

RELACIÓN ENTRE LOS DESCRIPTORES DE LOS NIVELES DE VAN HIELE Y LA ADQUISICIÓN DE HABILIDADES DE REPRESENTACIÓN EXTERNA DE FIGURAS PLANAS

Joxemari Sarasua Fernández
Universidad del País Vasco, Vitoria-Gasteiz
Modesto Arrieta Illarramendi
Universidad del País Vasco, San Sebastián

Resumen

Esta comunicación es un avance parcial de una tesis doctoral en fase de elaboración cuyos antecedentes se presentaron en este mismo grupo de trabajo en el XII Simposio del SEIEM el año pasado. Después de clasificar y categorizar los objetivos geométricos para la enseñanza obligatoria relativos al bloque de las figuras planas y reestudiar los descriptores de los niveles de Van Hiele correspondientes en base a la nueva categorización, se analiza la posible correspondencia entre los niveles de razonamiento y la adquisición de habilidades de representación externa de figuras planas. De este análisis se obtienen resultados relevantes que creemos que pueden contribuir a una mejor comprensión de los niveles de Van Hiele.

Abstract

This paper is a partial advance of an ongoing doctoral thesis whose precedent was presented at this same working group at the XIIth SEIEM Symposium last year. After classifying and categorizing the geometric objectives corresponding to compulsory education in the topic plane figures and after reexamining the descriptors of Van Hiele levels related to them on the basis of the new categorization, we analyze the possible relationship between the thinking levels and the acquisition of external representation skills in the topic plane figures. We think, that relevant results for the understanding of Van Hiele levels are derived from this analysis.

Antecedentes

Esta comunicación es el avance de una tesis doctoral en curso y cuyos antecedentes (los dos primeros objetivos) fueron presentados en el anterior simposio de la SEIEM (Sarasua y Arrieta, 2008). Se resumen brevemente a continuación estos antecedentes.

El primer objetivo de nuestro trabajo es la categorización (clasificación, caracterización y, cuando fuera posible, secuenciación) de los objetivos de aprendizaje geométrico para las diferentes etapas educativas, centrandó nuestra atención en las figuras planas. El punto de partida, o motivación de esta investigación, está en las dificultades que numerosos estudios han evidenciado en relación al aprendizaje de la geometría en las diferentes etapas (Senk, 1985; Van Hiele, 1986; Healy y Hoyles, 1998; Hanna y De Villiers, 2008).

Relación entre los descriptores de los niveles de Van Hiele y la adquisición de habilidades de representación externa de figuras planas

El segundo objetivo del estudio apunta a la integración de estos objetivos de aprendizaje en el marco teórico de referencia para la enseñanza y aprendizaje de la geometría: el modelo Van Hiele. La idea sería analizar los descriptores de los niveles de Van Hiele para las figuras planas (Corberán et al., 1994) según la categorización propuesta; esto es, se trataría de asociar cada uno de los descriptores de cada nivel a uno, o varios, objetivos geométricos en sus distintas categorías (Fig. 1). Este proceso serviría, por así de decirlo, de evaluador externo que nos habrá de indicar las virtudes, las potencialidades y, en su caso, las carencias de los niveles de Van Hiele.

CATEGORIZACIÓN DE OBJETIVOS GEOMÉTRICOS					DESCRIPTORES DE LOS NIVELES DE VAN HIELE			
1ª CATEGORÍA Contenido curricular	2ª CATEGORÍA Destrezas en Geometría	3ª CATEGORÍA Objetivos terminales	4ª CATEGORÍA Modos y fases de abordar los objetivos		FRECUENCIA		ADECUACIÓN A LOS OBJETIVOS	
Comprensión de conceptos	Reconocimiento (destrezas visuales)	Identificar	Globalmente	3	9	11%	MEDIA	
			(Por) partes o propiedades	6				
		Relacionar	Globalmente	2	6	8%	MEDIA	
			(Por) partes o propiedades	4				
		Clasificar	Globalmente	3	7	9%	MEDIA	
			Lógicamente	1				
	Partitiva Jerárquica		3					
	Comunicación (destrezas verbales)	Describir	Globalmente	6	9	11%	MEDIA	
			(Por) partes o propiedades	3				
		Definir	Por lista exhaustiva de atributos	Partitiva Jerárquica	5	13	16%	MEDIA
Por lista mínima de atributos			Partitiva Jerárquica	8				
Cálculo procedimental	Representación (destrezas manuales)	Construir	Reproduciendo	1	1	1%	BAJA	
			Creando	Globalmente				
				(Por) partes o propiedades				
		Dibujar	Reproduciendo	1	1	1%	BAJA	
	Creando		Globalmente					
			(Por) partes o propiedades					
	Razonamiento (destrezas lógicas)		Inducir	Perceptivamente	1	5	42%	ALTA
		Empíricamente		3				
		Con inferencia		1				
		Deducir	Informalmente	4	7	21		
Formalmente			3					
Demostrar		Sintiendo la necesidad	2	8				
		Comprendiendo la argumentación	11					
		Construyéndola	8					

