional crítico y reconocer otros indicios de mejora en los aspectos del contenido del conocimiento de los profesores.

6.1 Metacognición e influencia en el aula: un estudio de caso

El profesor posee un conocimiento específico y que puede ser explicitado fundamentalmente a través de su práctica. El análisis de la teleinteracciones en el foro de discusión –capítulo anterior- nos ha permitido identificar y matizar rasgos importantes en el desarrollo profesional de los profesores. Como hemos visto, hubo profesores que lograron intervenir metacognitivamente (el caso de la profesora Ang, por ejemplo) mientras que a otros les costó más esfuerzos desarrollar esas habilidades (el caso de So). Así, en este capítulo nos proponemos conocer un poco más el proceso de desarrollo profesional de estas dos docentes a partir de lo que hacen y no sólo lo que dicen. Concretamente, orientamos nuestro análisis para contestar las siguientes preguntas asociadas al segundo objetivo de la investigación:

- (a) ¿Qué indicios hemos podido reconocer de mejora en el contenido del conocimiento profesional? ¿Qué dificultades profesionales observamos en el proceso de trabajo?
- (b) ¿Cómo el curso contribuyó para una mayor autonomía y razonamiento crítico en la práctica del profesor? ¿Qué indicios hemos podido observar?
- (c) ¿Cuáles fueron los momentos clave en el proceso de desarrollo crítico del contenido del conocimiento profesional a partir de las teleinteracciones establecidas?

El análisis se desarrolla a partir de la observación (grabación en video), la transcripción de una clase presentada por una profesora, y de la transcripción de una entrevista semi-estructurada. En el proceso analítico, la información se ha obtenido a partir del video de clase y de la entrevista confrontándola con otras intervenciones de las profesoras en otros espacios comunicativos del entorno, como esquematizado a continuación.



Proceso de análisis – Capítulo 6

Como hemos visto, en el *capítulo 4* hemos identificado que los tres aspectos del contenido del conocimiento profesional están integrados en las acciones de criticidad (Smyth, 1991) y en el proceso continuo de razonamiento crítico (Kuhn, 1999).

El análisis en el *capítulo 5* de la dinámica teleinteractiva en el foro de discusión nos ha permitido identificar el proceso de desarrollo de intervenciones docentes metacognitivas. Igualmente hemos podido observar en dichas intervenciones los aspectos del contenido profesional considerados.

Para el análisis en este capítulo hemos integrado las herramientas de análisis. Es decir, consideramos los tres aspectos –geométrico, estratégico-interpretativo, afectivo-actitudinal– del contenido profesional en tres *rangos* (de valor atribuido, cognitivo o metacognitivo); clasificándolos en términos de *información* (lo que el profesor mostró conocer o saber a partir de las interacciones en el entorno o fuera de él) y de *discusión* (como reflexionó e intentó integrar en su quehacer geométrico situado, los hechos conocidos y discutirlos con los colegas en el entorno o con el formador).

Los *rangos* se refieren al proceso de razonamiento crítico inherente en cada aspecto del contenido. Por ejemplo, el profesor puede valor una actividad sin profundizar aspectos del aprendizaje. En cambio, puede hacerlo de una manera más integrada y con un amplio espectro de relaciones cognitivas o metacognitivas.

<i>Aspectos del contenido identificados</i>	Valor atribuido	Cognitivo	Metacognitivo
Información	<i>Identificar indicios de mejora en los aspectos (geométrico-estratégico-afectivo) del Contenido del Conocimiento Profesional</i>		
Discusión			

6.1.1 Los docentes escogidos en el estudio

Además de los rasgos en el contenido del conocimiento profesional identificados en el proceso teleinteractivo establecido en el foro de discusión, escogemos dos profesoras con peculiaridades en su perfil profesional, lo cual constituye información significativa para nuestro análisis. Por ejemplo, en cuanto a los objetivos que buscaron en el entorno virtual, identificamos una atención de las docentes para buscar otras metodologías que contribuyesen a una enseñanza diferente de la geometría de las que ya conocían.

En el caso el Ang, la atención para una de sus prácticas en particular -alumnos adultos y con deficiencia en los conceptos de la geometría- también fue explicitada.

*“Tengo realizado trabajos con adultos, en la Enseñanza Media, con geometría y **necesito encontrar formas inteligentes y agradables de desarrollar los temas con alumnos que poseen pocas nociones de geometría**” (Ang, formulario de inscripción, 18/02/2001)*

*“**Ampliar mis conocimientos en geometría, utilizando otras formas de abordar el contenido**” (So, formulario de inscripción, 28/03/2001)*

Además de los objetivos distintos con que enfrentaron al curso, las docentes que decidimos escoger también tienen una historia y perfil personal-profesionales diferentes, como podemos ver en el cuadro de la página siguiente.

	Ang	So
Formación - conclusión	Licenciada en matemática (curso nocturno) en universidad privada en 1978	Licenciado en matemática (dibujo técnico) en universidad pública federal (curso diurno) en 1989
Formación Inicial en geometría: Enseñanza Superior	Tuvo las asignaturas de Dibujo Geométrico y Geometría Analítica (60 horas cada).	Reconoce deficiencia en su formación inicial, porque no tuvo ninguna oportunidad de estudiar sobre la geometría en el currículo escolar. Cursó Construcciones Geométricas y Geometría Descriptiva (60 horas cada).
Experiencia en geometría en las clases que imparte	Poca y lo empezó a hacerlo en las clases que imparte con suplencia	En las asignaturas que imparte de dibujo técnico.
Vive - trabaja	Vive y trabaja en Nova Friburgo	Vive y trabaja en Rio de Janeiro (capital)
Niveles de enseñanza con más experiencia	Enseñanza Fundamental en régimen de suplencia (alumnos adultos) Enseñanza Media (15-17 años)	Enseñanza Media (15-17 años)
Tiempo como profesor	20 años	12 años
Postgrado	Educación Matemática (2001)	Metodología y Didáctica de la Enseñanza Superior (1993) Técnicas de Representaciones Gráficas (2001-2002)

Así, como podemos ver son docentes con características de formación inicial distintas. A pesar de la significativa diferencia en el tiempo como profesoras, han tenido pocas experiencias en impartir clases de geometría.

A continuación pudimos conocer otras peculiaridades en la cotidianidad docente de las profesoras en el 2001. Actuaban en la enseñanza fundamental y media, en distintas escuelas y con una considerable y excedente carga horaria semanal de trabajo. Como las docentes poseen coche propio, el tiempo semanal medio de desplazamiento hacia las escuelas no fue tan alto. Este hecho es importante considerarlo porque tenemos conciencia que el desgaste físico y el poco tiempo disponible para invertir en el trabajo del curso, pueden interferir cualitativamente en el desarrollo profesional de los profesores.

	Ang	So
Series de actuación	1º año (Enseñanza Media) y Suplencia (Enseñanza Media de Suplencia para adultos trabajadores y no formados)	5ª serie (Enseñanza Fundamental) con la asignatura "Artes y Dibujo Técnico" Enseñanza Media (todas la series), con la asignatura "Construcciones Geométricas, Geometría Descriptiva y Dibujo Técnico"
Número de escuelas	Cuatro (1 pública y 3 privadas)	Tres (1 pública y 2 privadas)
Carga horaria (en clase) semanal	59 h	38 h
Tiempo semanal medio de desplazamiento (en transporte propio)	05 h	05 h

Explicitadas las peculiaridades personal-profesional de las profesoras, presentaremos a continuación, el análisis subyacente al desarrollo del contenido profesional de cada docente.

6.1.1.1 El caso de la docente Ang

A partir del análisis del video de un aula de la docente -en una clase de suplencia en el nivel secundario, con estudiantes adultos y trabajadores- podemos destacar rasgos de influencia del entorno y la incorporación de aspectos del curso en el contenido de su conocimiento práctico-profesional.

Por ejemplo, la docente piensa que considerar y proponer un trabajo en que el alumno identifique formas del cotidiano vivir será importante para que los alumnos establezcan, por ejemplo, relaciones entre la geometría escolar y el mundo real.

Ang (correo 09/07): "Con respecto al *cotidiano* ...es difícil explicar, pero la propia clase ya lo es un ejemplo, las lámparas, las ventanas... veo que *separamos lo que es unido*, ¡ la geometría está en toda parte!, pero *la cuestión está en como vemos y nos colocamos en relación a esto cuando trabajamos con los alumnos, ¿no es verdad?*"

La profesora subraya que para potenciar la visualización en este proceso de atención y análisis de las formas en la vida cotidiana, la utilización de recursos manipulativos, además de favorecer el establecimiento de relaciones con el mundo real, posibilitan el desarrollo de las habilidades personales.

Ang (auto-evaluación S2 q8): *“he percibido que la geometría cuando trabajada a través de los materiales diversos y de visualizaciones queda rica y significativa, trayendo una mirada mas amplia para sus posibilidades, que van mas allá del uso de figuras y fórmulas, sino estableciendo relaciones con el mundo y con nuestras habilidades”*

Como podemos ver a continuación, en la entrevista, además de hacer hincapié sobre la importancia de la observación como un proceso geométrico importante, Ang valora que el sondeo sobre lo que piensa sus alumnos y la discusión sobre eso, también contribuyen a una enseñanza de geometría significativa y rica.

Ang (entrevista 18)

Formador (F): Usted me ha dicho que actualmente está trabajando con prismas, conos, cilindros, esfera, etc. ¿Cómo usted desarrolla tu trabajo? ¿Usted utiliza la misma secuencia didáctica para todos los sólidos? ¿Con que sólido usted inicia el trabajo? ¿Utiliza todos los sólidos conjuntamente? Hable un poco como usted hace.

*Ang18: “En la primera clase de geometría **pregunto a los alumnos como es que ellos sitúan la geometría**, se hace parte o no de nuestro mundo, de la nuestra vida. Ellos siempre dicen que sí, que ella es muy importante, que está presente en todo, etc. Entonces, empezamos a ver, ¿qué hay en la clase?, comienza a **observar las figuras**. No tengo preocupación [énfasis] **con aquello inicio de hablar de línea, plano, se son rectas transversales, se no lo son, yo no me voy por este camino. Yo ya comienzo con la observación** [énfasis], de lo que tenemos en la clase ...”*

Sin embargo, a pesar de desarrollar una propuesta de trabajo con vistas a la atención e integración al cotidiano, Ang presentó en su discurso de clase, indicios de confrontar y comentar para los alumnos sobre sus respuestas ante lo planteado. Sin embargo, no presentó argumentos para desarrollar una reflexión comparativa sobre lo que trajeron sus alumnos y el porqué del hecho. Es decir, *¿por qué no profundizar el análisis sobre estas respuestas?, ¿qué hablar de las industrias?, ¿por qué contestaron los alumnos de esta manera?, ¿es realmente importante referirse al nombre de la fabrica o a las distintas formas observadas en ella?, ¿qué formas hay?, ¿por qué no las contextualizar en nuestra discusión en clase?*

Video de clase [38s – 01min30s]: *“Algunas personas **no hablaron** [énfasis], en realidad, de las industrias. No fue hablado, exactamente, las industrias de Friburgo [la ciudad]. **Aquí hablaron** del prisma reto, el cono, que son encontrados en las calles, pero sin aquello que la gente pidió que era hablar de alguna industria de Friburgo. **¡Eso se quedó de fuera!** Aquí el grupo también no presentó. Otro habló de la caja de agua, pero no se ha referido exactamente al nombre de la industria. Sí que hay alguien que presentó”.*

La importancia y atribución de valor a la Historia y la consideración de lo que presenta el alumno sobre eso para el enriquecimiento de la discusión en clase, además, para involucrarlos aún más en el desarrollo de su auto-estima frente al proceso enseñanza-aprendizaje. Estos son ejemplos de que la docente Ang pensó en el desarrollo de los conceptos de la geometría con sus estudiantes.

Video de clase

[02min16s] *“¿Por qué usted quiso traer este artículo Eugenio?”*

Alumno[02min31s – 04min15s]: *lee el título del artículo “Dolor de diente en la prehistoria”, dice la referencia bibliográfica y empieza a leer los párrafos por él subrayado.*

[04min18s – 04min41s]

*“Entonces, ellos ya hacían **formas geométricas** en los dientes, en la frente, desde la época de la prehistoria. Eso fue usado en la África, en la América del Sur, aquí en Brasil con los indios. Así, yo lo pensé interesante por eso. Lo que **estamos discutiendo**”.*

[04min42s – 05min55s] *“**¡Bastante interesante! Yo desconocía totalmente este texto y la gente tiene comentado que la geometría camina junto con la historia del hombre. ¡No hemos como separar!**”.*

(...)

[05min05s – 05min07s] *“Es decir, ¿el texto presenta una parte histórica?”*

[05min08s – 05min15s] *“Exacto, pero en este párrafo aquí eso está de acuerdo con **nuestro contexto**, de figuras geométricas, formas geométricas”.*

A pesar de no haber provocado a los demás alumnos para la discusión, Ang mostró apertura. Esto quedó reflejado en el hecho, por ejemplo, de que la profesora trajo para el alumnado algo que había leído en el periódico sobre las formas de los dientes como componente de estética y/o de clase social en un determinado período de la historia de la humanidad. Además, puede observarse como un rasgo de incorporación, la respuesta del alumno a lo que le planteó la profesora.

La atención a la visualización, al estudio de la forma con apoyo del material, fue otro rasgo identificado cuando Ang reflexiona en la entrevista sobre lo pasó a pensar diferente a partir de las teleinteracciones del entorno, como se ve en página siguiente.

F: ¿Puede dar ejemplo de lo que hizo sobre eso con sus alumnos, lo que empezó a pensar diferente por influencia del curso?

Ang4: *pensar diferente sí [énfasis], **pasémoslo a pensar**. Ahora, como es **intenté o intento** hacer. Estamos trabajando con los sólidos. ¿Cual es la fórmula de el área? ¿Y del volumen? Intenté ver eso con el alumno, **mirando** [énfasis], **estudiando la figura**. Ejemplo, ¿qué hice cuando hablé del cilindro? Cogí una caja de carrete [sonrisa] y **la corté y la abrí**, ¿qué observamos? Los dos bases, la tapa [énfasis], era círculo y la lateral, **constatamos que** era un rectángulo [énfasis]. Pienso que así fue fácil para el alumno entender. Por que ellos se preguntaban, ¿área del círculo?, ¿área del rectángulo?, ¿qué es eso? Entonces, de esta manera, la gente **ve** [énfasis], la gente **observa, no es una cosa de** llegar allí en la pizarra en decir, mira, esas son las fórmulas y podéis ir trabajando. Con el **apoyo de la figura**, creo que el **trabajo es más tranquilo**.*

El establecimiento de la comunicación profesor-alumno con vistas a lograr una enseñanza de geometría que involucre el alumno en su proceso de aprendizaje y la necesidad del profesor de cuestionar continuamente sus prácticas, también fue subrayado por Ang 6:

F: entonces, ¿el curso te despertó bastante la atención para eso?

Ang6: *Sí, una vez **hemos discutido bastante eso**. Porque en una clase, nos **tornamos tan repetitivo** y a veces **no cuestionamos nuestras prácticas**. El profesor, en la pizarra es lo que hace, dibuja y no acerca el alumno al proceso. El alumno sólo escucha y acepta lo que hace el profesor. (...) En cambio, cuando el profesor **provoca y escucha el alumno**, él **participa y se involucra** en el proceso.*

La atención al dibujo como proceso geométrico importante, puede ser identificada en Ang 8. La posibilidad de cambios en la práctica evaluativa y la adopción de otras estrategias para obtener más informaciones sobre el desarrollo de sus alumnos –como la evaluación en grupo- y el valor de la discusión colectiva, también son acciones docentes de Ang aparente, en su reflexión.

F: En el caso específico suyo, trabajando con jóvenes y adultos, ¿lo que usted gustaría de comentar o presentar otro ejemplo?

