

VALORACIÓN EN MERCADOS ELÉCTRICOS MEDIANTE MODELOS CON REVERSIÓN A LA MEDIA Y ESTACIONALIDAD

Juan Alba Cruz

Trabajo de investigación 001/019

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Director/a: Dr. Manuel Moreno Fuentes

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas



VALORACIÓN EN MERCADOS ELÉCTRICOS MEDIANTE
MODELOS CON REVERSIÓN A LA MEDIA Y
ESTACIONALIDAD

Juan Alba Cruz

Director: Manuel Moreno Fuentes

Universidad de Castilla-La Mancha

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Julio 2019

Resumen

La electricidad es un recurso de primera necesidad para la Economía, al ser indispensable para todos los procesos de producción de bienes y servicios, así como para la vida familiar. Esto hace de esta energía uno de los mercados de *commodities* más importantes del mundo desde que se llevó a cabo el proceso de desregulación y liberalización del sector, siendo el Nord Pool el pionero y referente mundial. Por ello, nuestra investigación se basa en la valoración de derivados sobre la electricidad, para los que nos centramos en la estimación dentro de la muestra y la predicción de los precios de los futuros sobre el precio de la electricidad cotizada en el mercado *spot* del Nord Pool. Tanto la estimación empírica *in sample* como la predicción *out of sample* la realizamos con el modelo propuesto por Moreno, Novales y Platania (2018), que modeliza los precios de la electricidad en tiempo continuo mediante un proceso con reversión a la media, donde la convergencia es a fluctuaciones periódicas a largo plazo, y con estacionalidad. Para ello introducen series de Fourier. Este modelo lo hemos extendido con el fin de conocer el número de ciclos óptimos.

Realizamos tres líneas de investigación, dependiendo del tipo de vencimiento de los futuros utilizados (mensuales, trimestrales y anuales). Los resultados obtenidos se compararan con los que proporcionan el modelo de Schwartz (1997) y Lucía y Schwartz (2002).

Las principales conclusiones se basan en que, por lo general, en la parte *in sample* los modelos de Moreno, Novales y Platania (2018) mejoran el ajuste a los datos observados en el mercado con respecto a los modelos de referencia. En la parte *out of sample* los resultados difieren según el tipo de contrato utilizado.

1. Introducción

El mercado eléctrico se ha convertido en uno de los más importantes en el mundo de las finanzas tras la liberalización del sector en la década de los 90. Durante estos años, los países fueron paulatinamente abriendo el mercado a la libre competencia, eliminando condiciones como la integración vertical de la industria o la fijación de precios por parte de órganos estatales.

El sector eléctrico se compone de cuatro actividades principales, como son: generación, transmisión, distribución y suministro al por menor. Entre ellas, las actividades liberalizadas han sido la generación y el suministro al por menor, siendo aún tanto la transmisión como la distribución actividades conformadas mediante monopolios naturales (Cartea y Villaplana, 2012). Los generadores y suministradores se encuentran en un mercado mayorista que conocemos como *pool*. Aquí lanzan respectivamente sus ofertas y demandas de electricidad conformando un precio por competencia perfecta en la cual ambas coinciden. Por su parte los transmisores y distribuidores siguen disponiendo de actuaciones reguladas (Joskow, 2008).

La desregulación también hizo plausible la creación de mercados de derivados financieros, como futuros y opciones, en los que el precio *spot* de la electricidad es el subyacente de los contratos. Podemos destacar en el mercado estadounidense la introducción de estos contratos sobre la electricidad en el *Chicago Board of Trade*, el *New York Mercantile Exchange* y el *Minneapolis Grain Exchange* o en el mercado europeo del *Nord Pool*, siendo referente mundial por ser pionero en el proceso de desregularización. Los contratos de derivados financieros se proporcionan tanto en mercados regulados como en los *OTC*, es decir, mercados bilaterales teóricamente sin supervisión autoritaria, aunque cabe destacar que en los últimos años se ha introducido un mecanismo de garantías. Estos contratos permiten que los agentes gestionen el riesgo de la volatilidad del precio, mediante coberturas, al igual que en otros mercados de activos financieros y de *commodities* (León y Rubia, 2004).

Aunque el sector eléctrico tradicionalmente no se ha considerado como una *commodity* más, en los últimos años se ha intercambiado como tal, pero con características especiales e intrínsecas de este ámbito. La electricidad se caracteriza por ser un activo no almacenable y difícilmente transportable, lo que conlleva que no pueda permutarse en distintos momentos del tiempo. Esto se debe a la falta de disponibilidad de *stocks* para hacer frente a *shocks* de la curva de demanda. Este rasgo determinante también hace que deba mantenerse el sistema en equilibrio de forma continua, articulando un mercado *spot* dividido en 24 sesiones de horizonte diario de programación (Ciarreta, Lagullón y Zárraga, 2011). Además, no se aplican condiciones de no arbitraje en la formación

intertemporal de los precios. Cabe mencionar de igual forma la extrema volatilidad que presenta este bien (Escribano, Peña y Villaplana, 2011).

Estas características mencionadas de no almacenabilidad y de difícil transporte influyen en el precio de la electricidad, ya que la imposibilidad de acumulación de este recurso lo hace extremadamente dependiente de las necesidades de la demanda en cada preciso momento del tiempo. Además, se encuentra condicionado por cuestiones ambientales, ciclos económicos, etc; que unido a la limitada capacidad de construcción de líneas de transmisión y la pérdida de electricidad sufrida en las mismas, hacen que sea imposible o muy caro el transporte a ciertas regiones (Lucia y Schwartz, 2002).

Concluyendo con las características principales en el comportamiento del sector eléctrico, vamos a describir las de mayor relevancia¹ que se suman a las ya comentadas de no almacenable y de difícil transporte, como son:

1. Demanda inelástica: la naturaleza esencial de la electricidad para nuestra sociedad hace que los consumidores seamos demandantes inelásticos. Como puede ocurrir con otros recursos, cuando el precio incrementa, los consumidores podemos mostrarnos inflexibles antes esta subida y manifestarse por tanto una bajada proporcional en el consumo de estos. Sin embargo, al haberse convertido la electricidad en un bien de primera necesidad para nuestra economía (necesaria tanto para el funcionamiento de las industrias como para el de las familias), los demandantes aceptamos el precio ofertado de forma casi ineludible. Esta característica es una de las causas de los saltos de los precios eléctricos que comentaremos a continuación.
2. Posibilidad de precios negativos: esta característica está estrechamente vinculada al tipo de generador de electricidad. Hay generadores que tienen un alto coste de arranque y apagado, como es el caso de la turbina de vapor de gas natural alimentada con carbón o plantas nucleares. Como quieren aprovecharse de enviar electricidad en períodos pico, también generan energía en horas donde el precio *spot* no es elevado. Como la competencia es tan alta entre los productores que envían este recurso, se puede dar el caso de realizar ofertas a precios negativos.
3. Reversión a la media: La electricidad, como el resto de las *commodities*, se le supone reversión a la media en un alto número de estudios previos como Bhanot (2000), Karesen and

¹Estas características están extraídas de Barone-Adesi y Volpe (2009) y de Escribano, Peña y Villaplana (2011). Para obtener información más detallada se puede consultar sus investigaciones.

Husby (2000), Lucia y Schwartz (2002) y Knittel y Roberts (2005), al observar un patrón de tendencia no lineal a largo plazo independiente de los ciclos estacionales a corto plazo. También se justifica porque los cambios en la demanda impulsan los precios al alza, lo que provoca incentivos económicos de entrada en el lado de la oferta de generadores caros, desplazando también la misma (Escribano, Peña y Villaplana, 2011). Además, la evolución climática sigue un proceso de reversión a la media, lo que hace que tanto la demanda como los precios de equilibrios se vean afectados (Knittel and Roberts, 2005).

Por otro lado, hay otras investigaciones que suponen este tipo de reversión para otras *commodities* como es el caso de Schwartz (1997), Schwartz y Smith (2000) o Gibson y Schwartz (1990) para el caso del *convenience yield*, que serán importantes en nuestra investigación.

4. Estacionalidad: es uno de los aspectos más relevantes de los precios del mercado eléctrico. Esta estacionalidad se produce principalmente intra-día, semanalmente, mensualmente y anualmente. Es razonable justificar esta estacionalidad por la dependencia del consumo y oferta de electricidad a los horarios industriales (se consume más cuando se inician los procesos de producción diariamente o semanalmente, sufriendo caídas los fines de semanas) y a las estaciones del año. Esta característica queda demostrada en numerosos trabajos como León y Rubia (2004), Lucía y Schwartz (2002), Bhanot (2000) y Arango y Larsen (2011), entre otros.

En algunas de estas investigaciones, como la de Lucía y Schwartz (2002), también se expone un modelo que recoge este carácter estacional (semanal y anual) de los precios del mercado eléctrico mediante la implementación de variables *dummies* y de funciones sinusoidales². En el caso de Escribano, Peña y Villaplana (2011) también se recoge la estacionalidad semanal y mensual mediante variables *dummies* y, según el caso, variables dicotómicas o funciones sinusoidales respectivamente. Además, incorporan la posibilidad de estacionalidad estocástica.

5. Saltos: una de las principales diferencias entre los precios de la electricidad y del resto de *commodities* es la presencia de saltos en el mercado eléctrico. Estos se producen cuando, en un corto período de tiempo, el precio incrementa rápidamente para luego volver al nivel previo (Barone-Adesi y Volpe, 2009). Estas variaciones han sido objeto de estudio en los últimos años, en los que se han propuesto modelos con procesos de *Poisson* en un proceso de difusión. Algunos de estos autores son Johnson y Barz (1999), Knittel y Roberts (2005),

²Este modelo se expondrá con más detalle en la sección 2 de nuestro trabajo

Ning y Cai (2006) y Escribano, Peña y Villaplana (2011).

Una vez vistas estas particularidades que afectan al mercado eléctrico, también hay que tener en cuenta autores que proponen modelos de volatilidad condicional cambiante en el tiempo para este sector. Este es el caso de León y Rubia (2004) que proponen modelos de la familia ARIMA para el precio y GARCH para la volatilidad, o Escribano, Peña y Villaplana (2011), que proponen seis modelos anidados en seis mercados diferentes. También mencionamos a Bierbrauer, Trück y Weron (2004), que utilizan modelos de cambio de régimen (*regime-switching*) o Ciarreta, Lagullón y Zárraga (2011) con incorporación de volatilidad heterocedástica (GARCH).

Nuestro estudio se basa en el modelo planteado por Moreno, Novales y Platania (2018), el cual supone que los precios de las *commodities* tienen reversión a la media y estacionalidad. Ambos efectos los recoge con series de Fourier, entre las que distinguiremos las utilizadas como nivel de reversión a largo plazo y como estacionalidad a corto-medio plazo. Estos autores inicialmente lo utilizaron para estimar y predecir el precio de futuros sobre productos energéticos, Del Campo y Moreno (2017) lo utilizaron para estimar futuros sobre productos agrícolas y Balado y Moreno (2018) para estimar y predecir futuros sobre emisiones de $C0_2$. En nuestra investigación lo utilizaremos para estimar futuros sobre el precio de la electricidad del Nord Pool. Como hemos expuesto anteriormente, recogeremos importantes características de los precios del mercado eléctrico.

En el estudio de Balado y Moreno (2018) también se extienden diferentes versiones de este modelo, en las que añaden nuevas frecuencias en la serie de Fourier para recoger con más precisión la estacionalidad y elimina en algunos casos la serie propuesta por Moreno *et al.* (2018) como nivel de reversión a largo plazo.

Con el fin de analizar si este modelo planteado mejora otros propuestos para diferentes *commodities*, compararemos los resultados obtenidos en nuestra estimación y predicción con los obtenidos para el modelo de Schwartz (1997) y Lucia y Schwartz (2002).

Por lo tanto, realizaremos estimaciones tanto *in sample* como *out of sample*, mediante mínimos cuadrados no lineales y filtro de Kalman respectivamente. Estos análisis los realizaremos para futuros sobre el precio de la electricidad del Nord Pool, por lo que consideramos necesario llevar a cabo una exposición de las características de dicho mercado.

La estructura seguida en este trabajo es: en la Sección 2 describimos el Nord Pool, en la Sección 3 presentamos un marco teórico, mostrando las principales descripciones de los modelos que recogen la reversión a la media y la estacionalidad de las *commodities* y que compararemos con nuestro

modelo, en la Sección 4 mostramos los métodos econométricos utilizados en la investigación, en la Sección 5 realizamos un análisis de los datos aplicados, así como de sus estadísticos descriptivos, en la Sección 6 exponemos detalladamente los resultados obtenidos en cada modelo y en la Sección 7 terminamos con las conclusiones extraídas de nuestro estudio.

2. Nord Pool- *Nordic Power Exchange*

El *Nord Pool*³ es el mercado eléctrico escandinavo, uno de los más antiguos y pioneros del mundo, convirtiéndose en el primero con carácter internacional. Comenzó a ganar importancia tras la desregularización de los mercados eléctricos de los países que hoy en día lo forman, después de un proceso de integración de los mismos.

