



**CARACTERÍSTICAS DOS ALUNOS QUANDO SE ENVOLVEM
COM SOFTWARE DINÂMICO DE MATEMÁTICA
THE GEOMETER'S SKETCHPAD**

*Um estudo de caso uma Turma 15 de alunos do 6ºAno da
Escola Básica 2,3 N. Senhora Luz, em Arronches*

**Investigación realizada por el Doctorando D. Alcino Silva
Director Dr. D. Ricardo Luengo González. Universidad de Extremadura.**



Índice

Sumário.....	2
Resume.....	3
Agradecimentos.....	4
Capítulo I – Introdução	
Motivações pessoais para a realização do estudo	5
Enquadramento e objectivos do estudo.....	5
Capítulo II – Revisão da Literatura	
O Computador no Ensino da Matemática.....	9
Perspectivas do Ensino da Geometria	14
A aprendizagem da Geometria.....	15
The Geometer’ s Sketchpad – Ferramenta para a Geometria.....	21
Origem do The Geometer’ s Sketchpad.....	22
The Geometer’ s Sketchpad e a Mudança no Ensino da Matemática.....	24
Capítulo III – Metodologia	
Opção Metodológica.....	27
Participantes.....	30
Versão do Programa The Geometer’ s Sketchpad.....	31
Apresentação do Programa.....	31
Fase do Estudo.....	32
Orientações Metodológicas Gerais.....	32
Capítulo IV – Resultados	
Apresentação e análise dos dados.....	34
Carácter afectivo.....	34
Organização do trabalho.....	37
Aspectos Matemáticos	42
Trabalho de Grupo.....	51
Capítulo V – Conclusões	
Conclusões.....	63
Limitações do Estudo.....	64
Considerações Finais.....	64
Sugestão	65
Bibliografia.....	66
Anexos	
Actividades; Questionário	



Sumário

Título: *Características dos alunos quando se envolvem com software dinâmico de matemática - The Geometer's Sketchpad*

Autor: Alcino Inês dos Santos Silva

Instituição: Universidad de Extremadura - Instituto de Ciencias de la Educación

Seminário de Investigação – 2º Ano do Curso de Doutoramento

Resumo: Neste estudo utilizou-se o programa educacional The Geometer's Sketchpad uma (ferramenta) que permite explorar a Geometria. Pretendeu-se estudar as características de um determinado grupo de alunos de uma turma do 6º ano de escolaridade do Agrupamento de Escolas Básicas Nª Senhora da Luz, em Arronches, quando se envolvem no estudo da geometria com a utilização do computador, relativamente:

- a) Construção de figuras geométricas que não se desmancham;
- b) Analisar figuras geométricas e suas propriedades;
- c) A compreender da necessidade e utilidade das demonstrações;

Os alunos trabalharam em grupo, em uma aula semanal de 90 minutos, na sala de computadores, durante 5 semanas do ano lectivo, com base em situações propostas em fichas de trabalho.

A análise do estudo foi feito, através de observação directa nas aulas, dos trabalhos gravados nas disquetes e ainda sustentada por um inquérito, que os alunos preencheram no final de todas as fichas.

De uma forma geral, considerando os objectivos do estudo, pôde-se concluir que este estudo levou os alunos a reflectir e a consolidar os conceitos de geometria estudados, com mais facilidade. Os alunos mostraram-se motivados, confiantes no desenvolvimento do seu trabalho, adquiriram, também, uma ideia melhor do papel do erro na actividade matemática e da necessidade de fazer várias tentativas e reflectir sobre elas.

Como sugestão dever-se-á passar à exploração deste software ou de outras de geometria dinâmica, no ensino-aprendizagem da Geometria, com novas figuras e em anos lectivos seguintes, que exijam construções, justificações e investigações menos familiares.

RESUMEN



Título: *Características dos alunos quando se envolvem com software dinâmico de matemática - The Geometer's Sketchpad*

Autor: Alcino Inês dos Santos Silva

Instituição: Universidad de Extremadura - Instituto de Ciencias de la Educación

Seminário de Investigação – 2º Ano do Curso de Doutoramento

En este estudio se ha utilizado el programa educativo “The Geometer’s Sketchpad”, una herramienta que permite explorar la geometría. Se pretendía estudiar las características de un determinado grupo de alumnos, de una clase de 6º año del Agrupamiento de Escuelas Básicas “Nuestra Señora de la Luz” en Arronches, cuando tratan el estudio de la geometría mediante el uso del ordenador, en referencia a:

- d) Construcción de figuras geométricas que no se ¿ deshacer?;
- e) Analizar figuras geométricas y sus propiedades;
- f) Comprender la necesidad y utilidad de las demostraciones;

Los alumnos trabajaron en grupo, en una sesión semanal de 90 minutos, en la sala de informática, a lo largo de cinco semanas, sobre la base de las situaciones propuestas en fichas de trabajo.

El análisis del estudio fue hecho a través de la observación directa en las aulas, de los trabajos grabados en disquetes y del cuestionario que los alumnos rellenaron al final de las actividades.

De una forma general, considerando los objetivos del estudio, podemos concluir que este experimento llevó a los alumnos a reflexionar e consolidar con más facilidad los conceptos de geometría. Los alumnos se mostraron motivados, confiados en el logro de su trabajo, adquiriendo, también, una idea más real del papel de los errores en la actividad matemática y de la necesidad de hacer varias tentativas y reflexionar sobre ellas.

Como conclusión, se sugiere la necesidad de explorar, este ora software de geometría dinámica, no enseñanza-aprendizaje da Geometría, de nuevas figuras e en cursos siguientes, que exijan construcciones, justificaciones e investigaciones menos familiares por parte de los alumnos.



Agradecimentos

A concretização deste trabalho não teria sido possível sem a conjugação de condições favoráveis e sem o apoio obtido de algumas pessoas e instituições.

Assim, agradeço especialmente:

ao meu orientador Prof. Dr. Ricardo Luengo, pelo apoio e sugestões prestadas;

aos alunos do 6º ano, turma A, da Escola Básica, 2,3 Nossa Senhora da Luz, em Arronches e o professor Luís Fernando Belchior Maurício, pela colaboração imprescindível neste estudo;

ao Prof. Dr. Pedro Gonzalez, pelo incentivo e ajuda;

ao professor Fernando Pires, pela ajuda, incentivo e apoio bibliográfico;

ao Conselho Executivo da Escola Básica, 2,3 Nossa Senhora da Luz, em Arronches, por todas as facilidades que proporcionou para a realização do trabalho;

ao Conselho Executivo da Escola Superior de Educação de Portalegre, que gentilmente cedeu o programa informático;

a professora Iolanda Franco e a Elisabete Franco, pela ajuda preciosa nas traduções;

aos muitos colegas e familiares que sempre me incentivaram;

a Nina, Rui e Bel, por tudo.



Capítulo I Introdução

Motivações pessoais para a realização do estudo

Este estudo surge na sequência de preocupações e interesses pessoais e profissionais relativamente ao processo de práticas pedagógicas e ainda o gosto pessoal pela Geometria e pela sua aprendizagem, através da exploração de ambientes geométricos dinâmicos.

Enquadramento e objectivos do estudo

O modo como os computadores estão a ser utilizados nos currículos escolares, tem as suas raízes em teorias sobre a aprendizagem. Segundo Simonson e Thompson (1997), dessas teorias, a behaviorista é a que historicamente teve maior influência na fase inicial de utilização do computador. Sustentam estes autores que as aplicações do behaviorismo à educação, baseia-se no princípio de que a instrução deve ser projectada para produzir comportamentos observáveis e qualificáveis no aluno de forma que este aproprie progressivamente os conhecimentos, partindo da divisão das ideias complexas em ideias mais simples.

Segundo o Panel on Educational Technology (1997), o pensamento da corrente construtivista contemporânea tem sido fortemente influenciada por



modelos do processo de aprendizagem que se tem desenvolvido nas últimas décadas, dentro da comunidade da ciência cognitiva e que diferem, em termos significativos dos que surgiram a partir da teoria behaviorista. “Psicólogos da Educação e teóricos da aprendizagem estão-se a afastar da aproximação behaviorista e tem defendido um *closer look* para os processos internos que ocorrem nos alunos durante a instrução” Simonson e Thompson (1997,p.41), dando uma grande importância à autonomia e iniciativa dos alunos. Para o Panel, com este novo paradigma construtivista a tecnologia é vista não como uma ferramenta para melhorar a eficácia dos métodos tradicionais mas como um elemento de uma nova pedagogia.

Dentro do contexto deste paradigma, Ponte & Canavarro (1997) referem, dentro dum quadro de diferentes possibilidades do uso das novas tecnologias, a utilização do computador como suporte para a criação de novos contextos educativos, em que cabe ao aluno uma iniciativa importante na aprendizagem de um leque mais alargado de objectivo de competências.

Numa perspectiva construtivista e segundo a teoria do desenvolvimento de J. Piaget, toda a aprendizagem depende fundamentalmente de acções coordenadas do sujeito, quer de carácter concreto ou abstracto. No contexto da Matemática, nesta perspectiva, a aprendizagem nesta perspectiva depende de acções que caracterizam o “fazer matemática”: experimentar, interpretar, visualizar, induzir, abstrair, generalizar e demonstrar. É o aluno que age,



diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de “factos”, geralmente na forma de definições e propriedades.

Numa tal apresentação formal e discursiva, os alunos não se engajam em acções que desafiem suas capacidades cognitivas, sendo-lhes exigido no máximo memorização e repetição, e conseqüentemente não são autores das construções que dão sentido ao conhecimento matemático.

Durante alguns anos, a linguagem Logo se apresentou como uma das poucas ferramentas computacionais, se não a única, que tinha como concepção pedagógica que “só se aprende fazendo, experimentando, investigando”.

Dado o crescente interesse das crianças por computadores e a introdução de tecnologias informática de âmbito educativo nomeadamente no currículo de matemática, propus compreender e caracterizar as práticas pedagógicas com recurso ao software de geometria dinâmica, como é o Geometer’s Sketchpad, que permite fazer construções e manipulá-las, conservando invariantes as relações estabelecidas. Assim, neste estudo pressupôs-se que com recurso a este software é possível criar estratégias poderosas para a construção do conhecimento geométrico. O que se pretende com este estudo é conhecer como é que um determinado grupo de alunos exploram – realizam, justificam e investigam – construções utilizando o referido software e como é que isso os habilita a compreender objectivos geométricos.



Este trabalho é um *estudo de caso*, e foi realizado com a colaboração de alunos de uma turma e de uma escola, onde o processo de ensino utilizado, no estudo do capítulo da geometria pelo professor titular da turma, não tinha contemplado o recurso as ferramentas informáticas.

Metodologicamente, foram usados instrumentos para a recolha de dados de natureza qualitativa e quantitativa. A investigação é essencialmente de carácter qualitativo, baseada na observação e descrição e posterior análise de um conjunto de dados recolhidos através, de observação directa na resolução das actividades na sala de aula, na gravação em vídeo do desempenho de alguns grupos e ainda de um questionário, com o intuito de compreender o processo de aprendizagem dos alunos com este software e a repercussão deste tipo de aprendizagem para o seu desenvolvimento.



Capítulo II

Revisão da Literatura

O computador no Ensino da Matemática

Com este estudo pretendemos contribuir para maior implementação de estratégias pedagógicas no currículo da matemática, uma vez que procura caracterizar processos de aprendizagem da Geometria desenvolvidos pelos alunos num ambiente informático, com é o caso da utilização do software de geometria dinâmica.

Nas *Normas para o currículo e Avaliação da Matemática Escolar* -NTCM (1991), define-se o termo “*currículo*” como um plano operacional que além de especificar os assuntos que os alunos precisam de aprender, debruça também sobre os modos como os alunos podem levar cabo as metas curriculares. Do mesmo modo refere também como os professores podem ajudar os alunos a desenvolver o seu conhecimento matemático e o contexto em que decorre o ensino-aprendizagem.