Ang8: *quiero comentar una cosa que he considerado bastante **importante**. Siempre he intentado hacer que los alumnos **dibujasen**. Es decir, vamos calcular un área, intento siempre utilizar la figura conjuntamente. ¿Área de qué figura hablamos? Es diferente de llegar y decir a los alumnos que la área total del cubo es $6a^2$. Así, en los problemas, en los ejercicios, siempre tiene una figura asociada y nunca solamente la **fórmula**. ¡Siempre ido por ahí!. En una de las últimas evaluaciones que hicimos, y **fue en grupo**, un grupo comentó de la importancia del dibujo y que lo necesita en **cualquier actividad de la vida**. O sea, lo que entendí [énfasis] es eso, que el alumno dibujando él está desarrollando **una habilidad**, lo que comúnmente decimos no tenerla, principalmente cuando se trata de dibujar una **figura**. Y, los alumnos del grupo percibieron y comentaron que el dibujo iba **ayudarles en cualquier área**.*

La propuesta de trabajo en grupo para una discusión con atención al desarrollo individual-colectivo, fue un planteamiento de las tareas del entorno y Ang mostró percibir este hecho y lo propuso en su clase.

Video de clase

[01min47s – 01min58s] *¿Vamos empezar el trabajo de hoy? Me gustaría que vosotros formasen grupos de no más de cuatro personas, porque muchas personas quedará [pausa] difícil de cada un participar y colocar su opinión.*

[05min16s – 05min21s] *“y que todos puedan contribuir”*

A pesar de la poca discusión en el curso sobre el valor cognitivo del trabajo colectivo, Ang presentó en el video de clase, indicios de conocimiento sobre la postura del docente en este tipo de dinámica. Es decir, camina hacia todos los grupos en el desarrollo del trabajo y muestra una atención al grupo y/o alumno, y tiene claro sobre la adecuación y cantidad de material [05min22s; 05min40s – 05min59s; 07min22s- 07min25s; 16min01s] para el trabajo en grupo. Además, respeta el ritmo de trabajo de cada grupo y no conduce el trabajo.

La atención a las características y dificultades de sus alumnos y la reflexión sobre la importancia de la auto-estima como potencializadora de una práctica docente significativa en geometría, también fue matizada por Ang 8:

*Me gustó y hemos discutido en clase, hasta leí [énfasis] esta respuesta del grupo para los demás de la clase y ellos concordaron. Lo que intento y creo que hace falta en la educación de adultos e **hacer con que el alumno se vea capaz de aprender**, porque ellos vienen con baja **auto-estima**, son personas que siempre dicen no conseguirán aprender, que tienen dificultades, que todo es difícil. Es decir, ellos perciben de esta forma, bastante [énfasis] resistentes. Entonces, lo que me gustaría de mejorar en mi propuesta de trabajo con ellos, sería siempre tener oportunidad de hacer con que ellos **acrediten que tienen** [énfasis] capacidad y lo que no han tenido fue oportunidad de **mostrar, de expresar esa capacidad**.*

A pesar que las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas hayan subrayado la importancia de comenzar el trabajo con los conceptos de la geometría a partir del espacio, Ang comenta en la entrevista, que ha tenido más seguridad para introducir estos cambios en sus clases. Sin embargo, tiene conciencia que necesita hacer más este tipo de trabajo.

F: concluyendo, ¿usted considera que el curso promovió cambios en su manera de pensar? Por ejemplo, ¿lo que usted puede decir sobre los cambios curriculares?

Ang49: *“es lo que había comentado antes. Por ejemplo, en la cuestión del inicio de la geometría a través de las figuras espaciales. Creo que me quedé mas segura para realizar este tipo de trabajo. Lógico, ¡necesito mejorar y hacer mas!”*

En su décima novena intervención en la entrevista, Ang subraya el valor de la discusión docente colaborativa como influyente en esta matización.

F: Esa práctica de empezar por la observación y figuras no planas usted tenía antes y el curso ¿en le ha ayudado?

Ang19: *“Pienso que el curso me ayudó. Yo ya tentaba hacer un poco diferente, pero el curso contribuyó. Porque en la hora que empieza a leer y escuchar lo que los otros están hablando o el propio profesor, usted comienza a pensar en lo que en clase. Usted comienza a cuestionar su propia actitud. A veces, usted puede no hablar con nadie y, tampoco, admitir para uno mismo, pero cuando usted delante de la clase, usted tiene ganas y piensa, ¿por que tengo que hacer siempre lo mismo? ¿por que no puedo arriesgarme y hacerlo diferente?”*

La atención al lenguaje cotidiano como soporte al desarrollo del lenguaje matemático puede ser identificada en la conversación de Ang con sus alumnos del grupo 3.

Video de clase

Grupo 3 [12min56s – 13min35s]

Ang: *¿Qué quieres hacer? ¿Nombrar? ¿Cómo se nombra? Normalmente solimos nombrar las figuras, ¿tomando lo que como referencia?*

Alumno (grupo3): *La cantidad de lados*

Ang: *cinco, ¿sabes como es? Piensa en la liga de fútbol. Cinco veces campeón. ¿Lo que es?*

Alumno: *Penta campeón*

Ang: *¿Seis? Hexa. ¿Siete? Hepta. ¿Ocho?*

Alumno: *[sonrisa y silencio]*

Ang: *octógono*

(...)

A pesar de la docente reconocer dificultades personales para hablar de los procesos cognitivos de sus alumnos (en la auto-evaluación de la segunda unidad),

Evalúe (S2 q7c, 08/07): *“no puedo hablar mucho de las dificultades de los alumnos, pero lo importante es buscar alternativas para que las dudas queden reducidas”.*

en este proceso reflexivo, la docente muestra una aparente e importante seguridad y la comenta con el formador.

Formador (correo, 09/07): “¿Por qué usted no puede hablar?”

Ang (correo 09/07): “En cuanto a las dificultades de los alumnos, **siempre me quedo pensando** adonde está el problema cuando el alumno habla triangulo cuando mira una pirámide, ...”

Formador (correo 30/07): “Las dificultades son inherentes al trabajo y deben ser trabajadas siempre. Si un alumno, en diversas series, conoce, **manipula, construye, representa diferentemente, dibuja, habla y escribe** sobre lo que piensa, **identifica elementos, verifica propiedades** de una pirámide, por ejemplo, este tipo de dificultad (llamar la pirámide de triangulo) será sanada”.

Con la secuencia transcrita de su clase (28/11), percibimos que la docente realmente pensó sobre eso e incorporó esta contribución del curso a partir de sus reflexiones e inquietudes personales, de las interacciones con los colegas y con el formador. Es decir, Ang explicita, percibir la importancia de utilizar, conjuntamente, la planificación, el dibujo, el modelo, la descripción y la identificación de características, con vistas a minimizar las dificultades de los alumnos.

El fragmento de su discurso y dinámica de clase transcrito y presentado en la página siguiente, ejemplifica que la docente provocó y desarrolló un análisis pormenorizado con los alumnos sobre los elementos y distintos tipos de una pirámide.

Como aspectos de su contenido profesional y acciones docentes en desarrollo en este proceso interactivo en clase, podemos identificar: atención al aprendizaje individual-colectivo y a los procesos cognitivos de los alumnos-grupos; atención a significaciones geométricas diversas (procesos matemáticos, relaciones y terminologías); atención a la importancia de comunicar estrategias como una competencia matemática relevante; atención para el uso y valor de un recurso didáctico específico, y desarrollo del aula como una actividad abierta al imprevisible.

Discurso profesional de Ang	Alunos-Grupo	Aspectos Profesionales
<p>CON TODA LA CLASE [17min16s – 37min03s] Nuestro trabajo ahora es explorar características de los sólidos. Entonces, ¿cómo hacéis para identificar esa figura? Vosotros han de hallar una manera de identificar, ¿de acuerdo?</p>		<p>Atención al aprendizaje individual-colectivo y a los procesos cognitivos de los alumnos-grupos</p>
<p>GRUPO 1: [17min40s – 18min03s] Ang.: ¡Quiero ver como hacéis para identificar! Espera que habrá un momento de Alumna2 ... Ang.: van relatando eso (...) Ang.: Eso, van identificado los nombres, ¿de acuerdo?</p>	<p>Alumna2: ese es un cuadrado, es un cono</p>	<p>Significaciones geométricas: <i>procesos matemáticos</i></p> <p>Pensar matemáticamente: <i>terminología</i></p>
<p>GRUPO 2: [19min17s – 19min24s] Ang.: Haz lo siguiente. Haz la planificación y pone el nombre al lado. Por ejemplo, pirámide. Se conseguir identificar otra cosa más, escríbelo. ¡A ver!</p>		<p>Comunicación de significados: <i>intencionalidad explicativa</i></p>
<p>CON TODA LA CLASE: [19min53s – 20min16s] Ang.: En la 3, además de nombrar, ustedes van intentar hablar de la planificación, que características vosotros identifican allí. ¿De acuerdo? ¿Alguien podría ejemplificar de cómo interpreta características?</p>		<p>Significaciones: <i>relaciones</i></p> <p>Pensar matemáticamente: <i>comunicar estrategias</i></p>
<p>Ang.: ¿5 lados? [pausa] Eso, 5 lados, ¿entonces? ¿Lo que más podrías hablar de esta cuestión de las características?</p>	<p>GRUPO 3: [20min19s – 20min35s] (...) Alumno: 5 lados</p>	<p>Pensar matemáticamente: <i>comunicar estrategias</i></p>
<p>Ang: aristas Ang: Eso. Además de eso, ¿lo que queda evidente [énfasis] en la planificación? Ang.: Caras. Incluso, dependiendo del número de caras, ¿qué hacemos? Nombramos.</p>	<p>GRUPO 1: [20min40s – 21min59s] Alumna1: vértices Alumna2: caras</p>	<p>Instrucción: <i>atención al valor y material específico</i></p> <p>Significaciones: <i>terminología</i></p>
<p>Ang: [21min17s – 21min30s] Me gustaría que vosotros discutiesen matizando sobre la cuestión de las características. No se preocupen en cortar. Discutan primero entre vosotros sobre la cuestión de las características, ¿de acuerdo?</p>		<p>Pensar matemáticamente: <i>comunicación</i></p> <p>Procesos interactivos: <i>acción y reflexión en la tarea</i></p> <p>Instrucción: <i>el aula como actividad</i></p>

Además de las significaciones geométricas expuestas por Ang, sobre la integración comentada anteriormente (planificación, dibujo, modelo, descripción, identificación), podemos identificar en diferentes espacios comunicativos, otros indicios de que la docente, además de una integración en el ámbito del contenido geométrico, muestra –a partir de una interacción del formador por correo- apertura para la incorporación y atención a la integración curricular (aspecto estratégico-interpretativo). En este mismo sentido, es consciente de su realidad docente y de la necesidad de otros cambios en ella.

Evalúe (S2 q6c, 08/07): *“no lo sé si aprendí, pero percibí que los conceptos son mejor comprendidos y deben tener significado para el alumno, cuando las ideas van se formando de manera integrada, y hasta bien próxima de nuestro mundo real...”*

F: (correo, al comentar la q6c): *“¿Usted no piensa que este proceso reflexivo no hace parte de su propio proceso de aprendizaje? Creo que cuanto más usted **integrar** en sus clases (sea con el mundo real o no), usted aprenderá más”*

Ang (mensaje/diario 09/07): *“... dejar o estimular que los **alumnos críen o descubran** que podemos, por ejemplo, **formar** el octaedro con dos pirámides, pirámides con prismas, ... **Estoy aprendiendo bastante**, solamente me quedo enfadada por no tener tiempo para hacer un bueno planeamiento para mis clases. Trabajando en tres colegios acabo haciendo apenas un trabajo razonable.”*

Evidentemente, en una clase de cincuenta minutos, no hay tiempo suficiente para que un profesor implemente o profundice todo lo que pretende interactuar con sus alumnos. Así que, mirando las respuestas de sus alumnos, la docente, en conversación con el formador después de la grabación y luego por correo, se planteó la necesidad de discutir con los alumnos, en la siguiente clase, elementos que consideró relevantes, por ejemplo:

Significaciones	Aspectos Profesionales del Contenido
<i>Conceptualización</i>	-Profesora había pedido que los alumnos dibujasen sólidos y ellos han dibujado, por ejemplo, un trapecio [15min02s], un rectángulo [15min10s] -Hubo alumnos que no han percibido que un tetraedro es un caso particular de pirámide -Dificultad de los alumnos en identificar un octaedro a través de su planificación. Un alumno ha asociado un octaedro a un balón [25min36s], y un grupo ha nombrado un octaedro como <i>“lleno de pirámide, una para cada lado”</i> [26min48s – 26min55s]
<i>Nomenclatura</i>	[16min51s - 17min12s; 22min04s] Alumno dibuja una copa para vino y la nombra: <i>“un cilindro en forma de concha”</i> [ver fotocopia con dibujo del alumno]

6.1.1.2 El caso de la docente So

A partir del video de una clase, en un curso de dibujo técnico para alumnos de secundaria, se pudo percibir, confrontar y analizar algunos aspectos del contenido del conocimiento profesional de la profesora So, movibilizados a partir de las teleinteracciones del entorno.

Por ejemplo, al comenzar la clase la profesora ya explicita un ejemplo sobre cómo utilizar una sugerencia de un de los compañeros del curso. Además de aclarar a sus alumnos la propuesta de trabajo, So, en su atrevimiento e inspiración, presenta indicios de empezar a desarrollar una acción docente confrontando lo que le sugirió el compañero, con los objetivos planteados inicialmente y lo piensa que pasará con sus alumnos.

Video de clase

[01min02s – 02min 25s] *En la clase de hoy, vamos hacer una pequeña **revisión** de cortes, ¿de acuerdo?, los cortes que hemos trabajado durante todo el curso. Lo que pasa es que haremos un **trabajo más simplificado, pero más relacionado con cosas que vosotros ven** [énfasis] **a menudo en su cotidiano**. Esa idea se trata de un profesor conocido mío. Él sugirió trabajar este contenido a través de frutas porque vosotros entenderían tranquilamente, porque mismo que alguien no le gustase de frutas, por lo menos **conocería** manzana, plátanos. Las frutas más comunes. Entonces él, que ya lo había hecho esta experiencia, ha dicho que sería mas claro para el alumno. Así, yo traje esas frutas **con el objetivo** de trabajar sobre los cortes y yo cogí estas piezas y vamos comparar con las frutas. **Vamos ver lo que pasará y se os gustarais de la experiencia.***

La propuesta trataba desarrollar el análisis de las formas a partir de distintos cortes hechos en distintos tipos de frutas. En todo el desarrollo de la propuesta, la docente hizo cortes en las frutas, mostró como quedó, hizo dibujos en la pizarra, realizó comparaciones con ejemplos de piezas usadas en el dibujo técnico, subrayó diferencias, simuló, propuso y contestó preguntas, aclaró e hizo hincapié en conceptos geométricos, confrontó formas y ejemplificó. Todo esto podemos verlo a continuación en el correspondiente fragmento del video.

Video de clase

[03min36s – 24min48s]

[coge el melón] *Esta es una fruta prácticamente esférica. No podemos llamarla de esférica porque no lo es totalmente redonda.*

(...)

[coge un objeto del dibujo técnico] *Entonces, la vista frontal, el dibujaría eso [hace el dibujo en la pizarra] (...) en este caso, hicimos un corte longitudinal.*

(...)

[coge el melón]

So: *Haciendo otro tipo de corte. ¿Se ha cambiado?*

Alumno: *si*

So: **Completamente**

(...)

¿En que difiere de la otra?

(...)

¿Alguien ha conseguido ver eso antes [énfasis] que yo hiciera el corte?

