

# **Las isometrías en el currículo de la ESO en Galicia.**

## **Análisis de una evaluación**

*Teresa Fernández Blanco*

*Universidad de Santiago de Compostela*

### **Resumen**

El objetivo de la presente ponencia es analizar el tratamiento que de las isometrías del plano se hace en las clases de matemáticas de 2º ciclo de la ESO en la comunidad gallega. Este análisis se enmarca dentro de uno más general, que está siendo realizado por profesores de las tres universidades gallegas dentro de un proyecto de investigación<sup>1</sup> titulado “*Evaluación del currículo de Matemáticas en el 2º ciclo de ESO en Galicia*”.

Los resultados presentados en este trabajo son fruto de un análisis que ha comprendido, principalmente, cuatro frentes:

En el primero se realiza una mirada al currículo oficial como guía propuesta por la Administración educativa. El segundo frente comprende el libro de texto como un material curricular que intenta desarrollar y plasmar de una manera más concreta lo propuesto en los documentos oficiales (DCB). Este punto se hace necesario cuando queremos caracterizar aquellos factores que condicionan el proceso de enseñanza-aprendizaje de los conceptos matemáticos, ya que entre ellos se encuentra el libro de texto (Godino, 1991). El tercer frente está centrado en el profesor ya que en él recaen, entre otras, las tareas de organizar y desarrollar dicho currículo. El cuarto y último apartado recae sobre el alumno ya que en él quedan recogidas las consecuencias de las decisiones y actuaciones del profesor.

### **1. Una mirada al currículo oficial: El Diseño Curricular Base de Educación Secundaria Obligatoria de la Comunidad Gallega**

El currículo de matemáticas de la Secundaria Obligatoria como plan de formación debe tener presentes las finalidades que la sociedad asigna a su enseñanza y que justifica su incorporación a los planes de estudio de esta etapa. Estas finalidades responden a tres tipos de argumentos (Rico, 1997): en primer lugar, se considera que las matemáticas tienen un alto valor formativo ya que desarrollan las capacidades de razonamiento lógico, simbolización, abstracción, precisión, etc; en segundo lugar, las matemáticas tienen interés por su utilidad práctica ya que aparecen en casi todas las formas de expresión humana, permitiendo codificar información y obtener una representación del medio social y natural. Por último, las matemáticas son, junto con el lenguaje, uno de los hilos conductores de la formación intelectual de los alumnos.

El examen del currículo oficial vigente para esta etapa en la Comunidad Gallega, se ha centrado en el estudio de la presencia de contenidos relativos a las transformaciones isométricas y la importancia dada a los mismos, que se refleja en los objetivos y criterios de evaluación contenidos en dicho documento.

---

<sup>1</sup> *Evaluación del currículo de 2º ciclo de E.S.O. en Galicia*. Cód. PGIDT00PXI24101PR, subvencionado por la Secretaría Xeral de I+D da Xunta de Galicia. Coordinado por José A. Cajaraville Pegito.

La propuesta del DCB (Xunta, 1992) es introducir los movimientos con el estudio de vectores y coordenadas. En este documento se habla explícitamente de “transformaciones isométricas” y la secuencia que sigue es la siguiente: traslación, simetría y giro. No hace referencia a la semejanza y la homotecia como transformaciones geométricas, de hecho, la homotecia ni siquiera se nombra y la semejanza se trata únicamente desde el punto de vista de la medida: proporcionalidad de segmentos, representación a escala y relación entre área y volumen de figuras semejantes.

Los materiales didácticos cuyo uso se ve reflejado o aconsejado en el DCB se limitan a los siguientes: la regla, el compás, transportador de ángulos y tramas de distintos tipos.

En este documento no se nombran explícitamente los frisos y mosaicos, sin embargo, aparecen en forma de contenidos procedimentales “construir figuras por aplicación de transformaciones isométricas sobre otras figuras” (Xunta, 1992). Con respecto a los contenidos procedimentales hay que decir que hasta la entrada en vigor de la LOGSE (Ley Orgánica de Ordenación General del Sistema Educativo) lo que se entendía como *contenidos* era única y exclusivamente los *conceptos*, de ahí que los contenidos procedimentales (y también los actitudinales) no hayan ocupado un sitio preferente a la hora de quedar plasmados en los libros de texto y a la hora de ser tratados por el profesorado.

