# PLANTEAMIENTO DE UN PROYECTO DE INVESTIGACIÓN SOBRE LA ENSEÑANZA DE LA GEOMETRÍA EN SECUNDARIA A TRAVÉS DE DIFERENTES ENFOQUES. UTILIZACIÓN DE UN CURSO-TALLER COMO TÉCNICA PARA LA OBTENCIÓN DE DATOS.

Sergio Pérez Gregoria Guillén Universitat de València. España.

#### Resumen

En este informe presentamos un breve avance del trabajo desarrollado en relación con un proyecto de tesis doctoral. Se pretende obtener información sobre la situación actual de la enseñanza de la geometría en la Enseñanza Secundaria Obligatoria (ESO) a partir de lo que expresan algunos profesores de la Comunitat Valenciana. Se investiga sobre los contenidos geométricos que se imparten o no, sobre la enseñanza y aprendizaje de éstos y sobre el uso que se hace de los contextos en la enseñanza de esta materia. El estudio se desarrolla en 3 etapas. En la primera se usó un cuestionario como técnica de obtención de datos que se administró a 19 profesores de la provincia de Valencia. En la segunda hemos diseñado el instrumento soporte para obtener datos mediante un "curso-taller" con profesores de la ESO. En la tercera etapa se desarrollará el "curso-taller" y se analizarán los datos obtenidos en la experimentación. En este informe damos cuenta del trabajo desarrollado en la segunda etapa y proponemos cuestiones para debatir en el grupo sobre los pros y los contras del diseño de este proyecto de tesis doctoral.

#### Abstract

In this report we present a brief advance of the work developed in relation to a doctoral thesis project. It tries obtaining information about the current situation of geometry education in the Compulsory Secondary Education (ESO) from what some teachers of the Valencian Community express. It is investigated on the geometric contents that are taught or not, on the education and learning of these contents and on the use that is done of the contexts in the teaching of this matter. The study is developed in 3 stages. In the first stage, a questionnaire was used as data collection technique. This questionnaire was administered to 19 teachers of the province of Valencia. In the second stage, we have designed the support instrument to obtain information through a teacher's workshop with ESO teachers. In the third stage, the teacher's workshop will be developed and we will analyze the data obtained in the experimentation. In this report we realize the work developed in the second stage and propose questions to debate in the group about the pros and cons of the design of this doctoral thesis project.

Pérez, S. y Guillén, G. (2009). Planteamiento de un proyecto de investigación sobre la enseñanza de la geometría en secundaria a través de diferentes enfoques. Utilización de un curso-taller como técnica para la obtención de datos. En M.J. González, M.T. González, J. Murillo (eds) *Investigación en Educación Matemática*. Comunicaciones de los grupos de investigación. XIII Simposio de la SEIEM. Santander. pp.

### Presentación

La geometría configura el espacio que percibimos, por ejemplo, los polígonos, los círculos y los poliedros son modelos teóricos de objetos y relaciones que encontramos en nuestro entorno. Asimismo, trabaja con objetos ideales que se pueden manipular mentalmente y que no dependen de lo que perciben nuestros sentidos. Además, la geometría es el lugar natural donde los estudiantes aprenden a razonar y a conocer la estructura axiomática de la matemática y cuyas ideas geométricas son útiles para resolver problemas, tanto en otras áreas de la matemática como en situaciones del mundo real (Caro y Breccia, 2009; García y López, 2008).