¿y esa pieza? Como se trata de una pieza simétrica, podemos aplicar un medio corte. ¿Os acordáis de lo que significa un medio corte?

(...)

So: *Y este trozo de fruta, ¿Podríamos aplicar un medio corte en ella?*

Alumno: *ella no lo es bien simétrica*

So: *Entonces, suponiendo que la fruta fuese simétrica, ¿podríamos aplicar un medio corte en ella?*

Alumno: *Podría*

So: [coge una manzana] **¿Qué pasaría con un corte longitudinal en una manzana?**

Alumno: *aparecería solamente la parte interna*

Entonces, ¿lo que vemos? [dibuja en la pizarra]

(...)

Y se hiciéramos un corte transversal, ¿sería lo mismo?

(...)

Y con la pina, ¿lo que cambia? Cambia.

¿Con el limón también quedará un corte interesante!

(...)

Ahora, haciendo un corte transversal en este trozo. ¿se ha cambiado? En que difiere, ¿esta de esta?

[comparando la parte más sólida de dos trozos de pina]

So: *En esta yo veo un círculo, y ¿en esta? Un re*

Alumno: *tángulo*

So: **rectángulo**

(...)

¿Y con el plátano?

(...)

So: **Haciendo con la papaya. ¿Cambió?**

Alumno: *sí*

So: *significativamente*

(...)

So: *¿vamos hacer con el plátano? ¿Que pasa si lo cortamos transversalmente?*

Pero, lo que pasa es que solimos cortarlo así [hace un corte y lo enseña a los alumnos]

(...)

So: *yo quería también traer la carambola, porque*

Alumna: *queda una estrella*

So: *exacto. ¡Es interesante!*

So: *¿Y con el limón y la naranja? Por ejemplo, la naranja es bien [énfasis] más simétrica que las demás frutas*

(...)

Cortando una uva

(...)

¿y la sandia? Este trozo aquí, ¿se parece con algunos de los que hemos hecho?

(...)

El hecho de considerar esta práctica como una revisión atípica y comentar con sus alumnos, nos hace pensar que este tipo de propuesta no era constante en la práctica de So.

[18min09s – 18min 39s]

*¿Os gustáis de esa **revisión atípica** [habla pausada y con énfasis] de cortes?*

Cuando So presenta la propuesta a sus alumnos y argumenta el por qué usar frutas como ejemplos, la profesora es consciente del valor de la motivación como un estrategia docente importante en la enseñanza de la geometría. El hecho de tomar objetos cotidianos (las frutas) para revisar el proceso enseñanza-aprendizaje de los alumnos, y hacer comparaciones con objetos del dibujo técnico, describe un ejemplo que posibilita la incorporación de estos aspectos en el contenido de su conocimiento. La importancia del curso en la divulgación de distintos materiales (entrevista) para el proceso de sensibilización de la docente, con la finalidad de implicarla en procesos de enseñanza de la geometría, como la observación y la visualización (cuestionario), de acuerdo al punto de vista la docente, estos procedimientos integrados al trabajo docente a través de ejemplos cercanos a la realidad de los alumnos, constituye un hecho relevante. Evidentemente, esta análisis le hizo reflexionar y ampliar su percepción sobre procesos cognitivos (cuestionario) propiciando a la vez, cambios significativos en su conducta didáctica (entrevista).

Cuestionario final (pregunta 1, en 05/01/2002)

*“Claro, sin la menor duda. Creo que estoy **identificando mejor las dudas de visualización de mis alumnos e intentando elucidarlas con ejemplos más relacionados con la realidad de ellos.** ¡Por los menos intento! **Mi percepción aumentó** y creo que eso es un factor muy importante para mejorar la calidad del aula. El profesor necesita reciclarse continuamente. Infelizmente, muchos no tienen tiempo o no se interesan. (...) **El curso me hizo observar más** y buscar soluciones más aclarativas. Me gustó mucho y con certeza está mejorando mi práctica docente”.*

Entrevista (06/11)

F: ¿lo que usted aprendió en el curso y pasó a utilizar?

*So7: lo que yo consideré importante en el curso fue el **material**. Yo **solamente conocía el material presentado en artículo “la geometría de los cortes de jabón”**. A pesar de ya conocerlo, yo empecé a **utilizar a menudo**. Creo también que es muy interesante, yo ya lo hacía pero empecé a hacer más, es decir, asociar cosas que los alumnos **tengan vivenciado**. Bueno, yo pienso que **me humanicé** [énfasis] **más**, yo creo que **era muy dura**. Eso cambió mi **conducta didáctica**.*

F: ¿y eso?

So8: *procurar aclarar más, siempre buscando otras soluciones, otros ejemplos. Eso me [énfasis] enriqueció bastante. Creo que realmente mis clases han mejorado.*

Continuando, en la entrevista 44, So enfatiza que la utilización del material, la observación y la comparación en objetos de estructura geométrica sencilla, juntamente con la ayuda del profesor, constituye un rasgo importante en la formación del pensamiento geométrico de sus alumnos.

E: ¿qué tipo de recurso usted utiliza?

So44: *Tenemos piezas de madera y llevo figuras de prospectos de apartamentos para enseñarles los diferentes tipo de dibujo. Porque cuando usted observa algo, por más sencillo que sea el objeto en términos de geometría, usted está observando, está evaluando, está observando sus características. Eso es muy importante porque los alumnos no tienen el costumbre de observar y cuando usted comienza a preguntarle las cosas sobre este objeto, ellos lo hacen hablando de sus impresiones personales y entonces usted, de una manera u otra, va interfiriendo. Así yo creo que se va formando el pensamiento geométrico*

Además, So subrayó que la influencia de los materiales en su creatividad para plantear tareas y comparar procesos en la actividad de enseñanza, constituyó otro hecho relevante que, en relación con el entorno enriqueció su desarrollo profesional.

So67: *“por ejemplo, con el escuadro de madera yo pregunto, ¿cuál de los ángulos es el más grande? Hay alumnos que identifican inmediatamente y otros no. Yo pregunto, ¿cuánto?. Utilizando dobladuras en papel, abro y empiezo a comparar. El hecho del alumno doblar [énfasis] y comparar, ¿cuál es el más pequeño?, ¿cuál es el más grande?, ya lo es suficiente para aclararlo. Es un recurso sencillo y no hay nadie que diga que no se puede hacer. Entonces, yo considero importante hacer dobladuras. Los propios canutos, en la ausencia de otros modelos, yo creo ser importante. Sin duda, el curso interfirió bastante con mi creatividad. A ver si tendré tiempo de elaborar todo eso”.*

Al evaluar su trabajo en la primera unidad -al matizar y contestar la pregunta sobre los recursos utilizados/sugeridos para el desarrollo de las tareas en la unidad- la profesora So sostuvo que considerar la importancia de desarrollar actividades diversas con dobladuras antes de planificar sólidos, es una acción pedagógica importante que precede el análisis en profundidad y otros procesos geométricos con los sólidos. Por otro lado, la docente explicó que, a partir de las teleinteracciones en el primer chat obligatorio del curso, pensó en utilizar los

Policubos, un recurso discutido para el desarrollo de una tarea planteada en el chat. Esta consideración constituye un hecho interesante.

Evalúe (unidad 1, q6d): *“ya utilicé el Tangran. Pensé en usar los Poliminós y los Policubos (estos, después del chat) y explorar más actividades con dobladuras (**observación y análisis**) antes de planificar los sólidos geométricos”*

En el último chat, la docente empieza sus teleinteracciones comentando sobre otros dos tipos de materiales que les gustaron mucho durante el desarrollo del curso. En cuanto a la atención de los materiales, podemos percibir como fue un hecho novedoso e importante para el desarrollo profesional de la docente.

Chat obligatorio 3 (16/10)

<so 10> *“Me gustó mucho trabajar con el libro de espejos. Haré un mayor para llevárselo para mi clase”:*

(...)

<so 13> *“Cuanto al calidoscopio, es una actividad que me fascina y haré con mis alumnos aún este año, si hay tiempo”.*

El análisis del video posibilitó la comprensión de lo que significa para So, la evaluación participativa. Para ella, evaluar el aula conjuntamente con los alumnos es una acción docente importante que permite involucrar al alumno, críticamente, en el proceso enseñanza-aprendizaje.

Video de clase

[14min20s – 14mins25s]

¿quedó mas claro con las frutas?

Alumno: *quedó*

So: ***Dudo que os olvidareis de eso, ¿no lo es?***

Alumno: *es verdad*

[19min55s – 20min34s]

*¿Dio para visualizar mejor? ¿Alguien tiene alguna duda y quería **comentar algo?***

Clase: [en silencio]

*¿**Queréis dibujar o no lo es necesario?***

Clase: [en silencio]

Entonces, ¿quedó claro la revisión?

Clase: [en silencio]

So: *¿Quedó bien claro?*

Alumna: *si*

So: *ninguna duda*

Clase: [alumnos moviendo la cabeza que no]

En el proceso comunicativo-evaluativo con sus alumnos, la profesora presentó indicios de una acción docente crítica-reconstructiva. Esto se observa en la reflexión sobre lo que hizo, en la medida que lo consideró importante para el desarrollo del trabajo con los alumnos y los posibles cambios a realizar en su planteamiento de clase.

Video de clase

[22min05s – 22min17s]

*Se yo lo **hubiera hecho este tipo de trabajo al empezar el curso**, vosotros entenderían mejor. La mayoría iba a **comprender más rápido y agilizaría más el desarrollo** de los trabajos”.*

También, se aprecia que tuvo claridad en los conceptos [02min31s] y las actitudes [01min25s – 02min25s] que pretendía desarrollar y los comentó a sus alumnos. La buena relación de respeto y amistad establecida entre la docente y sus alumnos fue un hecho importante observado. Al final del trabajo promovió una integración del grupo, al preparar, juntamente con ellos, una ensalada con los trozos de las frutas utilizadas.

Un inconveniente explicitado por So, fue la dificultad de contestar a una tarea de la unidad 7. Trataba de una tarea metacognitiva (análisis de un esquema conceptual). A esta dificultad, ya esperada por nosotros, se añadió la inseguridad y confusión que docente tenía sobre los conceptos de interdisciplinariedad y de transversalidad, los cuales fueron explicados en el chat obligatorio (So 24, 25, 27, 28). Sin embargo, a partir de aclaraciones y discusiones en el chat sobre la tarea y las interpretaciones de los profesores, So envió, unos días después, una primera aproximación de su análisis y consideración sobre la tarea planteada. Para este proceso, subrayó la importancia del chat con la contribución de una colega en concreto y la lectura del artículo disponible.

Correo (unidad 7, tarea 3): *“te confieso que me quedé bastante **insegura para completar este cuadro**. Intenté identificar las relaciones con las actividades de las tareas 1, 2 y 3, pero aún así me quedé confusa. **En el chat**, pregunté si podrían ser repetidas las tareas en los círculos y usted me contestó que sí. **En el chat también percibí** por las respuestas de una colega que las actividades no tenían relación con los ejes transversales. **Procuré leer** el artículo sobre los “Organizadores Conceptuales en Clase” y así intenté llenar el cuadro. Pienso que **la primera tarea** está relacionada a los elementos curriculares, con las propiedades e investigaciones en geometría. **La segunda tarea** estaría en los elementos centrales y elementos interdisciplinarios. La regulación del profesor estaría en el propio chat, en los artículos enviados con la unidad 7, en la evaluación y sus análisis objetivándonos a reflexionar”.*

6.2 Sobre el contenido profesional movilizado por el curso

Concluyendo el análisis subyacente al desarrollo profesional de las dos docentes consideradas, Ang y So, en el cuadro siguiente destacamos aspectos de su contenido práctico-profesional movilizados, incorporados o en proceso de incorporación. Como hemos dicho, los tres aspectos considerados –geométrico, estratégico-interpretativo, afectivo-actitudinal– fueron clasificados en tres rangos (de valor atribuido, cognitivo o metacognitivo) y clasificados en términos de *información* o de *discusión*, como veremos a continuación.

<i>Aspectos del contenido identificados</i>	Valor atribuido	Cognitivo	Metacognitivo
Información	<p>Ang y So: Consideraron que esclarecer la propuesta de trabajo a los alumnos es un hecho importante de la práctica docente</p> <p>Ang: Creyó que considerar lo que el alumno presenta es un componente para la motivación de sus alumnos</p> <p>Ang: Valoró la importancia de la Historia y reconoció sus implicaciones en el proceso enseñanza-aprendizaje</p> <p>Ang: Consideró el trabajo en grupo como una ayuda en la integración de los alumnos y en el desarrollo cognitivo</p> <p>So: Confirmó que una clase que integra y relaciona elementos del ambiente cotidiano con elementos de la geometría es un hecho relevante en el proceso enseñanza-aprendizaje</p> <p>So: Consideró que aceptar una sugerencia de un colega es una acción docente importante</p> <p>So: Consideró y desarrolló atención especial para los materiales y su valor pedagógico en la enseñanza</p>	<p>Ang: Pensó que recurrir a propuesta de trabajo anterior, analizarla y comentarla con los alumnos, es una actitud docente favorable al crecimiento personal-profesional</p> <p>Ang: Consideró que tomar ejemplos del lenguaje cotidiano era un importante soporte al lenguaje matemático</p> <p>Ang: Pensó que una propuesta de trabajo que busca identificar formas en el ambiente cotidiano de los alumnos es potencializadora de un trabajo geométrico significativo</p> <p>So: Se mostró consciente sobre el valor de la motivación en geometría. Tomó objetos del ambiente cotidiano para revisar el proceso enseñanza-aprendizaje de los alumnos, y se los comparó con objetos del dibujo técnico</p>	<p>Ang y So: Creyeron que evaluar el aula conjuntamente con los alumnos era una estrategia para incorporarlos activamente en su proceso de enseñanza-aprendizaje</p>

En el ámbito informativo podemos identificar, en el aspecto geométrico, la atención a rasgos de la Historia y sus implicaciones en el aprendizaje (Ang). En el aspecto estratégico-interpretativo, la atención al que presenta el alumno (Ang) y a elementos del ambiente cotidiano (So), apertura y aceptación de sugerencias de otro profesor (So), necesidad de proponer trabajos en grupos (Ang), aclarar para los alumnos la propuesta de trabajo (Ang y So), y atención a los materiales (So), con vistas a lograr una enseñanza significativa, participativa e integradora.

Del aspecto estratégico-interpretativo, en el rango cognitivo, podemos percibir la atención a la continuidad y aclaración de planteamientos (Ang), la atención al lenguaje (Ang) y a objetos del **ambiente** cotidiano (So y Ang). En el rango metacognitivo de aspecto afectivo-actitudinal, la apertura de las docentes para involucrar los alumnos críticamente en el proceso de evaluación sobre el desarrollo de la clase; éste fue un hecho profesional destacable.