O actual Sistema Educativo português nos seus currículos e particularmente no ensino da matemática, defende a utilização dos computadores, porque tem sido amplamente reconhecido como um dos contributos mais importantes, para concretizar os novos objectivos que actualmente se colocam na Educação Matemática.

A utilização deste instrumento tem vindo ao longo dos anos, a preocupar educadores e organizações profissionais, que têm produzido várias recomendações/ propostas de acções pedagógicas onde se encontram referidas numerosas potencialidades educativas do computador no ensino da matemática entre outros: APM



(1988); Fey (1991); ICMI (1987); NCTM (1987, 1991); Schoenfeld (1988); Schoaff (1988); Ponte (1986, 1997), que enumeram diversas possibilidades que a utilização dos computadores pode oferecer ao nível dos objectivos educativos, da concepção sobre a matemática, dos conteúdos matemáticos, da natureza das actividades, das metodologias de trabalho, do papel dos alunos e do professor no processo de ensino aprendizagem.

Ponte (1986), o computador pode ser utilizado para estudar as propriedades de quaisquer sistemas matemáticos abstractos, tornando-se auxiliar precioso para a formulação e testagem de novas conjecturas que se procuram depois provar por métodos convencionais.

Ponte (1986), refere que os programas de simulação, ao permitirem ultrapassar muitos dos obstáculos que se colocam numa aula tradicional à exploração de situações da vida real, poderão constituir um factor significativo de motivação e de desenvolvimento conceptual do aluno.

Fey (1980), refere que os gráficos em computadores constituí uma das contribuições mais estimulantes para a educação matemática na década de 80. Eles oferecem-nos enormes esperanças para alargar a compreensão dos alunos em importantes ideias matemáticas.

O National Research Council (1989), afirma que, em todas as vertentes da matemática, os computadores vieram colocar novos problemas para a investigação, fornecendo novas ferramentas para resolver velhos problemas e introduzindo novas estratégias. Embora o público em geral veja, muitas vezes, os computadores como



instrumentos que podem substituir pura e simplesmente a matemática, na realidade, constituem meios que se enriquecem mutuamente. De facto, tal como os computadores trazem novas oportunidades à matemática, também é a matemática que auferem grande parte das potencialidades dos computadores.

National Council of Teachers of Mathematics - NCTM (1987), chama a atenção para a importância dos computadores e das calculadoras para a renovação dos currículos de educação matemática. Chama a atenção para a importância da introdução das tecnologias de informação nos currículos de matemática, defendendo que todos os alunos devem ter (1) acesso a calculadoras em qualquer momento (2) um computador para trabalho individual ou em grupo (3) possibilidade de utilizar o computador como uma ferramenta que serve para processar informação, para investigar e para resolver problemas. Por outro lado cada sala de aula deve estar equipada com um computador.

Schoenfeld (1988), explora a noção de computadores como transformadores de funcionamento cognitivo – o que significa que é mais do que mero amplificadores. Para este autor, as novas tecnologias da informação e em particular o computador “(...) fazem mais do que simplesmente aumentar o teu potencial, permitindo-te fazer coisas mais eficientemente do que poderias fazer.

ICMI (1987), No relatório desta comissão pode-se “Os conceitos matemático dependem sempre dos meios de cálculo e dos meios de escrita (...) Podemos esperar que os novos meios de cálculo e de escrita que os computadores oferecem, permitam a



emergência de novos conceitos matemáticos (...) sobre as noções mais clássicas, eles permitem um olhar novo”

Schoaff (1988), aborda num estudo sobre computadores na educação matemática, que as actividades com o computador vão ao encontro das directivas e critérios inerentes aos currículos e que as unidades podem ser facilmente implementados pelos professores, sem a necessidade de um treino muito intensivo.

Fey (1988), centrando-se nas perspectivas de desenvolvimento tecnológico e nas implicações dessas perspectivas para a Matemática escolar, considerou a revisão curricular e a revisão dos métodos de ensino de modo a poder tirar-se partido das novas tecnologias de informação, como uma das tarefas importantes na educação matemática.

Steen (1989), afirma que, para ajudar os alunos a lidar com a era do séc. XXI, dominada pelos computadores e pelas comunicações planetárias, os docentes de matemática devem inovar o currículo, os métodos e as técnicas de ensino.

Fey (1991), refere que o utilizador deve, em qualquer altura, ser capaz de modificar as características de qualquer elemento de uma figura e de ver a nova figura desenhada imediatamente. Isto encoraja o exame de muitas variantes de um tema particular com o objectivo de descobrir as propriedades invariantes de todas elas.

Ponte (1997), citado na tese “As novas tecnologias e a formação de professores” de (Ribeiro. M. J. 1999), refere que o papel decisivo que assumem as formas como o computador for utilizado, podendo-o tornar-se tanto um instrumento de libertação, poder, desenvolvimento e inovação como de aborrecimento, massificação e opressão.



Veloso (2000), num artigo defende que, parece finalmente ter chegado a hora dos computadores. Os colegas que foram pioneiros e lutaram, desde há vários anos, pela utilização das calculadoras em educação matemática, (...). Mas as calculadoras não substituem de modo algum os computadores, e chegou a hora destes ocuparem o centro das preocupações. (...)

Neste capítulo de revisão da literatura, procurou-se aprofundamento teórico em teses de mestrado de Ribeiro, M. J. 1999, “As novas tecnologias e a formação de professores de matemática”; Junqueira, M.M. 1995, “Aprendizagem da geometria em ambientes computacionais dinâmicos”; Saraiva, M. J. 1991, “O computador na aprendizagem da geometria”; e ainda vários trabalhos de investigação J. P. Ponte; J. Fey; entre outros.



Perspectivas do ensino da geometria

Actualmente existem algumas perspectivas diferentes acerca da implementação da Geometria no currículo. Estas perspectivas relacionam-se com questões do tipo: *o que é saber Geometria e como se constrói o conhecimento geométrico?*

Lampert (1988), tenta responder à questão anterior considerando três epistemologias diferentes sobre o conhecimento geométrico: a dedutiva, a doutrinal e a indutiva. Para esta autora, na epistemologia dedutiva *saber Geometria* é uma maneira de utilizar o pensamento dedutivo. A Geometria é unicamente um exemplo de uma estrutura matemática. Esta perspectiva implica o conhecimento de um conjunto de regras pré-estabelecidas (axiomas), a partir dos quais se conseguem deduzir logicamente outro conjunto de afirmações (teoremas ou proposições).

Numa epistemologia doutrinal, *saber Geometria* relaciona-se com o conhecimento que se adquire ouvindo e acreditando no que diz o professor e os livros de texto. Como num acto de fé, aprendem-se sem questionar, um conjunto de regras e de truques que serão necessários mais tarde para resolver uma determinada espécie de exercícios.

O conhecimento geométrico constrói-se pela experiência, se considerarmos uma epistemologia indutiva. O ensino e a aprendizagem da Geometria incluirão desta forma, um conjunto de processos tais como construir, comparar, medir, desenhar. E é através dessas experiências diversificadas que o aluno vai tirando as suas próprias conclusões e construindo o seu próprio conhecimento.

Estas três epistemologias implicam "diferentes pedagogias e diferentes espécies de relações entre o que os professores fazem, os alunos aprendem, o que é provado matematicamente, e o que se considera "sabido" Lampert, (1988).



Aprendizagem da Geometria

Nos últimos anos tem-se vindo a revalorizar a geometria nos programas de matemática. O estudo da geometria é importante para que a criança conheça o espaço em que se move, pelo que se torna importante promover a aprendizagem baseada na experimentação e na manipulação. A visualização espacial proporcionam meios de perceber o mundo físico e de interpretar, modificar e antecipar transformações relativamente aos objectos. Assim, o desenho, a manipulação e a construção no computador de objectos geométricos permitem a exploração de conjecturas e a investigação de relações que precedem o uso do raciocínio formal.

Actualmente, ferramentas computacionais, designadas por ambientes geométricos dinâmicos (*Cabri Geomètre*, *Geometer's Sketchpad*, ...) são geradoras de uma nova abordagem no ensino e aprendizagem da geometria. Permitem a construção e manipulação de objectos geométricos e a descoberta de novas propriedades desses objectos, através da investigação das relações ou medidas que se mantêm invariantes.

A geometria está presente em múltiplos campos da nossa sociedade actual, como na produção industrial, no *design*, na arquitectura, na topologia, nas artes plásticas. Ao mesmo tempo, as formas geométricas representam um aspecto importante do estudo dos elementos da natureza.

Por outro lado, o conhecimento básico das formas geométricas é importante na vida quotidiana, para uma pessoa se orientar, estimar formas e distâncias, fazer medições indirectas ou apreciar a ordem e a estética da natureza e na arte. É também importante



na comunicação, por exemplo, para dar e receber informações relativas ao modo de se chegar a um dado lugar.

No ensino básico, os primeiros níveis são fundamentais, requerendo que se percorra uma fase inicial, prolongada, de abordagem intuitiva e experimental do conhecimento do espaço e de desenvolvimento das formas mais elementares de raciocínio geométrico, ligado ao conhecimento das propriedades fundamentais das figuras e das relações básicas entre elas.

As crianças desenvolvem um pensamento geométrico realizando acções e reflectindo sobre essas acções. Antes do desenvolvimento da linguagem, as suas interacções com o meio baseiam-se essencialmente em experiências espaciais. Piaget, que estudou o desenvolvimento da compreensão espacial nas crianças, distingue percepção - conhecimento dos objectos resultante de um contacto directo com eles - de representação (*ou imaginário mental*) - que envolve a evocação de objectos na sua ausência.

Nos diversos períodos de desenvolvimento equacionados por este autor, há uma diferenciação progressiva de propriedades geométricas, partindo das topológicas - propriedades globais independentes do tamanho e da forma - passando a um segundo grupo de propriedades, as projectivas - que têm a ver com a capacidade de prever como um objecto é visto de diferentes ângulos - e finalmente às propriedades euclidianas - relacionadas com o tamanho, distância e direcção, conduzindo à medida de



comprimentos, ângulos, áreas, etc. Esta sequência verifica-se em termos de percepção e de representação.

A utilização nos diferentes programas de ensino diversos ambientes computacionais, permitem uma abordagem dinâmica da geometria, valorizando assim competências e capacidades.

As competências específicas da matemática, proposto na Reorganização Curricular em curso no sistema de ensino português, no ensino da matemática e relativamente a geometria, é proposto que o aluno deve desenvolver algumas capacidades:

.a aptidão para realizar construções geométricas e para reconhecer e analisar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente, recorrendo a materiais manipuláveis e a software geométrico;

.a predisposição para procurar e explorar padrões geométricos e o gosto por investigar propriedades e relações geométricas;

.a aptidão para formular argumentos válidos recorrendo à visualização e ao raciocínio espacial, explicitando-os em linguagem corrente;

.a predisposição para identificar propriedades de figuras geométricas, nomeadamente, em triângulos, em quadriláteros e em sólidos geométricos, bem como para justificar e comunicar os seus raciocínios;

.a aptidão para realizar construções geométricas, nomeadamente, ângulos e triângulos, bem como para descrever figuras geométricas; (Currículo Nacional do Ensino Básico - Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica)



“Se a criança se habitua a experimentar e a tentar encontrar a procurar o que há de invariante numa situação (...) e se ela compreende que não basta que uma hipótese formulada se verifique em alguns casos, para poder tomar essa hipótese como uma afirmação verdadeira, sendo necessário encontrar uma argumentação lógica para validar, ou um contra-exemplo para rejeitar, então a criança está a desenvolver aspectos essenciais da sua competência matemática.” P. Abrantes, Lurdes Serrazina e Isolinda Oliveira (1999).

Recorrendo a materiais manipuláveis e principalmente aos *software* geométricos, que permitem a construção e manipulação de objectos geométricos, como por exemplo, desenhar um triângulo qualquer e alterá-lo, concluindo que a soma dos ângulos internos se mantém invariante, e ainda descobrir novas propriedades desses objectos, através da investigação das relações ou medidas que se mantêm invariantes.