Esta desregularización se basaba en la apertura del sector eléctrico a la libre competencia, garantizando la no discriminación del mercado para ninguno de sus participantes y la eficiente oferta eléctrica. Este proceso empezó en Noruega en 1991 y se fue expandiendo a los demás países escandinavos a partir de 1996. Durante este periodo tuvo además lugar un proceso de integración paulatina de los países en un mercado común que es el que conocemos hoy en día como *Nord Pool*. El *Nord Pool Elspot* se estableció en 1992, formándose inicialmente en Noruega, y al que se unió posteriormente Suecia en 1996, Finlandia en Junio de 1998, el oeste de Dinamarca en julio del 1999 y el este de Dinamarca en octubre de 2000. Para toda esta integración fue necesario crear un marco regulador común.

Con esta unión se ha producido una ruptura del modelo de integración vertical que se estaba llevando a cabo en el mercado eléctrico. Debido a esto, ahora en el mercado Nórdico intervienen distintos tipos de agentes: los productores, los distribuidores, los proveedores, los comerciantes y los consumidores. El proveedor se encarga de comprar la electricidad a los productores o al mercado *Nord Pool Spot* para luego venderla a los consumidores finales. Los comerciantes sirven como intermediarios entre los proveedores y los consumidores finales. Los operadores del sistema de transmisión de cada país tratan de establecer la seguridad en el suministro eléctrico, la gestión de la red de alta tensión y de solventar los problemas cuando se producen congestiones en el sistema (Lazcano y Ciarreta, 2014).

El mercado del *Nord Pool* lo podemos dividir en dos mercados separados: el mercado físico,

³Todas las características están extraídas de Barone-Adesi y Volpe (2009), Lucia y Schwartz (2002), Lazcano y Ciarreta (2014) y de la página oficial del Nord Pool.

Elspot y *Elbas*, y los mercados financieros de futuros, opciones y CDF, *Eltermin* y *Eloption*. Además también se dispone de distintas cámaras de compensación que actúan para el correcto funcionamiento del mismo. A continuación hablaremos de ellos con más detalle.

El mercado físico se divide en dos ramas, el diario *Elspot* y el de equilibrio continuo *Elbas*.

- *Elspot* es un mercado diario, en el cual se negocian contratos para la entrega física de electricidad en cada una de las 24 horas del día siguiente. De forma independiente encontramos el precio del sistema, *System Price*, el cual es fijado mediante la casación de las curvas de oferta y demanda agregadas, siempre y cuando no se encuentren restricciones en la transmisión. Este precio del sistema es el que sirve de referencia a los mercados financieros, así como a los no organizados, OTC. Su unidad es de euros del megavatio por hora.
- *Elbas* es un mercado que permite operar en tiempo real y continuamente. Su función es ajustar los precios del mercado para que estén continuamente en equilibrio, y así que la demanda no difiera de su valor esperado.

Los mercados financieros se basan en la negociación de contratos de derivados tales como futuros, forwards, contratos por diferencias y opciones. Todos ellos se liquidan por diferencias una vez que nos encontramos en su vencimiento, nunca mediante entrega física. Su tamaño varía para cada contrato y sus vencimientos pueden ser diario, semanal, mensual, trimestral y anual hasta un máximo de cinco años. El precio de referencia que se toma como activo subyacente para todos ellos es el precio del sistema (*System Price*). Los mercados financieros también se dividen en dos ramas según los productos negociados, *Eltermin* y *Eloption*.

- *Eltermin* es el mercado de futuros, forwards y contratos por diferencias. Dependiendo del producto actuará la cámara de compensación para realizar la liquidación diaria de pérdidas y ganancias. En este mercado distinguimos dos períodos: el período de negociación y el período de entrega de la electricidad.
- *Eloption* es el mercado de opciones financieras, en el que podemos encontrar tanto opciones europeas como americanas. Ejercer una opción europea es como abrir una posición en el contrato forward subyacente. Los vencimientos ofrecidos en este mercado con opciones sobre forwards son trimestrales o anuales. Las opciones asiáticas son liquidadas en dinero según la media aritmética del precio del sistema en *Elspot* durante este periodo de liquidación.

Mediante la cámara de compensación, *Nordic Electricity Clearing (NEC)*, el *Nord Pool* asegura la liquidación y entrega de todos los contratos negociados en el mercado, eliminando el riesgo de contrapartida. NEC también crea acuerdos bilaterales estandarizados en el mercado OTC.

En el año 2010, los mercados de derivados y la cámara de compensación fueron adquiridos por NASDAQ OMX, lo que conllevó a que Nord Pool ASA cambiara su nombre a NASDAQ OMX Oslo ASA.

3. Marco Teórico

En el marco teórico nos centramos en la exposición de los modelos propuestos por autores anteriores para analizar el comportamiento de los precios de las *commodities*. Estos modelos nos sirven de referencia para compararlo con el modelo propuesto por Moreno, Novales y Platania (2018) para el caso particular del mercado eléctrico. El objetivo de esta sección es mostrar las principales características de cada modelo y su fórmula cerrada de valoración.

En este trabajo nos vamos a centrar en modelos unifactoriales, en los que el único factor estocástico es el precio de la *commodity*, particularmente el precio de la electricidad.

3.1. Modelo 1 - Schwartz (1997)

El modelo unifactorial presentado por Schwartz asume que el logaritmo del precio *spot* de la *commodity* sigue un proceso con reversión a la media del tipo Ornstein-Uhlenbeck. Así, partimos del precio *spot* de la *commodity*, S_t , el cual sigue el siguiente proceso estocástico:

$$dS_t = \kappa(\mu - \ln(S_t))S_t dt + \sigma S_t dZ_t$$

donde κ nos indica de la velocidad de reversión a la media, μ es el valor medio al cual revierte el precio y σ es el coeficiente de difusión. Estos términos son constantes y por tanto deterministas. Por último dZ nos indica el incremento de un movimiento Browniano estándar.

Si aplicamos el Lema de Itô al logaritmo del precio *spot*, $\ln(S_t)$, y sustituimos el proceso anterior obtenemos:

$$d \ln(S_t) = \kappa(\alpha - \ln(S_t))dt + \sigma dZ_t$$

$$\alpha = \mu - \frac{\sigma^2}{2\kappa}$$

Suponiendo que el precio de riesgo del mercado λ es constante, bajo la medida martingala tenemos el siguiente proceso de Ornstein-Uhlenbeck neutral al riesgo:

$$d \ln(S_t) = \kappa(\tilde{\alpha} - \ln(S_t))dt + \sigma d\tilde{Z}_t \quad (1)$$

donde $\tilde{\alpha} = \mu - \frac{\sigma^2}{2\kappa} - \frac{\sigma\lambda}{\kappa}$ y $\tilde{Z}_t = Z_t + \lambda t$

La solución a la ecuación (1) es:

$$\ln(S_u) = e^{-\kappa(u-t)} \ln(S_t) + (1 - e^{-\kappa(u-t)})\tilde{\alpha} + \sigma \int_t^u e^{-\kappa(u-s)} d\tilde{Z}_s$$

la cual se distribuye mediante una distribución Gaussiana, cuya media y varianza en el instante T condicional al conjunto de información disponible hasta t son:

$$\begin{aligned} \tilde{E}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] &= e^{-\kappa(T-t)} \ln(S_t) + (1 - e^{-\kappa(T-t)})\tilde{\alpha} \\ \tilde{V}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] &= \frac{\sigma^2}{2\kappa}(1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \end{aligned}$$

Como el precio *spot* de la *commodity* se distribuye lognormalmente, el precio del futuro vendrá dado por la esperanza condicionada a la información disponible en el instante t del precio *spot* en T. Por tanto:

$$\begin{aligned} F(S_t, t, T) &= \tilde{E}[S_T|\mathcal{F}_t] = \exp \left\{ \tilde{E}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] + \frac{1}{2}\tilde{V}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] \right\} \\ &= \exp \left\{ e^{-\kappa(T-t)} \ln(S_t) + (1 - e^{-\kappa(T-t)})\tilde{\alpha} + \frac{\sigma^2}{4\kappa}(1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \right\} \end{aligned}$$

Expresado en su forma logarítmica,

$$\ln(F(S_t, t, T)) = e^{-\kappa(T-t)} \ln(S_t) + (1 - e^{-\kappa(T-t)})\tilde{\alpha} + \frac{\sigma^2}{4\kappa}(1 - e^{-2\kappa(T-t)})$$

3.2. Modelo 2 - Lucía y Schwartz (2002)

Lucía y Schwartz realizan un estudio parecido al presentado en este trabajo. Ellos intentan capturar la estacionalidad de los precios del mercado eléctrico mediante un modelo en el que incluyen como innovación una función determinista, $f(t)$, que se suma a un proceso estocástico con componente difusivo. Estos autores nos muestran cuatro modelos en su investigación: dos modelos unifactoriales correspondientes al precio *spot* y al logaritmo del precio *spot* y otros dos modelos bifactoriales para estas mismas variables. Su motivación para añadir un segundo factor

es que los cambios en los precios de los futuros difieren según el vencimiento de los mismos, es decir, no están perfectamente correlacionados. Sin embargo, como hemos comentado anteriormente, nuestra investigación se basará en modelos unifactoriales, siendo por tanto los que mostraremos a continuación.

Como en el caso el modelo de Schwartz(1997) compararemos los resultados obtenidos para el logaritmo del precio *spot* de la electricidad, el modelo unifactorial de Lucía y Schwartz(2002) en el que nos centramos es el descrito para el logaritmo del precio *spot*, cuya expresión viene dada como:

$$\ln(S_t) = f(t) + Y_t \quad (2)$$

donde $f(t)$ es una función determinista cambiante en el tiempo que recoge el comportamiento estacional de la *commodity* y Y_t es una variable que sigue un proceso estocástico de la forma:

$$dY_t = -\kappa Y_t dt + \sigma dZ_t$$

Este proceso lo podemos identificar como un proceso con reversión a la media del tipo Ornstein-Uhlenbeck, cuya media a la que revierte es el valor 0, y con dos parámetros constantes y positivos: κ , que indica la velocidad de reversión a la media, y σ , que muestra la varianza del proceso. Bajo la medida martingala y con precio del riesgo del mercado constante, λ , obtenemos el siguiente proceso riesgo neutral:

$$dY_t = \kappa(\tilde{\alpha} - Y_t)dt + \sigma d\tilde{Z}_t \quad (3)$$

donde $\tilde{\alpha} = -\frac{\lambda\sigma}{\kappa}$ y \tilde{Z}_t es un proceso de Wiener neutral al riesgo.

Con la función determinista $f(t)$ cambiante para cada instante del tiempo, estos autores intentan capturar cualquier componente predecible de los precios de la electricidad. Para ello, esta función tiene que ser necesariamente dependiente del tiempo, ya que en caso contrario, estaríamos asumiendo que no podríamos predecir la diferencia de precios entre estaciones cálidas y frías, siendo este uno de los objetivos principales para incluir esta función. Esta está compuesta por un valor constante, que corresponde con el valor medio mediante el cual fluctúa la función a largo plazo, un término que recoge la estacionalidad de los precios a lo largo del año con funciones trigonométricas, ya que como sigue Pilipovic(2007), una función sinusoidal (como un coseno) recoge la estacionalidad de las series temporales de los precios, y una variable *Dummy* recoge la variación en el nivel de los precios de la electricidad entre los días laborables y no laborables.

La función $f(t)$ la expresamos como:

$$f(t) = \alpha + \beta D_t + \gamma \cos\left((t + \tau)\frac{2\pi}{365}\right) \quad (4)$$

donde

$$D_t = \begin{cases} 1 & \text{si la fecha } t \text{ es vacaciones o fin de semana} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Los parámetros α , β , γ y τ son constantes, donde β captura el nivel de cambio en los precios entre días laborables y no laborables y la función coseno, con periodicidad anual, captura la estacionalidad de los precios a lo largo del año.

A partir de las ecuaciones (2), (3) y (4) podemos encontrar la solución neutral al riesgo para el logaritmo del precio *spot*, la cual viene dada por:

$$\ln(S_u) = f(u) + Y_t e^{-\kappa(u-t)} + (1 - e^{-\kappa(u-t)})\tilde{\alpha} + \sigma \int_t^u e^{-\kappa(u-s)} d\tilde{Z}_s$$

El logaritmo del precio se distribuye mediante una distribución Gaussiana, cuya media y varianza en el instante T condicional al conjunto de información disponible hasta t son:

$$\begin{aligned} \tilde{E}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] &= f(T) + e^{-\kappa(T-t)}(\ln(S_t) - f(t)) + (1 - e^{-\kappa(T-t)})\tilde{\alpha} \\ \tilde{V}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] &= \frac{\sigma^2}{2k}(1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \end{aligned}$$

Como el precio *spot* de la *commodity* se distribuye lognormalmente, el precio del futuro vendrá dado por la esperanza condicionada a la información disponible en el instante t del precio *spot* en T. Por tanto:

$$\begin{aligned} F(S_t, t, T) &= \tilde{E}[S_T|\mathcal{F}_t] = \exp \left\{ \tilde{E}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] + \frac{1}{2}\tilde{V}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] \right\} \\ &= \exp \left\{ f(T) + e^{-\kappa(T-t)}(\ln(S_t) - f(t)) + (1 - e^{-\kappa(T-t)})\tilde{\alpha} + \frac{\sigma^2}{4k}(1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \right\} \end{aligned}$$

Expresado en su forma logarítmica,

$$\ln(F(S_t, t, T)) = f(T) + e^{-\kappa(T-t)}(\ln(S_t) - f(t)) + (1 - e^{-\kappa(T-t)})\tilde{\alpha} + \frac{\sigma^2}{4k}(1 - e^{-2\kappa(T-t)})$$

3.3. Modelo de Moreno, Novales y Platania (2018)

Moreno, Novales y Platania han desarrollado recientemente un nuevo modelo para valorar los precios de las *commodities*, en el que, al igual que los autores anteriores, se consigue una fórmula cerrada para la valoración de contratos de futuros sobre dicha *commodity*. Estos autores parten del supuesto de que los precios de las *commodities* tienen un comportamiento estacional y cíclico

a corto-medio plazo y convergen a un valor que fluctúa periódicamente a largo plazo. Estos componentes los incorporan a su modelo mediante vías diferentes, aunque en ambos casos utilizan para ello series de Fourier.