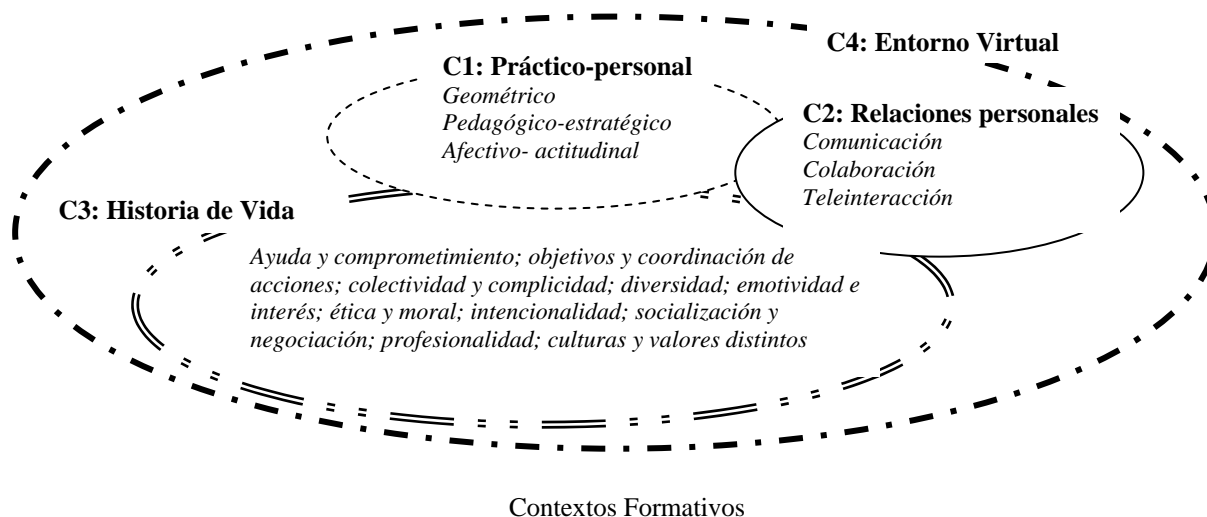
<i>Aspectos del contenido identificados</i>	Valor atribuido	Cognitivo	Metacognitivo
<p>Discusión</p>	<p>Ang: Percibió que identificar formas del ambiente cotidiano de los alumnos puede ser una estrategia de enseñanza</p> <p>Ang: Reconoció importancia y dificultades personales en analizar procesos cognitivos de los alumnos, pero intentó y desarrolló discusión en colectivo sobre un caso concreto</p> <p>Ang y So: Consideró que establecer integración con los alumnos es una postura profesional comprometida con el colectivo</p>	<p>Ang: Consideró que utilizar, conjuntamente, la planificación, el dibujo, el modelo, la descripción e identificación de características, eran estrategias didácticas importante para minimizar dificultades de aprendizaje</p> <p>Ang: Atención para desarrollar un análisis pormenorizado sobre los elementos y distintos tipos de una pirámide, por ejemplo.</p> <p>So: Consideró que el análisis de las formas a través de cortes en frutas distintas podría constituirse en una actividad geométrica potencial. Como acciones docentes, hizo cortes, mostró como quedó, dibujó en la pizarra, comparó y subrayó diferencias, simuló, propuso preguntas, aclaró y resaltó conceptos geométricos, confrontó con otras formas y ejemplificó</p> <p>So: Consideró que además de sostener los contenidos curriculares que pretendía desarrollar, explicitarlos a los alumnos es un hecho relevante de la práctica docente</p>	<p>Ang: Consideró que reconocer y explicitar dificultades personales son importantes, pero este hecho no debe impedir que se haga el trabajo con los alumnos</p> <p>So: Reconoció y explicitó que su sensibilidad y humanización frente al aprendizaje propio y de sus alumnos, fueron contribuciones significativas de las interacciones en el entorno</p> <p>So: Reconoció que identificar y explicitar dificultades personales son importantes, pero este hecho no debe impedir que se cumpla con lo comprometido en el entorno. Así que consideró tarea de valor metacognitivo, intentó hacerla, explicitó dificultades en colectivo, buscó una aproximación, la hizo, se la comentó y justificó al formador</p> <p>So: Después de conocer y desarrollar tareas con materiales propuestos, reflexionó y se fijó para un posible trabajo con las dobladuras y los sólidos geométricos</p>

Como valores atribuidos, identificamos el aspecto **geométrico** de la propuesta de trabajo que plantea tareas sobre identificación de formas en el ambiente cotidiano (Ang), el **estratégico-interpretativo** con la atención de las profesoras para la discusión y la integración de los alumnos (Ang y So) en clase, y la importancia en reconocer dificultades personales (Ang) fue un aspecto afectivo-actitudinal destacable. En el ámbito cognitivo, el desarrollo de análisis pormenorizado (Ang y So) de formas, a través de estrategias didácticas (Ang) y acciones docentes (So) distintas, fueron rasgos importantes observados en el aspecto estratégico-interpretativo de las docentes. En el ámbito metacognitivo, el análisis del aprendizaje propio en el intento de resolución de una tarea, influenciado o no por el material (So), el reconocimiento y explicitación de dificultades práctico-personales (Ang y So) en este proceso, fueron dos aspectos observables en el desarrollo del contenido profesional de Ang y So. Para la docente So, las interacciones en el entorno y sus influencias en su sensibilidad y humanización frente al aprendizaje propio y de sus alumnos, fueron una importante peculiaridad del entorno en el proceso de su desarrollo profesional.

6.3 Resumen

Como hemos visto, en el **capítulo 5** verificamos la posibilidad de las interacciones del entorno para el desarrollo de acciones docentes de criticidad, identificamos los tipos de interacciones establecidas y su importancia en el desarrollo de los aspectos del contenido del conocimiento profesional considerado. En el **capítulo 6** analizamos la dinámica comunicativa a partir de un espacio colectivo y de discusión docente colaborativa, con vistas a identificar teleinteracciones metacognitivas en proceso de desarrollo. Y, en este **capítulo**, confrontamos distintas intervenciones de dos profesoras –a partir de otras informaciones de lo que se desarrolló en clase- con el objetivo de aclarar y profundizar el análisis en aspectos del contenido profesional situado en proceso de desarrollo de tareas geométricas en clase.

El desarrollo teleinteractivo del contenido del conocimiento profesional de los profesores fue enmarcado por un amplio espectro de acciones y relaciones docentes distintas que se entrelazaron de una manera determinada y muchas veces sin frontera, en cuatro (micro)contextos interrelacionados e influyentes en el proceso de desarrollo personal-profesional: **(1)** el contexto *práctico-personal*, relacionado al conocimiento profesional situado y sus aspectos (geométrico, estratégico-interpretativo y afectivo-actitudinal); **(2)** el de las *relaciones personales* que se establecen a través de la comunicación, colaboración y procesos teleinteractivo; **(3)** el contexto inherente a la *vida del profesor*, y **(4)** el *propio entorno* virtual y sus elementos constitutivos. En el contexto de la historia de vida del profesor, influyen y hacen parte aquellas acciones en que el docente va conociendo, construyendo e incorporando a lo largo de su vida, por ejemplo, la colaboración y la ayuda mutua; la colectividad; la complicidad; la atención a la diversidad cultural y de prácticas, a la emotividad y el interés, a la ética y la identidad profesional, a los valores, normas y distintas culturas; y a los procesos de socialización.



La matización de los profesores en el desarrollo de sus teleinteracciones a partir de los contextos anteriormente descritos, pudieron ser grupadas en cuatro momentos formativos claves: (1) sensibilidad y aceptación previa del nuevo, (2) apertura y confianza para negociación docente, (3) adaptación crítica y acomodación del conocimiento práctico, y (4) colaboración y conciencia hacia la orientación teórica.

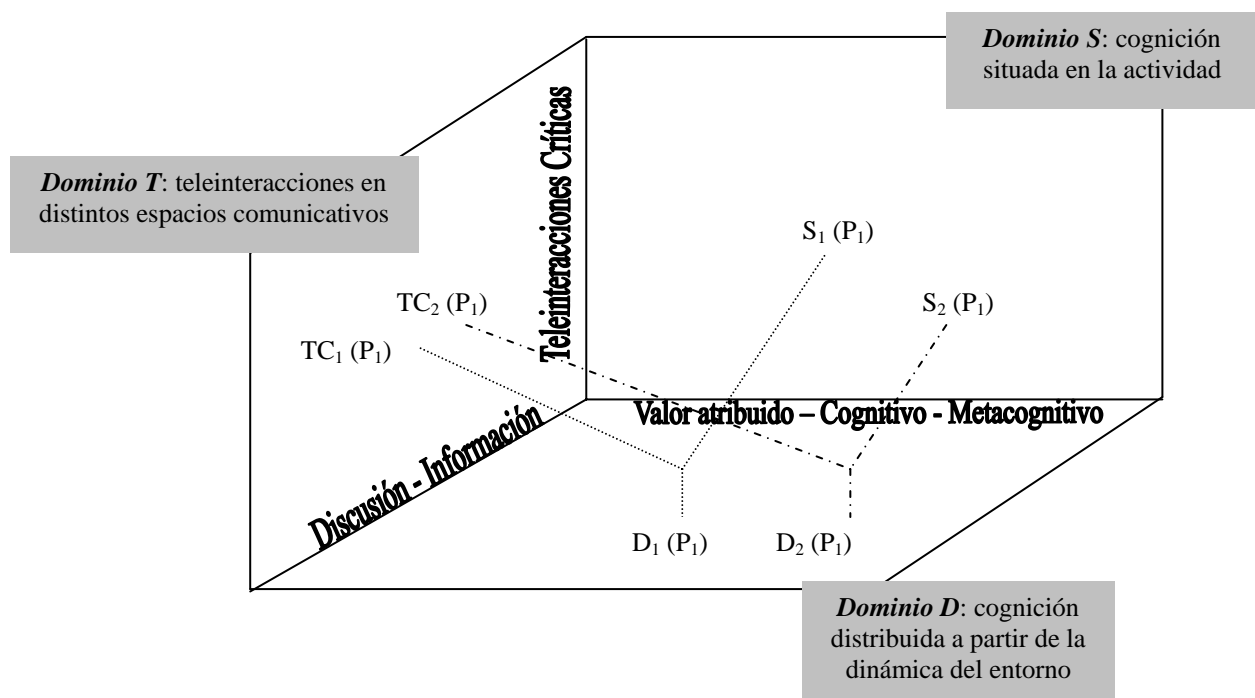
A lo largo de la investigación el análisis nos permitió identificar cuatro momentos claves en el proceso de desarrollo del contenido del conocimiento profesional a partir de las teleinteracciones críticas establecidas:

- 1. Sensibilidad y aceptación previa de lo nuevo:** el docente reconoce la importancia del espacio virtual formativo y lo acepta con todos sus elementos constitutivos.
- 2. Apertura y confianza para negociación docente:** el profesor propone tareas, ejemplifica, plantea dudas para discusión en el colectivo, sea con un compañero y/o con el formador.
- 3. Adaptación crítica y acomodación del conocimiento práctico:** el docente al razonar y argumentar sobre sus planteamientos o de otros colegas, presenta rasgos de incorporaciones en el contenido de su conocimiento a partir de las teleinteracciones críticas. En este momento del desarrollo profesional, lo que plantea el profesor y las relaciones que intenta hacer, suelen ser sostenidas por ejemplos restringidos a su quehacer práctico-geométrico.
- 4. Colaboración y conciencia hacia la orientación teórica:** el profesor establece relaciones entre eventos y hechos en el proceso de desarrollo del curso. Sus teleinteracciones metacognitivas -a partir de lo que piensa, de lo que conoce, de lo que hace o lo haría en la práctica- suelen ser explicitadas y/o relacionadas a lo largo del proceso del desarrollo del contenido de su conocimiento profesional. Las intervenciones, de carácter argumentativo, presentan rasgos de orientación teórica situada e, incluso, motivadoras para el desarrollo de la discusión virtual en colectivo y para otros trabajos con la geometría. El profesor muestra incorporar en su discurso preocupación con la enseñanza en un espectro más amplio que una atención específica solamente por su propia práctica.

No hay un orden secuencial entre los cuatro momentos. Sin embargo, para desarrollar características del momento 3 y del 4, el discurso del docente habrá de presentar rasgos de los dos primeros momentos, no necesariamente en este orden. Por ejemplo, un profesor que está más acostumbrado a participar en distintos actividades y planteamientos interesados en el desarrollo profesional, como es el caso de Joana (*capítulo 4*), podrá matizar y explicitar, con más seguridad, acciones docentes de criticidad cuando habla de su propia práctica o de otras (lo que hizo, lo que hará, los posibles cambios y sus autocríticas). No obstante, en el caso de Ana y Sonia (*capítulo 5*), profesoras sin ninguna experiencia en hablar de su práctica e intercambiar experiencias, podemos identificar rasgos en el discurso de las docentes, en el proceso de desarrollo del curso, que nos remiten secuenciar los cuatro momentos de criticidad presentados.

Este hecho, por supuesto, no impide que el profesor pueda, por ejemplo, intervenir al final del curso, con características discursivas de (1) y (2).

Estos cuatro momentos formativos y la integración de los contextos anteriormente matizados, nos posibilitaron identificar que en la dinámica de trabajo virtual el desarrollo del contenido (geométrico, estratégico-interpretativo, afectivo-actitudinal) del conocimiento profesional integra tres dominios distintos, complejos y en continuo desarrollo: (1) el dominio de la *Cognición Situada*, con reflexión a partir de la actividad profesional; (2) el dominio de la *Cognición Distribuida*, favorecido por la dinámica de trabajo del entorno virtual, y (3) el dominio en que contribuyen las *Teleinteracciones Críticas* y las idiosincrasias discursivas de cada espacio comunicativo do entorno formativo.



Dominios integradores en el Contenido del Conocimiento Profesional por Internet

En esta perspectiva, el contenido del conocimiento profesional: se desarrolla con el uso del conocimiento profesional situado en situaciones concretas de la enseñanza, es construido integrando características del discurso y procesos interactivos de cada espacio discursivo; y es un conocimiento distribuido, es decir, gestionado hipertextual y personalmente por el propio profesor, pudiendo ser socializado continuamente en cada espacio comunicativo del entorno u otro contexto formativo a lo largo del proceso de desarrollo profesional.

En el capítulo siguiente presentamos las conclusiones de la investigación y a partir de las limitaciones de la misma, planteamos nuevas cuestiones para investigaciones interesadas en el desarrollo profesional docente en matemática a través entornos virtuales.



“En la escuela muchas veces nos quedamos ajenos al que acontece en nuestro alrededor, o no cuestionamos a menudo lo que está aconteciendo. Y en las clases de matemática a veces perdemos la oportunidad de ver el mundo de una forma más amplia como, ¿qué estamos haciendo con la Tierra? No me acuerdo lo que hizo influencia en la afirmativa, pero fue involucrada por la idea de considerar el mundo como un mosaico de geometría, extraño y bello, depende de nuestra mirada. Y, el curso me acrecentó esto también” *Prof. Angela*

Recordemos al lector que nuestro interés en la investigación consistió en identificar y analizar las contribuciones de un diseño de curso en red para el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas en Brasil. Las aportaciones conclusivas se hacen según los objetivos planteados y han sido agrupadas y desglosadas como se muestra a continuación.

7.1 Sobre la estructura del entorno

Según los principios enunciados en el capítulo 3, para el desarrollo de relaciones sociales progresistas en la enseñanza de matemáticas resulta crucial la apertura de canales de comunicación en los que todos los involucrados utilicen el capital lingüístico y cultural que llevan consigo. Si se encuentran sometidos a un lenguaje y a un cuadro de creencias y valores cuyo mensaje implícito los considera culturalmente analfabetos, los profesores poco desarrollarán su pensamiento crítico y mucho aprenderán sobre lo que Paulo Freire ha llamado la "*cultura del silencio*". Hemos visto que nuestro entorno formativo favoreció y promovió una comunicación entre todos los profesores involucrados que contribuyó a romper con esta cultura del silencio en la formación continuada en matemáticas. Para ello, el planteamiento y el desarrollo de la dinámica del curso a partir de las tareas de formación fue un hecho revelador.

No es el uso de las nuevas herramientas que promoverá mejoras en el proceso educativo, sino cómo integrarlas en el currículo y en el escenario educativo y cómo desarrollar un uso adecuado al servicio de determinados enfoques de enseñanza-aprendizaje. La comunicación docente establecida a partir de los distintos espacios comunicativos fue una característica destacable de nuestro diseño. Así, la constitución de una comunidad de discurso colaborativo a través de la comunicación docente y de los procesos interactivos fue un hecho fundamental en el desarrollo profesional de los profesores. En efecto, las estructuración de las unidades didácticas en seis secciones interrelacionadas hipertextualmente y enlazadas con los puntos de interactividad, constituyeron una significativa contribución del entorno implementado para el desarrollo de los aspectos del contenido profesional.