## **2. Análisis de libros de Texto**

Este apartado comprende el análisis del enfoque que se hace del estudio de las isometrías en diferentes libros de texto de las editoriales con más presencia en las aulas gallegas. En estos momentos de cambios curriculares para los docentes es necesario disponer de materiales curriculares adecuados a la normativa actual que faciliten su tarea educativa y el libro de texto sigue siendo uno de los recursos didácticos más utilizados, hasta el extremo de que muchos de los profesores de estos niveles se someten al currículo que este refleja, tanto en lo que se refiere a contenidos como a metodología (Rey y Penalva, 2002) lo cual hace que este punto sea necesario en la investigación llevada a cabo para conocer el tratamiento real que los profesores dan a este tema en sus aulas.

Distintos investigadores señalan la importancia del análisis de los libros de texto cuando se busca una interpretación de los fenómenos ligados a los procesos de enseñanza/aprendizaje (Romberg y Carpenter (1988), Rico (1997), Llinares, Sánchez, García y Escudero (1995), Martín (2002)). Ya, en 1877, García de Galdeano expresa que “los textos se escriben para presentar la ciencia ordenada; pero esto no exige que la enseñanza los siga rigurosamente. Cada libro presenta la ciencia en un estado definitivo, como la traducción más perfecta del plan concebido por cada autor”. A pesar de esta recomendación, son muchos los profesores que ante los nuevos cambios curriculares optan por considerar el libro de texto como única referencia para la construcción y organización del conocimiento en las aulas.

Utilizando como fuente de información el catálogo de Centros públicos y privados que imparten ESO en Galicia de la Consellería de Educación y Ordenación Universitaria de la Xunta de

Galicia (Xunta de Galicia, 2000), se ha elegido una muestra aleatoria, por provincias, que comprende aproximadamente el 20% de los centros públicos (un total de 65 centros) y privados (un total de 35 centros) gallegos que imparten estudios completos de segundo ciclo de la E.S.O. Una vez hecha la elección, se hizo una consulta a los centros muestrales sobre la procedencia editorial de los textos de matemáticas de 3º y 4º de la E.S.O.

Como resultado de esta consulta se han seleccionado, para su análisis, los textos de Matemáticas de 3º y 4º de ESO de 3 editoriales, que cubren en su conjunto aproximadamente el 70% de los textos de Matemáticas usados en las aulas gallegas, en este nivel educativo.

Para el análisis de los libros de texto hemos tenido en cuenta los criterios citados por Prendes (1998) agrupado nuestro interés en torno a seis puntos: incidencia del tema, ajuste al DCB, línea metodológica, tipología de los problemas, materiales y fomento de un aprendizaje comprensivo. En este marco de referencia, para cada uno de los criterios seleccionamos un conjunto de preguntas que nos parecen relevantes para hacer un análisis detallado:

1. *Respecto a la incidencia de cada uno de los temas en el conjunto del manual:* ¿tiene capítulo/s específico/s en cada curso?, ¿dónde se colocan cronológicamente los temas –hacia el principio, por el medio, hacia el final, distribuidos a lo largo del libro?; ¿qué ratio de número de páginas que se le asignan en cada curso?, ¿cual es la ratio de ejercicios/problemas relativos al bloque?
2. *Ajuste de los contenidos a las previsiones del Diseño Curricular Base de Matemáticas:* ¿se ajustan a los contenidos conceptuales, procedimentales y actitudinales, a las previsiones del DCB de Galicia?
3. *Línea metodológica empleada:* ¿secuencia basada en definición de nociones-propiedades-ejercicios?, ¿aproximación experimental a través de situaciones problemáticas, para llegar a la definición de las nociones?, ¿algún(os) contexto(s) sugerente(s) para iniciar el tema?, ¿se fomenta el trabajo en equipo? ¿se hacen alusiones históricas relevantes (problemas clave, evolución de los conceptos, etc)?
4. *Modos de aproximación a los conceptos que utilizan a través de la tipología de las tareas que proponen:* ¿simples ejercicios de consolidación de contenidos “formalmente introducidos”?, ¿auténticas situaciones-problema planteadas sólo desde las propias matemáticas?, ¿auténticas situaciones-problema planteadas tanto desde las propias matemáticas, como de aplicación a otros ámbitos?
5. *Materiales didácticos que recomiendan e juego de marcos que promueven:* ¿se sugieren patrones -intuitivos, heurísticos, experimentales- para vislumbrar/alcanzar las soluciones de un problema, promoviendo el uso de gráficos, de tablas, descomposición de los problemas en partes más simples?, ¿se potencia la búsqueda de soluciones en marcos alternativos -aritmético/ algebraico, gráfico/geométrico- relacionándolos entre sí? ¿se ejemplifican tareas usando material didáctico específico además del libro de texto?, ¿se promueve el uso de la calculadora más allá de la simple referencia anecdótica, presentando características, modos de uso y actividades con ella?, ¿se promueve el uso de programas