El aprendizaje de geometría podemos decir que se ha basado hasta ahora especialmente en el estudio de áreas, volúmenes, definiciones geométricas y en construcciones de tipo mecanicista y completamente descontextualizadas. Es sabido, por otra parte, que la escuela confinó la enseñanza de la geometría a los aspectos métricos (aritmetización) y a una introducción a la trigonometría, caracterizándose, a la vez, por una fuerte tendencia a la resolución automática de problemas (Afonso, 2003). En el aspecto algebraico, se puso el énfasis en la resolución de ecuaciones y sistemas, y se relegó a un segundo plano su interés geométrico. De esta forma, resultó habitual que los profesores desplazaran paulatinamente los contenidos relativos a geometría hacia las últimas unidades didácticas de su planificación escolar, llegándose, inclusive, a prescindir de su tratamiento en muchos cursos del nivel medio. Sin embargo diferentes investigaciones en Educación Matemática (Afonso, 2003; Jones, 2000; Lluis, 1982) subrayan la necesidad de recuperar la enseñanza de los contenidos geométricos con el fin de ayudar a conocer mejor el espacio y crear situaciones problemáticas favorables para el aprendizaje de la matemática.

La geometría se presenta hoy en día, en el curriculum de Secundaria, con un renovado enfoque sin embargo éste no se transmite en su enseñanza en las aulas. Pérez (2006) destaca la dejadez que sufre esta parte de las matemáticas en los centros y que los contenidos geométricos trabajados a lo largo de la Educación Secundaria Obligatoria (ESO) se repiten de curso en curso sin largos cambios en su extensión y complejidad y, por lo tanto, en los niveles de conceptualización de los mismos por parte de los alumnos.

El trabajo que presentamos forma parte de un estudio más amplio que tiene como objetivo general conseguir información sobre la situación actual de la enseñanza de la geometría en la ESO. En el trabajo desarrollado en la primera etapa se utilizó una encuesta para la obtención de datos. De este estudio ya se han publicado algunos resultados relativos a creencias sobre la geometría y su enseñanza en este nivel educativo, sobre relaciones y conexiones que se establecen de la geometría con otros bloques temáticos del currículum, sobre contenidos de diferentes bloques temáticos del currículum de la ESO que se priorizaron en la enseñanza que se impartió y los recursos que se usaron para ello, así como sobre las dificultades que se consideran que enfrentan algunos estudiantes en el aprendizaje de la materia y de los errores que se pueden reflejar (Pérez y Guillén, 2007). También se han avanzado resultados en relación con los contenidos concretos de los bloques temáticos de geometría y de medición del currículum de la ESO que los profesores expresaron como que: i) impartían o no en sus clases, ii) impartirían o no en una situación ideal en la que se dispusiera de tiempo para explicar todos los contenidos y iii) consideraban de mayor o menor importancia. También expusimos las razones que se dieron para explicar las respuestas (Pérez y Guillén, 2008).

En el estudio desarrollado en la actualidad se pretende utilizar un curso-taller con profesores de la ESO de la Comunitat Valenciana como técnica de obtención de datos. Pretendemos obtener información sobre los contenidos geométricos que se imparten o no en clase, sobre la enseñanza y aprendizaje de los mismos y sobre el uso de los contextos en la enseñanza de esta materia. En este informe presentamos el material elaborado para utilizar en el desarrollo de las sesiones en las que pretendemos obtener datos y planteamos algunas cuestiones para discutir en el grupo sobre los pros y los contras del diseño de este estudio.

## Revisión bibliográfica. Marco de referencia

En Pérez y Guillén (2007, 2008) se explica brevemente el marco de referencia de nuestro estudio. En el primero se mencionan investigaciones sobre creencias y concepciones de los profesores sobre la matemática, su enseñanza y aprendizaje. El segundo se centra la atención en investigaciones sobre los procesos matemáticos, el establecimiento de relaciones y la medición. En relación con el trabajo que presentamos aquí, la bibliografía utilizada, bien para diseñar las cuestiones propuestas para el

\_\_\_\_\_

desarrollo del curso-taller, bien para interpretar las respuestas de los profesores de la ESO en el desarrollo del mismo, las hemos organizado como indicamos a continuación:

- a) Estudios sobre los procesos de describir y clasificar (Fielker, 1987a, 1987b; Guillén 1991, 1997, 2001, 2004, 2005) que examinan el significado que tiene la palabra describir y clasificar, distinguen los diferentes tipos de análisis y procedimientos que pueden servir como soporte para que en la enseñanza/aprendizaje se realicen acciones ligadas a la descripción, consideran los diferentes contextos en los que puede situarse el objeto geométrico que se describe/analiza, así como plantean las propiedades de un objeto que se utilizan para describirlo y analizan los distintos tipos de clasificación que podemos encontrar en la enseñanza de la matemática.
- b) Trabajos sobre las relaciones en geometría (Corberán, 1996; D'Amore i Fardiño, 2007; García y Carrillo, 2006; Guillén, 1991, 1997); en ellos se analizan las relaciones entre los elementos y figuras o entre los conceptos de medición, el tipo de terminología y signos que se usa al hablar de relaciones y como se expresan relaciones entre sólidos y elementos del plano.
- c) Investigaciones sobre las formas de representación geométrica (Alsina et al., 1987; Blanco, 2008; Blanco y Crespo, 2007; Guillén, 1991; Guillén et al., 1992; Rey, 2004) que señalan las representaciones que pueden emplear los profesores en clase, el tipo de material que pueden manejar en las explicaciones y con que función, el uso que se puede hacer de los ejemplos y modelos y las dificultades que se pueden encontrar a la hora de representar la geometría.
- d) Estudios sobre medición (Corberán, 1996; Del Olmo et al., 1989; Sáiz, 2002) en los que se tratan los conceptos de perímetro, área y volumen; los errores y dificultades que pueden surgir al trabajar estos conceptos y los métodos y procedimientos que emplean para enseñar y calcular estas magnitudes.
- e) Investigaciones sobre la resolución de problemas. En esta etapa hemos ampliado nuestro marco de referencia a la resolución de problemas, centrándonos principalmente en dos bloques. En el primero hemos incluido aquellos trabajos que tratan la resolución de problemas como método de enseñanza (González, 2007; Lopes y Costa, 1996) y analizan las concepciones y creencias sobre los modos de resolver problemas que tienen los profesores (Carrillo, 1996; Contreras, 1999) así

\_\_\_\_

como las que estudian las creencias que afloran en la resolución de problemas por parte de los alumnos (Vila y Callejo, 2004). En el segundo bloque hemos comprendido aquellas investigaciones que tratan sobre los métodos, reglas, modos y medios utilizados en la resolución de problemas (Polya, 1945; Puig, 1996; Schoenfeld, 1985).

#### Metodología

En los trabajos mencionados que dan cuenta del trabajo desarrollado hasta ahora (Pérez y Guillén, 2007, 2008) se describe la metodología del estudio desarrollado en la primera etapa en la que hemos utilizado un cuestionario como técnica de obtención de datos.

El estudio en esta segunda etapa realizado hasta la actualidad se desarrolla en dos fases. Como hemos indicado en la presentación, pretendemos elaborar el material que sirva de referencia para poder tomar datos a partir de un curso-taller con profesores de la ESO de la Comunitat Valenciana.

En la primera fase hemos realizado una revisión bibliográfica completando y actualizando la realizada en la primera etapa. El análisis de estos trabajos se contempla en el trabajo desarrollado en la fase 2 al diseñar el material que pensamos utilizar al desarrollar el curso- taller.

Este material se ha elaborado contemplando los objetivos de la investigación. De esta manera, el material diseñado para las diferentes sesiones del curso considera que se quiere obtener información sobre la enseñanza de la geometría en la ESO y fija la atención en diferentes enfoques que se pueden utilizar en su enseñanza, de los que se da cuenta en los trabajos que se han analizado en la primera fase. Así pues, elaboramos dicho material centrándonos en los procesos matemáticos (descripción, definición, clasificación), el establecimiento de relaciones, las diferentes representaciones de las formas geométricas, el planteamiento del estudio como desarrollo de un proyecto, vía resolución de problemas, desde el estudio de la medición,...