Fig. 1: relación entre los descriptores de los niveles de Van Hiele para las figuras planas y nuestra categorización de objetivos geométricos

Se observa que sólo 2 descriptores de 79, y ambos correspondientes al primer nivel, hacen referencia a las destrezas de representación. Además, entre estos no se distinguen entre las diferentes formas de representación: a mano alzada, con instrumentos de dibujo, mediante programas de geometría dinámica, globalmente, a partir de elementos o propiedades, etc.

Así pues, el tercer objetivo de nuestro estudio, y que esbozaremos en esta comunicación, es estudiar la posible relación entre los niveles de Van Hiele y las habilidades de representación

externa. Esta era una cuestión previa y en principio nada trivial. Se sabe, por ejemplo, aunque referido a otro tipo de habilidades, que no existe relación entre los niveles en geometría tridimensional y las habilidades de visualización (Saads y Davis, 1997). Con todo, si la respuesta fuera afirmativa y tal relación existiera, cabe interrogarse sobre las siguientes cuestiones: i) ¿hasta qué punto estarían relacionados los niveles de razonamiento y la adquisición de destrezas de representación?, y ii) ¿sería posible caracterizar los niveles de Van Hiele también en términos de las destrezas de representación?

De confirmarse esta hipótesis (esto es, el desarrollo de destrezas de representación externa en paralelo a los niveles de razonamiento), habría que analizar el grado y las características de la imbricación entre ambas adquisiciones para posteriormente formular, si fuera posible, nuevos descriptores adicionales para los niveles. En ese caso los nuevos descriptores podrían ayudar a fijar mejor los límites de cada nivel y servir como punto de partida para explorar posibles propuestas de mejora.

Metodología y desarrollo de la investigación

A partir de una muestra de 534 estudiantes de 6º Primaria, 2º y 4º ESO, 2º de Bachillerato y de Magisterio, de los cuales se determinó previamente su nivel de razonamiento y el grado de adquisición de éste para las figuras planas, se analizaron cuáles fueron las estrategias, procedimientos y destrezas que manifiestan los estudiantes para resolver una serie de ítems sobre representación de figuras planas. Estos datos se cruzaron para cada individuo con su nivel de razonamiento y grado de adquisición de nivel con el fin de identificar posibles patrones o pautas predominantes. Por tanto la investigación constó de dos vertientes que se solapan: por una parte, la identificación del nivel de razonamiento y su grado de adquisición para los individuos de la muestra, y por otra el estudio de las destrezas de representación externa sobre los mismos individuos.

Para la identificación del nivel de razonamiento se utilizó el test de respuesta libre propuesto por Jaime (1993). Se eligió este test, y no por ejemplo otros de respuesta múltiple, por varias razones: i) porque facilita la identificación de estudiantes en transición entre niveles; ii) porque prevé diversos grados de adquisición de los niveles; iii) porque es adaptable a diferentes etapas educativas y iv) porque ha sido probado o adaptado con éxito en otras investigaciones (Guillén, 1997; Afonso, 2003). La opción de entrevista clínica, a pesar de ser

el instrumento que más información proporciona, se descartó por inviable dada la amplitud de la muestra considerada.

Posteriormente se elaboró y administró un cuestionario específico sobre representación de figuras planas que incluyera una selección de ítems lo suficientemente representativo, dentro de las limitaciones impuestas por el formato, de estas destrezas. Para confeccionar este cuestionario se evidenció la necesidad de categorizar previamente los procesos de representación. Para esta categorización se utilizaron como referentes teóricos, entre otros, las aportaciones de Alsina, Burgués y Fortuny (1988) sobre el interés didáctico del dibujo en geometría y sobre los diferentes tipos de representaciones. Se tuvieron en cuenta así mismo los obstáculos derivados de la naturaleza de los diagramas que afectan a su representación, según los trabajos de Yerushalmi y Chazan (1993). También se tuvieron en cuenta las teorías de Vinner y Hershkowitz (1983; 1987) sobre formación de conceptos matemáticos y de Mesquita sobre la tipicidad. Desde una perspectiva curricular se analizaron, entre otras, las propuestas del Diseño Curricular Base (1992, 1994) actualmente en vigor en el País Vasco y los Estándares del NCTM (2003).