informáticos específicos?, ¿se hace referencia a páginas web que puedan resultar útiles para estudiar matemáticas en este nivel?

6. *Tipo de conocimientos y destrezas que se promueven. Fomento de la comprensión:* ¿se pueden vislumbrar sesgos claros hacia una promoción de los aspectos algorítmico-rutinarios?, ¿se observan situaciones-problema en los que se fomente la busca de modelos matemáticos, análisis de información gráfica, relacionar unas nociones con otras e/o unas propiedades con otras, quedando en un segundo plano la aplicación directa de fórmulas o la realización de cálculos?, ¿se utilizan –allí donde sea pertinente- contextos diversos para la presentación y justificación de las nociones y propiedades matemáticas que se introducen?

En la Tabla 1 podemos observar la secuenciación realizada por cada una de las editoriales, variando incluso de una serie a otra dentro de la misma editorial. Como se puede observar, en todas las editoriales menos en una, las transformaciones geométricas aparecen en los libros de texto de 3º y 4º de la E.S.O., ello intenta reflejar lo que el DCB propone (Xunta de Galicia, 1992): "La enseñanza de las Matemáticas en la ESO se debe configurar de forma cíclica, de tal manera que en cada curso aparezcan contenidos que ya figuraron de forma elemental en cursos precedentes, con el objeto de que el sistema permita el repaso y una mejor fijación de ideas y técnicas, ampliando su campo de aplicación y posibilidad de relación". Sin embargo, la realidad en las editoriales analizadas es que apenas se observa que el texto de 4º de la ESO sea una ampliación (en todos los sentidos) sobre el de 3º.

	<i>Editorial A Serie a</i>	<i>Editorial A Serie b</i>	<i>Editorial B</i>	<i>Editorial C</i>
<b>3º</b>	-Transformaciones geométricas	-Traslaciones -Simetrías en el plano	-Movimientos en el plano: traslación-giro-simetría	
<b>4º</b>	-Simetrías y traslaciones en el plano -Giros en el plano -Homotecia y semejanza	-Giros en el plano -Homotecia y semejanza	-Relaciones métricas. Movimientos.	-Transformaciones en el plano: traslación-giro-simetría. Homotecia

### **3. La opinión de los profesores.**

El tercer punto sobre el que hemos trabajado concierne a la posición que adoptan los profesores de secundaria sobre los contenidos curriculares de matemáticas en la E.S.O. y sobre criterios metodológicos que son utilizados en sus clases para la enseñanza/aprendizaje de los tópicos matemáticos objeto de esta investigación. Para llevar a cabo este estudio se ha elaborado un cuestionario que sirva de instrumento de evaluación de las concepciones y actuaciones de una

muestra de profesores que imparten docencia en el segundo ciclo de la ESO en Galicia. Este cuestionario todavía sigue abierto a la espera de obtener una información más rica y detallada sobre el tema: importancia dada al tratamiento de este tema dentro del currículum, los materiales didácticos utilizados y el uso de recursos informáticos como apoyo a la misma.

Existen numerosos trabajos (p.e. Leinhardt (1986, 1989), Thompson (1984), Schön (1993), Llinares (1991, 1993), Llinares y Sánchez, (1990)), en los que se refleja la forma en que las creencias de los profesores sobre las matemáticas y su enseñanza influyen en su manera de impartir las clases, en la selección de contenidos (conceptuales, procedimentales y actitudinales), en la evaluación y, en definitiva, en su actuación en el aula.