Por otro lado, al considerar que también se quiere obtener información sobre los contenidos geométricos que se imparten o no en clase, sobre la enseñanza y aprendizaje de la geometría y sus determinados contenidos y sobre el uso que se hace de los contextos en la enseñanza de esta materia, el material diseñado como guía para desarrollar las diferentes sesiones contiene una serie de preguntas que se refieren a la concepción que se tiene sobre la geometría y su enseñanza y/o sobre los diferentes

\_\_\_\_

contenidos tratados en las sesiones; contemplan también la dimensión del profesor como estudiante del curso y como profesor, esto es, cuestiones planteadas que versan sobre procesos de aprendizaje y de enseñanza del propio profesor y sobre cuestiones referidas a procesos de aprendizaje de sus estudiantes. Asimismo, dado que también pretendemos obtener información en relación con los procesos de transferencia de resultados de la investigación a las clases, se plantean también en el material elaborado para alguna sesión cuestiones referidas a ello.

Las cuestiones que se plantean surgen inmersas en tareas que se proponen para que desarrollen los propios profesores. Estas tareas son de diferentes tipos: i) observación y comentario de fotografías e imágenes, ii) análisis de un artículo de investigación en didáctica de la matemática sobre el tema tratado en la sesión, iii) realización de una serie de ejercicios y/o problemas y iv) análisis de una unidad de enseñanza.

En el apartado siguiente precisamos este material. Cabe señalar que en la tercera etapa del estudio se tiene previsto llevar a cabo el curso-taller. Se tiene previsto intercalar preguntas en las diferentes sesiones que no están incluidas en este material diseñado para el primer estudio exploratorio. La propia dinámica de las sesiones conducirá a ello. Los datos obtenidos en el desarrollo del curso-taller permitirán reelaborar este material diseñado inicialmente a partir de los trabajos teóricos examinados.

## Sobre el material elaborado para dirigir las sesiones

Este material se compone de 6 secciones, distribuidas de la siguiente manera:

En la primera sección tratamos el proceso matemático de la descripción y pretende recabar información sobre la descripción de los sólidos y de las figuras planas. Para ello dividimos esta sección en cuatro partes: i) observación y comentario de fotografías e imágenes en que aparecen figuras geométricas, ii) análisis de un artículo de investigación en didáctica de la matemática sobre la descripción, iii) realización de una serie de ejercicios sobre este proceso matemático y iv) análisis de una unidad de enseñanza.

Las cuestiones que planteamos tratan de obtener información sobre lo que describen los profesores en clase, la forma de realizar la descripción y los procedimientos y contextos que utilizan. Ejemplos de estas cuestiones son: "¿Qué figuras describe en clase?",

"¿Cree que los procedimientos de construir o de generar sólidos puede facilitar la descripción/análisis?" o "¿En qué contextos, de los señalados en el artículo, usted plantea la descripción?". También cuestionamos sobre la descripción que hacen los profesores de figuras concretas, familias finitas y familias infinitas. Finalmente planteamos una unidad de enseñanza tomada de un Proyecto de Investigación sobre los polígonos según el modelo de Van Hiele para que los profesores la analicen y opinen sobre ella.

En la segunda sección tratamos el proceso matemático de la clasificación. Intercalamos clasificaciones que deben realizar los participantes con el análisis de artículos de investigación en didáctica de la matemática sobre este proceso matemático. Con estas tareas pretendemos obtener datos sobre cómo llevan a cabo los profesores la clasificación; por ejemplo, planteamos actividades como "realizar una clasificación de los cuadriláteros" y de esta forma podremos examinar en que se fijan a la hora de clasificar, qué tipo de clasificaciones hacen, etc. Asimismo, a partir de los artículos sobre la clasificación, investigaremos sobre: i) si la forma de clasificar que proponen los artículos los profesores la consideran interesante, ii) si se llevan a cabo la clasificaciones que plantean los artículos, iii) los medios que se utilizan para explicarla, iv) la implicación de los alumnos en la clasificación, v) el aprendizaje del alumnado y vi) las problemáticas que plantea la clasificación de los sólidos.