El componente estacional o cíclico a corto-medio plazo lo incorporan mediante un término determinista y dependiente del tiempo, el cual se añade aditivamente al proceso estocástico de reversión a la media que se incorpora para los precios de las *commodities*. Este término se añade por tanto al modelo del mismo modo que hizo Lucía y Schwartz(2002), aunque la función elegida difiere en ambos casos. Si bien Lucía y Schwartz(2002) utilizaron funciones trigonométricas y variables dicotómicas para captar este efecto estacional y cíclico, Moreno et al(2018) utilizan una serie de Fourier.

El término de convergencia a largo plazo se incorpora en el propio proceso estocástico como el valor medio al que reierten los precios. En este caso, a diferencia de autores anteriores, el valor medio no es constante a lo largo del tiempo, sino que ahora incorporamos una serie de Fourier con fluctuaciones periódicas a largo plazo que recogen los cambios estructurales de la economía, como cambios tecnológicos en los procesos de producción, cambios en las preferencias de los consumidores, etc.

Siguiendo con el desarrollo de los modelos anteriores y a modo de comparación con los mismos, Moreno *et al.* (2018) desarrollan su modelo sobre el logaritmo del precio *spot* dependiente del tiempo, $\ln(S_t)$, el cual se asume como la suma de dos componentes:

$$\ln(S_t) = f(t) + Y_t \tag{5}$$

donde Y_t sigue un proceso de difusión con reversión a la media, en el que la principal innovación es que el valor medio viene dado por una función, $g(t)$, que recoge las fluctuaciones a largo plazo mediante una serie de Fourier. Por tanto podemos expresar este proceso como:

$$dY_t = \kappa(g(t) - Y_t)dt + \sigma dZ_t$$

$$g(t) = \sum_{n=0}^{\infty} Re [B_n e^{inw_g t}]$$

La función $f(t)$ por su parte es una función determinista cambiante con el tiempo, la cual intenta modelizar cualquier comportamiento estacional en el precio de la *commodity*, para lo que utilizamos una nueva serie de Fourier

$$f(t) = \sum_{n=0}^{\infty} Re [A_n e^{inw_f t}]$$

Los parámetros κ (velocidad de reversión a la media), σ (difusión), w_g y w_f son constantes en nuestro modelo y pertenecen a los reales positivos y Z_t es un Browniano estándar. Hay que destacar que en ambas series de Fourier incluidas solo nos quedamos con su parte real, ya que incluir una parte imaginaria carecería de sentido económico. Los términos A_n y B_n son números complejos que los podemos expresar como $A_n = A_{x,n} + iA_{y,n}$ y $B_n = B_{x,n} + iB_{y,n}$ denotando la amplitud y fase de las dos series de Fourier. Destacar que el modelo de Moreno, Novales y Platania (2018) generaliza a los anteriormente descritos, ya que si $B_n = 0, \forall n \in \mathbb{N} - \{0\}$ y $A_n = 0, \forall n \in \mathbb{N}$ obtenemos el modelo de Schwartz (1997) y si $B_n = 0, \forall n \in \mathbb{N} - \{0\}$ y la función $f(t)$ coincide en ambos modelos obtenemos el modelo de Lucía y Schwartz (2002).

Tomando el precio del mercado del riesgo constante, λ , y bajo la medida neutral al riesgo obtenemos:

$$\begin{aligned} dY_t &= \mu_t dt + \sigma d\tilde{Z}_t & (6) \\ \mu_t &= \kappa(\alpha + \tilde{g}(t) - Y_t) \\ \alpha &= B_0 - \frac{\lambda\sigma}{\kappa} \\ \tilde{g}(t) &= \sum_{n=1}^{\infty} Re [B_n e^{inw_g t}] \end{aligned}$$

donde $B_0 \in \mathbb{R}$ y $\tilde{Z}_t = Z_t + \lambda t$ es un movimiento Browniano estándar bajo la medida neutral al riesgo.

La solución a la ecuación (6) es:

$$Y_u = Y_t e^{-\kappa(u-t)} + (1 - e^{-\kappa(u-t)}) \alpha + \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g u} - e^{-\kappa(u-t) + inw_g t}) \right] + \sigma \int_t^u e^{-\kappa(u-s)} d\tilde{Z}_s \quad (7)$$

De la ecuación (5) y (7) obtenemos fácilmente la solución para el logaritmo del precio *spot*, $\ln(S_t)$, el cual se distribuye mediante una Normal con media y varianza en el instante T condicional al conjunto de información hasta t y bajo la medida neutral al riesgo como:

$$\begin{aligned} \tilde{E}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] &= f(T) + (\ln(S_t) - f(t))e^{-\kappa(T-t)} + (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \alpha + \\ &\quad \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g T} - e^{-\kappa(T-t) + inw_g t}) \right] \\ \tilde{V}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] &= \tilde{V} \left[\sigma \int_t^T e^{-\kappa(T-s)} d\tilde{Z}_s \right] = \frac{\sigma^2}{2\kappa} (1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \end{aligned}$$

Como el precio *spot* de la *commodity* se distribuye lognormalmente, el precio del futuro vendrá dado por la esperanza condicionada a la información disponible en el instante t del precio *spot* en el instante T . Por tanto:

$$\begin{aligned} F(S_t, t, T) &= \tilde{E}[S_T|\mathcal{F}_t] = \exp \left\{ \tilde{E}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] + \frac{1}{2}\tilde{V}[\ln(S_T)|\mathcal{F}_t] \right\} \\ &= \exp \left\{ f(T) + (\ln(S_t) - f(t))e^{-\kappa(T-t)} + (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \alpha + \right. \\ &\quad \left. + \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+inw_g t}) \right] + \frac{\sigma^2}{4k} (1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \right\} \end{aligned}$$

Expresado en su forma logarítmica,

$$\begin{aligned} \ln(F(S_t, t, T)) &= f(T) + (\ln(S_t) - f(t))e^{-\kappa(T-t)} + (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \alpha + \\ &\quad + \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+inw_g t}) \right] + \frac{\sigma^2}{4k} (1 - e^{-2\kappa(T-t)}) \end{aligned}$$

Podemos proporcionar una interpretación de cada uno de los componentes del logaritmo del precio del futuro:

$$\begin{aligned} \ln(F(S_t, t, T)) &= \underbrace{f(T) - e^{-\kappa(T-t)} f(t)}_{\text{Componente estacional a } c/p\text{-}m/p} + \underbrace{e^{-\kappa(T-t)} \ln(S_t)}_{\text{Corrección del precio spot}} + \\ &\quad + \underbrace{(1 - e^{-\kappa(T-t)}) \alpha + \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+inw_g t}) \right]}_{\text{Efecto del nivel de reversión a la media a } l/p} + \\ &\quad + \underbrace{\frac{\sigma^2}{4k} (1 - e^{-2\kappa(T-t)})}_{\text{Efecto de la volatilidad}} \end{aligned}$$

Cabe destacar también, que en vencimiento se nos anularían todos los componentes excepto la corrección del precio *spot*, lo que nos llevaría a que $F_T = S_T$, como esperábamos.

Además, podemos proporcionar otra interpretación separando el logaritmo del precio del futuro en la suma de dos funciones

$$\ln(F(S_t, t, T)) = M(S_t, t, T; \theta) + N(t, T; \theta)$$

donde

$$M(S_t, t, T; \theta) = e^{-\kappa(T-t)} \ln(S_t) + (1 - e^{-\kappa(T-t)}) \alpha + \frac{\sigma^2}{4k} (1 - e^{-2\kappa(T-t)})$$

es una función común de los modelos de valoración de *commodities* como los que hemos visto anteriormente (aparece en Schwartz (1997) y en Lucía y Schwartz (2002)), y

$$N(t, T; \theta) = f(T) - e^{-\kappa(T-t)} f(t) + \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+inw_g t}) \right]$$

es una función que recoge el efecto estacional de los precios, siendo esta la aportación principal de estos autores.

3.3.1. Casos particulares a partir del caso general

A partir del modelo general presentado anteriormente, vamos a analizar 7 casos particulares según los términos que tengamos en cuenta en cada uno de ellos.

- Modelo 3: incorporamos un solo término en la serie de Fourier que representa el nivel de reversión a la media. Así, la función $N(t, T; \theta)$ queda:

$$Re \left[\frac{\kappa B}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right]$$

- Modelo 4: añadimos al modelo anterior un término de la serie de Fourier que modela el comportamiento cíclico, recogido en la función $f(t)$. Ahora $N(t, T; \theta)$ será:

$$Re [A_1 (e^{iw_{f,1} T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,1} t})] + Re \left[\frac{\kappa B}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right]$$

- Modelo 5: ahora incorporamos dos frecuencias en la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico, con el fin de recoger mayores efectos del mercado, y una sola frecuencia para el *long term-swing*⁴. La función $N(t, T; \theta)$ quedaría:

$$\sum_{l=1,2} Re [A_l (e^{iw_{f,l} T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,l} t})] + Re \left[\frac{\kappa B}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right]$$

Los tres primeros modelos descritos en esta sección corresponden a los presentados por Moreno, Novales y Platania (2018) en su investigación. Empíricamente, lo utilizan para la valoración de los precios de tres activos energéticos y lo comparan con el modelo 1 de Schwartz (1997) y con el modelo 2 de Lucía y Schwartz (2002). En la investigación de Del Campo y Moreno (2017) se abordan los mismos modelos y se realiza la misma comparación entre ellos pero para productos agrícolas.

⁴Con long term-swing nos referimos al nivel medio de reversión del proceso estocástico a largo plazo

- Modelo 6: incluimos tres frecuencias en la serie de Fourier de la función $f(t)$, para ver si aun nos quedan efectos del mercado por modelizar, y una sola frecuencia para el *long term-swing*. La función $N(t, T; \theta)$ quedaría:

$$\sum_{l=1,2,3} Re [A_l (e^{iw_{f,l}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,l}t})] + Re \left[\frac{\kappa B}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right]$$

- Modelo 7: considera una única frecuencia para $f(t)$, sin tener en cuenta en este caso el *long term-swing*. La función $N(t, T; \theta)$ queda:

$$Re [A_1 (e^{iw_{f,1}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,1}t})]$$

- Modelo 8: añade dos frecuencias para $f(t)$, sin tener en cuenta el *long term-swing*. La función $N(t, T; \theta)$ queda:

$$\sum_{l=1,2} Re [A_l (e^{iw_{f,l}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,l}t})]$$

- Modelo 9: considera tres frecuencias para $f(t)$, sin tener en cuenta el *long term-swing*. La función $N(t, T; \theta)$ queda:

$$\sum_{l=1,2,3} Re [A_l (e^{iw_{f,l}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,l}t})]$$

En la investigación de Balado y Moreno (2018) se proponen cuatro nuevas extensiones del modelo para su desarrollo empírico (Modelos 6-9). Estas extensiones se basan en aumentar el número de frecuencias de la función $f(t)$ cuando mantenemos el nivel medio de reversión a largo plazo, y de ir aumentando estas frecuencias cuando eliminamos este nivel de reversión periódica. Su trabajo compara los resultados obtenidos con los nueve modelos para el mercado de futuros sobre permisos de emisión de CO_2 .

En nuestra investigación queremos proponer una nueva extensión del modelo, aumentando el número de frecuencias del nivel de reversión a largo plazo en lugar de aumentar las frecuencias a corto-medio plazo de su carácter estacional. Lo mostramos en el modelo siguiente (Modelo 10).

- Modelo 10: incorporamos una única frecuencia para $f(t)$, con la diferencia de añadirle ahora dos frecuencias a la fluctuación de reversión a la media a largo plazo. La función $N(t, T; \theta)$ queda:

$$Re [A_1 (e^{iw_{f,1}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{f,1}t})] + \sum_{l=1,2} Re \left[\frac{\kappa B_l}{\kappa + ilw_g} (e^{ilw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+ilw_g t}) \right]$$

4. Análisis empírico

En el análisis empírico de nuestra investigación utilizaremos los diez modelos desarrollados en la sección anterior para la valoración de los precios del mercado eléctrico del Nord Pool. Para ello, utilizamos distintas técnicas econométricas, según si la estimación de los parámetros es *in sample* o *out of sample*.