Algunas investigaciones hechas en Galicia (Plata, 1998) muestran que la mayoría del profesorado que imparte clases en el nivel de Secundaria consideran la Matemática como ciencia formal axiomático-deductiva (circunstancia que guarda una relación muy estrecha con el enfoque predominante en la Facultad de Matemáticas de la Universidad de Santiago, donde la gran mayoría de ellos se formaron) y su enseñanza se basa en la transmisión-recepción del contenido, considerando al aprendiz como un receptor-memorizador de hechos, conceptos y procedimientos.

Los criterios para la elaboración del cuestionario, que utilizamos como herramienta principal de evaluación de las concepciones y creencias de los profesores, se han elegido de manera que nos permitan valorar su posicionamiento sobre:

- 1) La actividad matemática en la que, según se deriva de las investigaciones en Didáctica de las Matemáticas, debemos basar el trabajo en clase, estará centrada en procesos como explorar, conjeturar, inferir, representar, generalizar, comprobar, etc.,
- 2) La clasificación de los contenidos en tres categorías: procedimentales, conceptuales y actitudinales
- 3) El currículo oficial de Educación secundaria obligatoria para la Comunidad Gallega
- 4) El papel del libro de texto y otros materiales curriculares
- 5) El tipo de actividades planteadas en la enseñanza de los diferentes conceptos trabajados.
- 6) La opinión que tienen sobre la situación de la enseñanza de la Matemática en las aulas de secundaria en Galicia.

De los 11 ítems de que consta el cuestionario, el nº 7 es el que agrupa 4 cuestiones dedicadas a obtener información sobre el tipo de actividades que se realizan en la clase en relación a las transformaciones geométricas y sobre la predisposición del profesorado ante este tema. Los resultados obtenidos corresponden a una muestra provisional de 50 profesores. En la siguiente tabla (Tabla 2) analizamos sus respuestas.

<b>Item 7</b>	<b>%</b>
<i>Semejanza en contextos de proporcionalidad</i>	
Nunca	2,38
Alguna vez	11,90
Habitualmente	85,71
No pertinente	0,00
<i>Uso de materiales manipulativos</i>	
Nunca	12,23
Alguna vez	47,62
Habitualmente	23,81
No pertinente	8,42
<i>Uso de programas informáticos</i>	
Nunca	64,29
Alguna vez	21,43
Habitualmente	2,38
No pertinente	11,90
<i>Transformaciones como elemento globalizador.</i>	
Nunca	52,38
Alguna vez	23,81
Habitualmente	16,67
No pertinente	7,14

**Tabla 2**

Los datos reflejan que:

1. Los profesores introducen el concepto de semejanza en contextos de proporcionalidad.
2. No es frecuente el uso de materiales manipulativos en la enseñanza de las transformaciones geométricas, en oposición al papel relevante que le asignan las conclusiones de numerosas investigaciones.
3. El uso de programas informáticos específicos tan difundidos y ampliamente contrastados, para la enseñanza de la geometría, como LOGO y CABRI, no son tenidos en cuenta –seguramente por diversos motivos- por la inmensa mayoría de los profesores muestrales. Algunos (12%) incluso se posicionan en contra de su uso (no tenemos datos para poder deducir si esta postura es debida a la propia experiencia o por desconocimiento de sus posibilidades –hipótesis esta última que nos parece la más probable-).

4. No suelen considerarse las transformaciones como elemento globalizador de la geometría plana.

#### **4. Evaluación de los alumnos de 3º y 4º de Secundaria Obligatoria**

Por último, para complementar este estudio hace falta analizar el papel del alumno en todo este proceso: qué conocimientos (conceptuales, procedimentales y actitudinales) logra adquirir de las transformaciones geométricas planas, qué estrategias utiliza para reconocerlas, para aplicarlas, qué es lo que entiende por transformaciones isométricas, cómo influyen en sus respuestas las creencias sobre la naturaleza de la Matemática, qué recursos aplica cuando el tema no le es familiar, de qué manera influye la actuación del profesor, etc.

Los criterios para la elaboración del instrumento de evaluación de los alumnos se eligieron teniendo en cuenta:

- a) Que pudieran responder en una clase de, aproximadamente, 45 minutos.
- b) Que incluyera preguntas abiertas para poder valorar cualitativamente los argumentos que plantean los estudiantes
- c) Que nos permitiera valorar la capacidad de los alumnos para la toma de decisiones delante de situaciones no rutinarias.
- d) Que posibilite que afloren determinados errores y obstáculos de aprendizaje.
- e) Que nos permita valorar sus impresiones personales ante dificultades que hipotéticamente pudieran plantearse en los ítems.