Las personas suelen pensar que el hecho de que el chat desarrolle una interacción síncrona hace que este espacio tenga más potencial cognitivo. Esto ha resultado no ser cierto. Hemos tenido profesores que teleinteractuaban diariamente *-por correo-* con el formador y estos mismos docentes tuvieron dificultades en seguir las discusiones en el chat y se desmotivaban. En cambio, a otros le encantaban intervenir y participar del chat, incluso propusieron chats extras.

En todo este proceso de desarrollo profesional, la contribución de cada espacio comunicativo fue extremadamente relevante, en la medida en que cada uno de ellos favorecieron idiosincrásicamente la construcción del discurso profesional-geométrico, como se ejemplifica en el siguiente cuadro:

Espacio Comunicativo	Características
Chat	-Énfasis en el discurso escrito -Necesidad de reflexión/respuesta inmediata -Comunicación para un colectivo
Entrevista	-Contacto personal -Planteamiento a priori de preguntas por parte del formador -Respuesta inmediata -Énfasis en el discurso hablado con posibilidad de dibujos etc. para justificar una respuesta
Foro de discusión	-Énfasis en el discurso escrito -Texto modificable por todos -Comunicación para un colectivo -Acceso disponible en todo el proceso -Favorece el inicio/continuación de un debate a partir de intereses propios del sujeto -Las intervenciones suelen ser respuestas seguidas de preguntas con vistas a la continuidad del debate -Ayuda al formador detectar problemas externos al curso
Mensajes electrónicos	-Énfasis en el discurso escrito -Texto modificable por el formador y por el alumno -Comunicación de carácter individualizado -Atención a necesidades y demandas personales -Las "emociones personales" son fácilmente percibidas
Mensaje ICQ	-Texto escrito con posibilidad de inserción de imágenes, sonido, etc. -Atención a necesidades y demandas personales -Tiempo mayor para contestar
Video de clase	-Atención a distintos discursos del profesor en clase -Interacción profesor-alumno -Atención al profesor en situación concreta de clase -Al grabar, no hay interacción profesor-formador

Características Discursivas de cada Espacio Comunicativo

Lo que consideramos importante subrayar es que no se trata de dar prioridad a un espacio frente al otro, sino de desarrollar el proceso comunicativo y teleinteractivo profesional a través de la utilización de los mismos con atención a sus especificidades discursivas. Ante todo, resulta importante subrayar que, además de las características comunicativas -similares y distintas- propias de cada espacio, es imprescindible que se establezca una relación de respeto y confianza entre todos los participantes de la comunidad de aprendizaje, de manera que todos los profesores puedan explicitar sus ideas e intercambiar prácticas y realidades educativas diversas sabiendo que los demás compañeros las respetarán y contribuirán con sugerencias y críticas constructivas.

7.2 Sobre los aspectos del contenido del conocimiento profesional

Es posible aprender en la virtualidad y desarrollar habilidades metacognitivas en el proceso teleinteractivo docente. Los docentes que participaron de la investigación nos han mostrado que es posible compartir conocimientos a distancia y aprender significativa y diferenciadamente, con vistas a lograr una práctica docente en matemática comprometida con los cambios sociales. Igualmente, el diseño mostró que es posible identificar acciones docentes críticas en el desarrollo del contenido profesional de los docentes implicados. Asimismo, hemos visto que los distintos aspectos (geométrico, estratégico-interpretativo y afectivo-actitudinal) del contenido del conocimiento profesional integraron las distintas acciones de criticidad y potenciaron el desarrollo del razonamiento crítico en el quehacer docente-geométrico.

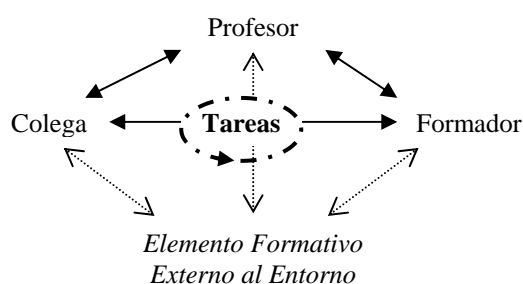
La investigación, además de explicitar diferentes significados construidos por los profesores analizados y las diferencias personales-profesionales de los mismos en su desarrollo profesional, nos ha permitido mostrar tres tipos de interacciones establecidas en el entorno y sus implicaciones en el desarrollo de aspectos del contenido profesional. Igualmente, nos permitió ejemplificar componentes observados en cada intervención del docente y explicitar características de su proceso de razonamiento crítico. Como aspecto del *contenido del conocimiento profesional geométrico* de los docentes, subrayamos una mayor conciencia y valor de su trabajo geométrico en clase. Así sucede, por ejemplo, cuando los docentes aprenden a diferenciar entre procesos cognitivos esenciales y no esenciales, y a

plantear cuestiones sobre las tareas geométricas. Como un rasgo importante del *contenido profesional estratégico-interpretativo* verificamos una implicación y discusión de los profesores en los planteamientos propios y su contribución en el planteamiento de los compañeros. En el ámbito de la componente del *contenido afectivo-actitudinal* destacamos las actitudes favorables frente al proceso enseñanza-aprendizaje propio y de sus alumnos; recuerdos y reflexión sobre episodios de su historia personal-profesional y su importancia e influencia en la práctica profesional del profesor. El cuadro siguiente presentamos los aspectos del contenido del conocimiento del profesor a considerar en cursos de formación continuada por Internet.

<p>Aspecto Geométrico</p>	<p>1. <i>Significaciones</i>: interpretación y reconocimiento -Conceptos -Terminología -Relación entre conceptos -Procesos matemáticos 2. <i>Pensar matemáticamente</i>: comunicación-expresión-razonamiento -Formas de validar resultados -Competencias básicas y procesos de razonamiento -Resolución de problemas -Elementos de Historia de la Ciencia</p>	
<p>Aspecto Estratégico-Interpretativo</p>	<p><i>Aprendizaje</i></p>	<p>1. <i>Nociones matemáticas</i>: -Planificación y rutinas (enseñanza-aprendizaje) 2. <i>Diseños de aprendizaje</i> -Procesos de aprendizaje -Conceptos, procedimientos y actitudes -Análisis de casos -Relaciones sociales y socioculturización -El valor de los ejes transversales</p>
	<p><i>Instrucción</i></p>	<p>-Finalidad y objetivos -Enlace entre contenidos -Enlace entre otros temas -Representación de los conceptos -Materiales: uso, análisis, elaboración -Entorno de trabajo y cultura en clase -Tareas: concepción, selección, secuenciación -Tareas: presentación, apoyo en la ejecución, reflexión -Actividad</p>
	<p><i>Procesos Interactivos</i></p>	<p>-Relación entre acción y reflexión -Papel de las interacciones -Papel de las concepciones de los alumnos -Papel de los conocimientos previos -Estrategias de razonamiento -Perspectivas con relación a la capacidad de los alumnos -Comunicación y negociación de significados -Intencionalidad</p>
<p>Aspecto Afectivo-Actitudinal</p>	<p>-El valor de la motivación -Autocontrol -Concientización y realidad -Flexibilidad -Compartir -Actitudes frente al aprendizaje propio y de los alumnos -Reflexión de/sobre lo que piensa-hace -Enjuiciamiento -Trabajo colectivo y colaborativo -Equidad y valores</p>	

Aspectos del Contenido del Conocimiento del Profesor a considerar en cursos por Internet

Las teleinteracciones intersubjetivas y el conocimiento profesional docente compartido en el desarrollo de las tareas de formación del entorno nos permitieron identificar un potencial del entorno virtual para integrar, a partir de los intereses personales de los involucrados, elementos externos al entorno (otros libros, otros profesores, enlaces a Webs, participación en eventos, etc.), lo que enriqueció sustancialmente el proceso de desarrollo del contenido profesional de todos los profesores.



Esta sensibilidad e interés de los profesores, favorecida por los distintos puntos de interactividad, generó un proceso integrador de elementos externos al entorno y permitió la identificación de cuatro distintos contextos (*presentados en el apartado 7.5 de este mismo capítulo*) en los cuales se generan relaciones diferentes que deben ser consideradas en los planteamientos interesados en el desarrollo profesional docente.

7.3 Sobre las contribuciones del entorno a la autonomía profesional

En cuanto a los espacios de discurso en los medios telemáticos, aunque no disponemos de una base metodológica suficientemente desarrollada que favorezca el análisis del discurso en contextos virtuales, la variedad de fuentes de información que utilizamos para conocer lo que piensa y hace el profesor en su quehacer geométrico, la triangulación de la información obtenida y de los esquemas de análisis construidos a lo largo del proceso fue un aspecto metodológico fiable y relevante para investigaciones interesadas en el desarrollo teleinteractivo del contenido del conocimiento profesional de profesores en contextos específicos.

Es importante subrayar también que, a pesar de la ventaja de que toda la información – básicamente escrita- quedó registrada en el ordenador del formador, la creación de un diario por parte del investigador fue imprescindible para que la información no se perdiera, y para que profesor y formador pudiesen tener acceso a sus textos y reflexionasen metacognitivamente sobre los mismos. La posibilidad de comunicación continua con los profesores investigados, favorecida por el entorno virtual, fue otro hecho metodológico imprescindible para que el formador-investigador socializase continuamente a los docentes sus observaciones sobre el discurso.

La realización de la entrevista y la grabación en video de una clase de los profesores investigados constituyó una estrategia metodológica importante de cara a recabar información sobre otros tipos de discursos en el desarrollo de los docentes en el curso, principalmente de aquellos que intervinieron poco. Esto fue posible porque encontramos docentes dispuestos para hacer las grabaciones y porque lo hicimos con profesores que actuaban en la ciudad de Rio de Janeiro o en un radio máximo de 250 Km. Consideramos que el uso de la entrevista no sólo debe ser un elemento de investigación, sino también metodológico en todo curso de este tipo.

Sin embargo, hay que pensar en desarrollar otras posibilidades, principalmente para países de gran extensión territorial como el caso de Brasil, que no sean solamente la entrevista y el video de clase. Alternativas como la utilización de videoconferencias; animaciones y simulaciones gráficas; diálogos con expertos; el envío y disponibilidad de fragmentos de video del profesor en clase (para analizar metacognitivamente cómo el profesor lleva a cabo una determinada tarea) y el uso de otras herramientas comunicativas, sea en tiempo real o diferido. También consideramos importante que los planteamientos desarrollen recursos informáticos de manera que el formador tenga más información acerca del recorrido virtual del profesor, es decir, enlaces y páginas a las que accedió cada profesor, contactos realizados, etc.

En cuanto a los debates en los chats un posible problema, que no hemos tenido, pero al que los investigadores han de estar atentos, es el aumento del número de participantes. Es decir, en nuestro caso, el número máximo de profesores que hemos tenido interactuando en tiempo real fue de 8 (ocho) y eso ya costó al formador un considerable trabajo de

acompañamiento y control del proceso para que la discusión no huyese de lo planeado y acordado previamente.

Sobre el debate en el foro de discusión, la posibilidad de inserción de imágenes, textos adjuntos, etc. sin duda enriquecerá las teleinteracciones docentes, pero eso requiere el uso de un banco de datos seleccionados y difíciles de gestionar, lo que necesita también una subvención económica.

Como hemos presentado en la *página 114*, la posibilidad de intercambios continuos con los profesores favorecida por la dinámica de trabajo del entorno posibilitó la obtención informaciones singulares sobre el proceso de desarrollo profesional en los distintos espacios utilizados o a partir de ellos.

Espacio Comunicativo	Agentes Comunicadores	Contribución
Correo	Profesor-Profesor Profesor-Formador	-Discusión colectiva con atención a lo personal o pequeños grupos (acción de respuesta más flexible en el tiempo) -El formador actúa según la demanda del profesor y tiene control local sobre el proceso de desarrollo -El profesor transforma hipertextualmente las tareas -Teleinteracción ilimitada temporalmente
Chat	Profesor-Grupo Formador-Grupo Profesor-Formador Profesor-Profesor	-Dudas planteadas de inmediato -Inmersión colectiva de los docentes en la discusión (reflexión con acción de respuesta más inmediata) -Control por parte del formador
Cuestionario	Profesor-Formador Profesor-Grupo	-Información personal -Integración y atención a los procesos evaluativos -Integración de aspectos de contenidos diversos
Foro	Profesor-Formador-Grupo	-Alusión e integración con otros espacios del entorno -Identificación de puntos de interactividad utilizados por los profesores -Reconocimiento de la importancia de componentes sociales y motivacionales -Identificación de algunos componentes potencialmente positivos de las unidades o espacios comunicativos -Inmersión colectiva de los docentes en la discusión (acción de respuesta más flexible en el tiempo) -El formador tiene control global y local del proceso -Necesidad de seguridad y confianza en el grupo para contribuir en colectivo -Socialización continua de prácticas
Enlaces Informativos	Profesor-Contenido	-Identificación de elementos curriculares integradores -Conocimiento distribuido en el desarrollo de las tareas
Entrevista	Profesor-Formador	-Razonamiento localizado en la tarea -Inmersión provocada y conducida por el formador
Mensajes ICQ	Profesor-Profesor Profesor-Formador	-Planteamiento y aclaración de dudas -Intercambios profesionales distintos
Relatos de experiencias	Profesor Profesor-Formador Profesor-Alumnado	-Desarrollo del conocimiento situado y con atención al contexto -Atención a los procesos cognitivos y a la complejidad del proceso enseñanza-aprendizaje

A partir de la experiencia desarrollada e interpretada en los capítulos 4, 5 y 6, concluimos que se manifiesta un progreso en movimiento - *esquema presentado en la página 195* - en el que profesor y formador asumen responsabilidades distintas y comprometidas con un proceso teleinteractivo que logre la transformación reconstructiva de la práctica docente en matemáticas.

7.4 Sobre los indicios de mejora en el contenido, dificultades y el valor de las tareas

Las tareas favorecieron desequilibrios cognitivos: si la forma en que los profesores asimilan y entienden su trabajo se reduce a plantearse problemas que se limitan al aquí y ahora de la vida del aula sin poner en cuestión las perspectivas vigentes y aislados del resto de los compañeros, difícilmente se puede esperar que trasciendan en su reflexión los valores y las prácticas que la escuela legitima. En nuestro caso, el trabajo a través de Internet y el proceso teleinteractivo establecido y desarrollado a partir de las tareas de formación o de su *“metamorfosis hipertextual”*, es decir, sus cambios o desdoblamientos suministrados y demandados consciente o inconscientemente por los docentes, permitió la inserción e integración de teleinteracciones metacognitivas, que han sido continuamente construidas, sostenidas o reconstruidas tomando como referencial teórico-práctico las características distintas de cada contexto en particular.

Para ello, al profesor se le deben proponer actividades que además de reconocer su potencial personal y experiencia profesional, posibiliten al docente desequilibrarse cognitiva y emocionalmente para poder desarrollar estructuras más complejas de pensamiento. En esta perspectiva, el proceso práctica-reflexión-crítica-práctica en el trabajo a distancia fue imprescindible para que el profesor tuviese conciencia de las dificultades inherentes al proceso enseñanza-aprendizaje y percibiera que el desequilibrio cognitivo necesita madurez, una participación crítica en la tarea y distintas teleinteracciones con otros compañeros en el curso o fuera de él, rompiendo las barreras de espacios y tiempos de formación. A pesar de lo dicho, hemos de reconocer que las posibilidades de exploración y reflexión de la práctica no son fáciles en un curso de características limitadas como el implementado.