Como todos los modelos a estimar son modelos unifactoriales, en los que el único factor estocástico es el logaritmo del precio *spot*, la estimación de los parámetros *in sample* se puede realizar mediante técnicas econométricas simples como la minimización de la suma de los errores al cuadrado. Sin embargo, cuando la estimación la queremos hacer *out of sample* debemos de utilizar técnicas econométricas más sofisticadas como el filtro de Kalman, ya que ahora tenemos variables no observables en el mercado.

Por lo tanto, separaremos el análisis empírico en dos subapartados, dependiendo si estamos realizando estimación de los parámetros *in* o *out of sample*.

4.1. Estimación *in sample*

Como hemos comentado anteriormente, esta estimación la realizamos resolviendo un problema de optimización, que consiste en minimizar la suma de los errores al cuadrado. Así, podemos representar el problema como:

$$\min(SR(\tilde{\theta}; \tilde{\theta}_m)) = \sum_{t=1}^T \sum_{j=1}^K (P_{jt} - \beta' \eta_{j,t})' \mathbf{W} (P_{jt} - \beta' \eta_{j,t})$$

$$\beta' \eta_{j,t} = \sum_{i=1}^{12} \beta_i \eta_{i,j,t}$$

donde K corresponde al número de vencimientos y $W = I_K$. Una vez propuesto el problema de optimización, vamos a identificar cada factor con los modelos propuestos en la sección 3 de nuestra investigación.

Podemos representar una función no lineal de los parámetros estructurales y dependiente del tiempo como:

$$P_t = \sum_{i=1}^{12} \beta_i \eta_{i,t} + u_t$$

donde

$$P_t = \ln(F(S_t, t, T)) - e^{-\kappa(T-t)} \ln(S_t)$$

Si observamos las fórmulas de los precios de los futuros para los 10 modelos, podemos comprobar que tanto $\eta_{1,t}$ como $\eta_{2,t}$ son comunes para todos ellos, por lo que lo exponemos de forma general, siendo:

$$\begin{aligned}\eta_{1,t} &= 1 - e^{-\kappa(T-t)} \\ \eta_{2,t} &= (1 - e^{-2\kappa(T-t)}) / 4\kappa\end{aligned}$$

A partir de $i = 3$ cada modelo se caracteriza por una especificación diferente, como mostramos a continuación:

1. Modelo 1: modelo de Schwartz (1997), el cual incorpora reversión a la media.

$$\beta_1 = \tilde{\alpha} = \mu - \frac{\sigma^2}{\kappa} - \frac{\sigma\lambda}{\kappa}; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 3, \dots, 12$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\tilde{\alpha}, \kappa, \sigma)$

2. Modelo 2: modelo de Lucía y Schwartz (2002), el cual añade un nuevo factor para recoger la estacionalidad anual de los precios.

$$\eta_{3,t} = \cos\left(\left(T + \tau\right)\frac{2\pi}{260}\right) - e^{-\kappa(T-t)} \cos\left(\left(t + \tau\right)\frac{2\pi}{260}\right)$$

$$\beta_1 = \tilde{\alpha} = \alpha - \frac{\sigma\lambda}{\kappa}; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_3 = \gamma; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 4, \dots, 12$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\tilde{\alpha}, \kappa, \sigma, \gamma, \tau)$.

A partir de este modelo, los siguientes son casos particulares del modelo de Moreno , Novales y Platania (2018).

3. Modelo 3: incorporamos una serie de Fourier para el nivel de reversión a la media, sin añadir efecto estacional.

$$\beta_3\eta_{3,t} + \beta_4\eta_{4,t} = \text{Re} \left[(B_{x,1} + iB_{y,1}) \frac{\kappa}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t) + iw_g t}) \right]$$

$$\beta_1 = \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 5, \dots, 12$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma, B_{x,1}, B_{y,1}, w_g)$

4. Modelo 4: añadimos un término de la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico o estacional y la función que recoge el ciclo económico a largo plazo $g(t)$.

$$\begin{aligned}\beta_3\eta_{3,t} + \beta_4\eta_{4,t} &= Re \left[(B_{x,1} + iB_{y,1}) \frac{\kappa}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right] \\ \beta_5\eta_{5,t} + \beta_6\eta_{6,t} &= Re [(A_{x,1} + iA_{y,1})e^{iw_{f,1}t}] \\ \beta_1 &= \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 7, \dots, 12\end{aligned}$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma, B_{x,1}, B_{y,1}, w_g)$, comunes para todos los vencimientos de los contratos de futuros, y $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, w_{f,1}^j, j = 1, 2, \dots, k)$, siendo k el número de vencimientos considerados.

5. Modelo 5: incluimos dos términos de la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico/estacional de la función $f(t)$ y la función $g(t)$.

$$\begin{aligned}\beta_3\eta_{3,t} + \beta_4\eta_{4,t} &= Re \left[(B_{x,1} + iB_{y,1}) \frac{\kappa}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right] \\ \sum_{i=5}^8 \beta_i \eta_{i,t} &= \sum_{l=1,2} Re [(A_{x,l} + iA_{y,l})e^{iw_{f,l}t}] \\ \beta_1 &= \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 9, \dots, 12\end{aligned}$$

Con vector de parámetros estructurales $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma, B_{x,1}, B_{y,1}, w_g)$, y vector de parámetros cíclicos: $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, A_{x,2}^j, A_{y,2}^j, w_{f,1}^j, w_{f,2}^j, j = 1, 2, \dots, k)$, siendo k el número de vencimientos considerados.

Los modelos del 6 al 10 son los propuestos por Balado y Moreno (2018) en su estudio.

6. Modelo 6: añade tres términos a la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico/estacional de la función $f(t)$ y la función $g(t)$.

$$\begin{aligned}\beta_3\eta_{3,t} + \beta_4\eta_{4,t} &= Re \left[(B_{x,1} + iB_{y,1}) \frac{\kappa}{\kappa + iw_g} (e^{iw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_g t}) \right] \\ \sum_{i=5}^{10} \beta_i \eta_{i,t} &= \sum_{l=1,2,3} Re [(A_{x,l} + iA_{y,l})e^{iw_{f,l}t}] \\ \beta_1 &= \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 11, 12\end{aligned}$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma, B_{x,1}, B_{y,1}, w_g)$, y vector de parámetros cíclicos: $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, A_{x,2}^j, A_{y,2}^j, A_{x,3}^j, A_{y,3}^j, w_{f,1}^j, w_{f,2}^j, w_{f,3}^j, j = 1, 2, \dots, k)$.

7. Modelo 7: incorporamos un término de la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico o estacional y eliminamos la función que recoge el ciclo económico a largo plazo, $g(t)$, siendo ésta la diferencia con el Modelo 4.

$$\beta_5\eta_{5,t} + \beta_6\eta_{6,t} = \text{Re} [(A_{x,1} + iA_{y,1})e^{iw_{f,1}t}]$$

$$\beta_1 = \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 3, 4, 7, 8, 9, 10, 11, 12$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma)$, y vector de parámetros cíclicos: $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, w_{f,1}^j, j = 1, 2, \dots, k)$.

8. Modelo 8: incluimos dos términos de la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico/estacional de la función $f(t)$ y eliminamos la función que recoge el ciclo económico a largo plazo, $g(t)$, siendo ésta la diferencia con el Modelo 5.

$$\sum_{i=5}^8 \beta_i \eta_{i,t} = \sum_{l=1,2} \text{Re} [(A_{x,l} + iA_{y,l})e^{iw_{f,l}t}]$$

$$\beta_1 = \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 3, 4, 9, 10, 11, 12$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma)$, y vector de parámetros cíclicos: $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, A_{x,2}^j, A_{y,2}^j, w_{f,1}^j, w_{f,2}^j, j = 1, 2, \dots, k)$.

9. Modelo 9: añade tres términos a la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico/estacional de la función $f(t)$ y elimina la función $g(t)$, diferenciándolo así del modelo 6.

$$\sum_{i=5}^{10} \beta_i \eta_{i,t} = \sum_{l=1,2,3} \text{Re} [(A_{x,l} + iA_{y,l})e^{iw_{f,l}t}]$$

$$\beta_1 = \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 3, 4, 11, 12$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma)$, y vector de parámetros cíclicos: $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, A_{x,2}^j, A_{y,2}^j, A_{x,3}^j, A_{y,3}^j, w_{f,1}^j, w_{f,2}^j, w_{f,3}^j, j = 1, 2, \dots, k)$.

Como último modelo, proponemos nuestra propia extensión del modelo de Moreno, Novales y Platania(2018).

10. Modelo 10: en este modelo incorporamos un término de la serie de Fourier que recoge el comportamiento cíclico o estacional a corto plazo y como novedad añadimos dos términos a

la función que recoge el ciclo económico a largo plazo $g(t)$.

$$\begin{aligned}\beta_3\eta_{3,t} + \beta_4\eta_{4,t} &= Re \left[(B_{x,1} + iB_{y,1}) \frac{\kappa}{\kappa + iw_{g,1}} (e^{iw_{g,1}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{g,1}t}) \right] \\ \beta_{11}\eta_{11,t} + \beta_{12}\eta_{12,t} &= Re \left[(B_{x,2} + iB_{y,2}) \frac{\kappa}{\kappa + iw_{g,2}} (e^{iw_{g,2}T} - e^{-\kappa(T-t)+iw_{g,2}t}) \right] \\ \beta_5\eta_{5,t} + \beta_6\eta_{6,t} &= Re [(A_{x,1} + iA_{y,1})e^{iw_{f,1}t}] \\ \beta_1 &= \alpha; \quad \beta_2 = \sigma^2; \quad \beta_i = 0 \quad \forall i = 7, \dots, 10\end{aligned}$$

Con vector de parámetros estructurales: $\theta = (\alpha, \kappa, \sigma, B_{x,1}, B_{y,1}, B_{x,2}, B_{y,2}, w_{g,1}, w_{g,2})$ y el vector de parámetros cíclicos $\theta_m = (A_{x,1}^j, A_{y,1}^j, w_{f,1}^j, j = 1, 2, \dots, k)$ siendo k el número de vencimientos considerados.

4.2. Estimación *out of sample*

Si bien la estimación de los parámetros *in sample* la realizamos mediante un problema de minimización del cuadrado de las perturbaciones de nuestro modelo, cuando queremos realizar predicciones nos encontramos con el problema de disponer de variables no observables en el mercado, como es el precio *spot* de la electricidad para fechas futuras. Esto nos lleva a utilizar otras técnicas econométricas más sofisticadas como es el filtro de Kalman, el cual expondremos con detalle a continuación.

4.2.1. Filtro de Kalman

El Filtro de Kalman⁵ es un algoritmo para actualizar, observación a observación la proyección lineal de un sistema de variables sobre el conjunto de información disponible, según se va disponiendo de nueva información. Para ello, es preciso representar el modelo en la formulación conocida como espacio de los estados. Esta técnica permite calcular de modo sencillo la verosimilitud de un modelo dinámico lineal, uniecuacional o multiecuacional, lo que permite estimar los parámetros de dicho modelo, así como obtener predicciones de dicho tipo de modelos.

La representación en forma de espacio de los estados es:

$$\begin{matrix} \xi_{t+1} = F \xi_t + \nu_{t+1}, & \text{Ecuación de estado} \\ \begin{matrix} (rx1) & (rxr) & (rx1) & (rx1) \end{matrix} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} y_t = A' x_t + H' \xi_t + \omega_t, & \text{Ecuación de observación} \\ \begin{matrix} (nx1) & (nxk) & (kx1) & (nxr) & (rx1) & (rx1) \end{matrix} \end{matrix}$$

⁵Véase J.D. Hamilton (1994), Time Series Analysis, Priceton University Press, Chapter 13.

con

$$E(\nu_t \nu_t') = \begin{cases} Q, & \text{para } t = \tau \\ \begin{matrix} (rxr) \\ 0 \\ (rxr) \end{matrix}, & \text{otros casos} \end{cases}$$

$$E(\omega_t \omega_t') = \begin{cases} R, & \text{para } t = \tau \\ \begin{matrix} (n \times n) \\ 0 \\ (n \times n) \end{matrix}, & \text{otros casos} \end{cases}$$

donde ξ_t es un vector de variables no observables, y tanto y_t como x_t , es un vector de variables observables. Además, x_t es un vector predeterminado por variables exógenas, es decir, no contiene información sobre ξ_{t+s} o ω_{t+s} que no esté ya contenida en los retardos de la variable y_t .

Dada esta representación, el filtro de Kalman lo utilizamos como un algoritmo para calcular predicciones por mínimos cuadrados lineales para el período $t+1$, a partir del conjunto de información disponible hasta t . Entonces, esta predicción la representamos como:

$$\widehat{\xi}_{t+1|t} = \widehat{E}(\xi_{t+1} | \mathcal{Y}_t)$$

donde \mathcal{Y}_t es el conjunto de información disponible hasta t .