El cuestionario provisional fue sometido a las respuestas de 100 alumnos (muestra piloto) a finales del curso académico 2000-2001, la valoración de las dificultades de los ítems y las opiniones de los alumnos respecto de la dificultad que de manera subjetiva le atribuían a las preguntas motivó la revisión del cuestionario piloto. Finalmente, el cuestionario definitivo se pasó a 240 alumnos de diferentes centros, públicos y privados, de las cuatro provincias gallegas. El estado de esta fase de investigación está pendiente del análisis de resultados y conclusiones derivadas, que está previsto que concluyan en octubre-noviembre de 2002.

Paralelamente a esta investigación se realizó un seguimiento de un grupo de 50 alumnos de 3º de ESO de un centro público de Galicia, con los que se utilizó un recurso informático, el GEOCLIC (paquete de actividades de geometría del programa educativo CLIC) como base para el estudio de este tema (este recurso ya había sido usado con los mismos alumnos en el tratamiento de otros temas de geometría). La elección de este programa como herramienta obedece a varias consideraciones:

La facilidad de manejo del programa, ya conocido por todos los alumnos.

La sencillez y claridad en la presentación y planteamiento de las actividades, contrariamente a lo que sucede con otros programas educativos, excesivamente cargados de adornos y otros elementos que contribuyen a distraer al alumno.

La poca exigencia que se hace en las actividades de conocimientos previos, lo que permite la integración en las actividades de todos los alumnos de la clase.

El tratamiento que se hace del tema, centrado sobre todo en el trabajo de la percepción visual, con actividades variadas, diferente a la presentación clásica que aparece en los libros de texto.

La posibilidad que presenta el programa de editar las actividades existentes (añadir nuevos elementos o preguntas, variar características puntuales de una actividad, etc...) e incluso añadir otras nuevas.

En las diferentes sesiones se realizó un seguimiento del trabajo de los alumnos, analizando los principales errores y obstáculos de aprendizaje más comunes que, en muchos casos coinciden con los que se describen en Jaime, A. y Gutiérrez, A. (1996).

## **Conclusiones**

En este trabajo desarrollaremos las principales conclusiones obtenidas hasta el momento, que pueden resumirse en los siguientes puntos:

- En el nuevo DCB (Xunta de Galicia, 2002) de la comunidad gallega, aprobado en mayo del presente año, se da una “vuelta atrás” en lo que a la enseñanza Geometría se refiere, primando sobre todo el trabajo con fórmulas frente a la manipulación e investigación. Esto hace que el tema de las isometrías, cuyo tratamiento con ecuaciones se hace inviable en estos niveles, aparezca desconectado de los restantes temas de Geometría, otorgándole un papel secundario en los mismos. Además encontramos algunas contradicciones en la secuenciación indicada para los diferentes contenidos:

Se adelanta el estudio del tema de 4º a 3º, mientras que en el último curso de ESO se propone la introducción de los vectores en el plano desconectándolo del estudio de las traslaciones.

El estudio de la geometría, a lo largo de la etapa, se plantea comenzando por el plano para seguir luego con la geometría tridimensional, mientras que el tema de las isometrías planas se deja para el final, cuando ya se ha trabajado la geometría del espacio, en lugar de considerarlo dentro del bloque de geometría del plano.

- La propuesta de los textos analizados se encuentra obviamente condicionada por lo expuesto en el punto anterior, centrándose sobre todo en el planteamiento de problemas de coordenadas de contenido puramente numérico en el caso de las traslaciones y restando importancia a las simetrías como elemento clasificador en los polígonos y figuras planas, como elemento matemático del entorno del alumno (presencia de isometrías en obras de arte), etc... Se proponen en algunos casos trabajos con algún material a modo de anécdota o pasatiempo y la relación entre las transformaciones y algunas manifestaciones artísticas o elementos del entorno del alumno se plantea, si se hace, como una curiosidad.