El entorno se mostró bien organizado temporalmente: el tiempo de que disponía el profesor para el desarrollo de la tarea en el curso, la posibilidad de desarrollo en clase de la misma (o a partir de ella) y de discusión con el colectivo de los resultados obtenidos constituyeron rasgos importantes en el proceso de desarrollo del contenido del conocimiento profesional a través de interacciones a distancia y una singularidad de la dinámica de trabajo virtual. Este proceso retroalimentativo de activación constante y cada vez más compleja de los procesos cognitivos de los docentes involucrados en el proceso comunicativo, con tiempo y necesidades propias de reflexión (sobre lo que hizo, lo qué ocurrió, sobre las dificultades en el proceso de implementación y de los arreglos necesarios, los futuros cambios, etc.), fueron retos importantes en el desarrollo profesional y que también se han visto potenciados por el entorno virtual implementado.

Las dificultades inherentes a la Internet no interfirieron en la calidad del trabajo en la tareas formativas: es importante añadir que las dificultades técnicas inherentes al proceso - tanto del formador como de algunos profesores- no constituyó barrera alguna para el desarrollo de la comunicación y teleinteracción docentes.

Se pusieron de manifiesto características, roles e influencias del formador virtual en el control (individual o colectivo) continuo del proceso: el formador planteó preguntas, contrastó puntos de vista, ayudó a los profesores en sus dificultades, organizó y replaneó, informó, contestó los mensajes personales / colectivos, animó, sugirió, estudió e investigó continuamente. Además de estas acciones docentes, el formador actuó a menudo en función de la demanda del profesor, es decir, a pesar de que la tarea era propuesta por el formador, fue el profesor quién “*inconscientemente direccionó*” el debate virtual y su continuidad, al reflexionar y plantear preguntas –normalmente inherentes a sus necesidades personales- en el desarrollo de la tarea. En este tipo de entorno, el protagonismo pasa a ser del alumno (en nuestro caso, el profesor), mientras que el formador pasa a asumir otra función: la de ofrecer soporte en el desarrollo individual y/o colectivo en la tarea mientras, por supuesto, también aprende durante el proceso.

7.5 Sobre los momentos clave identificados en el proceso de desarrollo profesional

En cuanto al entorno virtual relacionado con otros contextos, hemos visto que el desarrollo teleinteractivo del contenido del conocimiento profesional de los profesores fue enmarcado por un amplio espectro de acciones y relaciones docentes distintas que se entrelazaron de una manera determinada, y muchas veces sin frontera, en cuatro (micro)contextos interrelacionados e influyentes en el proceso de desarrollo personal-profesional: (1) el contexto *práctico-personal*, ligado al conocimiento profesional situado en sus diferentes aspectos (geométrico, estratégico-interpretativo y afectivo-actitudinal); (2) el de las *relaciones personales* que se establecen a través de la comunicación, colaboración y procesos teleinteractivos; (3) el contexto inherente a la *vida del profesor*, y (4) el *propio entorno* virtual y sus elementos constitutivos. En el contexto de la historia vital del profesor influyen y toman parte aquellas acciones que el docente va conociendo, construyendo e incorporando a lo largo de su vida: la colaboración y la ayuda mutua; la colectividad; la complicidad; la atención a la diversidad cultural y de prácticas, a la emotividad y el interés, a la ética y la identidad profesional, a los valores y normas de distintas culturas y a los procesos de socialización.

Sobre los momentos favorecidos por la dinámica de trabajo en el entorno, las teleinteracciones docentes pudieron ser agrupadas en cuatro momentos formativos clave: (1) sensibilidad y aceptación previa del nuevo alumno, (2) apertura y confianza para negociación docente, (3) adaptación crítica y acomodación del conocimiento práctico, y (4) colaboración y conciencia hacia la orientación teórica. Estos cuatro momentos formativos y la integración de los contextos anteriormente matizados, nos posibilitaron identificar que en la dinámica de trabajo virtual, el contenido del conocimiento profesional: (1) se desarrolla con el uso del conocimiento profesional situado en situaciones concretas de la enseñanza, (2) se construye integrando las características del discurso y los procesos interactivos de cada espacio discursivo; y (3) es un conocimiento distribuido, es decir, gestionado hipertextual y personalmente por el propio profesor, pudiendo ser socializado continuamente en cada espacio comunicativo del entorno u otro contexto formativo a lo largo del proceso de desarrollo profesional.

Nuestro entorno -en la óptica del desarrollo profesional y siguiendo lo propuesto por diversos autores en cuanto a los aspectos relevantes en este proceso formativo-, a pesar de plantear un curso de características cerradas y limitado en el tiempo, se mostró importante para una actitud de valoración del trabajo docente y despertar en el profesor atención a la necesidad de invertir constantemente en su carrera. La disponibilidad de otras tareas y sugerencias de trabajos similares (artículos, posibles proyectos etc.) constituyó una singularidad del entorno, permitiendo involucrar al docente en estudios de interés personal en el que el tiempo personal-profesional dedicado a acción y reflexión ha sido significativamente considerado. Además, la dinámica teleinteractiva:

- i.* Resultó ser una efectiva estrategia de formación del profesorado comprometida con el colectivo profesional, con la socialización e intercambio de prácticas, en la medida en que los profesores han sometido sus creencias y prácticas a un colectivo docente inicialmente desconocido;
- ii.* al considerar a los profesores como autores y sujetos autónomos en su práctica pedagógica, posibilitó a los profesionales una reflexión crítica sobre su propio conocimiento y sobre las influencias de su formación inicial;
- iii.* valorizó y medió de forma constructiva el proceso comunicativo con vistas a sostener los principios equitativos y romper con las estructuras discursivas antidemocráticas en los planteamientos formativos;
- iv.* reconoció las diferencias en las prácticas docentes en geometría y logró una atención para posibilidades de transformación en ellas, de los valores curriculares tradicionales que las sostenían;
- v.* posibilitó al formador identificar distintos tipos de interacción y valorar su importancia en la dinámica comunicacional; y
- vi.* promovió el desarrollo de teleinteracciones metacognitivas, integrando los distintos aspectos del contenido del conocimiento profesional considerado.

7.6 Limitaciones y Perspectivas

En cuanto a nuestro entorno, es evidente que se hacen necesarios cambios e incrementos en su estructura con vistas a: (i) aumentar la flexibilidad en las sesiones del curso, es decir, quizás sea importante poner a disposición del profesor todas las lecciones al inicio del curso, de manera que los docentes tengan el libre arbitrio de empezar el trabajo por donde quieran; (ii) aumentar los enlaces en la propia página del curso y otras; (iii) aumentar la dinámica del entorno, o sea, imágenes, movimientos, sonidos, fragmentos de video de profesores en clase, etc.

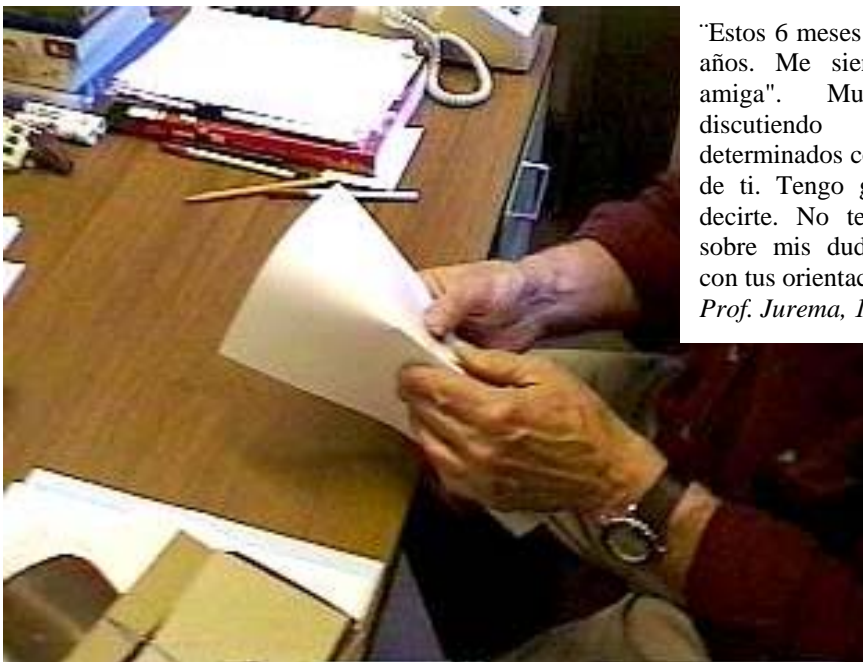
En cuanto a la comunicación, además de la necesidad de incluir en este tipo de entorno formativo la videoconferencia, pensamos que también puede ser importante ofrecer al profesor la posibilidad de contactos por teléfono, en horarios establecidos, con el formador y el soporte técnico y ofrecer a los docentes interesados la posibilidad de encuentros presenciales. Además de la posibilidad de impresión de todo el material del curso pensamos también que ofrecer al profesor, en el inicio del curso, todo el material impreso puede ayudar en la minimización del tiempo de conexión para imprimir lo que le interesa. Por supuesto que el avance de la tecnología, las posibilidades de acceso y la reducción de los problemas con la conexión también van a contribuir a una mejoría del trabajo por Internet y de la dinámica interactiva.

Ante todo lo expuesto, es imprescindible subrayar la importancia de la necesidad de un equipo multidisciplinar para llevar a cabo este tipo de trabajo. Un equipo que involucre, además de a profesionales de la Educación Matemática, a profesionales del área de las tecnologías de la comunicación y de otras áreas del conocimiento. Es importante resaltar que no estamos proponiendo que el desarrollo profesional docente sea realizado solamente mediante entornos virtuales, sino que éstos también deben constituirse como escenarios formativos importantes.

Concluyendo, a pesar de la mediación tecnológica aparentemente fría, hemos visto que es posible implementar entornos virtuales formativos que, además de ofrecer a todos los docentes iguales oportunidades para acceder a cursos con vistas a su desarrollo profesional, favorezcan la constitución e integración de comunidades virtuales de aprendizaje con objeto

de proveer a los docentes de un espíritu cada vez más colaborador y de poder intelectual, político y crítico. Y, para los planteamientos interesados en este tipo de entorno, planteamos algunas cuestiones que urgen ser investigadas en el futuro:

1. *¿Cuáles son las contribuciones específicas de la multimodalidad en un entorno virtual -específicamente de los sonidos, de las imágenes y de extractos de video de profesores y alumnos en clase- al desarrollo profesional docente? ¿Cuáles serían las contribuciones de las videoconferencias al proceso de desarrollo profesional?*
2. *¿Qué contribuciones traería al desarrollo profesional de los profesores, la creación de un foro de discusión que posibilite a la participación de alumnos, padres de alumnos y otros miembros de la comunidad escolar?*
3. *¿Cuáles son las contribuciones de los estudios sobre sistemas multiagentes y tutores artificiales a la metodología de investigación de los entornos virtuales y a la optimización del trabajo de formación continuada, sea virtual o semipresencial?*



"Estos 6 meses de curso valen como 6 años. Me siento como una "vieja amiga". Muchas veces estoy discutiendo con mis colegas determinados contenidos y me acuerdo de ti. Tengo ganas de escribirte y decirte. No tengo miedo en hablar sobre mis dudas y siento seguridad con tus orientaciones".

Prof. Jurema, 15/08/2001

Bibliografía

ABRAMOVICH, S. y BROWN, G. (1996) "Integrating Problem Solving, Technology, and the Experience of Mathematical Discovery in Teacher Education". *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*. VA(USA). AACE, 15(4), p.323-338.

ABRANTES, P.; SERRAZINA, L. y OLIVEIRA, I. (1999) *A Matemática na Educação Básica*. Lisboa: MEC/Departamento da Educação Básica.

ALMOULOUD, S. y GERVAZONI, E. (2000) Iniciação à demonstração apreendendo conceitos geométricos. 23ª Reunião Aunal da ANPED. En CD-ROM.

ALSINA, C. (1998) Materiales comercializados para el estudio de la Geometría. *Actas de las Jornadas sobre Recursos para el aprendizaje en el aula de Matemáticas: elaboración y uso de material didáctico*. Granada.

ALSINA, C., FORTUNY, J. M. y PÉREZ, R. (1997) *¿Por qué geometría?* Madrid: Síntesis.

ALSINA, C., BURGUÉS, C. y FORTUNY, J. M. (1987) *Invitación a la didáctica de la geometría*. Madrid: Síntesis.

ALSINA, C., BURGUÉS, C. y FORTUNY, J. M. (1988) *Materiales para construir la geometría*. Madrid: Síntesis.

ALSINA, C., FORTUNY, J. M. y PÉREZ, R. (1997) *¿Por qué geometría?* Madrid: Síntesis.

ALSINA, C., PÉREZ, R. y RUIZ, C. (1989) *Simetría dinámica*. Madrid: Síntesis.

ANDRÉ, M. (1998) Desafios da Pesquisa Sobre a Prática Pedagógica. *Actas II (1/1) del IX ENDIPE*. Águas de Lindóia/SP, p. 257-266.

ARAÚJO, A. J. de y GITIRANA, V. (2000) *Construção do conceito de simetria rotacional através de um ambiente no cabri-géomètre: análise de uma seqüência didática*. 24ª Reunião Aunal da ANPED. En CD-ROM.

ARAÚJO, J.; BAIRRAL, M. y GIMÉNEZ, J. (2001) *Negociações docentes em aulas de geometria colaborativa usando computador*. 24ª Reunião Aunal da ANPED. En CD-ROM.

ARCAVI, A. y HADAS, N. (2000) "Computer mediated learning: an example of an approach. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*", n. 5, p. 25-45.

AZCÁRATE, P. (1999) "El conocimiento profesional: Naturaleza, fuentes y desarrollo". *Quadrante*, v. 8, p.111-138.

BAIRRAL, M.A. (2002) "Aulas diferentes de Matemática: o caso dos ângulos". *Presença Pedagógica*, Belo Horizonte, v.8, n.45, maio/jun., p.51-57.

- BAIRRAL, M.; CASTELLS, M.(coord.); LAVINALI, P. (coord.); y RODRIGUEZ, G. (2001) "Análisis del discurso en diferentes contextos de Educación Científica". *Actas VI Congreso Internacional sobre Investigación en la Didáctica de las Ciencias*. Barcelona, UAB, sept., p.123-130.
- BAIRRAL, M.A.; GIMÉNEZ, J. y TOGASHI, E. (2001) "Desenvolvimento profissional docente baseado na WEB: perspectivas para a Educação Geométrica". *Boletim GEPEM*. Rio de Janeiro, nº 39, p. 25-36.
- BAIRRAL, M. A.; GIMÉNEZ, J. y TOGASHI, E. (2000) *Geometria para 3º e 4º ciclos*. Seropédica: UFRuralRJ <http://www.ufrj.br/institutos/ie/geometria/>
- BAIRRAL, M.A.; GIMENEZ, J. y ROSICH, N. (2000) "Entornos Virtuales de Enseñanza y Aprendizaje en Geometría". *Actas Ies Jornades d'Educació Matemàtica de catalunya*. Mataró. En CD-ROM.
- BAIRRAL, M. A. (2001a) "Comunicação Docente: Perspectivas para o Desenvolvimento Profissional pela Internet". *Pátio Revista Pedagógica*. Porto Alegre, n. 18, ago./out., p.37-39.
- BAIRRAL, M. A. (2001b) *Movendo Discos, Construindo Torres e Matematizando Com Futuros Profesores*. *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, nº 38, fev., p. 95-110.
- BAIRRAL, M.A. (2001c) "Um ambiente de aprendizagem com vistas ao aprender-ensinar geometria pela internet". *Actas do V EBRAPEM*. São Paulo, PUC-SP, p.279-283.
- BAIRRAL, M.A. (2000a) *Formação Continuada a Distância de Professores de Matemática no Brasil*. Rio de Janeiro. Relatório Interno, UFRuralRJ/DTPE. Relatório de investigación. No publicado.
- BAIRRAL, M.A. (2000b) *Entornos Virtuales para Formación Geométrica*. Universitat de Barcelona. Trabajo de doctorado desarrollado para la asignatura Entornos de Aprendizaje.
- BAIRRAL, M.A. (2000c) "O Conceito de Escala e a Arquitetura Das Plantas Baixas". *Revista de Ciências Humanas e Sociais*. Seropédica-RJ, v. 22, n. 1, jan./jun., p.49-58.
- BAIRRAL, M.A. y FRANT, J.B. (1999) "Ampliação e redução de segmentos: semelhança na 6ª e na 7ª séries". *Pátio Revista Pedagógica*. Porto Alegre, n.8, pp. 34-37.
- BAIRRAL, M.A. (1998) "Semelhança na 7ª série: algumas dificuldades". *Boletim GEPEM n. 34*, Rio de Janeiro, p. 35-64.
- BAIRRAL, M. A. (1997) "Consulte um arquiteto". *Nova Escola*, São Paulo, n. 108, p.25-27.
- BAIRRAL, M.A. (1996) *Buscando semelhanças encontramos mais do que meras coincidências*. Rio de Janeiro: Universidad Santa Úrsula. Tesis inédita de Maestría en Educación Matemática.