Este algoritmo calcula estas predicciones recursivamente, generando $\widehat{\xi}_{1|0}, \widehat{\xi}_{2|1}, \dots, \widehat{\xi}_{T|T-1}$. Asociadas con cada una de estas predicciones, tenemos una matriz de error cuadrático medio (ECM) de dimensiones (rxr) que representamos como:

$$P_{t+1|t} = E \left[\left(\xi_{t+1} - \widehat{\xi}_{t+1|t} \right) \left(\xi_{t+1} - \widehat{\xi}_{t+1|t} \right)' \right]$$

El proceso recursivo comienza con la predicción de $\widehat{\xi}_{1|0} = E(\xi_1)$, igual a su esperanza incondicional, y con ECM de $P_{1|0} = E \left[(\xi_1 - E(\xi_1)) (\xi_1 - E(\xi_1))' \right]$. Si los autovalores de F están dentro del círculo unidad, el proceso para ξ_t sería estacionario en covarianza, lo que nos lleva a obtener $\widehat{\xi}_{1|0} = 0$ y $P_{1|0} = \Sigma$.

Nuestro objetivo es predecir las variables y_t y ξ_t , como mostramos⁶ a continuación:

- Predicción de y_t : consideramos el valor de predicción de y_t como $\widehat{y}_t = \widehat{E}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_t)$. Utilizando la ecuación de observación y la ley de esperanzas iteradas podemos obtener:

$$\widehat{y}_{t|t-1} = A' x_t + H' \widehat{\xi}_{t|t-1}$$

⁶Mostraremos los resultados más relevantes. Si el lector quiere entrar al detalle de los cálculos realizados puede consultar J.D. Hamilton (1994).

Con ECM de:

$$V_t = E \left[(y_t - \widehat{y}_{1|t-1}) (y_t - \widehat{y}_{1|t-1})' \right] = H' P_{t|t-1} H + R$$

donde $P_{t|t-1}$ es el ECM de $\xi_t - \widehat{\xi}_{t|t-1}$.

- Predicción de ξ_t : consideramos el valor de predicción de ξ_{t+1} como $\widehat{\xi}_{t+1|t} = \widehat{E}(x_{t+1} | \mathcal{Y}_t)$. Utilizando la ecuación de estado podemos obtener:

$$\widehat{\xi}_{t+1|t} = F \widehat{\xi}_{t|t-1} + K_t (y_t - A' x_t - H' \widehat{\xi}_{t|t-1})$$

donde K_t es la ganancia del filtro de Kalman, $K_t = F P_{t|t-1} H (H' P_{t|t-1} H + R)^{-1}$.

El ECM es por su parte:

$$P_{t+1|t} = F P_{t|t} F' + Q = F [P_{t|t-1} - P_{t|t-1} H (H' P_{t|t-1} H + R)^{-1} H' P_{t|t-1}] F' + Q$$

Las predicciones de $\widehat{\xi}_{t|t-1}$ son óptimas dentro de las predicciones lineales en (x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) . Si el estado inicial ξ_1 y las innovaciones ν_t y ω_t son Gaussianas Multivariantes, entonces podemos afirmar que las predicciones calculadas mediante el filtro de Kalman son óptimas para cualquier función de (x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) . Además, la distribución de y_t condicional a (x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) es Gaussiana, dada por:

$$y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1} \sim N \left(\left(A' x_t + H' \widehat{\xi}_{t|t-1} \right), \left(H' P_{t|t-1} H + R \right) \right)$$

Con ello, podemos proporcionar la función de densidad del vector y_t , para cada período, y su correspondiente función de log-verosimilitud, la cual maximizaremos para obtener numéricamente los parámetros óptimos que aparecen en las matrices F, Q, A, H y R.

$$f_{y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}) = (2\pi)^{-n/2} |H' P_{t|t-1} H + R|^{-1/2} \exp \left\{ -\frac{1}{2} (y_t - A' x_t + H' \widehat{\xi}_{t|t-1})' (H' P_{t|t-1} H + R)^{-1} (y_t - A' x_t + H' \widehat{\xi}_{t|t-1}) \right\}$$

$$\text{Log-verosimilitud} = \sum_{t=1}^T \log [f_{y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1})]$$

Siendo, $f_{y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1}}(y_t | x_t, \mathcal{Y}_{t-1})$ la función de densidad de y_t , y Log-verosimilitud su función de verosimilitud en logaritmos.

4.2.2. Aplicación a nuestro modelo

El algoritmo que acabamos de describir se aplicará a los modelos descritos en la sección 3 de nuestro trabajo, con el fin de realizar predicción con ellos. Para ello, maximizaremos la función de log-verosimilitud y obtendremos los parámetros óptimos en cada momento.

En primer lugar, planteamos las ecuaciones de partida del filtro de Kalman, como son:

$$\begin{aligned} \ln(S_{t+1}) &= G + F \ln(S_t) + \nu_{t+1}, & \text{Ecuación de estado} \\ \ln(F(S_t, t, T)) &= A'x_t + H' \ln(S_t) + \omega_t, & \text{Ecuación de observación} \end{aligned}$$

con

$$\begin{aligned} E(\nu_t \nu'_\tau) &= \begin{cases} Q, & \text{para } t = \tau \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases} \\ E(\omega_t \omega'_\tau) &= \begin{cases} R, & \text{para } t = \tau \\ 0, & \text{otros casos} \end{cases} \end{aligned}$$

El proceso que se seguirá será estimar las matrices \hat{F} y \hat{G} de la ecuación de estado, que junto al precio *spot* filtrado en el instante t , S_t , se utilizarán para obtener la predicción del precio *spot* un período hacia adelante, S_{t+1} . Con ello podremos obtener una predicción de la ecuación de observación un período hacia adelante, \hat{F}_{t+1} .

A continuación, mostraremos cuales serán las ecuaciones de observación para cada modelo. Para ello, exponemos una sola ecuación general en términos matriciales, que posteriormente detallaremos como casos particulares de cada modelo, según los términos elegidos de estas matrices.

Así, tenemos:

$$\begin{aligned} \ln(F(S_t, t, T)) &= \left(\alpha \quad \frac{\sigma^2}{4\kappa} \quad \gamma \quad \gamma \quad B_x \quad B_y \quad A_x \quad A_y \quad A_{x,2} \quad A_{y,2} \quad A_{x,3} \quad A_{y,3} \quad B_{x,2} \quad B_{y,2} \right) x_{ti} + \\ &+ e^{-\kappa(T_i-t)} \ln(S_t) + \omega_{ti} \end{aligned}$$

$$x_{ti} = \begin{pmatrix}
1 - e^{-\kappa(T_i-t)} \\
1 - e^{-2\kappa(T_i-t)} \\
\cos\left((T_i + \tau)\frac{2\pi}{260}\right) \\
-e^{-\kappa(T_i-t)} \cos\left((t + \tau)\frac{2\pi}{260}\right) \\
\kappa \cos(w_g T_i) + w_g \sin(w_g T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)}[\kappa \cos(w_g t) + w_g \sin(w_g t)] \\
-\kappa \sin(w_g T_i) + w_g \cos(w_g T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)}[w_g \cos(w_g t) - \kappa \sin(w_g t)] \\
\cos(w_f T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)} \cos(w_f t) \\
e^{-\kappa(T_i-t)} \sin(w_f T_i) - \sin(w_f t) \\
\cos(w_{f,2} T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)} \cos(w_{f,2} t) \\
e^{-\kappa(T_i-t)} \sin(w_{f,2} T_i) - \sin(w_{f,2} t) \\
\cos(w_{f,3} T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)} \cos(w_{f,3} t) \\
e^{-\kappa(T_i-t)} \sin(w_{f,3} T_i) - \sin(w_{f,3} t) \\
\kappa \cos(w_{g,2} T_i) + w_{g,2} \sin(w_{g,2} T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)}[\kappa \cos(w_{g,2} t) + w_{g,2} \sin(w_{g,2} t)] \\
-\kappa \sin(w_{g,2} T_i) + w_{g,2} \cos(w_{g,2} T_i) - e^{-\kappa(T_i-t)}[w_{g,2} \cos(w_{g,2} t) - \kappa \sin(w_{g,2} t)]
\end{pmatrix}$$

donde el vector $\left(\alpha \quad \frac{\sigma^2}{4\kappa} \quad \gamma \quad \gamma \quad B_x \quad B_y \quad A_x \quad A_y \quad A_{x,2} \quad A_{y,2} \quad A_{x,3} \quad A_{y,3} \quad B_{x,2} \quad B_{y,2} \right)$ pertenece a la matriz A' de la especificación del algoritmo y $e^{-\kappa(T_i-t)}$ pertenece a la matriz H' .

Identificando cada modelo desarrollado en la sección 3 con las matrices A' y x_{ti} , tenemos:

1. Modelo 1: el modelo de Schwartz (1997) está compuesto por las dos primeras columnas de la matriz A' y las dos primeras filas de la matriz x_{ti} .
2. Modelo 2: el modelo de Lucia y Schwartz (2002) está compuesto por las cuatro primeras columnas de la matriz A' y las cuatro primeras filas de la matriz x_{ti} .

A continuación, identificaremos los tres modelos de Moreno, Novales y Platania (2018).

3. Modelo 3: está compuesto por las columnas 1, 2, 5 y 6 de la matriz A' y filas 1, 2, 5 y 6 de la matriz x_{ti} .
4. Modelo 4: está compuesto por las columnas 1, 2, 5, 6, 7 y 8 de la matriz A' y filas 1, 2, 5, 6, 7 y 8 de la matriz x_{ti} .
5. Modelo 5: está compuesto por las columnas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 de la matriz A' y filas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9 y 10 de la matriz x_{ti} .

Las cuatro siguientes especificaciones corresponden a las extensiones de Balado y Moreno (2018).

6. Modelo 6: está compuesto por las columnas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 de la matriz A' y filas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 de la matriz x_{ti} .
7. Modelo 7: está compuesto por las columnas 1, 2, 7 y 8 de la matriz A' y filas 1, 2, 7 y 8 de la matriz x_{ti} .
8. Modelo 8: está compuesto por las columnas 1, 2, 7, 8, 9 y 10 de la matriz A' y filas 1, 2, 7, 8, 9 y 10 de la matriz x_{ti} .
9. Modelo 9: está compuesto por las columnas 1, 2, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 de la matriz A' y filas 1, 2, 7, 8, 9, 10, 11 y 12 de la matriz x_{ti} .

La última identificación corresponde a la extensión de nuestra investigación.

10. Modelo 10: está compuesto por las columnas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 13 y 14 de la matriz A' y filas 1, 2, 5, 6, 7, 8, 13 y 14 de la matriz x_{ti} .

El análisis de predicción se realizará para cuatro semanas correspondientes a Enero y Febrero de 2019, prediciendo así desde el 16 de Enero de 2019 al 13 de Febrero de 2019. Primero, se comienza con la predicción de la primera semana, para la cual se utiliza datos diarios de cuatro años anteriores a esa fecha, desde el 21 de Enero de 2015 (1040 observaciones), para llevar a cabo la calibración de los parámetros de los diferentes modelos. En esta calibración no se ha incluido los parámetros de frecuencias de las series de Fourier, los cuales se han obtenido con la muestra completa hasta la fecha que comenzamos la predicción. Una vez se han extraído todos los parámetros, se realiza la predicción de los precios de los futuros sobre electricidad un día hacia adelante para la primera semana y, para los cuales, se obtienen unos errores de predicción. Este mismo procedimiento se utiliza para la segunda semana de predicción, solo que los datos utilizados para la calibración comenzarán y terminarán una semana después que en el caso anterior (desde el 28 de Enero de 2015 al 23 de Enero de 2019), y para las frecuencias toda la muestra hasta el 23 de Enero de 2019. Así se obtiene la predicción un día hacia adelante de la segunda semana y sus errores de predicción. Se realiza el mismo procedimiento para las semanas tres y cuatro, hasta que finalmente se adquiere la suma de los residuos al cuadrado para cada una de ellas, que serán los que mostraremos en las tablas de resultados.

5. Datos

En esta sección expondremos los datos que hemos utilizado en nuestro estudio y sus principales características.

En el análisis empírico hemos utilizado los precios diarios de cierre del mercado eléctrico, tanto para su precio *spot* como para los contratos de futuros. Todas las series temporales de precios han sido obtenidas mediante la plataforma Datastream.

El precio *spot* elegido es el conocido como precio del sistema (*system price*), el cual se calcula en base a la demanda y oferta agragada de todos los países que forman el mercado del Nord Pool, y mediante una media aritmética de cada uno de los 24 precios⁷ que se negocian en *Elspot*. Esta serie es la que el mercado utiliza como subyacente de los contratos de derivados financieros, incluyendo así los futuros utilizados en nuestro estudio. Normalmente, el precio del sistema se proporciona en coronas noruegas, NOK⁸, sin embargo en nuestro trabajo lo hemos utilizado en Euros para disponer de la serie en la misma moneda que los derivados. Esto se realiza tras la

⁷Cada uno de estos precios pertenecen a cada hora del día siguiente.

⁸NOK es la abreviación de Norwegian kroner, moneda local de Noruega.

correcta aplicación del factor de conversión de ambas monedas. El período muestral elegido para el *spot* varía dependiendo de los contratos utilizados en nuestro estudio. La muestra escogida junto a los contratos mensuales corresponde desde el 01 de Enero de 2004 hasta el 06 de Mayo de 2019, aunque las cotizaciones de la serie estaban disponibles desde el 05 de Enero de 1999 hasta la actualidad. Para el *spot* utilizado junto a los futuros trimestrales y anuales el período muestral abarca desde el 15 de Junio de 2006 hasta el 27 de Mayo de 2019.