- La mayor parte de los profesores encuestados, supuestamente contagiados por el planteamiento del DCB oficial o por sus creencias respecto de las Matemáticas y su enseñanza, confiesa que este es un tema que pocas veces es tratado en sus clases (lo que, de forma implícita, supone dar poca importancia al mismo). También se deduce de este análisis que el uso de materiales didácticos diferentes del libro de texto se hace de forma ocasional, hecho que resta efectividad a los mismos, pues hace que los alumnos lo vean como un elemento ajeno a la clase de Matemáticas.
- Aún pendientes del análisis estadístico de las respuestas de los alumnos al cuestionario, podemos avanzar que a pesar de que las actividades propuestas a los alumnos podrían ser consideradas como de iniciación al tema, pues en ningún caso requerían el uso de conocimientos profundos sobre el mismo, se detectaron numerosos errores. Si se comparan los resultados con los obtenidos en otras preguntas que posibilitan una resolución numérica, observamos que los alumnos generalmente se desenvuelven mejor ante situaciones que no requieren “visión geométrica”, aún en el caso de tener que trabajar con expresiones numéricas o algebraicas aparentemente menos sencillas. Esta conclusión coincide con lo expuesto en los últimos informes del Instituto de Evaluación de la Calidad de la Enseñanza (INCE) sobre las competencias matemáticas de los alumnos de ESO en España (INCE, 2000, 2001)

Como se puede observar tras la lectura de los párrafos anteriores, no se puede considerar que el tratamiento dado a este tema en el 2º ciclo de ESO en nuestra comunidad sea satisfactorio. Todo ello se enmarca dentro de la observable persistencia en la “algebrización” de los contenidos geométricos en los programas, y en las propuestas de los textos de mayor incidencia en las aulas, arrinconando todo lo que suponga manipulación, investigación, construcción,...

Esto, lejos de aumentar la cultura matemática de los alumnos, impide el desarrollo de capacidades básicas en esta etapa como la de crear, clasificar, enfrentarse a situaciones desconocidas, relacionar conocimientos de diferentes materias, construir, representar, etc...

Por último debemos significar que este enfoque dado a la enseñanza y el aprendizaje de la Geometría en general, y de las isometrías en particular, está en total desacuerdo con lo recomendado por los diferentes trabajos que existen sobre Didáctica de la Geometría (Alsina, C.; Burgués, C. y Fortuny, J. M<sup>a</sup> (1987, 1988); Jaime, A y Gutiérrez, A, (1996), Contreras, A. (1994)); en los que se ponen de manifiesto las ventajas y necesidad del trabajo con materiales manipulativos, algunos programas informáticos, construcciones propias, análisis de mosaicos y frisos, etc... y que además nosotros compartimos.

## **Bibliografía**

ABRAIRA, C. F. y DE FRANCISCO, A. (Eds.) (1998). *La formación inicial de profesores de primaria y secundaria en el área de Didáctica de las Matemáticas. Actas del II simposio*

