

ESTADO ACTUAL DE LA INVESTIGACIÓN SOBRE EL “ESTUDIO SOBRE LA INFLUENCIA DEL SOFTWARE DE GEOMETRÍA DINÁMICA EN LA VISUALIZACIÓN Y DESCUBRIMIENTO DE PROPIEDADES GEOMÉTRICAS”.

Ricardo Barroso Campos
Universidad de Sevilla.

Resumen:

Se hace un breve informe acerca del desarrollo del trabajo de investigación que se lleva a cabo sobre la comparación del uso de distintos recursos en el aprendizaje de geometría. Se estudia la influencia del software de geometría dinámica en la visualización y descubrimiento de propiedades geométricas en estudiantes para profesor de primaria de la Universidad de Sevilla

Al terminar la prueba piloto (Barroso, 2003) se hizo un análisis de la situación desde una doble perspectiva:

- método utilizado en el propio trabajo,
- problemas propuestos.

Se decide cambiar el método de trabajo, haciéndolo más rígido, para que los datos que se obtengan tengan más regularidad, ya que se observó que había mucha dispersión al dejar a la “memoria” y al “criterio” de los alumnos los problemas a realizar según el instrumento, y a la casuística de la situación la formación de parejas.

Se establecen pues de manera nítida las parejas desde el principio, con los problemas a realizar según instrumento (lápiz y papel o Cabri).

También cambia el grupo de ser de Educación Infantil a ser de Educación Primaria, porque el correspondiente currículo lo aconseja.

Respecto a los problemas, permanecen aquellos que han sido más sugerentes y de los que la prueba piloto (Anexo 1) aporta más datos. Se retiran aquellos que apenas aportan inferencias, incorporándose nuevos problemas, que en principio se muestran como más apropiados (Anexo 2). Se añaden tres preguntas para seguir mejor el proceso de resolución.

Además, se incorpora un test que se toma de la tesis de Matos (Matos, 1984) que a su vez lo tomó de Usiskin, de respuestas múltiples con cuestiones geométricas (Anexo 3).

Se han seleccionado 24 parejas y se han hecho tres entrevistas semiestructuradas.

Las parejas seleccionadas para entrevistar han sido modelos de las tres características que se han encontrado:

- una que ha mejorado en su trabajo con los problemas
- otra pareja que no ha cambiado
- una tercera que ha empeorado desde lápiz y papel a Cabri.

Bibliografía

Barroso, R (2003) : Elección de cuatro problemas geométricos. Una justificación. *Actas del VII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM)* .

Matos, J.M. (1984): Van Hiele levels of preservice primary teachers in Portugal (tesis de maestría). *Boston University: Boston, EE.UU.*

Anexo 1

Prueba piloto (Curso 2002-2003)

Inmersión

Primer problema

1.- Dado un cuadrilátero general ABCD, unimos consecutivamente los cuatro puntos medios de sus lados, A' (de AB) B' (de BC) C' (de CD) D' (de DA). Estudiar qué clase de cuadrilátero es A'B'C'D' si:

- a) ABCD es un cuadrado (cuatro lados iguales, ángulos rectos)
- b) ABCD es un rectángulo (lados paralelos, ángulos rectos)

c) ABCD es un rombo (cuatro lados iguales)

d) ABCD es un paralelogramo (lados paralelos dos a dos)

e) ABCD es irregular (los cuatro lados diferentes)

SEGUNDO PROBLEMA

Dado un triángulo ABC, se construye el baricentro G.

Se traza por G una recta r cualquiera, que dividirá al plano en dos semiplanos, uno conteniendo a dos vértices, supongamos a A y B y el otro al tercero, C.

Demostrar que la suma de distancias de A a r y de B a r , es igual a la distancia de C a r .

TERCER PROBLEMA

Dado un triángulo rectángulo, demostrar que la mediana del vértice del ángulo recto mide la mitad de la hipotenusa.

Prueba piloto (Curso 2002-2003)

Intervención

PRIMER PROBLEMA

Sean ABC un triángulo rectángulo y P un punto móvil en la hipotenusa BC. Si I está en AB y J en AC son tales que PI es perpendicular a AB y PJ es perpendicular a AC, ¿existe una situación en la que IJ tiene un valor mínimo?