Los futuros elegidos utilizan como activo subyacente el *system price* descrito anteriormente, el cual sirve de referencia tanto para la valoración de los mismos, como para la fijación de su precio de entrega. Las características principales de los futuros sobre electricidad del Nord Pool son:

- Son contratos mensuales, trimestrales y anuales, por lo que realmente no siempre son futuros sino que también se dispone de forwards, en los que la liquidación diaria de pérdidas y ganancias no se realiza en el periodo de negociación del contrato, que abarca desde la entreda en vigor del contrato hasta el día de vencimiento. En esta última fecha, se va liquidando totalmente el contrato durante su período de entrega, al igual que ocurre en los contratos de Futuros.
- La liquidación nunca se realiza mediante la entrega física de la electricidad, sino que se lleva a cabo una liquidación por diferencias. En ella, se mide la diferencia entre el precio de entrega pactado en el contrato y el precio del sistema vigente en el período de entrega.
- Los precios de cierre se determinan en un tiempo aleatorio dentro de los últimos 10 minutos del día de negociación. El momento preciso es calculado por un generador de números aleatorios, para evitar la manipulación de los precios de cierre⁹.
- Los contratos son negociados en Euros.
- La unidad en la que se mide el activo subyacente es el megavatio-hora, siendo el tamaño de cada contrato de futuro de 745 MWh.

En nuestra investigación hemos realizado tres líneas de estudio según el tipo de vencimiento de los futuros utilizados, dependiendo de si su vencimiento es mensual, trimestral o anual, y para los que hemos utilizado cinco series de futuros para cualquiera de estas líneas.

Para los vencimientos mensuales los futuros utilizados son: NP2, NP3, NP4, NP5 y NP6; correspondientes con futuros cuyos vencimientos son de dos a seis respectivamente. Estas series se

⁹La información ha sido obtenida de Balbás (2007).

forman mediante la concatenación de los contratos de futuros, utilizando en cada caso el j -ésimo más cercano a vencimiento para NP^j , donde $j = 2, 3, 4, 5$ y 6 . Para todos ellos el *maturity rolling* se realiza cada mes.

Para los vencimientos trimestrales los futuros utilizados son: NPQ3, NPQ4, NPQ5, NPQ7 y NPQ8; correspondientes con futuros cuyos vencimientos son el tercer trimestre, el cuarto trimestre, el quinto trimestre, el séptimo trimestre y el octavo trimestre. Estas series también se han formado mediante la concatenación de contratos futuros, para los que el *maturity rolling* se realiza cada tres meses.

Por último, para vencimientos anuales, los futuros utilizados son: NPY1, NPY2, NPY3, NPY4, y NPY5; correspondientes con futuros de vencimientos a un año, dos años, tres años, cuatro años y cinco años. En este caso el *maturity rolling* se realiza cada año.

La muestra utilizada para todos los futuros mensuales abarca desde el 01 de Enero de 2004 hasta el 06 de Mayo de 2019, coincidiendo así con la utilizada para el *spot*, y utilizando un total de 4009 observaciones. Para todos los futuros trimestrales y anuales abarca desde el 15 de Junio de 2006 hasta el 27 de Mayo de 2019, con un total de 3378 observaciones.

A continuación, vamos a realizar un análisis de los principales estadísticos descriptivos con el fin de analizar nuestras series temporales en mayor profundidad, en el período muestral elegido en cada caso. Estos estadísticos se detallan en la Tabla 1, 2 y 3, en los que mostramos los cuatro primeros momentos muestrales, coeficiente de variación y los valores máximos y mínimos.

En primer lugar, analizamos los contratos con vencimientos mensuales, en los que la media de los contratos de futuros es muy parecida, entorno a 37.5, siendo creciente conforme aumenta el vencimiento de los contratos, excepto para NP6, en el cual encontramos una media algo menor que en los dos vencimientos anteriores. Por su parte, el precio medio del *spot* es inferior a todos los futuros, situándose en 36.85.

Lo contrario que en la media ocurre en la volatilidad de las series, en las que encontramos que el precio del sistema es más volátil que cualquiera de los futuros considerados. Centrándonos en estos contratos de futuros, parece que la volatilidad disminuye con respecto a aumenta el tiempo a vencimiento, coincidiendo así con el conocido como efecto Samuelson¹⁰. Sin embargo, hay vencimientos en los que la volatilidad aumenta ligeramente, ya que en contratos en los que está vigente la estacionalidad se produce exactamente el efecto contrario, llevándonos por tanto a la confusión sobre el efecto que debería de provocar esta desviación típica con respecto al tiempo al

¹⁰Esto lo podemos encontrar explicado con mayor brevedad en Samuelson (1965).

vencimiento.

El coeficiente de variación se encuentra entre 30 % y 36 % para todas las series siendo mayor en el *spot* que en los futuros. Esto nos hace intuir que las series son heterogéneas, es decir, la media no es un valor representativo de toda la serie, al superar este coeficiente el 20 %.

Por último, los dos últimos momentos muestrales, asimetría y curtosis, nos muestran que en todas las series se produce una asimetría positiva, que nos dice que los valores extremos se producen más por precios altos que por precios bajos. Además, esto queda latente si observamos los valores máximo y mínimo de cada serie, en los que los máximos se alejan más del valor medio que los mínimos. Tanto la asimetría como el valor máximo son más pronunciados en el precio *spot* que en los futuros, siendo el valor mínimo más pequeño. Por su parte, la curtosis es superior a 3 en todos los casos, siendo muy elevada para el precio del sistema. Con estos dos últimos estadísticos podemos ver que ninguna de estas series en niveles se distribuye como una distribución Gaussiana.

Para los futuros de vencimientos trimestrales la media varía entre 36.2 y 37.8, siendo decreciente al considerar vencimientos más lejanos en los futuros. La desviación típica se encuentra en torno a 10.3, siendo inferior en estos contratos que en los de vencimientos mensuales. La asimetría es algo superior a 0 superando así a la correspondiente con la distribución Gaussiana estándar, sin embargo la curtosis es inferior a 3, que es la que encontramos en dicha distribución. Si tenemos en cuenta los máximos y los mínimos vemos que estos futuros son más estables que los mensuales, ya que tanto los máximos son inferiores como los mínimos superiores.

Para los futuros de vencimientos anuales la media se encuentra entre 36.2 y 38.3, sin tener una estructura clara con los vencimientos. La desviación típica vuelve a ser menor que en las dos ocasiones anteriores para casi todos los contratos de futuros, por lo que junto con el hecho de que sus máximos vuelven ser inferiores y los mínimos superiores que en vencimientos más cortos, hay evidencia clara de que son las series más estables de las tres líneas de investigación. Como en el caso anterior, la asimetría se coloca algo por encima de 0 en todos los casos y la curtosis inferior a 3.

En las Tablas 4 a 6 mostramos el estadístico Dickey-Fuller Aumentado tanto para el logaritmo de las series en niveles como para las primeras diferencias de los logaritmos. Este estadístico nos sirve para estudiar la estacionariedad de nuestras series. Claramente vemos que, para los precios en niveles en los tres casos (vencimiento mensual, trimestral y anual), no podemos rechazar la hipótesis nula de raíz unitaria, por lo que las series son no estacionarias. Sin embargo, cuando tomamos diferencias de sus logaritmos, nos encontramos que las series son estacionarias a un nivel

de confianza del 99 %, en todos los casos.

En la Figura 1 podemos apreciar que la evolución del precio *spot* y de los futuros con vencimientos mensuales es muy parecida en todo el período muestral considerado, aunque las series de futuros son más suaves, sin producirse los saltos que encontramos en el *system price*. Es a principios de 2010 cuando este precio alcanza un máximo y finales de 2015 cuando alcanza un mínimo.

En la Figura 2 vemos la evolución del precio *spot* y de los futuros trimestrales, los cuales ya son menos parecidos, aunque siguiendo siempre la misma tendencia que el *spot*, esta es mucho más suave.

En la Figura 3 vemos la evolución del precio *spot* y de los futuros anuales, los cuales son muy parecidos entre sí y aún menos volátiles que los anteriores.

6. Análisis de Resultados

En esta sección comentaremos los resultados obtenidos en la estimación de los modelos presentados anteriormente. El objetivo de esta sección es realizar una comparativa empírica entre modelos según la estimación de sus parámetros y sus medidas de bondad del ajuste. Estos resultados los mostramos en dos subsecciones separadas, los resultados obtenidos con la estimación *in sample* y los resultados obtenidos con la estimación *out of sample*.

6.1. Análisis *in sample*

Los resultados de la estimación *in sample* para el período muestral completo se recogen en las Tablas 7 a 9, en las que se muestran tanto la estimación de los parámetros estructurales y cíclicos de cada uno de los modelos, con sus respectivas desviaciones estándar, como tres medidas de bondad del ajuste, como son:

- El mínimo de la suma de los errores al cuadrado, $\sum_t \text{mín } SCR(\hat{\theta}_t) = \sum_t \hat{u}_t^2$.
- La desviación típica de los errores de estimación, $(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t)^{1/2}$.
- El error absoluto medio, $\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |\hat{u}_t|$.

6.1.1. Futuros mensuales

La estimación de todos los parámetros y errores de los futuros mensuales se muestran en la Tabla 7. Como podemos apreciar en esta tabla, el modelo que mejor estima el precio del futuro de la electricidad, en cuanto a menor suma de los errores al cuadrado genera, es el modelo 6, en el que incluimos una serie de Fourier a largo plazo en el proceso estocástico y tres series de Fourier para recoger la estacionalidad. Sin embargo, si observamos el error absoluto medio el modelo que mejor estimaría sería el modelo 9, en el que la diferencia con el anterior es la eliminación de la serie de Fourier a largo plazo.

Podemos observar, tras la mejora del modelo 2 de Lucía y Schwartz (2002) con respecto al modelo 1 de Schwartz (1997) con un 40 % menos de SCR, que incluir un componente cíclico al modelo del log-precio del futuro es un factor clave en la mejora del ajuste a los datos observados en el mercado del Nord Pool para el período elegido. Esto queda vigente si vemos los resultados obtenidos para los modelos de Moreno, Novales y Platania (2018), en los que, si solo incluimos una serie de Fourier en el proceso estocástico (como es el caso del modelo 3), obtenemos una mejora significativa frente al modelo 1 (26.5 %), pero menor que la que obteníamos con el modelo 2. Sin embargo, cuando incluimos aditivamente series a corto-medio plazo, con el fin de capturar los efectos estacionales de los precios, la mejora es superior al 50 % frente al modelo 1, para cualquiera de los modelos considerados, exceptuando al modelo 7, cuya estimación es levemente mejor a la de Lucía y Schwatz (2002).

En la Tabla 10 mostramos los datos obtenidos para el mínimo de la suma de los errores al cuadrado y la estimación de los ciclos, tanto a largo plazo (*long-term swing*) como a corto-medio plazo (estacionalidad), pero en este caso, desagregándolo a cada vencimiento de los futuros mensuales sobre el mercado eléctrico. Cabe destacar que se mantiene lo comentado anteriormente, es necesario incluir series que recojan la estacionalidad de los datos, en cuanto a que el modelo 1 es el que presenta mayor suma de los errores al cuadrado y el modelo 3 el que menos mejora nos proporciona en la estimación. En líneas generales, todos los demás modelos de Moreno *et al.* (2018) superan al propuesto por Lucía y Schwartz (2002) para cualquier vencimiento considerado, y parece que la estimación mejora en cuanto vamos añadiendo términos estacionales a las series de Fourier,. Sin embargo, esto no se da en todos los casos, como veremos detalladamente a continuación. Si comparamos los modelos con el mismo número de series estacionales¹¹, vemos que

¹¹En este caso estamos comparado los resultados obtenidos para los modelos 4 y 7, los modelos 5 y 8; y los modelos 6 y 9

incluir una serie tendencial en nuestro proceso estocástico también mejora en gran parte el ajuste de los datos observados¹².