Segundo Junqueira (1993), os processos de resolução que ocorrem numa situação problemática dependem da interacção entre o aluno, a situação/problema e o contexto, fazendo o computador parte deste último. Assim, ferramentas computacionais como é o Geometer's Sketchpad, pela apresentação dinâmica das formas que permitem, desenvolvem a imaginação e a criatividade e são fonte de novas combinações e generalizações fazendo com que não haja desmotivação dos alunos, pois repetir várias vezes com papel e lápis uma construção de modo a procurar invariâncias ou regularidades numa situação pode levar a desmotivação.



Junqueira e Valente (1998), no estudo sobre exploração de construções geométricas dinâmicas, referem que, (re)descobrir propriedades geométricas com recurso apenas às ferramentas clássicas tem grandes inconvenientes: o tempo que se gasta na construção de um número suficientemente grande de exemplos relacionados com a prioridade, com frequência pouco precisos; o tempo que se gasta na realização de medições e cálculos pouco precisos; as construções resultantes são estáticas e apenas podem tornar-se flexíveis por meio da imaginação. Se a exploração das construções geométricas se fizer com recurso aos software de geometria dinâmica ultrapassam-se estes inconvenientes. Realizando uma construção geométrica e observando as suas modificações, feitas em tempo real e segundo critérios do próprio utilizador, este pode perceber que características permanecem invariantes, em suma investigar as propriedades geométricas da figura representada na construção num permanente vai e vem entre indução e dedução.

O recurso a ambientes computacionais dá ao aluno a possibilidade de fazer construções no ecrã de um computador, tendo em conta as propriedades das figuras geométricas, e de manipular essas construções, mantendo as referidas propriedades e permitem um maior leque de acções e o trabalho com objectos mais complexos relativamente à utilização das ferramentas clássicas (papel e lápis, régua e compasso) é fundamentalmente, permitem que os alunos contactem com um grande número de situações em tempo real e se apercebam do domínio de validade das propriedades estudadas. Trabalhar com estes ambientes ajuda os alunos a dar sentido ao processo da



demonstração. A sua aprendizagem decorre por etapas e a formulação de conjecturas e sua validação, com a análise de exemplos e contra-exemplos, é facilitada pelo vai e vem contínuo facultado pelas ferramentas.

As primeiras abordagens da geometria envolvem actividades como construir, traçar, medir, desenhar, visualizar, comparar, transformar e classificar figuras geométricas.



Geometer's Sketchpad - Ferramenta para a Geometria

È uma ferramenta especialmente, para construções em Geometria. Dispõem de “régua e compasso electrónicos”, sendo a interface de menus de construção em linguagem clássica da Geometria. Os desenhos de objectos geométricos são feitos a partir das propriedades que a definem. Através de deslocamentos aplicados aos elementos que compõem o desenho, este se transforma, mantendo as relações geométricas que caracterizam a situação. Assim, para um dado conceito ou teorema temos associada uma colecção de “desenhos em movimento”, e as características invariantes que aí aparecem correspondem as propriedades em questão. O aluno age sobre os objectos matemáticos num contexto abstracto, mas tem como suporte a representação na tela do computador. A multiplicidade de desenhos enriquecem a concretização mental, não existindo mais as situações prototípicas responsáveis pelo entendimento inadequado.

Apresentam interface dinâmica e interactiva (“desenhos em movimento” e que podem ser automatizados através do recurso de botões), múltiplas representações (trabalha com geométrica sintética e um pouco de analítica), capturação de procedimentos (tem comando que permite ter acesso a história da construção e comandos para criação de macros. Além disto, tem uma janela adicional onde a construção é explicitada também através de linguagem matemática).



Origem do Geometer's Sketchpad

O "Geometer's Sketchpad" foi desenvolvido como parte do "Visual Geometry Project" uma Fundação nacional Científica sob a direcção do Dr. Eugene Klotz no Swarthmore College e do Dr. Doris Schattschneider no Moravian College em Pennsylvania. Em adição ao sketchpad, o Visual Geometry Project produziu o "The Stella Octangula" e o "PlatonicSolids": videos, livros de actividades e materiais manipuláveis também publicados pelo Key Curriculum Press. O criador e programador do sketchpad Nicholas Jackiw, juntou-se ao VGP (Visual Geometry Project) no verão de 1987. Ele começou um sério trabalho de programação um ano mais tarde. O sketchpad para a Macintosh foi desenvolvido num ambiente aberto e académico os quais muitos professores e outros utilizadores experimentaram em edições iniciais do programa e forneceram investimentos aos seus desenhos. Nicholas veio trabalhar para o Key Curriculum Press em 1990 para produzir a "beta" versão do software utilizado nas aulas. Um conjunto de trinta escolas depressa passaram para um grupo de mais de cinquenta à medida que a notícia se espalhava e as pessoas ouviam ou viam o sketchpad demonstrado em conferências. A abertura com que o sketchpad foi desenvolvido, gerou um incrível feedback e entusiasmo pelo programa. Por altura do seu lançamento, na primavera de 1991 tinha já sido utilizado por centenas de professores, estudantes e outros apaixonados da geometria e era já a mais falada e esperada peça de software escolar matemático de que há memória.



No primeiro ano do sketchpad, o Key Curriculum começou a estudar como o programa estava a ser usado nas escolas. Fundado em parte por um pequeno subsídio concedido pela National Science foundation, para pequenos negócios, esta pesquisa é reflectida nestas notas ao professor, em materiais curriculares, e na nova versão do sketchpad. A versão 2 do programa, lançada em Abril de 1992, introduziu no sketchpad mudanças melhoradas e capacidades de apresentação.

A primeira versão do sketchpad para o Windows, foi lançada em Março de 1993. A versão 3 para a Macintosh e Windows, uma versão melhorada, foi lançada em Abril de 1995 e incorpora capacidades analíticas e de gráficos, construções em locus, arcos, apontamentos matemáticos melhorados, ferramentas de escrita e transformações por medida. A sala de aula continua a ser a base do desenvolvimento de software e dos materiais que o acompanham.



O Geometer's Sketchpad e a Mudança no Ensino da Matemática

A maneira como ensinamos matemática - geometria em particular - mudou graças a alguns desenvolvimentos importantes em anos recentes. Alternativas a uma aproximação rígida e dedutiva, estão disponíveis depois de mais de um século de fracasso em atingir a maioria dos alunos. O "National Assessment of Educational Progress" descobriu em 1982 que fazer provas era o que menos se gostava em Matemática, em alunos de 17 anos e menos de 50% deles achava que o tópico era importante. Primeiro, em 1985, Judah Schwartz e Michal Yerushalung, do "Education Development Center" desenvolveram um marco no software educativo que tornaram possível a professores e alunos o uso do computador como ferramenta de ensino e aprendizagem. Os técnicos de geometria da Apple II, encorajaram os alunos a inventar a sua própria matemática, tornando fácil a criação de figuras geométricas simples e fazendo conjecturas sobre as suas propriedades. Aprender geometria poderia tornar-se num caminho aberto a explorações e relações de figuras geométricas- um processo de descoberta que motivaria provas, em vez de uma confusão de provas sobre teoremas que os estudantes entendiam ou não.

Em 1989 o "National Council of Teachers of Mathematics" publicou "Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics (the Standards) que alterou de forma significativa o modo como a matemática é ensinada. No ensino da geometria, o "Standard" dava menos ênfase na apresentação da geometria como um sistema completamente dedutivo e numa redução de "provas de duas colunas". O Standard defendia um aumento de explorações abertas e conjecturas e aumentou a importância



dada à geometria transformacional. No seu intuito de mudança, o Standard reconheceu o impacto que as ferramentas tecnológicas, incluindo os "técnicos de geometria", têm na maneira que a matemática é ensinada, libertando os alunos de consumo de tempo, tarefas mundanas e dando-lhes os meios para ver e explorar relações interessantes.

Ao publicar a 1ª edição de Michael Serra "Discovering Geometry: na Inductive Approach in 1989", a Key Curriculum Press uniu as forças de mudança. "Discovering geometry", um livro de geometria da secundária segue a linha que os criadores de geometria defendem: os estudantes devem criar a sua própria geometria e formular a matemática para descrever a relação nelas encontradas. Com o "Discovering Geometry", os estudantes trabalhando em grupo fazem investigação usando ferramentas da geometria para descobrir propriedades. Os estudantes procuram padrões e utilizam razões indutivas para fazer conjecturas. Eles não estão à espera de provar as suas descobertas até que tenham misturado conceitos geométricos e possam apreciar o significado/importância da prova. Agora na sua segunda edição, 1997, "Discovering Geometry" permite aos alunos tirar vantagem de um leque variado de ferramentas, incluindo patty papers e o Geometer's Sketchpad.

Esta aproximação é consistente com a pesquisa feita pelos educadores matemáticos holandeses Pierre van Hiele e Dina van Hiele-Geldof. Através de observações de sala de aula. Os van Hiele aprenderam que os estudantes passam por uma série de níveis de pensamento geométrico: visualização, análise, dedução informal, dedução formal e rigor. Os textos de geometria standartizada esperam que os alunos



empreguem dedução formal desde o início. Pouco é feito para permitir que os alunos visualizem ou os encoraje a fazer conjecturas. O principal objectivo do "The Supposers, Discovering Geometry e agora do Geometry Sketchpad" é trazer aos alunos através dos três primeiros níveis, encorajando um processo de descoberta que reflecta de forma mais aproximada como a matemática é normalmente inventada: um matemático primeiro visualiza e analisa o problema fazendo conjecturas (Geometry Sketchpad " estabeleceu uma geração corrente de software educacional que acelerou a mudança iniciada pelos geométricos e foi estimulada por publicações como "Discovering Geometry" e o "NCTM Standards".



Capítulo III

Metodologia

Opção Metodologia

Em função do objectivo do projecto, este foi desenvolvido seguindo uma metodologia qualitativa e quantitativa que nos possibilitou conhecer a forma como o grupo de alunos desenvolveu as actividades de geometria, com a utilização do Geometer's Sketchpad (GS).

Na investigação educativa é, hoje, desnecessário insistir na polémica sobre a alternativa entre as perspectivas qualitativas (interpretativa) e quantitativas (positivista). Vários autores consideram-na mesmo uma "*Falsa disjuntiva*" Cook e Reichardt, Goetz e Lecompte, Marcelo e outros, defendem empenhadamente uma posição de compatibilidade.

Cook e Reichardt(1986), propõem uma solução conciliadora das duas perspectivas, ao considerar que a discussão é colocada de forma inadequada. Referem que não há necessidade de escolher um método de investigação na base de uma posição paradigmática tradicional, e também não encontram razões para escolher entre dois paradigmas de signos opostos. Pelo contrário, defendem a conveniência de "*utilizá-los em conjunto com o intuito de satisfazer as exigências da investigação*" em educação da maneira mais eficaz possível.

A investigação que pretendemos realizar é orientada por objectivos de natureza essencialmente descritiva e insere-se numa abordagem de tipo estudo



de caso.

“Ao recolher dados descritivos, os investigadores qualitativos abordam o mundo de forma minuciosa. (...) A descrição funciona bem como método de recolha de dados, quando se pretende que nenhum detalhe escape ao escrutínio” Bogdan & Biklen (1994). O carácter descritivo da investigação qualitativa, torna-se a mais adequada em estudos no campo educacional, porque tem por objectivo a compreensão dos motivos, sentimentos, interesses, crenças, decisões ou outros conhecimentos pessoais através da observação, interacção e comunicação entre o investigador e o indivíduo ou grupo investigado.

Através da investigação descritiva o investigador procura explicar ou justificar os fenómenos educativos, conhecer as concepções, atitudes, processos de ensino-aprendizagem, de raciocínio, princípios da acção, entre outros. Daí que Bogdan & Biklen afirmem que *“Os investigadores qualitativos interessam-se mais pelo processo do que simplesmente pelos resultados ou produtos”* (1994).