En la tercera sección centramos la atención en la representación a partir del estudio de una serie de artículos relacionados con Educación Matemática en geometría y actividades en las que los profesores tienen que usar la representación. Empezamos la sección con una serie de cuestiones para que los profesores hagan una pequeña reflexión sobre la representación y con las que tratamos de indagar cómo lleva el profesor a la clase este recurso, planteando para ello preguntas como: "¿Qué entiende usted por representar en geometría?" o "¿Qué tipo de representaciones usa en clase?". Seguidamente, proponemos mediante diversas cuestiones, que los profesores indiquen cómo llevan a cabo las representaciones en la enseñanza, qué se enseñan de ellas, qué conexiones señalan que hay entre ellas y qué problemas plantean. También les presentamos una serie de actividades para que precisen sobre las propiedades que se mantienen o cambian en una representación determinada y que comparen representaciones. Finalmente cuestionamos las diferentes formas de llevar a cabo las representaciones que nos proponen los investigadores.

En la cuarta sección consideramos el establecimiento de relaciones entre los distintos contenidos y/o distintas áreas de la geometría. Primero, a través de una serie de preguntas abordamos si establece relaciones en clase. Después establecemos diferentes actividades que proponen diversos estudios sobre el establecimiento de relaciones en diferentes figuras geométricas y cuestionamos si los profesores las consideran importante en la enseñanza de la geometría, si las plantean en clase y si las consideran interesantes para el aprendizaje del alumno. También planteamos actividades en las que se truncan figuras geométricas, se hacen transformaciones de superficies y se relacionen diferentes magnitudes. Entre las actividades que proponemos en esta sección tenemos: realizar modificaciones sobre determinadas superficies para obtener otra de menor área y mayor perímetro, cortar figuras espaciales para obtener figuras planas y relacionar el volumen, el área y el perímetro de diversas figuras geométricas.

En la quinta sección afrontamos la medición de perímetros, áreas y volúmenes. A partir de diversas cuestiones sobre estos contenidos, les proponemos a los profesores que señalen cómo los introducen en sus clases y en qué contextos los llevan a cabo. También abordamos una propuesta metodológica de la enseñanza del área y del volumen y, a partir de ella, indicamos a los profesores que señalen cómo llevan a cabo la enseñanza de este bloque, la forma de calcular estas magnitudes, la participación del alumno en la enseñanza de este bloque y el material que utilizan. Asimismo les proponemos que determinen las actividades que consideran más importantes cuando imparten este bloque en clase. Entre las cuestiones que planteamos tenemos: "¿Qué definición daría de perímetro, área y volumen a sus alumnos?", "¿Qué dificultad encuentran los alumnos cuando se les enseña el perímetro, área y volumen?" y "¿Qué modelos matemáticos utiliza usted cuando enseña el área/volumen?".

En la sexta sección planteamos la resolución de problemas centrándonos en la *actividad* de matematizar a la hora de resolver un problema, las situaciones o contextos en que se sitúan los problemas, el contenido matemático del que hay que valerse para resolver los problemas, organizado según ciertas ideas principales y las competencias que deben activarse para vincular el mundo real en el que se generan los problemas con las matemáticas, y, por tanto, para resolver los problemas. Para ello iniciamos esta sección abordando la concepción de la matemática basada en resolución de problemas a partir

de investigaciones que centran en ello y de esta forma cuestionamos a los profesores la definición de problema, la importancia de la resolución de problemas en geometría, los enfoques que le da a la resolución de problemas y lo qué pretende que los alumnos aprendan con la resolución de problemas. Seguidamente presentamos a los profesores una serie de problemas que tendrán que resolver y que nos servirán para analizar los conocimientos que utilizan, las herramientas heurísticas aplicadas, etc. Asimismo, preguntamos sobre los problemas planteados y de esta forma podremos investigar sobre los contenidos del currículum que contemplan dichos problemas, la forma que tienen los profesores de preguntar estos contenidos en los problemas, las estrategias personales que utilizan en la resolución de problemas, el contexto en que se sitúan los profesores los problemas y la forma de activar las capacidades básicas del alumno (leer comprensivamente, reflexionar, generar hipótesis, verificar el ámbito de validez de las soluciones, etc.).