Como resultado de este análisis se propone la siguiente clasificación de las destrezas de representación externa que nos ha servido de base para elaborar el cuestionario correspondiente (Fig. 2):

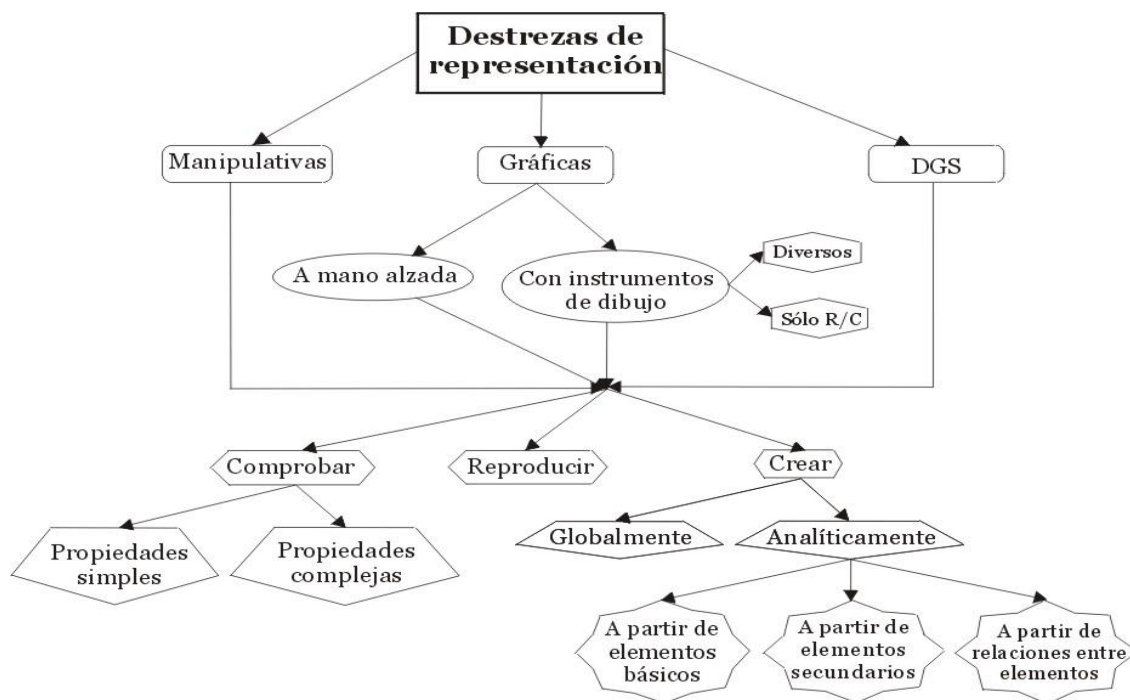


Fig. 2: propuesta de clasificación de las destrezas de representación externa de figuras planas

Tras la administración del test de identificación de los niveles de razonamiento y del cuestionario de representación, se codificaron de los resultados con el software estadístico SPSS y se cruzaron los resultados de ambos.

Conclusiones e implicaciones didácticas

De los resultados obtenidos se deduce que existe relación entre las destrezas de representación externa de las figuras planas y los niveles de razonamiento, que también se manifiesta según los grados de adquisición de cada nivel. Es decir, a medida que aumenta el nivel de razonamiento, y dentro de cada nivel su grado de adquisición, mejoran progresivamente las destrezas de representación de los estudiantes.

Se han sintetizado también una serie de descriptores para los tres primeros niveles de Van Hiele. Se enuncian a continuación algunas características generales de éstos:

- i) Las destrezas manipulativas de construcción global (plegado de papel, calco, recorte con tijeras) se desarrollan en su práctica totalidad a lo largo del primer nivel. También en el primer nivel el estudiante es capaz de usar las tijeras para comprobar algunas propiedades simples. La comprobación, manipulando, de otras propiedades no inmediatas corresponde al segundo nivel de razonamiento.
- ii) Las destrezas de representación a mano alzada sobre cuadrícula y papel en blanco se desarrollan progresivamente entre los dos primeros niveles. Influyen aspectos como, por ejemplo, si se da un modelo para reproducir (primer nivel), o se da una definición de la figura (primer nivel), o un elemento básico de ella, por ejemplo un lado, (primer nivel); o por el contrario, si se trata de dibujar una figura sencilla a partir de elementos secundarios como una diagonal (segundo nivel). Un estudiante de segundo nivel muestra dificultades para dibujar, tanto a mano alzada como sobre cuadrícula, figuras más complejas a partir de elementos secundarios.
- iii) Las destrezas que implican en diverso grado el uso de regla, compás y transportador como instrumentos de medida y de dibujo de precisión comienzan a mostrarse ya en el primer nivel, por ejemplo para comprobar propiedades sencillas o incluso para dibujar algunas figuras simples (por ejemplo un triángulo equilátero). Sin embargo ni en el primer nivel ni en el segundo un estudiante es consciente de la naturaleza y las exigencias del dibujo de

precisión, por lo que no es capaz de dibujar figuras planas en general mediante el uso de instrumentos de dibujo, ni a partir de su definición, ni dado un modelo para reproducir ni a partir de algunos de sus componentes. Únicamente en el tercer nivel se extiende el uso de la regla y el compás para dibujar con precisión algunas figuras (triángulos, hexágono regular, etc.).