Um estudo de caso *“consiste numa observação detalhada de um contexto, ou indivíduo, de uma única fonte de documentos ou de um acontecimento específico”* Bogdan & Biklen (1994), e permite uma investigação mais profunda acerca de um indivíduo, situação ou fenómeno, favorecendo uma maior compreensão da temática em questão. Examina-se uma dada realidade com a intenção de compreensão. O propósito dessa compreensão pode ser explicativo,



descritivo e/ou exploratório. Independentemente das opções feitas, estas convergem para um exame de caso que seja sistemático, detalhado, intensivo, em profundidade e interactivo Bogdan & Biklen (1994) permitindo “ao investigador a possibilidade de se encontrar num caso específico ou situação e de identificar (...) os diversos processos interactivos em curso” Bell (1997). Procurando conhecer melhor uma situação pontual e particular e não se pretendendo chegar a generalizações “O método de estudo de caso particular é especialmente indicado para investigadores isolados, dado que proporciona uma oportunidade para estudar, de uma forma mais ou menos aprofundada, um determinado aspecto de um problema em pouco tempo” Bell (1997).

Participantes

Este estudo foi realizado na Escola Básica 2,3 Nossa Senhora da Luz, em Arronches. A Escola fica situada a 23 Km da cidade de Portalegre e esta inserida numa Vila de meio rural. A escola têm actualmente 314 alunos distribuídos pelos três ciclos desde o 1º ano ao 9º ano de escolaridade.

A turma que colaborou com este estudo é uma turma do 6º ano, composta por 15 alunos sendo 9 do sexo feminino e 6 do sexo masculino, com idades compreendidas entre 11 e 12 anos (ver Quadro I) e foi dividida em grupos de dois elementos cada, ficando um dos grupos com três elementos. A divisão dos grupos foi proposta pelo professor titular da turma e os alunos aceitaram bem a escolha do professor.

O professor titular da turma é o colega Luís Fernando Belchior Maurício, licenciado em ensino da Matemática e Ciências da Natureza, que muito agradeço a disponibilidade e manifestada.

Nomes	Idades	Grupo
Andreia André	11 11	A
Andreia Pinto Cláudia	11 12	B
Rui Maria	12 11	C
Luís Patrícia	11 11	D
João Maria Felino	12 11	E
João Patacas Joana	11 11	F
Luís Amaral Lícinia Catarina	12 11 11	G

Quadro I

Versão do “The Geometer’s Sktchepad”

A versão utilizada foi a 3.0 The Geometer Sktchepad, (ver fig.1) foi gentilmente cedido pela Escola Superior de Educação de Portalegre, em versão inglesa, para a realização deste trabalho.

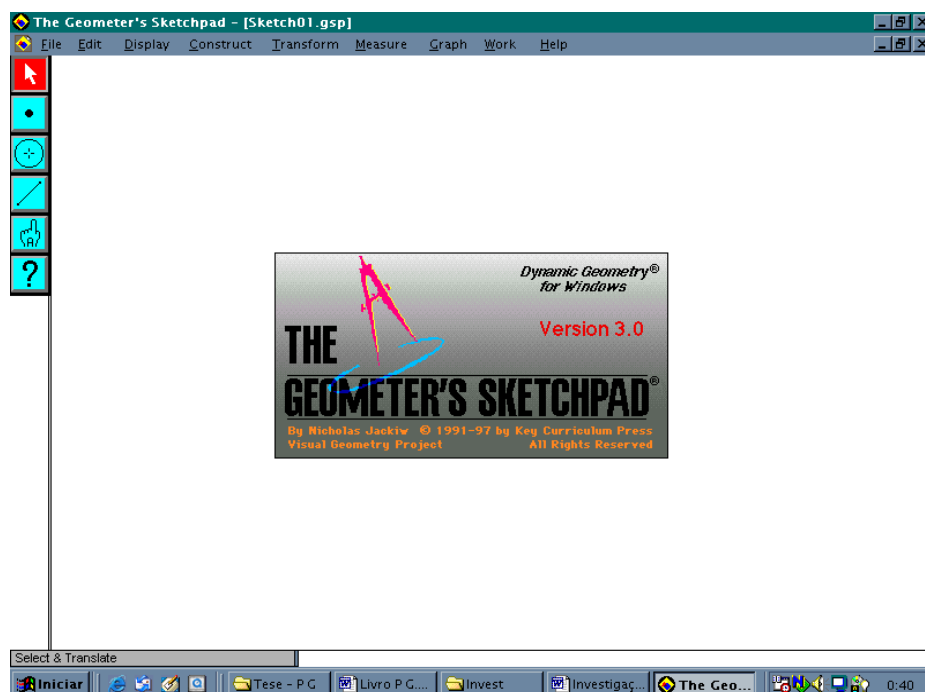


Fig.1

Apresentação do Programa “The Geometer’s Sktchepad”

Para a apresentação do programa foi projectado o ecrã do computador, com recurso ao projector de vídeo e na primeira fase do estudo procurou-se estudar e conhecer a função dos menus que iriam ser mais utilizados

Depois de explicado resumidamente a utilidade, as características do software foi explicado como marcar um ponto, como definir um segmento de recta, uma recta, como



identificar os vértices, as rectas, como eliminar o que não se pretendia, como gravar o trabalho, na disquete e ainda como ir buscá-lo.

Apesar do programa estar na versão inglesa, não foi obstáculo porque toda a turma tinha como língua estrangeira o Inglês, o que ajudou muito.

Fase do Estudo

Esta fase coincidiu com o final do estudo do capítulo de geometria, do programa do 6º ano de escolaridade.

Do ponto de vista da investigação, esta fase teve dois momentos, no primeiro pretendeu-se proporcionar aos alunos um contacto com o *The Geometer Sktchepad*, pré-testar algumas ideias sobre a construção de actividades para serem realizadas com *The Geometer Sktchepad*. No segundo momento procedeu-se a realização de actividades de construção de figuras geométricas já estudadas pelos alunos.

Orientações metodológicas gerais

Na primeira fase foram preparadas três fichas de actividades para serem realizadas de forma dirigida, indicando sempre qual o menu e os comandos a ser utilizados.

Foi também distribuído a cada grupo um conjunto de folhas policopiadas, com o funcionamento do software, para complementar as explicações que se foi dando à medida em que foram desenvolvendo as tarefas.



Na segunda fase as tarefas propostas foram de construção e estudo das propriedades de figuras geométricas já estudadas (triângulos e quadriláteros) , no âmbito do programa do 6º ano.

As actividades propostas, foram criadas com base num modelo de exploração de actividades de geometria dinâmica, cuja ideia central é a realização, justificação e investigação de construções geométricas que não se desmanchem.

Estas actividades apresentavam duas partes: na primeira era sugerido aos alunos a realização uma determinada construção geométrica, por meio de um esquema, de um texto.

Os alunos na realização das tarefas solicitadas, tinham que ensaiar e corrigir a construção até que estas tivessem as características pretendidas, entre outras deviam resistir quando manipuladas, e eram induzidos a descrever e justificar os processos que usaram para fazer a construção.

Na segunda parte era solicitado que manipulassem construções feitas e que tentassem descobrir e justificar outras propriedades da figura representada, de forma que as propriedades geométricas das figuras, resulte como uma “ferramenta” para a resolução de situações específicas e compreensão das mesmas, sem que os alunos tenham que decorar e aplicar de forma rotineira.

Os conteúdos abordados neste estudo estava de acordo com programa proposto para o 6º ano e que já tinham sido leccionados pelo professor titular da turma:

- figuras geométricas (triângulos, quadriláteros);
- rectas, semi-rectas, linhas paralelas e perpendiculares;



Capítulo IV

Resultados

Apresentação e análise de dados

Conforme referido anteriormente, considerou-se que a forma descritiva seria a mais adequada para apresentar os resultados da observação, na medida em que assim se transmitia melhor a riqueza do trabalho desenvolvido pelos alunos. Para tal organizaram-se quatro categorias de observação: observação de carácter afectivo; organização do trabalho; aspectos matemáticos; interacção no grupo.

Para cada uma das categoria decidiu-se primeiro descrever o que se pretendeu observar na categoria. De seguida a descrição e interpretação das características da mesma, ilustradas com passagens dos momentos de ensino e da realização das tarefas propostas.

Carácter afectivo

Nesta categoria de tivemos como preocupação, observar qual o nível de interesse, apatia, agitação manifestado pelos alunos individualmente e dentro do grupo, as suas motivações no desenvolvimento das tarefas propostas e ainda o comportamento na sala de aula.

Os alunos mostraram-se interessados e estiveram sempre motivados por experimentar o programa. As aulas de demonstração do programa foram realizadas em dois blocos de 45 minutos, os alunos ficaram muito entusiasmados com a ideia de



trabalhar com o computador e de poderem desenvolver as tarefas no The Geometer's Sktchepad, de tal forma que foi frequente perguntarem quando iriam começar.

Nestas duas sessões iniciais houve alguma a agitação pelo facto da mudança do espaço normal de aulas, uma vez que estas aulas decorreram numa sala onde existem apenas computadores, anexa à biblioteca da escola fora do espaço aula habitual.

A partir da terceira sessão a agitação foi totalmente controlada e cada grupo preocupou-se em tentar resolver as actividades/tarefas propostas, com entusiasmo e muita motivação, acrescida pelo facto das actividades serem realizadas com o recurso do computador.

As reacções de alguns alunos registadas da observação e da gravação do vídeo, que a seguir se transcreve, podemos verificar o entusiasmo e motivação demonstrada pelos alunos. O final do tempo de aula, foi frequente as manifestações de que tempo passado, sem que tivessem dado por "ele".

" Isto é muito fixe..." (João Patacas)

" (...) as aulas de matemática haviam de ser sempre assim(...)" (André)

" (...)assim é muito mais fácil e aprende-se mais" (Maria Felino)

".Prof. já acabou o tempo?" (Joana)

"Quando estamos a gostar o tempo acaba depressa(...)" (Maria Felino)

" Professor Alcino podemos continuar? A seguir não temos mais aulas." (Andreia)

" Boa ideia! Andreia. Podemos continuar professor?" (Luís)



“ Não nos importamos de continuar mais um pouco!” (Reacção espontânea da maior parte da turma)

Foi evidente que os alunos estiveram durante as sessões motivados e mostraram-se sempre interessados. Em quase as sessões os alunos acharam sempre que o tempo tinha passado depressa, e sempre que não tinham outras actividades lectivas a seguir, sugeriram sempre para continuar a trabalhar, não se importando com o tempo.

Segundo o professor titular da turma foi notório o entusiasmo e motivação que estas aulas despertaram nos alunos, houve muito mais interesse e que larga maioria de alunos se empenhou na realização das actividades propostas. Este facto pode também ser comprovado pelas respostas ao inquérito, que os alunos realizaram no final das actividades.



Organização do trabalho

Nesta categoria procurou-se observar como os alunos organizavam o trabalho, se faziam o registo dos passos desenvolvidos e se o processo de construção era ou não organizado.

As primeiras três actividades propostas indicava os passos que os alunos teriam que seguir para construírem as figuras. Nestas os alunos procuraram praticamente seguir passo a passo o que lhes foi pedido nas fichas e sempre que não entendiam qualquer passo solicitavam a minha ajuda.

Nas duas últimas actividades, foi solicitado aos alunos a construção de figuras e respostas a algumas questões sobre as propriedades das mesmas. Nesta fase os grupos abordaram o trabalho de forma diferente. Houve grupos que se preocuparam mais que outros em realizar um trabalho organizado, seguindo as questões propostas, outros foram resolvendo as questões que mais lhes agradavam primeiro.

Relativamente a construção a maior parte dos grupos sempre que a construção não estava como pretendiam, refizeram várias vezes começando uma nova folha de trabalho.