Se ha de mencionar además, que en cada sección hay preguntas encaminadas a obtener información sobre las concepciones y creencias que tienen los profesores acerca de la geometría y su importancia en la enseñanza, los contenidos necesarios para que el alumno pueda analizar, razonar y comunicar ideas geométricas de un modo efectivo, la metodología empleada por los profesores para llevar a cabo la enseñanza de la geometría y los criterios de evaluación que tienen los profesores para evaluar la geometría,

#### Algunas cuestiones para la discusión en el grupo de geometría

Presentado el diseño de esta segunda etapa del trabajo, planteamos algunas cuestiones como objeto de debate para que desde estas discusiones podamos precisar este diseño:

- ¿Se considera que el trabajo diseñado es interesante? ¿Es demasiado amplio? ¿Cómo podría acotarse?
- ¿Qué sugerencias pueden darnos para mejorar el material diseñado para que sirva de guía en el curso-taller que se quiere utilizar como técnica de obtención de datos para el estudio? ¿Y sobre el desarrollo del curso taller que tiene este objetivo?
- ¿Qué trabajos que no se contemplan en el diseño propuesto podemos tomar como referencia para interpretar los datos que obtengamos en el desarrollo del curso?

\_\_\_\_\_

# Referencias bibliográficas

- Afonso, M. C. (2003). Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio (Tesis Doctoral), Universidad de La Laguna. Tenerife.
- Alsina, C.; Burgués, C. y Fotuny, J. M. (1987). *Invitación a la didáctica de la geometría*, Síntesis. Madrid.
- Blanco, H. (2009). Representaciones gráficas de cuerpos geométricos. Un análisis de los cuerpos a través de sus representaciones (Tesis que para obtener el grado de Maestría en Ciencias en Matemática Educativa), Instituto Politécnico Nacional. México, D.F.
- Blanco, H. y Crespo, C. (2007). Representaciones geométricas y argumentaciones en el aula de matemática, *Premisa*, vol. 32, 15-23.
- Caro, P. y Breccia, M. C. (2009). La Geometría nos rodea, Unión, vol. 17, 85-95.
- Carrillo, J. (1996): Modos de resolver problemas y concepciones sobre la matemática y su enseñanza de profesores de matemáticas de alumnos de más de 14 años. Algunas aportaciones a la metodología de la investigación y estudio de posibles relaciones. (Tesis Doctoral), Universidad de Sevilla. Sevilla.
- Contreras, L. C. (1999). *Concepciones de los profesores sobre la resolución de* problemas, Servicio de publicaciones de la Universidad de Huelva. Huelva.
- Corberán, R. M. (1996). Análisis del concepto de área de superficies planas. Estudio de su comprensión por los estudiantes desde primaria a la universidad (Tesis Doctoral), Universitat de València. Valencia.
- D'Amore, B. & Fandiño, M. I. (2007). Relaciones entre área y perímetro: convicciones de maestros y estudiantes, *Relime*, vol. 10 (1), 39-68.
- Del Olmo, M. A.; Moreno, F. y Gil, F. (1989). Superficie y Volumen ¿Algo más que el trabajo con fórmulas?, Síntesis. Madrid.
- Fielker, D. S. (1987a). Rompiendo las cadenas de Euclides, MEC. Madrid.
- Fielker, D. S. (1987b). Hexágonos, *Epsilon*, vol. 8, 5-10.

Garcia, G. y Carrillo, J. (2006). Relación entre perímetro y área: el caso de Patricia y las interacciones. En Bolea, P.; Moreno, M. y González, M.J. (Eds), *Investigación en Educación Matemática*. *X Simposio de la SEIEM*, pp. 185-194. Universidad de Zaragoza. Huesca.