A continuación vamos a comentar los principales resultados para cada modelo en particular:

- El modelo 2 de Lucía y Schwartz (2002), al incorporar un componente que recoge las oscilaciones anuales de los futuros, consigue una mejora sustancial con respecto al modelo 1 (mejora la estimación en un 40 %, siendo la más elevada para el futuro NP4), lo que pone de manifiesto la importancia de tener en cuenta la estacionalidad en la modelización de los precios eléctricos.
- El modelo 3, primero de los estudiados de Moreno *et al.* (2018), al incluir una serie de Fourier en las oscilaciones del nivel de reversión del proceso estocástico, pero ninguna en el componente cíclico, consigue una mejora de 26.5 % frente al modelo 1 (siendo esta menor que la conseguida con el modelo 2, para el que la estimación empeora entre un 10 y un 30 % individualmente en los diferentes futuros). Con este modelo, conseguimos un mejor ajuste cuanto mayor sea el vencimiento del futuro. La estimación del periodo tendencial ha sido de 14 años para todos los vencimientos considerados.
- El modelo 4, a parte de incluir una serie tendencial, incluye una serie de Fourier que capture la estacionalidad, quedando patente su importancia en los resultados obtenidos, ya que aunque no sea el modelo con mejores estimaciones, si es el que más avance consigue con respecto a sus anteriores, a los que mejora en un 62.4 % al modelo 1, en un 37.3 % al modelo 2 y en un 48.9 % al modelo 3. Individualmente, las mejoras son directamente proporcionales con el vencimiento de los contratos, pasando de una mejora de 33.6 % con respecto a modelo 3 y para NP2, a un 52.5 % para NP6. Su período tendencial se estima en 14 años (igual que el modelo 3) y su estacionalidad en 1 año (igual que el modelo 2).
- El modelo 5 incorpora dos series estacionales. Esto le hace mejorar la estimación en todos los contratos de futuros excepto para NP6, en el que el ajuste empeora en un 81.3 % con respecto al modelo anterior. Este contrato es precisamente el que hace que globalmente la estimación parezca un poco peor que en el modelo 4. Es con este modelo con el que conseguimos una mejora más elevada para un futuro específico, como es el caso de NP5, para el que conseguimos un 74.7 % de progreso frente al modelo 1. En este caso el *long-term*

¹²Esto no se da en la comparación de los modelos 5 y 8 ni de los modelos 6 y 9, para el NP6 (futuro con vencimiento de 6 meses), en los que no incluir la serie tendencial supone una mejora del ajuste.

swing se estima en 12 años para todos los futuros y los dos períodos estacionales se calculan en 7.5 años y 1 año respectivamente (exceptuando el futuro con vencimiento a 6 meses para el que ambas series proporcionan 7.8 años).

- El modelo 6 incorpora una nueva serie estacional, consiguiendo los mismos resultados que en el modelo 5. Mejoramos la estimación de los datos en cuanto vamos añadiendo series cíclicas para todos los vencimientos excepto para el futuro a seis meses, para el que el modelo 4 lo ajusta mejor. Con el modelo 6 es el que hemos conseguido un mejor resultado global, con una mejora del 62.7% frente al modelo 1, 37.8% frente al modelo 2, 49.3% frente al modelo 3 y mejoras inferiores al 5% frente a los modelos 4 y 5, a causa del efecto del NP6. La estimación de la oscilación a largo plazo es de 13.5 años para todos los futuros, entre 3.8 y 5.6 años para el primer ciclo estacional, entre 4.7 y 6.7 años para el segundo y 1 año para el tercero. En este caso el futuro a seis meses vuelve a proporcionarnos series con la misma frecuencia¹³.
- El modelo 7 incorpora una serie estacional, como en el modelo 4, pero con la peculiaridad de eliminar la serie de oscilaciones a largo plazo en el proceso estocástico. Este hecho nos lleva a una estimación peor que la obtenida con el modelo 4 para cualquier futuro, siendo además la mejora levemente superior al modelo 2 de Lucía y Schwartz (2002). Cuantitativamente, esta mejora es de un 50% con respecto al modelo 1, 1.5% con respecto al modelo 2 y de un 19.7% frente al modelo 3. Sin embargo, el ajuste empeora en un 57% frente al modelo 4, en un 55.6% frente al modelo 5 y en un 58.4% frente al modelo 6. La estacionalidad se produce anualmente para todos los vencimientos.
- El modelo 8 recoge dos series de Fourier a corto-medio plazo, e igual que ocurría en los modelos 4, 5 y 6; el ajuste en los modelos 7,8 y 9 mejora conforme vamos añadiendo series cíclicas. No obstante, siguiendo la línea del modelo anterior, la estimación es peor entre un 43% y un 78.8% que la obtenida en el modelo 5 (excepto para el último vencimiento), donde sí incluíamos una serie de tendencia. La estacionalidad se calcula aproximadamente en 6.5 años y 1 año¹⁴ respectivamente.

¹³Este hecho, que ocurre tanto en el modelo 5 como en el modelo 6 para el NP6, es el causante de que incorporar nuevas series cíclicas no mejore la estimación de los datos observados frente al modelo 4, sino que la empeore. Puede ser que al ser un futuro a 6 meses, la frecuencia anual ya esté recogida en los precios *spot*, sin ser necesario incluirlo como series de Fourier.

¹⁴Exceptuando para el NP3 donde la segunda serie de Fourier nos proporciona una frecuencia de 6.6 años.

- El modelo 9 añade una tercera serie cíclica y vuelve a mejorar la estimación conseguida con el modelo 8 para todos sus futuros. Sin embargo, también vuelve a empeorar entre un 46 % y un 68.1 % con respecto al modelo 6. Sus frecuencias son de 4 años, 6.5 años (aproximadamente) y de 1 año.
- El modelo 10 incorpora dos series tendenciales en la reversión a la media del proceso estocástico y una serie cíclica. Esta modificación del modelo 4 tiene efectos dispares según el futuro que estemos tratando. Para NP2, NP4 y NP6 mejoramos la estimación entre un 14 % y un 24 %, sin embargo para NP3 y NP5 empeoramos la estimación en un 67 % y un 90 % respectivamente. Los períodos tendenciales se estiman en 12 años y 7.5 años, y el período cíclico en 1 año para los futuros que consiguen una mejora y de 6 y 7 años para los dos futuros que empeoran.

Por tanto, el ranking de modelos de menos a más adecuado para el ajuste, en cuanto menos suma de los cuadrados de los residuos proporcionan, es 1 - 3 - 2 - 7 - 8 - 9 - 10 - 5 - 4 - 6. Siendo, por lo cual, el modelo 6 el que mejor se ajusta a los datos del mercado eléctrico del Nord Pool. No obstante, la mayor mejora se produce cuando pasamos del modelo 3 al modelo 4. En este tipo de futuros, el factor clave para reducir los errores de estimación es la introducción de funciones cíclicas a corto o medio plazo.

En la Figura 4 podemos apreciar dos series temporales correspondientes a los datos del futuro con vencimiento a dos meses sobre el precio del sistema del Nord Pool y al futuro que estimamos con el modelo 5. El ajuste es muy bueno en la mayor parte del período muestral, sin embargo entre los años 2009 y 2015, si bien ambos siguen la misma tendencia, el ajuste no es muy preciso. Esto se solventa al incluir una nueva serie de Fourier, como podemos apreciar en la Figura 5 (en la que mostramos el mismo gráfico para el modelo 6), donde ambas series quedan mejor ajustadas en todo el período muestral y, especialmente, en los años señalados anteriormente. Cabe destacar también, en ambas figuras, cómo la estimación del futuro mediante ambos modelos genera picos mucho más pronunciados que el futuro observado. Esto se debe a la influencia del precio *spot* en la fórmula de cálculo del precio futuro, que nos lleva a capturar los saltos producidos en los precios de dicho mercado, siendo estos ausentes en el mercado de futuros.

En las Figuras 6 y 7 se muestran la descomposición de los efectos que afectan al logaritmo del precio del futuro sobre electricidad con vencimiento a dos meses (NP2), para los modelos 5 y 6 respectivamente. Estos efectos son:

1. Efecto Spot: $e^{-\kappa(T-t)} \ln S_t$.

2. Efecto Volatilidad: $\frac{\sigma^2}{4k}(1 - e^{-2\kappa(T-t)})$.
3. Efecto estacional: $f(T) - e^{-\kappa(T-t)}f(t)$.
4. Oscilación a l/p: $(1 - e^{-\kappa(T-t)})\alpha + \sum_{n=1}^{\infty} Re \left[\frac{\kappa B_n}{\kappa + inw_g} (e^{inw_g T} - e^{-\kappa(T-t)+inw_g t}) \right]$.

Cabe destacar los picos que encontramos en el logaritmo del precio *spot*, lo que conlleva a que este efecto tenga una influencia elevada sobre el logaritmo del precio del futuro. También como, al pasar del modelo 5 al 6, el efecto de la oscilación a l/p se vuelve más suave, pasando los períodos de 12 a 13.5 años¹⁵. En los otros dos efectos no se aprecian diferencias significativas.

En la Figura 8 podemos ver el ajuste que realizan los diez modelos estimados del futuro a dos meses, entre los que debemos destacar los picos encontrados en algunas estimaciones a causa del efecto Spot y sus saltos, que luego no están presentes en el mercado de futuros.

Por último, en la Figura 9 vemos la estimación del *long-term swing* para todos los logaritmos de los precios de los futuros considerados en nuestro estudio, y con los parámetros estimados con el modelo 3. Podemos apreciar que, aunque en todos los casos las funciones cambian de cóncava a convexa (y viceversa), en el mismo punto, mientras vamos aumentando el tiempo a vencimiento la función va siendo cada vez menos suave, alcanzando valores más extremos.

6.1.2. Futuros trimestrales

La estimación de todos los parámetros y errores de los futuros trimestrales se muestran en la Tabla 8, en la que se puede observar que el modelo que mejor estima el precio del futuro trimestral sobre electricidad es el modelo 6, al igual que ocurrió con los futuros mensuales. Es el resultado esperado, puesto que es el modelo más completo de todos al incluir una serie de Fourier en el proceso estocástico y tres series de Fourier que recojan los efectos cíclicos del precio a corto y medio plazo.

No obstante, aunque ambos casos compartan el mismo modelo en cuanto es el que menos error produce en la estimación del precio futuro, los resultados obtenidos con otros modelos difieren en gran parte con los obtenidos para futuros mensuales. En este caso las mayores mejoras no se consiguen al introducir las series cíclicas, sino que vienen de la mano de la introducción del *long-term swing* como valor de reversión del proceso estocástico. Esto queda patente si observamos que

¹⁵Datos de la Tabla 11.

la mejora del modelo 2 y del modelo 7, que solo añaden una serie cíclica¹⁶ aditivamente al modelo 1, frente al modelo de Schwartz (1997) es de solo 11.5% y 11.1% respectivamente, mientras que la mejora conseguida con el modelo 3, con una serie de Fourier a largo plazo y ninguna cíclica, es de 58.3% frente al modelo 1 y de 52.85% frente al modelo 2. También, queda patente este hecho, si observamos que para las distintas extensiones de Moreno *et al.* (2018), al aumentar el número de series de Fourier estacionales, mejoramos la estimación de los futuros, pero en ningún caso, conseguimos una mejora tan sustancial como la obtenida al pasar del modelo 2 al 3.

En la Tabla 11 mostramos los datos obtenidos para el mínimo de la suma de los errores al cuadrado y la estimación de los ciclos, tanto a largo plazo (*long-term swing*) como a corto-medio plazo (estacionalidad), pero en este caso, desagregándolo a cada vencimiento de los futuros trimestrales sobre el mercado eléctrico. Si observamos los resultados obtenidos, para cada futuro en particular, se siguen manteniendo las mismas conclusiones generales en casi todos los casos, en los que la mayor mejora se produce al pasar del modelo 2 al 3, y vamos mejorando la estimación en cuanto vamos añadiendo series cíclicas en las extensiones de los modelos de Moreno, Novales y Platania (2018). Además, comparando los modelos con las mismas series cíclicas, vemos la importancia de introducir el *long-term swing* en estos contratos. No obstante, hay futuros en los que los resultados son más particulares y parecen contradecir lo dicho anteriormente a grandes rasgos. Por ello, es necesario comentarlo detalladamente a continuación, mostrando los resultados obtenidos para cada modelo:

- El modelo 2, incorporando una serie que capture las oscilaciones cíclicas de los precios consigue batir al modelo 1 propuesto por Schwartz (1997) en todos sus futuros. Sin embargo, en algunos de ellos, como es el caso de NPQ4 y NPQ8, las mejoras son muy pequeñas e inferiores al 6%. Es en el primer futuro (NPQ3) en el que esta mejora se hace más significativa con un 21%.
- El modelo 3, como hemos expuesto anteriormente, es el que consigue una mejora más sustancial en media. Esta se sitúa entre un 35.6% y un 62.3%, según el futuro considerado. Por tanto, queda patente que es necesario en estos contratos la presencia de la serie de Fourier a largo plazo. Esta serie se estima en 15.5 años.
- El modelo 4, al añadir aditivamente una serie de Fourier a corto plazo, consigue mejorar la estimación, con respecto a la obtenida en el modelo 3, en todos los futuros, excepto para

¹⁶El modelo 2 de Lucía y Schwartz (2002) con una periodicidad anual fija y el Modelo 7, extensión de Moreno *et al.* (2018), con una periodicidad estimada para cada futuro.

NPQ3, para el que empeoramos en un 41 % la estimación anterior. En los otros cuatro futuros, las mejoras son muy dispersas, pasando de un 2 % para NPQ4 a un casi 57 % para NPQ5. El *long-term swing* es estimado en 14 años y el período estacional es estimado entre 6 y 8 años, aumentando con el vencimiento.