- BARBERÀ, E. (coord.) (2001) *La incógnita de la Educación a Distancia*. Barcelona: ICE-Horsori.
- BARTOLOMÉ, A. (2000) *Sistemas Multimedia en Educación*. Barcelona <http://www.doe.d5.ub.es/te/WEBTE/temas/tema6/articulo.html>
- BARTOLOMÉ, A. (1999) "Tecnologías de la Información y la Comunicación". Un reto formativo. *Educar*, n. 25, p. 11- 20.
- BENSON, A. y BRUCE, B. (2001) "Using the Web to Promote Inquiry and Collaboration: a snapshot of the inquiry page's development". *Teaching Education*, v. 12, n. 2, p. 153-163.
- BISHOP, A. (2001) "Lo que una perspectiva cultural nos cuenta sobre la historia de las matemáticas". *Uno*, n. 26, p. 61-72.
- BITTER, G. y PRYOR, B. (2000) "Web Based professional Development: Methodology". *Focus on Learning Problems in Mathematics*, n. 3-4, v. 22, p. 148-164.
- BLANTON, W. (1998) "Telecommunications and Teacher Education: a Social Constructivist Review". *Review of Research in Education*, n. 23, p. 235-275.
- BORBA, M. y PENTEADO, M. (2001) *Informática e Educação Matemática*. Belo Horizonte, Autêntica.
- BORBA, M. (1999) Tecnologias Informáticas na Educação Matemática e Reorganização do Pensamento. En BICUDO, M.A.V. *Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas*. Rio Claro: UNESP.
- BORBA, M. (ed.) (1997) *The role of Technology in the mathematics Classroom*. UNESP-Rio Claro.
- BRASIL: Ministério da Educação (2000) *Indicadores de qualidade para cursos de graduação a distância*. Secretaria de Educação a Distância <http://www.mec.gov.br>
- BRASIL: Ministério da Educação (1999) *Referencial para Formação de Professores*. Brasília, Secretaria de Educação Fundamental.
- BRASIL: Ministério da Educação (1997-1998) *Parâmetros Curriculares Nacionais*. Brasília, Secretaria de Educação Fundamental.
- BRNA, P. (1998) "Modelos de Colaboração". *Revista Brasileira de Informática na Educação*, n.3, p. 9-15.
- BROMME, R. (1988) "Conocimientos Profesionales de los Profesores". *Enseñanza de las Ciencias*, 6(1), 19-29.
- BROUSSEAU, G. (1990) "Utilidad e interés de la didáctica para un profesor". *Suma*, n.5, p. 5-12

- BROUSSEAU, G. (1983) "Les Obstacles epistemologiques et les problemes en mathematiques". *Recherches en Didactique des Mathématiques*, n.2, vol. 4, p. 165-198.
- CAMPOS, G.H.B. (1999) *Construções de Situações de Aprendizaje por Computador I*. Rio de Janeiro: IEM/USU. No publicado.
- CARR, W. (1996) *Una teoría para la educación. Hacia una investigación educativa crítica* Madrid: Morata.
- CASADO, M. J. (1999) *Geometría dinámica con papel*. Granada: Proyecto Sur de Ediciones.
- CASTELNUEVO, E. (1981) *La Geometría*. Barcelona: Ketrés.
- CLUNIE, G., CAMPOS, G.H.B. y ROCHA, A.R. (1996) *Ambientes de Aprendizagem e Hipertecnologias: uma relação promissora*. Rio de Janeiro: UFRJ/COPPE-Sistemas.
- COBO, P. y FORTUNY, J.M. (2000) "Social interactions and cognitive effects in contexts of area-comparison problem solving". *Educational Studies in Mathematics* 42, p. 115-140.
- CONNELLY, F. M.; CLANDININ, D. J. y FANG HE, M. (1997) "Teachers Personal Practical Knowledge on the Professional Knowledge Landscape". *Teaching and Teacher Education*, n. 7, v. 13, p. 665-674.
- CRAFT, A. (1996) *Continuing Professional Development. A practical guide for teachers and schools*. Londres and New York in association with The Open University.
- CURY, H. N. (2001) *Formação de Professores de Matemática: uma visão multifacetada*. Porto Alegre: EDUPUCRS.
- CASTRO, M. R. De (ed.) (2000) "A Pesquisa em Educação Matemática no Rio de Janeiro". *Actas do III SPEM*. Campos dos Goytacazes, SBEM-RJ.
- CONTRERAS, J. (1997) *La autonomía del profesorado*. Madrid: Morata.
- D'AMBRÓSIO, U. (1996) *Educação Matemática: da teoria a prática*. Campinas: Papirus.
- D'AMBRÓSIO, U. (1994) A matemática e seu entorno sócio-cultural. En *Memórias del Primer Congreso Iberoamericano de Educación Matemática*. Sevilla, p. 76-79.
- DAY, C. (2001) *Desenvolvimento profissional de professores: o desafio da aprendizagem permanente*. Lisboa: Porto.
- DUART, J.M. (2001) Aprender sin distancias. [Eletronic paper: http://campus.uoc.es/web/cat/articles/josep_maria_duart.html] Barcelona, Universitat Oberta de Catalunya.
- DUART, J.M. y SANGRÁ, A. (eds.) (1999) *Aprenentatge i virtualitat: diseny pedagógic de materials didactics per al WWW* Barcelona: EDIUOC-Pòrtic.

- DUBAR, C. (1997) *A socialização: Construção das identidades sociais e profissionais*. Porto: Porto Editora.
- ELBAZ, F. (1983) *Teacher Thinking: A Study of Practical knowledge*. Londres: Croom Helm.
- ENGUITA, M. F. (2001) "A la busca de un modelo profesional para la docencia: ¿liberal, burocrático o democrático?" *Revista Iberoamericana de Educación*, n. 25, p. 43-64.
- ERNEST, P. (1989) "The knowledge, beliefs, and attitudes of the Mathematics Teacher: a model". *Journal of Education for Teaching*, vol. 15, n. 1, pp. 13-33
- FAGUNDES, L.C. y BASSO, M. (1997) "Informática educativa e Comunidades de aprendizagem". AZEVEDO, J.C. (org.) et al. *Identidade social e construção do conhecimento*. Porto Alegre, SMED.
- FAINGUELERNT, E. K. (1999) *Educação Matemática: Representação e Construção em Geometria*. Porto Alegre: ARTMED.
- FIGUEIRAS, L. (2001) "Técnicas y entornos interactivos". *Uno*, n. 26, p. 124-125.
- FIGUEIRAS, L. (2000) *Written Discourse in Virtual Environments*. Universidad Autónoma de Barcelona. No publicado.
- FIOL, M. L. (1996) *Geometria y Formación de Profesores*. Universitat Autònoma de Barcelona. Memoria no publicada.
- FIOL, M. L. y FORTUNY, J. M. (1990) *Proporcionalidad directa. La forma y el numero*. Madrid. Síntesis.
- FIORENTINI, D. (2001) "De profesor isolado ou plugado para profesor conectado: novas perspectivas à formação do professor de matemática". *Coletânea de trabalhos do PRAPEM – VII ENEM*, p.22-28.
- FIORENTINI, D.; NACARATO, A.M. y PINTO, R.A. (1999) "Saberes da experiencia docente em matemática e educação continuada". *Quadrante*, v. 8, p.33-59.
- FLORES, P. (1998a) *Concepciones y creencias de los futuros profesores sobre las matemáticas, su enseñanza y aprendizaje*. Granada: Comares. Colección MATHEMA.
- FLORES, P. (1998b) "Formación inicial de profesores de matemáticas como profesionales reflexivos". *Uno* n. 17, p. 37-48.
- FONSECA, M. da C. et al. (2001) *O Ensino de Geometria na Escola Fundamental. Três questões para a formação do professor dos ciclos iniciais*. Belo Horizonte: Autêntica.
- FORTUNY, J.M. (1997) *Telearquitectura de un proceso de educación a distancia en Matemáticas*. Universitat Autònoma de Barcelona.

- FORTUNY, J.M. y GIMENEZ, J. (1996) "Geometrical Proofs in mathematics Education". *Proceedings ICMI Study on Geometry*. Catania.
- FORTUNY, J.M. y GIMENEZ, J. (2002) *Interm@tes*. Barcelona. Generalitat de Catalunya.
- FORTUNY, J.M. y GIMENEZ, J. (2000) *Teletutorización Interactiva en Matemáticas para Asistencia Hospitalaria. Proyecto TIMAH*. PIE, Barcelona.
- FRANT, J.B.; CASTRO, M.R. de y ARAÚJO, J.C. (1999) "CABRI: a Formação e o Desenvolvimento Profissional de Professores de Matemática". *Actas del CABRI World 99*, PUC-SP. [http:// www.cabri.com.br/material/deapoio/pesquisas/cc/cc_frant.htm](http://www.cabri.com.br/material/deapoio/pesquisas/cc/cc_frant.htm)
- FREIRE, P. (1983) *Educação para Consciência Crítica*. Rio de Janeiro: Paz e Terra.
- GALL, J. y HANNAFIN, M. (1994) A framework for the study of hipertext. *Instructional Science*, n. 22, p. 207-232.
- GARCÍA BLANCO, M.M. (1999) *Proyecto Docente*. Universidad de Sevilla. No publicado.
- GARCÍA BLANCO, M. y LLINARES, S. (1998) Un método para el análisis del contenido y estructura del conocimiento profesional del profesor de matemáticas en secundaria. En *Uno*, n. 17, p. 65-81
- GERBER, S. et al. (1998) Using the Internet to learn Mathematics. *Journal of Computers in Mathematics and Science Teaching*, 17(2/3), p.113-132.
- GIMENEZ, J.; ROSICH, N. y BAIRRAL, M.A. (2001) Debates Teletutorizados y Formación Docente. El caso de "Juegos, Matemáticas y Diversidad". Madrid, *Revista de Educación*, n.326, pp. 411-426.
- GIMENEZ, J. y BAIRRAL, M. (2001) "Improving Teachers Critical Thinking in a "On Line" Geometry Course". *Proceedings 25th International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Freudenthal Institute, Utrecht, vol. I, p.309.
- GIMENEZ, J. (coord.) et al. (2001) *Matemáticas en Europa: diversas perspectivas*. Barcelona, Graó.
- GIMENEZ, J. y FORTUNY, J.M. (1995) Cabri activities and high order thinking. *Proceedings WCCE 3*. Birmingham.

- GIMÉNEZ, J. (1999) El día a día y la comunicación matemática. Un estilo que conecte al futuro maestro de primaria en matemáticas y al maestro en ejercicio. En CARRILLO, J. y CLIMENT, N. (eds.) *Modelos de formación de maestros en Matemáticas*. Huelva: Universidad de Huelva, pp. 191-199.
- GIMÉNEZ, J. (1998a) From Van Hiele levels to responsibility transfer in Geometry classrooms. En KMETIC, S. (d.) *Teaching Geometry in Secondary Schools*. Univ. de Ljubjana: Ed. Ljubjana
- GIMÉNEZ, J. (1998b) *Psicopedagogía de las Matemáticas. Una experiencia de formación a distancia*. Universidad de Logroño.
- GIMÉNEZ, J. (1998c) Aprendiendo a Enseñar Geometría en Primaria: Análisis de Simulaciones Sobre La Intervención. *Relieve*, 2(5), Universidad de Cadiz.
- GIMÉNEZ, J. (1998d) Profesionalismo y matemáticas En *Uno* n. 17, p.4-6
- GIMÉNEZ, J. (1997a) *Hacia una constante formación en matemáticas para 12-18 Qué hacemos?* Chile: Universidad La Serena.
- GIMÉNEZ, J. (1997b) "¿Por qué actitudes?" *Uno*, n. 13, p. 5-6.
- GIMÉNEZ, J. (1997c) *Proyecto Docente* Universitat de Barcelona (no publicado).
- GIMÉNEZ, J. (1997d) *Evaluación en Matemáticas. Una integración de Perspectivas*. Madrid: Síntesis.
- GIMÉNEZ, J. (1996) *Geometría en la E.S.O.: Actividades y Propuestas*. Cadiz.
- GIROUX, H. (1990) *Los profesores como intelectuales*. Barcelona: Paidós/MEC.1ª ed.
- GOFFREE, F. y OONK, W. (2001) Digitizing Real Teaching Practice for Teacher Education Programmes: the MILE approach. En *Lin, F.L. y Cooney, T.J. (eds.) Making Sense of Mathematics Teacher Education*. Netherlands, Kluwer, p. 111-145.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. (2000) "Affective influences in the knowledge of mathematics". *Educational Studies in Mathematics*, n. 43, p. 149-168.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. (1998) "Una metodología cualitativa para el estudio de las influencias afectivas en el conocimiento de las matemáticas". *Enseñanza de las Ciencias*, 16(3), pp. 431-450.
- GÓMEZ-CHACÓN, I. (1997) "La alfabetización emocional en educación matemática: actitudes, emociones y creencias". *Uno*, n. 13, p. 7-22.
- GORE, J. M. y ZEICHNER, K. (1995) "Connecting Action Research to Genuine Teacher Development". En *SMYTH, J. (ed.) Critical Discourses on Teaching Development*. Londres: Cassell, pp.203-214.

- GUADAMUZ, L. (1997) "Tecnologias Interativas no ensino à distância". *Tecnologia Educacional*. Rio de Janeiro, n. 25, p.27-31.
- GUERRERO, S. (2001) Las tareas matemáticas. *Uno*, n. 27, p. 5-6.
- GUIMARÃES, M. de F. (1996) Modelos de conhecimento do professor e prática letiva. En PONTE, J.P. (org.) et al. *Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática. Que Formação?* Lisboa: SPCE, p. 83-104.
- GUTIÉRREZ, A. y JAIME, A. (1996) *El grupo de las isometrías del plano* Madrid: Síntesis.
- HABERMAS, J. (1981) *Teoría de la acción comunicativa* (2 vols.). Madrid: Taurus.
- HERSHKOVITZ, H.(1990) "Psychological Aspects of Learning Geometry". En NESHER, P. y KILPATRICK, J. (Eds.) *Mathematics and Cognition*. Cambridge: University Press, p.70-95
- HOFFMAN, D. y NOVAK, T. (1995) Marketing in Hipermedia Computer-Mediated Environments: Conceptual Foundations. <http://www2000.ogsm.vanderbilt.edu>
- HOYLES, C. (1992) Illumination and reflections – Teachers, methodologies and Mathematics. En W. Geeslin y K. Graham (eds.) *Proceedings of the sixteenth PME Conference*. Durham, v.3, p.263-286.
- HORVATH, J. y LEHRER, R. (2000) "The design of a case-based hypermedia teaching tool". *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, n. 5, p.115-141.
- JONASSEN, D. y RAHRER-MURPHY, L. (1999) "Activity Theory as a Framework for Designing Constructivist Learning Environments". *ETRD*, n. 1, v. 47, p. 61-79.
- JONASSEN, D. et al. (1995) "Constructivism and Computer-Mediated Communication in Distance Education". *The American Journal of Distance Education*, n.2, v. 9.
- JONASSEN, D. et al. (1986) "Hypertext Principles for Text and Courseware Design. *Educational Psychologist*, 21(4), p. 269-292.
- KALEFF, A. M. (1998) *Vendo e entendendo poliedros*. Niterói: EDUFF.
- KALEFF, A.M.; REI, D.M y GARCIA, S. (1996) *Quebra-cabeças geométricos e formas planas*. Niterói: EDUFF.
- KEITEL, C. (1997) Matemáticas y realidad en la clase. En *Uno* n. 12, pp. 49-66.
- KINDEL, D. S.; BAIRRAL, M. A. y OLIVEIRA, R. (2000) *Uma Propor-Ação entre Matemática e PCNs*. Rio de Janeiro: GEPEM.
- KOEHLER, M. J. (1998) "Designing a hypermedia tool for learning about children`s mathematical cognition". *Journal of Educational Computing Research*, 18(2), p. 123-145.