- García, S. y López, O. L. (2008). *La enseñanza de la Geometría*, Instituto Nacional para la evaluación de la educación. México D. F.
- González, F. E. (2007). Cómo desarrollar clases de Matemática centradas en resolución de Problemas. En Abrate, R. &. Pochulu, M. D. (Comps), *Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de Matemática*, pp. 235-262. Universidad Nacional de Villa María. Córdoba, Argentina.
- Guillén, G. (1991). El mundo de los poliedros, Síntesis. Madrid.
- Guillén, G. (1997). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos.

  Observación de procesos de aprendizaje (Tesis doctoral), Universitat de València.

  Valencia.
- Guillén, G. (2001). Las relaciones entre familias de prismas. Una experiencia con estudiantes de magisterio, *Enseñanza de las Ciencias*, vol. 19 (3), 415-431.
- Guillén, G. (2004). El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos: Describir, clasificar, definir y demostrar como componentes de la actividad matemática, *Educación Matemática*, vol. 16 (3), 103-125.
- Guillén, G. (2005). Análisis de la clasificación. Una propuesta para abordar la clasificación en el mundo de los sólidos, *Educación Matemática*, vol. 17 (2), 117-152.
- Guillén, G.; Jaime, A.; Cáceres, M. y Gutiérrez, A. (1992). La enseñanza de la geometría de los sólidos en EGB (Memoria final del proyecto de investigación), Institución Valenciana de Estudios e Investigación «Alfonso el Magnánimo». Valencia.
- Jones, K. (2000). Critical Issues in the Design of the Geometry Curriculum. In Barton, B. (Eds), *Readings in Mathematics Education*, pp 75-90. University of Auckland. Auckland, New Zealand.

\_\_\_\_\_

- Lopes, B. y Costa, N. (1996). Modelo de enseñanza-aprendizaje centrado en la resolución de problemas: fundamentación, presentación e implicaciones educativas, *Enseñanza de las ciencias*, vol. 14 (1), 45-61.
- Lluis, E. (1982). La Geometría en la enseñanza: notas de una conferencia, *Números*, vol. 3, 7-20.
- Pérez, S. (2006). Algunos resultados sobre la enseñanza de la Geometría en la Educación Secundaria Obligatoria. Estudio exploratorio (Trabajo de investigación del Programa de Doctorado), Universitat de València. Valencia.
- Pérez, S. y Guillén, G. (2007). Estudio exploratorio sobre creencias y concepciones de profesores de secundaria en relación con la geometría y su enseñanza. En Bolea, P.; Camacho, M. y Flores, P. (Eds), *Investigación en Educación Matemática*. *XI Simposio de la SEIEM*, pp. 295-305. Universidad de La Laguna. Tenerife.
- Pérez, S. y Guillén, G. (2008). Estudio exploratorio sobre la enseñanza de contenidos geométricos y de medición en secundaria. En Luengo, R.; Gómez, B.; Camacho, M. y Blanco, L. J. (Eds), *Investigación en Educación Matemática. XII Simposio de la SEIEM*, pp. 307-319. Universidad de Extremadura. Badajoz.
- Polya, G. (1945). *How to Solve It*, Princeton University Press. Princeton, NJ. [Traducción castellana de Julián Zugazagoitia, Cómo plantear y resolver problemas. (México: Trillas 1965).]
- Puig, L. (1996). Elementos de resolución de problemas, Comares. Granada.
- Rey, J. L. (2004). Dificultades conceptuales generadas por los prototipos geométricos o cuando los modelos ayudan, pero no tanto, *Premisa*, vol. 22. 3-12.
- Sáiz, M. (2002). El pensamiento del maestro de Primaria acerca del concepto volumen y de su enseñanza (Tesis Doctoral), Centro de Investigación y de Estudios Avanzados del IPN. México.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problem Solving*, Academic Press. Orlando, FL.
- Vila, A. y Callejo, M. L. (2004). *Matemáticas para aprender a pensar. El papel de las creencias en la remoción de problemas*, Narcea S.A. de ediciones. Madrid.