- sobre el curriculum en la formación de profesores en el área de Didáctica de las Matemáticas. Universidad de León.
- ABRAIRA, C. F. y VILLELLA, J. A. (2000). La evaluación del conocimiento didáctico matemático. En Corral, C.; Zurbano, E (Eds.). *IV Simposio sobre propuestas metodológicas y de evaluación en la Formación Inicial de los Profesores del área de Didáctica de la Matemática*. Universidad de Oviedo.
- ALSINA, C.; BURGUÉS, C. y FORTUNY, J. M<sup>a</sup> (1987). *Invitación a la Didáctica de la Geometría*. Ed. Síntesis. Madrid.
- ALSINA, C.; BURGUÉS, C. y FORTUNY, J. M<sup>a</sup> (1988). *Materiales para construir la Geometría*. Ed. Síntesis. Madrid.
- ALSINA, C.; PÉREZ, R. y RUÍZ, C. (1989). *Simetría dinámica*. Ed. Síntesis. Madrid.
- CONTRERAS, A. (1994). Los movimientos del plano y el lenguaje Logo. *UNO Revista de Didáctica de las Matemáticas*. N° 2.
- GODINO, J.D. (1991). Hacia una teoría de la didáctica de la Matemática. En Gutiérrez, A. (ed.). *Área de conocimiento: Didáctica de la Matemática*. Ed. Síntesis. P. 105-148. Madrid.
- INCE (2000). *Resultados de la prueba de matemáticas de 4º curso de la E.S.O.*
- INCE (2001). *Conocimientos de matemáticas de los alumnos de 4º curso de la E.S.O.*
- JAIME, A. y GUTIÉRREZ, A. (1996). *El grupo de las isometrías del plano*. Ed. Síntesis. Madrid.
- LEINHARDT, G. (1989). Math lessons: A contrast of novice and expert competence. *Journal for Research in Mathematics Education*. 20 (1), p. 52-75
- LEINHARDT, G. y GREENO, J. (1986). The cognitive skill of teaching. *Journal of Educational Psychology*. 78(2), p. 75-95.
- LLINARES CISCAR, S. y SÁNCHEZ GARCÍA (Eds.) (1990). *Teoría y práctica en Educación Matemática*. Ed. Alfar. Sevilla.
- LLINARES, S. (1991). *La formación de profesores de matemáticas*. GID. Sevilla.
- LLINARES, S. (1993). Aprender a enseñar matemáticas. Conocimiento de contenido pedagógico y entornos de aprendizaje. En Montero, L. y Vez, J.M. (Eds.). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Tórculo edicions. Santiago de Compostela.
- LLINARES, S., SÁNCHEZ, M<sup>a</sup> V., GARCÍA, M. y ESCUDERO, I. (1995). *Creencias y aprender a enseñar matemáticas*. Servicio de publicaciones de la universidad de Sevilla.
- MARTÍN, C. (2002). Criterios para el análisis de libros de texto desde la perspectiva de la didáctica de la Matemática. Aplicación a la estadística y probabilidad. En Penalva Martínez, M<sup>a</sup> C.; Torregrosa Gironés, G. y Valls González, J. (Eds.). *Aportaciones de la didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*. Universidad de Alicante.
- N.C.T.M. (1991). *Estándares curriculares y de evaluación para la educación Matemática*. S.A.E.M. Thales. Sevilla.
- N.C.T.M. (2000). *Standars for School Mathematics*. Versión electrónica: <http://standars.nctm.org>.
- PLATA, A. (1998). *A aprendizaxe das matemáticas dende os modelos de mediación cognitiva: A práctica avaliativa dos profesores e as súas concepcións sobre a área e o seu ensino como contexto de interacción*. Tesis doctoral. Universidade de Santiago de Compostela.

- PRENDES, M.P. (1998). *Evaluación de manuales escolares*. Revista electrónica. Pixel-Bit, 9. [<http://www.us.es/pixelbit/articulos/n9/n9art/art93.htm>]
- REY, C. y PENALVA, M<sup>a</sup> C. (2002). Análisis del campo afectivo en los libros de texto de matemáticas. En Penalva Martínez, M<sup>a</sup> C.; Torregrosa Gironés, G. y Valls González, J. (Eds). *Aportaciones de la didáctica de la Matemática a diferentes perfiles profesionales*. Universidad de Alicante.
- RICO, L. (1997). *Bases teóricas del currículo de matemáticas en Educación Secundaria*. Ed. Síntesis. Madrid.
- SCHÖN, D. (1993). Teaching and learning as a reflective conversation. En Montero, L. y Vez, J.M. (Eds.). *Las didácticas específicas en la formación del profesorado*. Tórculo edicions. Santiago de Compostela.
- THOMPSON, A. (1984). The relationship between teachers conceptions of mathematics and mathematics teaching to instructional practice. *Educational Studies in Mathematics*. 15 (1), p. 105-127.
- XUNTA DE GALICIA. (1992). *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria*. Gabinete de estudio para a reforma educativa. Consellería de Educación e O.U. Santiago de Compostela
- XUNTA DE GALICIA. (1992). *Educación Secundaria. Desenvolvemento Curricular. Secuencias de obxectivos, contidos e criterios de avaliación, por Áreas e por Ciclos*. Gabinete de estudio para a reforma educativa. Consellería de Educación e O.U. Santiago de Compostela.
- XUNTA DE GALICIA. (2000). *Catálogo de Centros públicos y privados que imparten ESO en Galicia*. Consellería de Educación e Ordenación Universitaria da Xunta de Galicia.
- XUNTA DE GALICIA. (2002). *Diseño Curricular Base. Educación Secundaria*. Gabinete de estudio para a reforma educativa. Consellería de Educación e O.U. Santiago de Compostela.