A maioria dos grupos primeiro tentaram realizar as actividades investigando, a maior parte de forma aleatória e por tentativa e erro, sem a preocupação de anotar os passos que foram dando na construção. Quando se perdiam ou a construção não estava correcta, encontravam de novo as dificuldades. Estes grupos revelaram quase sempre muita pressa em realizar as actividades, descuraram o aspecto da organização do trabalho e foram os grupos que mais vezes solicitaram apoio.

Os grupos que tiveram a preocupação de ir anotando, os passos que foram dando, apesar de também fazê-lo por tentativa e erro, depois de conseguido o objectivo, estes grupos refizeram quase sempre as construções, seguindo os passos, mas agora de forma organizada.

As figuras seguintes foram retiradas disquetes de alguns grupos e mostra o número de vezes que começaram de novo a até a apresentação final da actividade.

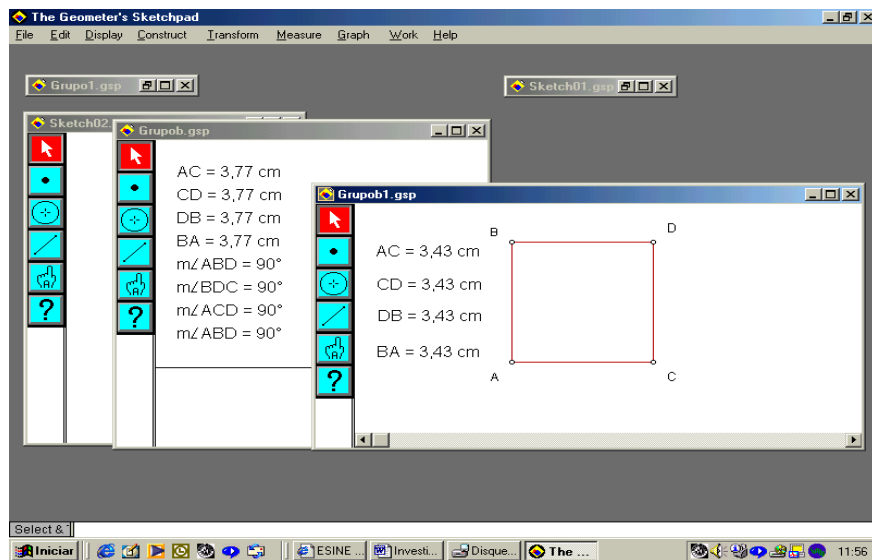


Fig.2- Grupo A

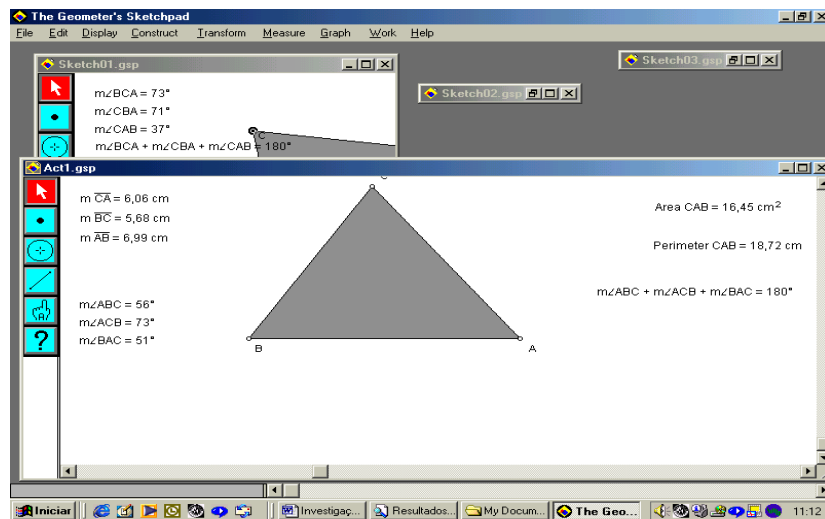


Fig.3 - Grupo C

A alguns grupos apresentaram sempre as actividades de forma muito organizada, com a figura construída numa parte do ecrã e as medidas noutra e tiveram ainda preocupações em melhorar o aspecto da figura criada, aumentando o traço, mudando de cor, como mostra a seguinte figura.

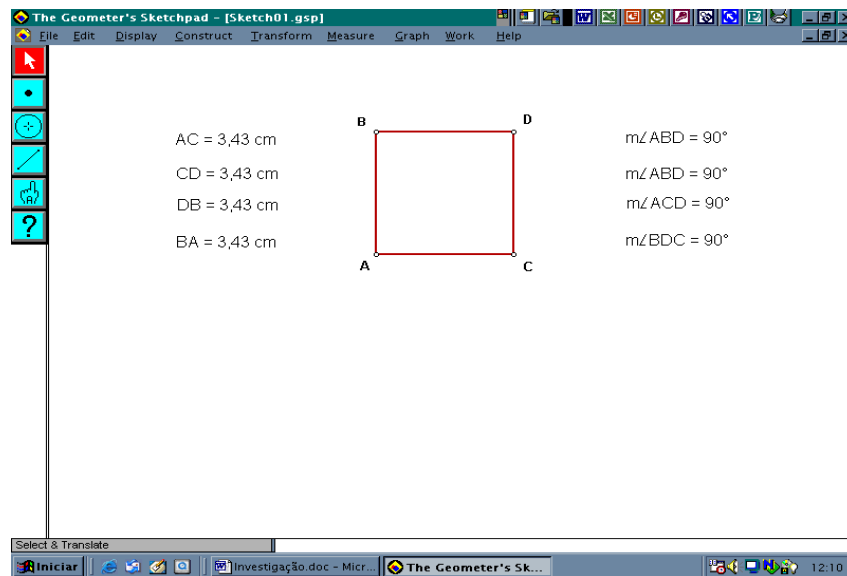


Fig.4 - Grupo A

Alguns diálogos registados durante a realização da actividade dos Triângulos

No Grupo A

“ Agora que já sabemos como fazer, vamos começar de novo.” (Andreia)

“ Está bem! Mais agora sou eu que vou fazer.” (André)

No Grupo B

“(…) se fosse no papel, tínhamos isto tudo borrado.” (Andreia Pinto)

“ E não ficava direitinho. Tá fixe!... se fizéssemos com a régua, não conseguíamos ter estas medidas todas certas.” (Cláudia)”

“Claro que não! Assim, todos os lados estão iguais(...)” (Andreia Pinto)

No Grupo A

“(...) vou arrumar as medidas dos lados a esquerda e a direita os ângulos.” (Andreia)

“(...) depois deixa-me mudar as cores!” (André)

“ Está bem. Muda as cores e estica um pouco o quadrado.” (Andreia)

“(...) que cor queres? Vou escolher o vermelho.” (André)

“ Está bem! (Andreia)

“ (...)ficou bonito assim, podes gravar” (Andreia)

Comentário recolhido no **Grupo E**, durante a realização da actividade dos quadriláteros

“ (...) dá trabalho, mais fica muito giro.”(João)

A observação e análise dos trabalhos é evidente a importância que a alguns grupos deu à forma de apresentar as suas construções no ecrã do computador. Para além da forma organizada na apresentação no ecrã estes alunos solicitaram apoio para esconder os traços e pontos que foram utilizados para a construção e que não faziam parte da figura final. Também se preocuparam com o aspecto das construções, utilizando todo o potencial do programa para modificar as cores dos traços das figuras.

Em alguns grupos as tarefas foram realizadas por tentativa e erro, refaziam tudo desde o início sempre que as figuras não estavam de acordo com o solicitado na



actividade. Em dois dos grupo, houve sempre uma preocupação de discutir a melhor estratégia de construção, recorrendo algumas vezes ao apoio do professor.



Aspectos matemáticos

Neste capítulo a observação incidiu em aspectos matemáticos. Procurou-se observar se os alunos se lembravam dos conceitos estudados, se conseguiam explicitar o raciocínio na construção das figuras e ainda como investigavam.

Como os alunos já tinham estudado o capítulo de geometria com o professor titular da turma, nas primeiras fichas tivemos a preocupação de rever esses conceitos já apreendidos de: ponto, recta, semi-recta, rectas paralelas e perpendiculares entre si de forma a auxiliar nas fichas seguintes, a construção de triângulos e quadriláteros.

Nas tarefas a experimentação foi muito mais que evidente, reformularam muitas vezes tentativas falhadas, até conseguirem o que lhes tinha sido pedido nas tarefas. Salvo muito poucas excepções alguns grupos desistiram perante as dificuldades. A maioria dos grupos, nunca desistiu, revelaram sempre persistência na resolução das tarefas problemas propostas, procurando algumas vezes apoio do professor.

As tarefas despoletaram conceitos matemáticos já estudados, tais como a soma dos ângulos internos, os diferente triângulos estudados, quanto a sua forma e a amplitude dos ângulos (isósceles, equilátero, escaleno).

Na segunda fase as actividades já não foram dirigidas, foi pedido aos alunos que investigassem e construíssem triângulos e quadriláteros.

Relativamente a ficha de actividades “Triângulos”, o vídeo gravado durante a realização desta ficha, a construção do primeiro triângulo (questão 1.1), foi praticamente conseguido por todos, ao contrário quando se pedia (questão 1.2) que descobrissem um

ponto na circunferência que fizesse com que o triângulo fosse isósceles. Alguns grupos como não tinham calculado os ângulos, começaram por manipular o primeiro triângulo, procurando que o triângulo ficasse a “olho”, com dois lados iguais. Outros porém calcularam os ângulos e manipularam o triângulo até obterem dois ângulos iguais.

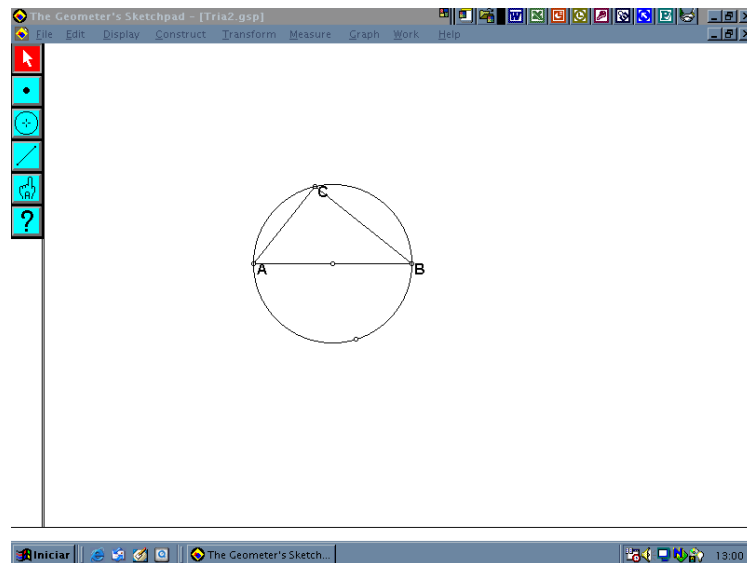


Fig.5 - Grupo C

Na questão seguinte 1.4, obrigou os alunos a pensar um pouco mais e a discutirem entre si dentro do grupo. Mesmo assim, alguns grupos não conseguiram construir correctamente o que foi pedido. Os grupos A e B depois de construírem o triângulo isósceles, traçando uma linha perpendicular ao centro da circunferência, esconderam as linhas auxiliares e concluíram rapidamente que não era necessário colocar o ponto em nenhum outro sítio, uma vez que o mesmo triângulo era também rectângulo, porque um dos ângulos media 90° .