- KRAINER, K. (1998) "Some considerations on problems and perspectives of inservice mathematics teacher education". *8 th International Congress on Mathematical Education: Selected Lectures*. Sevilla, julio/1996, p.303-321.
- KUHN, D. (1999) "A developmental model of critical thinking". *Educational Researcher*, 28(2), p. 16-26.
- LABORDE, C. (2001) "Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-Geometry". *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, n. 6, p. 283-317.
- LEÓN, J. A. (1997) "La adquisición de conocimiento a través del material escrito: texto tradicional y sistemas de hipertexto". En VIZCARRO, C. y LEÓN, J. *Nuevas Tecnologías para el Aprendizaje*. Madrid: Pirámide, p. 65-86.
- LÉVY, P. (1999) *¿Qué es lo virtual?* Barcelona, Paidós.
- LÉVY, P. (1993) *As tecnologias da inteligência*. Rio de Janeiro: Editora 34.
- LEMKE, J. L. (1997) *Aprender a hablar ciencia: lenguaje, aprendizaje y valores*. Buenos Aires, Paidós.
- LLINARES, S. et al. (2000) Prospective teachers, future teachers: a proposal of preservice primary education in mathematics education. *Proceedings ICMI*, Japan.
- LLINARES, S. (1999) Domínios de conocimiento y tipos de actividad. En GARCÍA BLANCO, M. *Proyecto Docente*. Universidad de Sevilla. No publicado.
- LLINARES, S. (1998a) Conocimiento Profesional del Profesor de Matemática y Procesos de Formación. *Uno*, n. 17, p. 51-63.
- LLINARES, S. (1998b) Aprender a enseñar matemáticas en la enseñanza secundaria: relación dialéctica entre el conocimiento teórico y práctico En *Revista Interuniversitaria de Formación del Profesorado*, n. 32, p. 117-127.
- LLINARES, S. (1996) Conocimiento profesional del profesor de matemáticas: conocimiento, creencias y contexto en relación a la noción de función. En PONTE, J.P. (Org.) et al. *Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática Que Formação?* Lisboa, p. 47-82.
- LLINARES, S. (1995) Del conocimiento sobre la enseñanza para el profesor al conocimiento del profesor sobre la enseñanza: implicaciones en la formación de profesores de Matemáticas. En BLANCO NIETO, L. y MELLADO, V. (Coords.) *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. p.153-171.
- LLINARES, S. (1994) Aprender a enseñar matemáticas: los videos como instrumento metodológico en la formación inicial de profesores. *Revista de Enseñanza Universitaria*, n. 13, p. 29-44.

- LOPES, A.J. (1995) "Geometria dos Cortes de Sabão". *Revista de Educação Matemática de la SBEM-SP*, n. 3, p.7-10.
- LUENGO, R. (coord.) (1990) *Proporcionalidad geométrica y semejanza*. Madrid. Síntesis.
- MAGDALENA, B.C. y MESSA, M.R.P. (1998) Educação `a Distância e Internet em Sala de Aula. *Revista Brasileira de Informática na Educação*. Florianópolis, n.2, p.25-34.
- MAGINA, S. (1998) O computador e o ensino da Matemática. *Tecnologia Educacional*. Rio de Janeiro, n. 140, v. 26, p. 41-45.
- MAINGUENEAU, D. (2000) *Termos-chave da análise do discurso*. Belo Horizonte, EDUFMG.
- MARIOTTI, M. A. (2001) "Justifying and proving in the Cabri environment". *Educational Studies in Mathematics*, n. 44, p. 25-53.
- MARIOTTI, M. A. (2000) "Introduction to proof: the mediation of a dynamic software environment". *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, n. 6, p. 257-281.
- MATHISON, S. (1988) Why triangulate? *Educational Researcher*. March, p. 13-17.
- MEIRA, L. (2000) *Reflexões sobre aprendizagem e ensino na Internet*. http://www.ufpe.br/psicologia/Luciano_21.htm
- MEWBORN, D. (1999) Reflective Thinking Among Preservice Elementary Mathematics Teachers En *Journal for Research in Mathematics Education* n. 3, vol. 30, p. 316-341
- MORGAN, C. (1998) *Writing Mathematically. The Discourse of Investigation*. Londres: Falmer Press.
- MURARI, C.; PÉREZ, G. y BARBOSA, R.M. (2001) "Caleidoscopios educacionales: coloraciones múltiples". *Uno*, n. 27, pp.7-20.
- MURILLO, J. (2001) *Un entorno interactivo de aprendizaje con Cabri-actividades, aplicado a la enseñanza de la geometría en la E.S.O.* Barcelona, Universidad Autónoma de Barcelona. Tesis Doctoral Inédita.
- NASSER, L. et al. (1998) et al. *Geometria segundo a Teoria de van Hiele*. Rio de Janeiro: Projeto Fundação-IM/UFRJ, 2ª ed.
- NCTM, National Council of Teachers of Mathematics (1989) *Curriculum and evaluation standards for teaching mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics
- NEGROPONTE, N. (1995) *A vida digital* São Paulo: Companhia das Letras
- NOGUERA, J. A. (1996) "La teoría crítica: de Frankfurt a Habermas. Una "traducción" de la teoría de la acción comunicativa a la sociología". *Papers 50*, p. 133-153.

- NUNZIATI, G. (1990) "Pour Construire un Dispositif d'Evaluation Formatrice". *Cahiers Pédagogiques*, n.280, p. 47-64.
- OLIVEIRA, H.; SEGURADO, M. I. y PONTE, J. P. (1998) *Desenvolvimento Curricular em Matemática*. Portalegre: SPCE.
- Pátio Revista Pedagógica (2001). Número sobre Educação a Distancia. Porto Alegre: ARTMED.
- PÉREZ, R. (1994) "Geometría en todos los niveles y según el nivel". *Uno*, n. 2, p.65-80.
- PENTEADO, M. y BORBA, M. (orgs.) (2000) *A informática em ação: formação de professores, pesquisa e extensão*. São Paulo: Olho d`agua.
- PIMENTA, S. G. (2000) *Formação de professores: identidade e saberes da docência*. En PIMENTA, S. G. (org.) *Saberes pedagógicos e atividade docente*. São Paulo: Cortez, pp. 15-34, 2. ed.
- PIRES, C. M. C. et al. (2001) *Espaço e forma: a construção de noções geométricas pelas crianças das quatro séries iniciais do Ensino Fundamental*. São Paulo: PROEM.
- PIRES, C. M. C.; CAMPOS, T. y CURI, E. (2001) "Universidade viva: a formação continuada de professores de matemática na PUC/SP". *A Educação Matemática em Revista*, São Paulo, n. 9/10, ano 8, p. 58-61.
- PONTE, J.P. (1996) "Perspectivas de desenvolvimento profissional de professores de Matemática". En PONTE, J.P. (org.) et al. *Desenvolvimento Profissional dos Professores de Matemática. Que Formação?* Lisboa: SPCE, p. 193-211.
- PONTE, J.P. (1995) "Saberes profissionais, renovação curricular e prática lectiva". En BLANCO NIETO, L. y MELLADO, V. (coords.) *La formación del profesorado de ciencias y matemáticas en España y Portugal*. p.187-201.
- PONTE, J.P. (1994a) "Mathematics Teacher`s Profesional Knowledge". *Proceedings 18th PME*, Lisboa, v.1, p. 195-210.
- PONTE, J.P. (1994b) "O Desenvolvimento Profissional do Profesor de Matemática". *Educação e Matemática*, n. 31, p. 9-12.
- PONTE, J.P. (1992) "Concepções dos professores de matemática e processos de formação". En M. Brown, D. Fernández, J.F. Matos y J.P. Ponte (Eds.) *Educação Matemática. Temas de investigação*. Lisboa: SEM-SPCE.
- POTTER, J. y WETHERELL, M. (1987) *Discourse and Social Psychology*. Londres, Sage.
- POWELL, A.B. (2001) "Captando, examinando e reagindo ao pensamento matemático". *Boletim GEPEM*, Rio de Janeiro, n. 39, p. 73-84.

- POWELL, A.B. y LÓPEZ, J.A. (1995) "A escrita como veículo de aprendizagem da matemática: Estudo de um caso". *Boletim GEPEN*, Rio de Janeiro, n. 33, p. 9-41.
- POWELL, A. B. y LÓPEZ, J. A. (1989) "Writing as a Vehicle to Learn Mathematics: A Case Study". En CONNOLLY, P. y VILARDI, T. *Writing to Learn Mathematics and Science*. New York, Teachers College Press.
- RODRÍGUEZ, J. M. (1995) *Formación de profesores y prácticas de enseñanza. Un estudio de caso*. Huelva: Universidad de Huelva.
- RODRÍGUEZ-ARDURA, I. y RYAN, G. (2001) Integración de materiales didácticos hipermedia en entornos virtuales de aprendizaje: retos y oportunidades. *Revista Iberoamericana de Educación*, n. 25, pp. 177-203.
- ROMAGNOLI, R. A. (ed.) (2001) *Anais do V Encontro Brasileiro de Estudantes de Pós-Graduação em Educação Matemática*. São Paulo, PUC-SP.
- ROUET, J.F. (1997) Sistemas de hipertexto: de los modelos cognitivos a las aplicaciones educativas. En Vizcarro, C. y León, J. *Nuevas Tecnologías para el Aprendizaje*. Madrid: Pirámide, p. 87-101.
- SÁEZ i CASAS, A. (1999) *De la representació a la realitat. Propostes d'anàlisi del discurs mediàtic*. Barcelona: Dèria.
- SAKSHAUG, L. (2000) "Research on Distance Education: Implications for Learning Mathematics". *Focus on Learning Problems in Mathematics*, n. 3-4, v. 22, p. 111-124.
- SANCHO, J. M. (1999) ¿Tecnologías de la Información o Tecnologías de la Educación? *Educar* 25, p. 205-228.
- SANTOS, V.M.P. (coord.), BAIRRAL, M.A., et al. (1996) A Pesquisa e a Formação Inicial e Continuada de Professores de Matemática. *Actas del 1º Seminário "A Pesquisa em Educação Matemática no Rio de Janeiro"*. Nova Friburgo, SBEM-RJ/FAPERJ, p.41-55.
- SANTOS, V.M.P. (1993) "Matemática-Conhecimento, Concepções e Consciência Metacognitiva de Professores em Formação e em Exercício". *Actas del Seminario Internacional*, Instituto de Matemática/Universidad Federal del Rio de Janeiro, p.117-132.
- SCHOENFELD, A. (2000) Models of the Teaching Process. En *Journal of Mathematical Behavior*, n. 18 (3), pp. 243-261.
- SELINGER, M. (2000) Opening up new teaching and learning spaces. En T. Evans y D. Nation. *Changing University Teaching*. Londres: Kogan Page, pp. 85-97.
- SELINGER, M. (1997) Open Learning, Eletronic Communications and Beginning Teachers. En *European Journal of Teacher Education*, n. 1, v. 20, p. 71-84.

SERRAZINA, L. (1999) "Reflexão, conhecimento e práticas lectivas em Matemática num contexto de reforma curricular no 1º ciclo". *Quadrante*, v. 8, p.139-167.

SCHÓN, D. A. (1983) *The reflective practioner: how professionals think in action*. Aldershot Hants: Avebury.

SHULMAN, L. (1986) "Those who understand: knowledge growth in teaching". *Educational Researcher*, n. 15, p. 4-14.

SIMON, M. y TZUR, R. (1999) "Explicating the Teacher's Perspective From the Researcher's Perspectives: Generating Accounts of Mathematics Teacher's Practice". *Journal for Research in Mathematics Education*, n. 30 (3), p.252-264.

SKOVSMOSE, O. (2001) *Educação Matemática Crítica: a questão da democracia*. Campinas: Papirus.

SKOVSMOSE, O. (1994) "Towards a critical mathematics education". *Educational Studies in Mathematics*, n. 27, pp. 35-57.

SKOVSMOSE, O. y BORBA, M. (2000) *Research methodology and critical mathematics education*. Centre for Research in Learning Mathemtics at the Royal Danish School of Educational Studies, Roskilde University Centre and Aalborg University, Denmark, Pre-Print Series, n. 18.

SMYTH, J. (1999) "Perspectivas internacionales sobre la colegialidad docente: un enfoque crítico basado en el concepto de enfoque crítico basado en el concepto de trabajo de los docentes". En ANGULO RASCO et al. (eds.) *Desarrollo Profesional Docente: política, investigación y práctica*. Madrid: Akal, p. 52-77.

SMYTH, J. (1991) Una pedagogía crítica de la práctica en el aula. *Revista de Educación* n. 294, p. 275-300.

SMYTH, J. (1996) *Reflection-in Action*. Victoria: Deakin University Press.

STEPHEN, A., SHIU, C. y ELLERTON, N. (1996) Critical Issues in the Distance Teaching of Mathematics and Mathematics Education. BISHOP, A. et al (eds.) *International Handbook of Mathematics Education*, p. 701-753.

SUTHERLAND, R. y BALACHEFF, N. (1999) Didactical complexity of computacional environments for the learning of mathematics. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, n. 4, p. 1-26.

THOMPSON, M. y CHUTE, A. (1998) A vision for Distance Education: networked learning environments. *Open Learning*, p. 4-11.

van DIJK, T. (comp.) (2000) *El discurso como estructura y proceso*. Barcelona: Gedisa.

van DIJK, T. (ed.) (1985) *Semantic Discourse Analysis. Handbook os Discourse Analysis*. New York: Academic Press, v. 2, p. 103-136.

van DIJK, T. y KINTSCH, W. (1983) *Strategies of discourse comprehension*. New York: Academic Press.

VELOSO, E. (1999) *Ensino da Geometria: Idéias para um Futuro Melhor*. En, E. Veloso, et al. (orgs.) (1999) *Ensino da Geometria no virar do milénio*. Lisboa: Universidade de Lisboa, Departamento de Educação.

VELOSO, E. (1998) *Geometria: temas actuais: materiais para professores*. Lisboa: IIE.

VILLAR ANGULO, L. M. (1990) *El profesor como profesional: formación y desarrollo personal*. Granada, Universidad de Granada.

VINNER, S. (1997) "The pseudo-conceptual and the pseudo-analytical thought process in mathematics learning". *Educational Studies in Mathematics*, n. 34, pp. 97-129.

VYGOTSKY, L. (1987) "Thinking and speech". En RIEBER, R. y CARTOON, A. (Eds.) *The collected works of L.S.Vygotsky* New York: Penum Press, v. 1.

ZEICHNER, K. M. y LISTON, D. (1987) "Teaching student teachers to reflect". *Harvard Educational Review*, n. 57 (1), p. 23-47.