SEGUNDO PROBLEMA

Si Z y X son centros de cuadrados construidos hacia el exterior sobre dos lados de un triángulo ABC cualquiera, y M es el punto medio del tercer lado, entonces ZMX es isósceles y tiene un ángulo recto en M.

TERCER PROBLEMA

Un bisectograma es un cuadrilátero formado por las bisectrices de los ángulos de un cuadrilátero. Demostrar lo siguiente:

A) Si las diagonales bisecan los ángulos en sus puntos finales, (rombo, cuadrado, cometa, por ejemplo), no existe el bisectograma.

B) Si el bisectograma de un cuadrilátero existe, es cíclico.

C) El bisectograma de un paralelogramo es un rectángulo.

D) El bisectograma de un rectángulo es un cuadrado.

E) El bisectograma de un trapecio isósceles es una cometa cíclica (Tiene dos ángulos rectos).

CUARTO PROBLEMA

En un paralelogramo cualquiera ABCD, M es el punto de intersección de las diagonales y P un punto arbitrario dentro del triángulo MBC. Demostrar que:

$$\text{área de PDA} = \text{área de PBC} + \text{área de PDB} + \text{área de PCA} .$$

Anexo 2

Prueba curso 2003-04
Inmersión

PRIMER PROBLEMA

Dado un cuadrilátero general ABCD, unimos consecutivamente los cuatro puntos medios de sus lados, A' (de AB) B' (de BC) C' (de CD) D' (de DA). Estudiar qué clase de cuadrilátero es A'B'C'D' si:

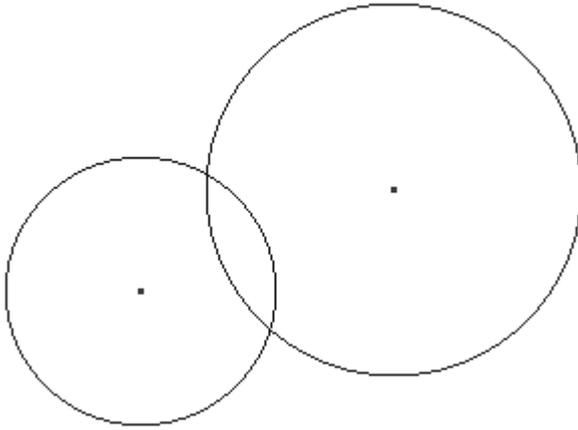
a) ABCD es un cuadrado (cuatro lados iguales, ángulos rectos)

b) ABCD es un rectángulo (lados paralelos, ángulos rectos)

c) ABCD es cuadrilátero con los cuatro lados diferentes.

SEGUNDO PROBLEMA

Si dos circunferencias se cortan, ¿qué ángulo forma la cuerda común a ambos con la recta que une los centros?



Da alguna justificación

TERCER PROBLEMA

Dado un triángulo rectángulo, demostrar que la mediana del vértice del ángulo recto mide la mitad de la hipotenusa

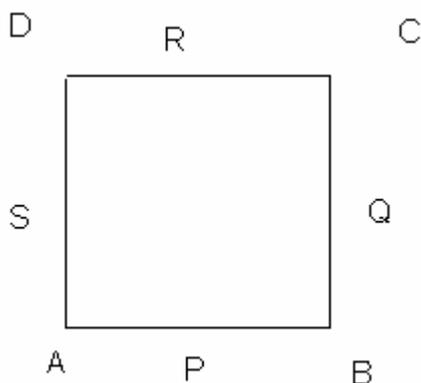
Prueba 2003-04 intervención

PRIMER PROBLEMA

Sean ABC un triángulo rectángulo y P un punto móvil en la hipotenusa BC . Si I está en AB y J en AC son tales que PI es perpendicular a AB y PJ es perpendicular a AC , ¿existe una situación en la que IJ tiene un valor mínimo?

SEGUNDO PROBLEMA

Dado un cuadrado ABCD de 10 cm. de lado, se toman sus puntos medios P, Q, R y S .



Se unen A con Q, B con R, C con S y D con P, dando lugar al cuadrilátero UVWX.

- ¿Qué clase de cuadrilátero es UVWX? Justifícalo
- ¿Qué área tiene?.

TERCER PROBLEMA

Dado un cuadrilátero, su bisectograma está formado por las bisectrices de sus cuatro ángulos. Estudiar lo siguiente, da alguna razón para tus respuestas.