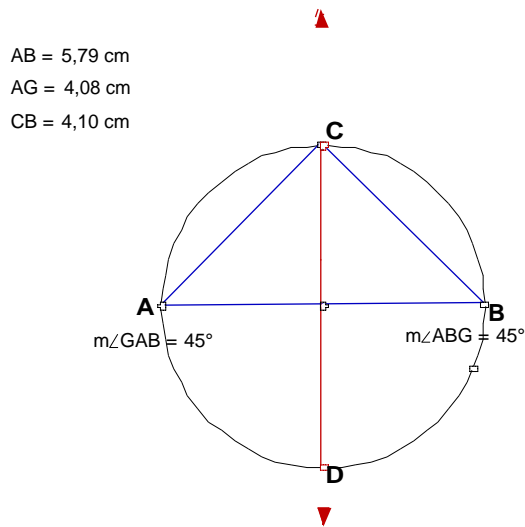


Fig. 6 - Grupo A – triângulo isósceles

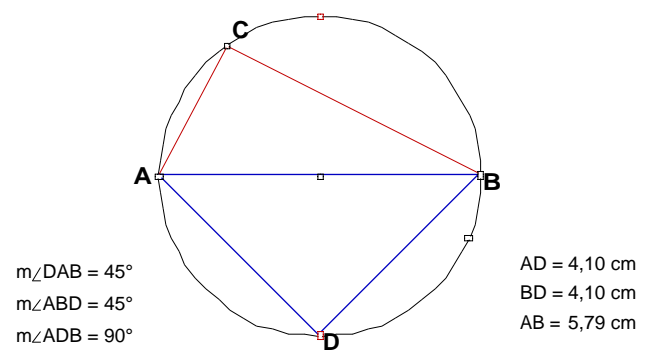


Fig. 7 - Grupo B (O triângulo ABD é Isósceles e é um triângulo Rectângulo)

Alguns comentários recolhidos mais significativos:

“ (...) isto é fixe! olha os ângulos não mudam.” (Cláudia)

“ Isto é muito divertido.” (Luís)

“ (...) nunca tinha visto um triângulo rectângulo, nesta posição” (Luís)

“(...)se não tivesse as medidas dos ângulos, não dizia que era um triângulo rectângulo...” (Joana)

“ Este programa ajuda-nos a ver melhor as coisas.” (André)

“(...) assim é fácil!...” (Rui)

Na questão 2 da actividade de Triângulos, pedia-se a construção de um triângulo com os três lados iguais. A maior parte dos alunos encontrou muitas dificuldades, para construir este triângulo. Foram desenhando vários triângulos e manipulando, até que

conseguissem encontrar os três iguais, só que este depois de encontrado os três lados iguais, não podiam voltar a ser manipulados, porque perdia as características (desmanchavam-se). Um dos alunos do Grupo E, lembrou-se que tinham aprendido nas aulas de E.V.T. (Educação Visual e Tecnológica) com os respectivos professores a construir este tipo de triângulo e foram por tentativas e erro construindo, primeiro com uma circunferência e depois, com duas circunferências, até a figura seguinte.

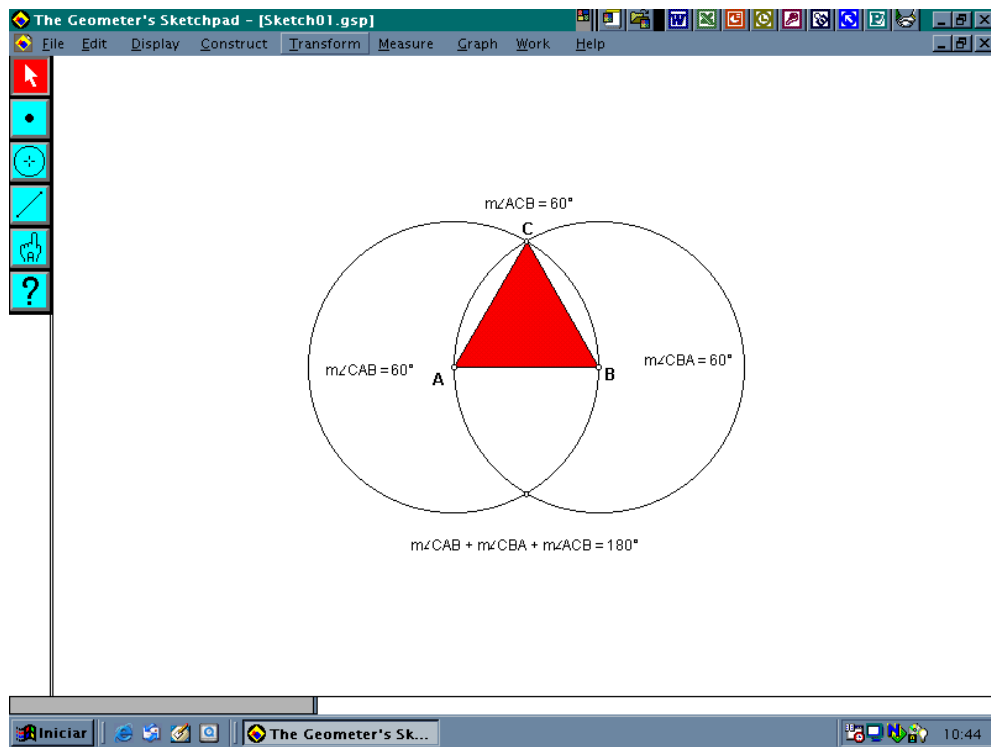


Fig.8 - Grupo E

Diálogos nos Grupos, na resolução das tarefas da actividade Triângulos-Questão2

No Grupo F

“ Um triângulo com 3 lados iguais é um triângulo equilátero. Não é?” (João Patacas)

“ Acho que sim! (Joana)

“(…) vamos começamos por definir os três pontos?” (João Patacas)



“Não! Assim vai ser mais difícil acertar os lados.” (Joana)

“Vou experimentar e depois logo se vê se dá ou não”(João Patacas)

“Está bem então faz lá.”(Joana)

A maioria dos grupos começaram por marcar os três pontos e depois ligar pontos (vértices) com segmentos de semi-recta e depois medir os comprimentos dos lados do triângulo. De seguida foram manipulando o triângulo até que este tivesse os três lados iguais. Depois de com muita perícia conseguirem que os lados ficassem iguais, não podia modificar o tamanho do triângulo, porque perdia as suas propriedades.

Foi então sugerido que tentassem construir a partir de duas circunferências. Uma vez que já tinham aprendido nas aulas de EVT, foi dando alguns apoios e a maior parte dos grupos, consegui construir o triângulo equilátero correctamente.



No Grupo E

“(...) já fizemos isso na aula de EVT (Educação Visual e Tecnológica) lembro-me que a prof^a utilizou uma circunferência.” (Maria Felino)

“(...) vamos lá então tentar!” (João)

(...)

“(...) assim vamos fazer igual o que já fizemos na outra pergunta e não dão” (Maria Felino)

“(...) estou a lembrar e acho que a prof^a utilizou duas circunferências, .. vamos experimentar com duas.” (João)

Os dois foram tentando construir a figura, investigando e procurando recordar o como tinham apreendido a construir o triângulo na disciplina de EVT, e com a ajuda conseguiram construir o triângulo correctamente e resistente como mostra a figura 7.

Na resolução desta actividade, surgiu um diálogo curioso, dentro do grupo F, pois, os dois tinham chegado a conclusão que afinal nem sempre, a soma dos ângulos internos de triângulo mediam 180° .

“(...) o nosso triângulo esta mal feito” (João Patacas)

“(...) então porquê?” (Joana)

“(...)já reparas-te que a soma dos ângulos dá menos de 180° ” (Joana)

“(...) mas têm três lados e três ângulos” (João Patacas)

“(...)se calhar este triângulo não dá” (Joana)

“(…) prof. a soma dos ângulos do nosso triângulo não dá 180º” (João Patacas)

Pedimos ao grupo que analisem melhor as medidas feitas, mas só com ajuda lá chegaram. Não tinham reparado que tinham medido o mesmo ângulo duas vezes.

“(…) pensámos que tínhamos descoberto uma nova regra!” (João Patacas)

Na ficha de actividades “Quadriláteros: Rectângulos e Quadrados”, o vídeo mostra que na 1ª questão para construir um rectângulo a partir de um segmento de recta, a maior parte dos grupos criou mais dois pontos relativamente em baixo dos pontos do segmento de recta e ligou os pontos com segmentos de recta entre eles. Calcularam as medidas dos lados e foram manipulando a figura até obter os lados iguais dois a dois. No entanto, verificam como mostra a figura que num dos vértices o rectângulo desmanchava-se.

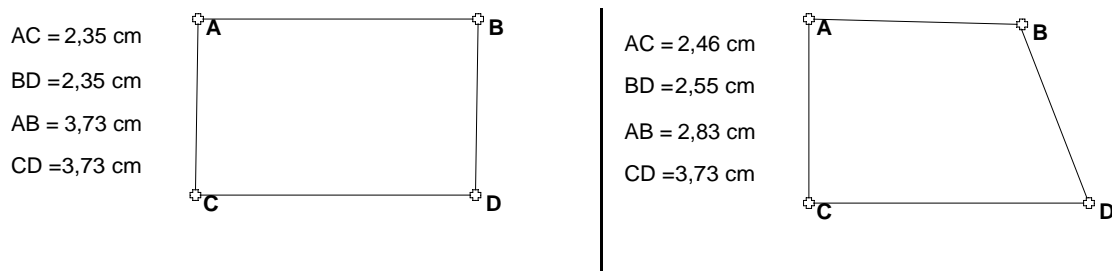


Fig.9 - Grupo A

Sugerimos que utilizassem linhas paralelas e perpendiculares e o grupo A e B por tentativa e erro, com pouca ajuda, construíram o rectângulo pedido correctamente.

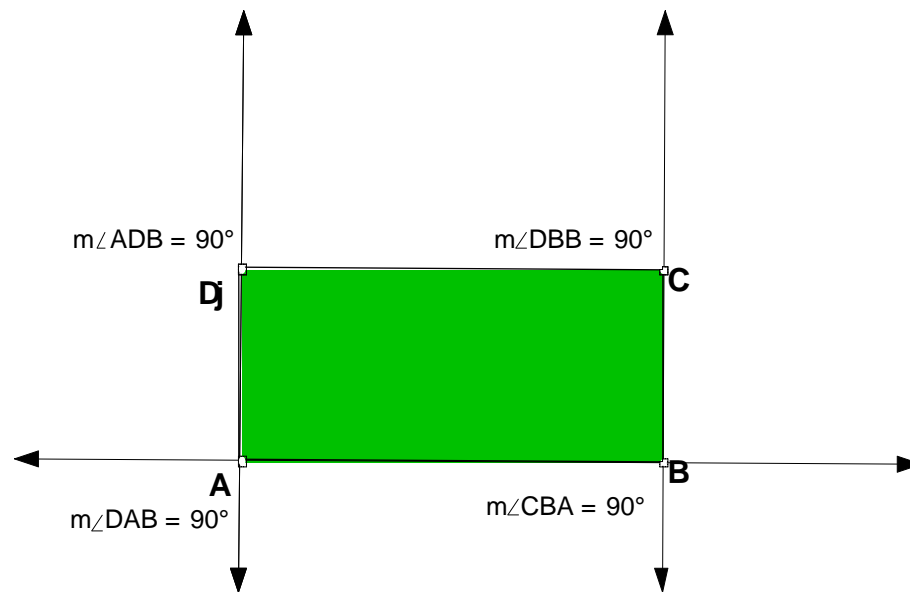


Fig. 10 – Grupo B

Relativamente a 2ª parte desta ficha a construção de um quadrado inscrito na circunferência, as dificuldades foram maiores.

Para que todos pudessem concluir a actividade foi solicitado aos elementos do grupo A e B, para explicar à turma como tinham construído o rectângulo, utilizando linhas paralelas e perpendiculares e todos os outros grupos, acabaram por realizar mais esta questão.

A investigação destas construções despertou a curiosidade da maioria dos alunos, mas, foi necessário apoiá-los para que observassem a variação dos valores da construção através da manipulação, prestando atenção para à permanência ou não das propriedades e relações geométricas.

Foi evidente que estas construções serviu para consolidar os conhecimentos adquiridos e através da manipulação e da resistência das propriedades das figuras, foi importante, para os alunos poderem observar que as mesmas se mantinham invariáveis,



independentemente do tamanho e da disposição mais ou menos natural que conhecem as figuras.