Creemos que los resultados y metodología de este estudio pueden contribuir a definir mejor los límites de cada nivel, facilitar su comprensión y pueden servir como punto de partida para explorar posibles propuestas de mejora en otras áreas de la geometría (sólidos, isometrías, etc.). Nuestra propuesta de categorización y secuenciación de objetivos geométricos también puede aportar elementos de mejora curricular. Podrían formularse con mayor precisión los objetivos didácticos que los estudiantes serían capaces de alcanzar de acuerdo a su nivel de razonamiento, así como los contenidos concretos a impartir según los niveles educativos, que podrían secuenciarse y organizarse de forma más operativa para facilitar su comprensión y aprendizaje.

Referencias bibliográficas

- Afonso, M. C. (2003). *Los niveles de pensamiento geométrico de Van Hiele. Un estudio con profesores en ejercicio (Tesis doctoral)*. Universidad de La Laguna, La Laguna.
- Alsina, C.; Burgués, C.; Fortuny, J. M. (1988). *Materiales para construir la Geometría. Síntesis*. Madrid.
- Corberán, R.; Gutiérrez, A.; Huerta, M. P.; Jaime, A.; Margarit, J. B.; Peñas, A., et al. (1994). *Diseño y evaluación de una propuesta curricular de aprendizaje de la geometría en Enseñanza Secundaria basada en el modelo de razonamiento de Van Hiele*. Ministerio de Educación y Ciencia. Madrid.
- DCB. (1992). *Diseño Curricular Base de la Comunidad Autónoma Vasca. Educación Primaria (Conocimiento del Medio, Matemáticas, Educación Física, Educación Artística)*. Gobierno Vasco. Vitoria-Gasteiz.
- DCB. (1994). *Diseño Curricular Base de la Comunidad Autónoma Vasca. Educación Secundaria Obligatoria (Tecnología básica, Matemáticas)*. Gobierno Vasco. Vitoria-Gasteiz.
- Guillén, G. (1997). *El modelo de VH aplicado a la geometría de los sólidos. Observación de procesos de aprendizaje (Tesis doctoral)*. Universitat de València, València.
- Hanna, G.; De Villiers, M. (2008). "ICMI study 19: proof and proving in mathematics education". *ZDM-The International Journal of Mathematics Education*, 40(2), 329-336.
- Healy, L.; Hoyles, C. (1998). *Justifying and proving in school mathematics. Technical Report on the Nationwide Survey*. London: Institute of Education, University of London.
- Hershkowitz, R.; Vinner, S. (Eds.). (1987). *Geometry working group report from the 10th conference and some subsequent reactions*.
- Jaime, A. (1993). *Aportaciones a la interpretación y aplicación del modelo de Van Hiele: la enseñanza de las isometrías del plano. La evaluación del nivel de razonamiento (Tesis doctoral)*. Universitat de València. Valencia.
- NCTM. (2003). *Principios y Estándares para la Educación Matemática*. Sociedad Andaluza de Educación Matemática Thales. Sevilla.

Saads, S.; Davis, G. (1997). "Spatial Abilities, Van Hiele levels, & language use in three dimensional geometry". In Pehkonen, E. (Ed.), *Proceedings of the 21st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. 104-111. Lahti.

Sarasua, J.; Arrieta, M. (2008). Propuesta de categorización de los objetivos geométricos. Reanálisis de los niveles de Van Hiele referidos a las figuras planas. In SEIEM (Ed.), *Comunicaciones de los grupos de investigación. XII Simposio de la SEIEM*. Badajoz: SEIEM.

Senk, S. L. (1985). "How Well Do Students Write Proofs?". *Mathematics Teacher*, 78(6), 448-456.

Van Hiele, P. M. (1986). *Structure and Insight*. Academic Press. London.

Vinner, S.; Hershkowitz, R. (1983). "On concept formation in geometry". *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik*, 83(1), 20-25.

Yerushalmy, M.; Chazan, D. (1993). "Overcoming visual obstacles with the aid of the Supposser". In Schwartz, J. L.; Yerushalmy, M.; Wilson, M. (Eds.), *The geometric Suposser: What is it a case of?* 25-56. Lawrence Erlbaum. Hillsdale, NJ.