- ¿Cómo es el bisectograma de un cuadrado?
- ¿Qué figura geométrica forma el bisectograma de un rectángulo?
- ¿Qué figura geométrica forma el bisectograma de un paralelogramo

Cada problema de la prueba del curso 2003-2004 fue completado con las siguientes preguntas:

- ¿Qué es lo primero que os sugirió el enunciado o qué es lo primero que se os ocurrió para resolver el problema?
- ¿Cómo descubristeis que estabais en el camino equivocado (si es el caso)?
- Indica las propiedades geométricas que has utilizado, aunque no hayan sido útiles, en el problema. Por el orden en que os ha sido útiles.

Anexo 3

Algunas cuestiones tomadas del Test de Usiskin (Matos, 1984)

A) En un rectángulo GHJK, GJ y HK son diagonales.

¿Cuáles de las propiedades (A)-(D) no son verdad en cualquier rectángulo?

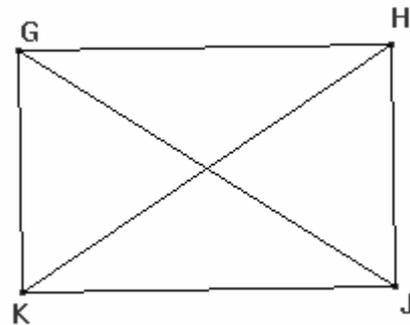
(A) Tienen cuatro ángulos rectos

(B) Tienen cuatro lados

(C) Las diagonales tienen la misma longitud

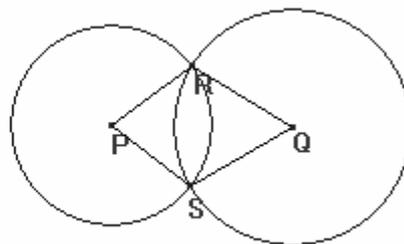
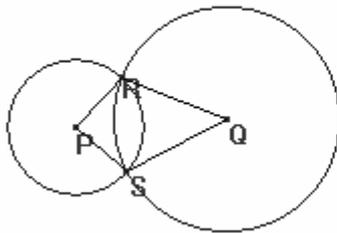
(D) Los lados opuestos tienen la misma longitud

(E) Todas de (A)-(D) son verdad en todos los rectángulos



B) Dos círculos con centros en P y Q tienen de puntos de intersección R y S formando figuras de cuatro lados PRQS.

Aquí hay dos ejemplos:



¿Cuáles de las propiedades (A)-(D) no son siempre verdad?

(A) PRQS tienen dos pares de lados de igual longitud

(B) PQRS tienen al menos dos ángulos de igual medida

- (C) Las líneas PQ y RS son perpendiculares
- (D) Los ángulos P y Q tienen la misma medida
- (E) Todas las propiedades de (A)-(D) son verdad

C) He aquí dos afirmaciones:

I Si una figura es un rectángulo entonces sus diagonales se cortan en el punto medio de cada una.

II Si las diagonales de una figura se cortan en el punto medio de cada una, la figura es un rectángulo.

¿Qué es verdad?

- (A) Para demostrar que I es verdad, basta demostrar que II es verdad.
- (B) Para demostrar que II es verdad, basta demostrar que I es verdad.
- (C) Para demostrar que II es verdad, basta encontrar un rectángulo cuyas diagonales se corten en el punto medio respectivamente.
- (D) Para demostrar que II es falso, basta encontrar una figura que no sea rectángulo cuyas diagonales se corten en el punto medio respectivamente.
- (E) Ninguna de (A)-(D) es correcta.

D) Examina estas tres sentencias:

- (1) Dos líneas rectas perpendiculares a la misma son paralelas.
- (2) Una línea recta perpendicular a una de dos paralelas, es perpendicular a la otra.
- (3) Si dos líneas rectas son equidistantes, son paralelas.

En la figura, las líneas rectas dadas m y p son perpendiculares y n y p también son perpendiculares. ¿Cuál de las anteriores sentencias puede justificar que m es paralela a n ?

(A) (1) Solamente.

(B) (2) Solamente.

(C) (3) Solamente.

(D) Tanto (1) como (2)

(E) Tanto (2) como (3)