A uma das situações que os alunos realçaram, foi o da recta. Sabiam que era uma linha que não tem princípio nem fim e que passa num ponto. Esta situação foi possível verificar no écran.

Relativamente a resolução das tarefas, a grande preocupação da maioria dos alunos foi de realizar as construções. Quando lhes eram proposto que explica-se a construção, “despachavam”, e não sendo rigorosos. A justificação das construções constituiu assim a maior dificuldade dos alunos.

A exploração do software fez-se sem grandes dificuldades para a maioria dos alunos, salvo algumas situações menos intuitivas do software, que iam contra as suas expectativas visuais, constituíram alguns obstáculos. Também o trabalho com o sistema computacional, em particular o arrastamento através do rato, constituiu inicialmente uma dificuldade para alguns alunos, a minoria, porque não possuíam experiência de trabalho com computadores.



Trabalho de Grupo

Nesta categoria de observação procurou-se focalizar o comportamento, a partilha a forma como as tarefas eram desenvolvidas dentro de cada grupo.

De uma forma geral o comportamento foi melhorando progressivamente ao longo das aulas, uma vez que no início a agitação foi grande. Esta turma também não tinha o hábito de realizar trabalho de grupo daí também, mesmo dentro do grupo no início as tarefas tivessem sido mais vezes repartidas de forma individualizada (faz tu e a seguir faço eu). Nas últimas actividades a interacção foi muito mais visível dentro dos grupos, já discutiam e procuravam sempre a melhor solução a dois, para a resolução das tarefas.

Frases registadas nos grupos, a propósito da interacção/estratégia de trabalho.

“(...) quem começa?” (João)

“(...) como vamos fazer? (Rui)

“(...) tu fazes a primeira parte e eu, depois faço a segunda.” (Andreia)

“(...) quando tiver com rato, tu ajudas com teclado, para seleccionar e depois trocamos.” (Andreia Pinto)

“(...) hoje fazes tu os apontamentos, que no outro dia fui eu que aponte as coisas.” (Cláudia Pedro)

“ Eu consulto os apontamentos que o prof. deu e vamos tentando fazer(...)” (Maria)

A maioria dos alunos manifestou alguma dificuldade no trabalho em grupo, provavelmente por estarem pouco habituados a trabalhar desse modo. Relativamente ao desenvolvimento das tarefas, na maioria dos grupos dividiu democraticamente a



resolução das actividades e geriu de forma equitativa o tempo que cada um ocupava o teclado e o rato, por um lado e por outro, repartiram as questões. Esta situação fez com que em alguns grupos cada vez que o elemento que estava a utilizar o computador o outro normalmente, distraí-se com outros assuntos e não tinham participação no trabalho. Em dois dos grupos, havia uma liderança de um dos elementos, que, em particular, “ditava” a resolução das actividades ao outro colega e o outro executava no computador.

Análise global

As descrições de ensino gravados em vídeo, constituíram a principal fonte de dados, mas foram complementados com dados de observação directa das aulas, das fichas de actividades realizadas pelos alunos e das gravações em disquetes das suas construções geométricas.

O estudo tinha como objectivo proporcionar aos alunos situações problemáticas que os levassem a analisar as figuras geométricas em termos das sua propriedades. As actividades propostas para a construção das figuras, tinham que verificar a *regra da resistência* (não se desmancharem), de modo que a construção geométrica mantém sempre as propriedades e as relações da figura de modo a conservar as suas características através da manipulação, e não apenas a sua aparência e desmanchando-se de seguida.

A maioria das construções iniciais começaram por se desmanchar, mas depois com apoio os alunos foram construindo figuras resistentes.



Como referem Noss et al. (1994) (scaffolding) a ideia de colocação de andaimes, a realização de construções temporárias podem ser consideradas com um mecanismo auxiliar que apoia os alunos na realização de construções definitivas, neste caso resistentes.

A visualização das suas ideias espelhadas no computador Schwartz (1989), permitiu aos alunos, perceber a incorrecção das construções quando estas se desmanchavam.

A realização de construções geométricas com recurso ao sistema computacional, teve grande adesão e foi com muita motivação e empenho que a grande maioria da turma resolveu as actividades propostas. Quando foi proposta a investigação das construções por si próprios estas revelou-se pouco organizadas, pois ficavam fascinados com a possibilidade de manipular as construções no écran e faziam depressa. Depois das figuras estarem correctamente construídas, gostavam de aumentar e reduzir muitas vezes, até aos limites possíveis. Eram particularmente atraídos por aquilo que observavam variar Laborde (1993). Apesar disso, reconheciam as relações invariantes e propriedades para os quais foi necessário chamar a atenção.

A observação das construções, quando procediam a manipulação das figuras, levou-os a generalizar mais facilmente as propriedades das figuras estudadas, os triângulos e os quadriláteros, progressivamente foram dando menos importância à aparência das figuras quando são representadas em posições menos familiares.

Precisaram de orientações para a manipular as construções de forma sistematizada e ordenada e a reflectirem sobre o *feedback* desenvolvido pelo *software*.



Houve quase sempre uma interacção muito razoável, entre o software, os alunos e os professores, no desenvolvimento do raciocínio geométrico.

Essa interacção foi determinante para a compreensão da necessidade e da validade dos raciocínios dedutivos e no desenvolvimento da capacidade de elaborar, a exemplo do que tem sido salientado por diversas investigações (Hart, 1993).



Questionário

Com os questionários obtém-se informações sobre opiniões ou apreciações dos alunos de modo a poder avaliar o nível de desenvolvimento determinados valores e atitudes Lemos(1993). Os questionários permitem quantificar as observações interpretações e atitudes do colectivo a estudar.

No estudo optou-se por realizar um questionário com oito questões. Na maioria delas, os alunos escolhiam uma de quatro hipóteses apresentando razões da respectiva opção. O questionário pretendeu recolher opiniões dos alunos sobre a sua aprendizagem matemática com recurso à utilização do computador.

As questões 1, 2 e 3 estavam orientadas para a adequação da utilização do programa (The Geometer Sketchpad).

Nas questões 4, 5 e 6 os alunos davam a sua opinião sobre a aprendizagem da matemática, utilizando o referido software.

A questão 7 pedia a opinião sobre o trabalho realizado com o computador em grupo.

Finalmente, a questão 8 era dedicada às atitudes desenvolvidas pelos alunos relativamente a si próprios e aos outros, quando foi feita a utilização do programa.

Questão 1. Para os alunos a utilização do programa, ajudou a resolver as actividades, tendo 80% respondido “muitas vezes” ou “sempre” (ver Tabela 1)

Questionário: Resposta à questão 1 – “O programa ajudou a realizar as actividades propostas na aula?”

Questão 1	N	%
Nunca	0	0
Poucas vezes	3	20
Muitas vezes	7	47
Sempre	5	33

Tabela 1

Os poucos alunos que responderam poucas vezes, foram os que maiores dificuldades encontraram com a compreensão do programa.

“(…)não percebi muito bem como tinha que fazer as coisas.” (Catarina Trindade)

Relativamente aos alunos que responderam “muitas vezes” e “sempre”, a maioria é de opinião que o programa facilita e ajuda bastante.

“É menos cansativo e aprendemos melhor.” (André)

“Construímos mais depressa(…)” (Cláudia Pedro)

“Porque o computador ajudou a fazer as figuras correctamente.” (Patrícia Dias)

“Porque tínhamos dúvidas e ficamos a saber melhor.” (Rui Lopes)

“Fazer a mão é difícil e quase impossível fazer tudo bem.” (Andreia Marques)

Questão 2. Na generalidade os alunos, acharam que foi mais fácil realizar as actividades com o programa de informático utilizado, tendo 93% respondido “sempre” (ver Tabela 2).

Questionário: Resposta à questão 2 – “Foi mais fácil realizar as actividades, utilizando o programa ou seria mis fácil se tivesses utilizado o conjunto (lápiz, papel, régua, esquadro, e transferidor)?”

Questão 2	N	%
Nunca	0	0
Poucas vezes	0	20
Muitas vezes	1	7
Sempre	14	93

Tabela 2

Praticamente todos os alunos responderam a esta questão sempre com excepção de um aluno.

“(..)è muito mais fácil.” (Luís Amaral)

“(...)podemos eliminar e voltar a tentar de novo.” (André)

“(..)com o papel ficava pior à apresentação.” (Andreia, Luís)

“(..)dava muito mais trabalho se fosse feito com a régua e o esquadro.” (Andreia, Cláudia, Joana)

“(..)assim faço logo tudo bem.” (Maria)

“(..)é mais fácil, porque a mão dá mais trabalho.” (João, Maria Felino)

Questão 3. Relativamente as dificuldades encontradas pelos alunos na utilização do programa, a maioria não sentiu dificuldades. No entanto, 4 alunos respondeu que muitas vezes, tendo os restantes, 77% tendo respondido “poucas vezes” ou “nunca” (ver Tabela 3).

Questionário: Resposta a questão 3 – “*Tiveste dificuldades em utilizar o programa?*”

Questão 3	N	%
Nunca	5	33
Poucas vezes	6	40
Muitas vezes	4	27
Sempre	0	0

Tabela 3

Relativamente a dificuldade de utilização do software, a maioria não teve dificuldades, no entanto quatro alunos, responderam ter tido “muitas vezes” dificuldades na utilização. A seguir algumas justificações apresentadas, pelos alunos que encontraram dificuldades na utilização do computador:

“(…)porque nunca tinha trabalhado com o computador.” (Licínia)

“(…)porque baralhei-me um pouco.” (Joana)

“(…)não sabia fazer correctamente um triângulo.” (Patrícia)

Questão 4. Para a maioria dos alunos a utilização do computador tornou as aulas mais interessantes, tendo respondido 67% “sempre” e “muitas vezes” 27%. Apenas um dos alunos é que encontrou maiores dificuldades na utilização do computador(ver Tabela 4).

Questionário: Resposta a questão 4 – “*Consideras as aulas mais interessantes quando trabalhas com o computador?*”

Questão 4	N	%
Nunca	0	0
Poucas vezes	1	7
Muitas vezes	4	27
Sempre	10	67

Tabela 4

Grande parte justificou que estas aulas diferentes e menos “chatas” e mais divertidas.

Outras justificações apresentadas foram as seguintes:

“(…)porque é uma maneira diferente de trabalhar.” (André, Andreia Pinto)

“(…)porque é mais fácil e gastamos menos tempo.” (Andreia)

“(…)é mais divertido e também mais prático.” (Joana)

“(…)a aula é menos chata e aprendemos mais.” (Andreia; Cláudia)

“(…)não são tão maçadoras. (Luís)

“(…)porque não temos que fazer fichas.” (Maria)

Questão 5. Praticamente a totalidade dos alunos, 93% considerou que a utilização do programa, facilitou a aprendizagem e que ficaram a compreender melhor os conteúdos já estudados (ver Tabela 5).

Questionário: Resposta a questão 5 – “*Aprendes-te mais com a utilização do programa?*”

Questão 5	N	%
Nunca	0	0
Poucas vezes	1	7
Muitas vezes	6	40
Sempre	8	53

Tabela 5

A maioria dos alunos considerou que a utilização deste recurso, melhora a aprendizagem, torna mais fácil a compreensão, porque, podem verificar que as propriedades das figuras se mantém, independentemente do tamanho ou da posição.

“(…)assim podemos ver melhor os triângulos todos.” (Luís)

“(…)porque percebemos melhor assim, é mais fácil compreender.” (Andreia Pinto)

“(…)fazemos mais depressa e não nos esquecemos tão depressa.” (André)

“(…)porque assim podemos ser nós a descobrir as nossas dúvidas.” (Cláudia)

“(…)porque temos mais entusiasmo.” (Maria Felino)

“(…)é fácil perceber quando mudamos os tamanhos das figuras.” (Andreia, Joana)

Questão 6. Nas respostas obtidas é bastante evidente, que os alunos preferem as aulas de matemática quando se recorre utilização dos computadores 93%, ao contrário das aulas ditas “tradicionais”. (ver Tabela 6).

Questionário: Resposta a questão 6 – “*Que tipo de aulas de Matemática preferes? Assinala com uma (X) [] Aulas em que realizas as actividades com o recurso do computador. [] Aulas em que o professor explica a matéria e depois resolves as actividades no caderno.*”

Questão 6	N	%
Opção 1	14	7
Opção 2	1	93

Tabela 6

“(…)no computador a matéria é mais fácil de aprender.” (Cláudia)

“(…)as aulas são mais práticas e mais divertidas.” (André)

“(…)aprendemos a trabalhar com o computador e aprendemos a matéria.”(João Patacas)

“(…)adoro os computadores.” (Andreia Pinto)

“(…)porque gosto dos computadores.” (Rui)

“(…)é muito melhor no computador e dá menos trabalho.” (Maria Felino)

“(…)o tempo passa mais depressa nestas aulas.”(Andreia, Joana, João)

Questão 7. A diferença entre os que preferem trabalhar em grupo e os que preferem trabalhar sozinhos, não é muito clara apesar da maioria preferir trabalhar em grupo porque assim podem-se ajudar e ultrapassar as dificuldades (ver Tabela 7).

Questionário: Resposta a questão 7 – “Quando utilizas o computador preferes trabalhar sozinho ou trabalhar em grupo?”

Questão 7	N	%
Trabalhar em grupo	8	53
Trabalhar sozinho	7	47

Tabela 7

As opiniões dividem-se, há alunos que preferem trabalhar em grupo, justificando-se:

“(…)duas cabeças pensam mais.” (Joana Fernandes)

“(…)temos sempre mais ideias e assim é mais fácil.” (André)

“(…)o colega ajuda-nos quando não sabemos.” (Lícinia)

Relativamente aos alunos que gostavam de trabalhar sozinhos, a justificação mais utilizada foram os exemplos seguintes:

“(…)podemos utilizar mais tempo o computador.” (Rui)

“(…)temos mais oportunidades de trabalhar com o computador” (Luís)

Questão 8. Com esta questão pretendemos aferir a opinião dos alunos, sobre a atitude relativamente a si próprios quando se envolveram nas actividades com recurso ao programa utilizado (ver Tabela 8).

Questionário: Resposta a questão 8 – “A utilização deste programa (*The Geometer Sketchpad*) na aula de matemática:”

a) facilita a minha relação com os colegas; b) facilita a minha relação com professor; c) ajuda-me a respeitar a opinião dos outros; d) ajuda-me a pensar por mim próprio; e) ajuda-me a ter confiança nas minhas capacidades; f) faz-me sentir mais seguro nas minhas opiniões.

Questão 8	a)		b)		c)		d)		e)		f)	
	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%	N	%
Nunca	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
Poucas vezes	4	27	1	7	1	7	2	13	2	13	9	0
Muitas vezes	8	53	9	60	13	87	9	60	7	47	6	60
Sempre	3	20	4	27	1	7	4	27	6	40	0	40

Tabela 8

Os resultados mostram que a maioria dos alunos 87%, reconhecem que a utilização do programa facilitou a relação com o professor e 73% reconhecem que facilitou a relação com os colegas.

Relativamente o respeito pela opinião do colega, 94% dizem ter sido favorecido.

Nas últimas três questões em relação a “independência” e a confiança, mostra que os alunos revelaram uma grande autoconfiança, 87% respondem “muitas vezes” e “sempre”, que a utilização do software ajuda a pensar por eles próprios e que ainda, ajuda a ter confiança nas suas capacidades. Relativamente a sentir-se mais seguros nas opiniões, 100% responde favoravelmente.



Capítulo V

Conclusões

Podemos concluir que a utilização do software de dinâmico de matemática, *The Geometer's Sketchpad*, foi muito importante para a consolidação da aprendizagem dos conceitos estudados em Geometria.

A utilização dos computadores no desenvolvimento das actividades, foi motivante para o ensino e o trabalho em grupo, ajudou a criar o espírito de entre ajuda e cooperação.

Os alunos consideraram que a utilização do programa de geometria dinâmica, *The Geometer's Sketchpad*, foi importante e emitiram, opiniões muito favoráveis sobre a utilização deste software, na medida que proporcionou-lhes situações de aprendizagens diferentes, e permitiu uma melhor compreensão e consolidação dos conceitos estudados.

Os alunos desenvolveram a sua autoconfiança, referindo no questionário que o computador, ajuda a ter mais confiança e mais segurança, na execução das tarefas, facilitou a relação com o professor e com os restantes colegas, contribuindo para uma melhorar o espírito de grupo e de cooperação, favorecendo o trabalho de grupo.



Limitações do estudo

No presente estudo, não se pretendia obter resultados generalizáveis, uma vez que o interesse final residia, em caracterizar aqueles grupos de alunos, daquele meio, nas circunstâncias já referenciadas, quando interagiram com o software de geometria dinâmica em trabalho de grupo.

Sendo um elemento exterior ao grupo, e o espaço temporal disponível para efectuar o trabalho muito pequeno, talvez tenha dificultado um pouco a comunicação.

Considerações finais

Neste estudo cumpriu-se uma primeira e muito pequena etapa da intervenção didáctica proposta, em que se exploram construções de figuras geométricas e propriedades, conhecidas dos alunos.

Deverão propor aos alunos actividades onde possam utilizar o computador e software apropriados, de forma que os alunos possam, experimentar, interpretar, visualizar, induzir, generalizar, investigar e demonstrar, pois “aprender matemática” é “fazer matemática”.

É o aluno agindo, diferentemente de seu papel passivo frente a uma apresentação formal do conhecimento, baseada essencialmente na transmissão ordenada de “factos”, geralmente na forma de definições e propriedades, que adquire melhor compreensão e com maior facilidade a aprendizagem.



Sugestões

Dever-se-á passar à exploração deste software ou de outras de geometria dinâmica, no ensino-aprendizagem da Geometria, a partir do 5º ano de escolaridade e seguir, com novas figuras e em anos lectivos seguintes, que exijam construções, justificações e investigações menos familiares, que propiciem o desenvolvimento de raciocínios geométricos.

Estes softwares de Geometria Dinâmica em Matemática, deverão ser progressivamente utilizados nas resoluções de actividades, em sessões intercalares ao longo de mais anos lectivos.



Bibliografia

- Abrantes, P.; Serrazina, L. e Oliveira, I. (1999) *A Matemática na Educação Básica*, Ministério da Educação – Departamento da Educação Básica. Lisboa
- APM, (1988). *Renovação do currículo de matemática documentos*, para discussão – 1 Lisboa – APM
- BELL, J. (1997). *Como Realizar um Projecto de Investigação*. Lisboa: Gradiva
- Bogdan, R. & Biklen, S. (1994). *Investigação Qualitativa em Educação*. - Uma Introdução à Teoria e aos Métodos. Porto Editora
- Cook, T. D. e Reichard, Ch. S. (1986). *Métodos Cualitativos y Cuantitativos en Investigación Evaluativa*. Morata. Madrid
- Currículo Nacional do Ensino Básico(2001). *Competências Essenciais*. Ministério da Educação – Departamento de Educação Básica
- Fey, J. (1988). *Technology and Mathematics Education: A Survey of Recent Developments and Important Problems*, Conference present at ICME VI. Budapeste, Hungria
- Fey, J. (1991). *Tecnologia e Educação Matemática: Uma Revisão de Desenvolvimentos Recentes e Problemas Importantes*. In J. P. Ponte (Ed.) *O Computador na Educação Matemática* (Série Cadernos de Educação Matemática, nº2). Lisboa: APM
- Goetz, J. e Lecompte, M. (1988). *Etonografia Y Diseño Cualitativo en Investigación Educativa*. Morata. Madrid
- Hart, K. (1993). *The Influences of Teaching Materials on the Learning of Mathematics*. in A. Bishop, K. Hart, S. Lerman e T. Nunes (Eds.) *Significant influences on children's learning of mathematics*. Paris: Unesco
- ICMI (1987). *A influência dos computadores e a informática na matemática e no seu ensino*. Trad. Portuguesa do 1º Relatório da Comissão Internacional sobre o Ensino da Matemática. Nonius, nº2
- Junqueira, M. e Valente, S.(1998). *Exploração de Construções Geométricas Dinâmicas – Materiais para a sala de aula*. Lisboa: APM
- Junqueira, M.(1993). *Conjecturas e Provas Informais em Geometria com Recurso a Ferramentas Computacionais*. Em Quadrante: Lisboa – APM



- Laborde, C. (1993). *The computer as part of the learning environment: The case of geometry*. Em C. Keitel e K. Ruthven (Eds.), *Learning from computers: Mathematics education and technology* (pp.48-7). Berlim: Springer-Verlag.
- Lampert, M. (1988). *Teacher's thinking about student's thinking about geometry: The effects of news teaching tools*. Technical Report. Cambridge, EUA: Gutman Library
- Lemos, V. (1993). *O critério do sucesso. Técnicas de avaliação da aprendizagem*. Lisboa: Texto Editora
- Manual da Versão 3.0 do The Geometer Sketchpad. (1997) Key Curriculum Press.
- Marcelo, C.; Parrilla, A.; Mingorance, P.; Estebananz, A.; Sánchez, M. Y Llinares, S. (1991) *El Estudio de Caso en la Formación del Profesorado y la Investigación Didáctica*. Universidade de Sevilla. Sevilla.
- National Research Council (1989). *Everybody counts: A report to the nation on the future of mathematics education board on mathematical sciences [and] mathematical sciences education board* – National Academy Press: washington
- NCTM (1987). *The use of computers in the learning and teaching mathematics*. (NCTM – News Bulletin.
- NCTM (1991). *Normas para o Currículo e a Avaliação em Matemática Escolar* (APM, trad.). Lisboa: APM & IIE. (Trabalho original publicado em 1989)
- Noss, R., Hoyles, C., Healy, L., Hoelzl, R.(1994). *Constructing meanings for constructing: an exploratory study with Cabri Géomètre*. Em J. P. Ponte e J. F. Matos (Eds.), *Proceedings of the Eighteenth International Conference for Psychology of Mathematics Education (III)* (pp.30-37). Lisboa: Program Committee of the 18th PME Conference
- Panel on Educational Technology* (1997). President's Committee of Advisors On Science and Technology. USA <http://www.whitehouse.gov/WH/EOP/OSTP/NSTC/PCAST/k-12ed.html>
- Piaget, J. & Inhelder, B. (1979). *A psicologia da criança*. Lisboa: Moraes. Ed.
- Ponte, J. P. & Canavarro, A. P. (1997). *A Matemática e Novas Tecnologias*. Lisboa: Universidade Aberta
- Ponte, J. P.(1986). *O computador: Um Instrumento da Educação*. Lisboa: Texto Editora
- Ponte, J. P.(1997). *As Novas Tecnologias e a Educação*. Lisboa: Texto Editora



Schoaff, E. K. (1988). *A study of a use computers for a problem solving approach to learning school mathematics*. Tese de doutoramento STATE UNIVERSITY of Ney York at Buffalo. ERIC. Doc AAC8908474

Schoenfeld, A. (1988). *Mathematics, Techonology, and Higher order Thinking*. In D. A. Grouws, T. J. Cooney e D. Jones (Eds.), *Effective Mathematics Teaching*. Reston, Va: NTCM e LEA

Schwartz, J. (1989). *Symposyum: Visions for the use of computer in classroom instruction*. Em *Harvard Educational Review* 59 (1), 51-61

Serra, M. (1989). *Discovering Geometry*. EUA. Inductive Approach

Simonson, M. R. & Thompsn, A. (1997). *Educational Computing Foundations*. New Jersey: Prentice-Hall

Veloso, E. (2000). Artº “*O que fazer com 45 milhões de contos?*” *Revista Educação Matemática* nº 57 (Mar/Abr). Lisboa: APM