- El modelo 5, al sumar al proceso dos series cíclicas, consigue una mejora sustancial con respecto al anterior, excepto para NPQ5 que empeora en un 43.8 %. En los otros casos, la ganancia es tan elevada, que hay evidencias de que esta segunda serie es necesaria para el ajuste empírico. El ciclo a largo plazo es de 14.5 años y las dos series estacionales las podemos situar una entre 5.6 y 7.8 años y la otra entre alrededor de 3.5 años.
- El modelo 6, al ser el más completo de todos sumando una nueva serie estacional, es el que obtiene mejor ajuste a los datos observados. Para todos sus futuros mejoramos la estimación anterior, aunque esta es siempre inferior al 10 %. No obstante, cabe decir que para el caso particular de NPQ5, el modelo 4 lo ajustaría mejor. Los períodos estimados son de 15 años (aproximadamente) para el largo plazo y de entre 6.8 y 10 años para el primer ciclo y entorno 3.5 años para el segundo y tercero. El hecho de que estos dos ciclos salgan con una periodicidad muy parecidas, da señales de que esta tercera serie puede que no sea bueno incluirla, aunque mejore en una pequeña proporción el ajuste. Además, las constantes de la series de Fourier en algunos casos nos proporcionan errores de estimación significativos.
- El modelo 7, al eliminar el *long-term swing*, la estimación empeora en gran proporción si lo comparamos con el modelo 4, en el que este si se incluye. A la vista de que a partir de NPQ4 el ajuste empeora en más de un 100 %, nos da motivos suficientes para justificar la presencia del ciclo a largo plazo en el proceso estocástico. Su período estacional se estima en 4 años.
- El modelo 8 cuando es comparado con el modelo 5, que incluye las mismas series estacionales pero además la de largo plazo, obtenemos las mismas conclusiones que en el anterior. La estimación empeora en mas de un 150 % para todos los futuros. El efecto que tiene incluir una serie cíclica más, nos lleva a mejorar con respecto al modelo 7 entorno al 20 %, sin embargo, los períodos estimados son muy parecidos para ambas series. Además, sus constantes tienen errores a tener en cuenta.
- El modelo 9 nos lleva de nuevo a las mismas conclusiones cuando es comparado con el 6 y a una mejora poco significativa con respecto al 8 para los tres primeros contratos, sustancial

para el último y un empeoramiento para el cuarto.

- El modelo 10, en el que añadimos una nueva serie en el *long-term swing*, nos ajusta los datos mejor que el modelo 4, para el que solo habíamos utilizado una serie a largo plazo. Esta mejora se produce en todos los casos, excepto para NPQ5, y siendo muy elevada para NPQ3. Los términos de periodicidad son estimados en 14 años y 3.7 años, siendo éste último un término más a medio plazo que a largo plazo. Los períodos estacionales son variados de 1 año, 3.5 años y 6 años.

Por tanto, el ranking de modelos de menos a más adecuado para el ajuste de los datos observados en el mercado, es 1 - 7 - 2 - 8 - 9 - 3 - 4 - 10 - 5 - 6. De nuevo el modelo 6 es el que mejor se ajusta a los datos de los futuros trimestrales del Nord Pool, aunque la mayor mejora se produce cuando pasamos del modelo 2 al modelo 3. El factor clave para reducir los errores de estimación es la introducción de series a largo plazo en el término de reversión del proceso.

En la Figura 10 podemos ver la estimación de los *long-term swing* para los logaritmos de los precios de los futuros utilizados y con los parámetros estimados en el modelo 3. Vemos que todas pasan de cóncava a convexa en el mismo punto y es más suave mientras mas cerca de vencimiento nos encontramos. Las curvas están trazadas en forma de dientes de sierra, con dientes menos pronunciados que en el caso de los futuros mensuales, por el efecto del *rolling maturities* a más largo plazo.

6.1.3. Futuros anuales

La estimación de todos los parámetros y errores de los futuros anuales se muestran en la Tabla 9, en la que se puede observar que el modelo que mejor estima el precio del futuro anual sobre electricidad es nuevamente el modelo 6, repitiéndose los resultados obtenidos en las dos líneas de investigación anteriores, en concordancia con los resultados esperados al comiendo del análisis empírico.

Si bien hemos comentado que con futuros mensuales las mejoras cuantitativas se producen cuando introducimos series que recojan el comportamiento cíclico de los precios a corto y medio plazo, y que con los futuros trimestrales las mejoras significativas vengan de la mano de la introducción del *long-term swing* como término de reversión a la media en el proceso estocástico de los precios, en el caso de los futuros anuales ambos términos son relevantes para conseguir una mejora en la reducción de los residuos, sin destacar claramente un término sobre otro. Esto lo podemos apreciar si observamos las mejoras conseguidas con el modelo 3 (solo incluye una serie de Fourier a largo

plazo), con el que mejoramos con respecto al modelo 1 en un 62.2%, y las conseguidas con el modelo 7 (solo incluye una serie de Fourier estacional), mediante el cual mejoramos en un 76.8% el ajuste con respecto al modelo 1.

Cabe destacar también, en líneas generales, la leve mejora conseguida por Lucía y Schwartz (2002) al incluir series sinusoidales, con solo un 3.8% de mejora frente al modelo 1, y cómo vamos mejorando las estimaciones a medida que avanzamos en los modelos de Moreno *et al.* (2018)¹⁷.

En la Tabla 12 mostramos los datos obtenidos para el mínimo de la suma de los errores al cuadrado y la estimación de los ciclos, tanto a largo plazo (*long-term swing*) como a corto-medio plazo (estacionalidad), pero en este caso, para cada vencimiento de los futuros anuales sobre el precio del sistema. Las principales mejoras en este caso varía según el futuro que estamos considerando, por lo que en este caso es de vital importancia estudiar detalladamente cada modelo, cuyas principales características son:

- El modelo 2, a pesar de incluir funciones sinusoidales para tener en cuenta el comportamiento cíclico de los precios del mercado eléctrico, consigue una mejora con respecto al modelo 1 inferior a 5.5% en cualesquiera de los futuros anuales utilizados.
- El modelo 3, al añadir una serie de Fourier como valor de reversión del proceso, consigue un progreso en el ajuste con respecto al modelo 2 muy importante para todos los vencimientos considerados. Entre ellos destacan NPY3 y NPY4, con una mejora alrededor del 75%. El *long-term swing* compartido para todos los futuros se estima en 17.5 años.
- El modelo 4, al incluir una serie de Fourier aditivamente al proceso, también va consiguiendo una mejora sustancial frente al modelo 3, ya que podemos observar valores entre 30% y 67% (dependiendo del futuro). El *long-term swing* se estima en 15.8 años y el ciclo de estacionalidad alrededor de 1 año para todos los contratos, exceptuando NPY2 que lo estima en 8 años.
- El modelo 5 vuelve a disminuir los errores obtenidos en el ajuste de los datos para todos los vencimientos, excepto para el futuro con vencimiento a dos años para el que empeora en un 8.4%. Si bien esta mejora ya no es tan amplia, es considerable al situarse entre el 14% y el 30%. La serie a largo plazo nos proporciona 14 años de periodicidad, mientras que las de medio y corto plazo se estiman entre 3.5 y 10 años para la primera y en 1 año para la segunda.

¹⁷Con avance nos referimos a mantener la misma estructura pero ir cada vez añadiendo un término más

- El modelo 6, como en las otras dos líneas de estudio de este trabajo, es el modelo que mejor se ajusta a los futuros anuales. Esta disminución de errores no solo se aprecia mediante un estadístico general del modelo, sino también individualmente para cada uno de sus cuatro primeros vencimientos¹⁸. En este caso, volvemos a conseguir unas mejoras sustanciales con respecto al modelo 5, situándose alrededor del 30 % en la mayoría de los contratos y cerca del 50 % para NPY2. El *long-term swing* es de 14 años y los ciclos son de 3.3 años para el primero, entre 6 y 9 años para el segundo y de un año para el tercero.
- El modelo 7, al no introducir el *long-term swing* en su definición, consigue un ajuste considerablemente peor que el modelo 4, que sí tiene en cuenta este término. Si lo comparamos con el modelo 2, debido a que ambos incluyen una serie estacional, vemos como mejora la estimación del precio de los futuros en un 75 % de media. Su periodicidad también es anual.
- El modelo 8 nos vuelve a mostrar la importancia de los dos tipos de series, al conseguir un ajuste más acertado que el modelo 7, sobre un 32 %¹⁹, y empeorando con respecto al modelo 5 en casi todos los vencimientos²⁰. Los períodos son estimados son de 5-10 años y de 1 año.
- El modelo 9 sigue en la misma línea que los anteriores, mejorando al modelo 8 en todos sus futuros y en una cuantía considerable, por el efecto de incorporar una nueva serie de Fourier a corto plazo, y un empeoramiento del ajuste con respecto al modelo 6, debido a no incluir la serie tendencial. Los períodos estimados han sido de 6.8 - 9.4 años para la primera serie, de 3.3 años para la segunda y de 1 año para la tercera.
- El modelo 10, al incorporar una nueva serie en el *long-term swing*, no consigue progresar en la estimación que teníamos con el modelo 4, ya que empeoraríamos en todos los casos excepto para NPY3, para el que mejoramos en algo más del 20 %. Los períodos estimados son de 17.8 y 10 años para las dos series de tendencia y entre 1 y 10 años para la cíclica.

Por tanto, el ranking de modelos de menos a más adecuado para el ajuste de los datos observados en el mercado, es 1 - 2 - 3 - 7 - 10 - 8 - 4 - 5 - 9 - 6. Siendo de nuevo el modelo 6 el que mejor se ajusta a los datos de los futuros anuales del Nord Pool. Para este tipo de futuro, no hay evidencia clara de qué término es el que mayor peso tiene en la disminución de los errores de estimación. Tanto

¹⁸Para el quinto vencimiento el modelo 9 se ajusta un 12.2% mejor

¹⁹Excepto para NPY2 par el que empeora en un 29.2% con respecto al modelo 7.

²⁰Excepto para NPY5 que mejora en un 11.7% con respecto al modelo 5

la serie estacional como el *long-term swing* consiguen que se vaya avanzando significativamente en la precisión de la valoración.

En la Figura 11 podemos ver la estimación de los *long-term swing* para los logaritmos de los precios de los futuros anuales utilizados y con los parámetros estimados en el modelo 3. Vemos que todas pasan de cóncava a convexa en el mismo punto y es más suave mientras mas cerca de vencimiento nos encontramos, siendo las mismas conclusiones que en casos anteriores. También, las curvas aparecen en forma de dientes de sierra. Sin embargo, estos son menos pronunciados que en el caso de los futuros mensuales y trimestrales, debido al efecto del *rolling maturities* a más largo plazo.

6.2. Análisis *out of sample*

En esta sección vamos a estudiar la capacidad de predicción de los diez modelos presentados en la investigación para el precio de los futuros sobre el mercado eléctrico. Para ello, al igual que hemos realizado en la parte *in sample*, dividimos el estudio según las características de los futuros utilizados, en cuanto a que disponemos de futuros mensuales, trimestrales y anuales. Los resultados obtenidos difieren según el tipo de vencimiento considerado, como detallaremos a continuación. En las tablas 13 a 15 mostramos los resultados obtenidos para cada modelo y cada tipo de futuro. En ellas, se exponen la suma de los residuos al cuadrado correspondiente a cada semana que hemos predicho, así como la suma total de los errores al cuadrado de las cuatro semanas de predicción. También mostramos la suma total de los residuos para cada futuro particular, por si resulta de interés.

Comenzamos comentando los futuros con vencimientos mensuales, expuestos en la tabla 13, en los que el modelo 1 es el que muestra mejores resultados de predicción, ya que es el que menos suma total de los residuos al cuadrado presenta. También, si analizamos las semanas por separado, solo en la cuarta semana (W4) el modelo 7 consigue batir a este modelo. Estos resultados son contradictorios con los obtenidos en la parte *in sample*, en la que el modelo 1 era el que peores resultados tenía entre todos los modelos estudiados. Sin embargo, podemos justificar estos resultados obtenidos en la cercanía de todos los vencimientos utilizados (solo disponemos de futuros entre dos y seis meses), que nos lleva a que la calibración de los modelos no sea buena y, al llevar a cabo una minimización de los errores al cuadrado mediante una técnica sofisticada, como es el filtro de kalman, encontremos mínimos locales, que no coinciden con el mínimo global del problema²¹.

²¹Para que la calibración fuese buena y fiable, los futuros deberían de ser a vencimientos más largos y disponer

En la tabla 14 vemos la estimación *out of sample* para futuros con vencimientos trimestrales, en los que el modelo que mejor ajusta la predicción de los precios futuros es el modelo 5. Si observamos los resultados por semanas, el modelo 1 es el que mejor predice la primera semana, el modelo 5 la segunda y tercera semana, y el modelo 2 la cuarta semana. Llama la atención que el modelo 5 es el único modelo que supera al modelo 1 y 2, por lo que creemos que, aunque en este caso con uno de nuestros modelos mejoremos la estimación, en los otros siguen produciéndose errores econométricos de optimización en diversas semanas, que nos llevan a resultados no deseables.

Por último, en la tabla 15, mostramos los resultados obtenidos para los futuros anuales. El modelo que presenta mejor estimación es el modelo 3, seguido por el modelo 4 con una predicción muy parecida. Luego, nos encontramos (por orden) con los modelos 5, 9, 10, 6, 8, 7, 2 y 1. En este caso, los resultados han sido razonables tras los obtenidos en la predicción *in sample*, aunque con alguna modificación en el ranking de modelos. El modelo 1 de Schwartz (1997) es el que peor predice, seguido por el modelo 2 de Lucía y Schwartz (2002), y siendo superados ambos, por ende, por todos los modelos de Moreno, Novales y Platania (2018).

Si observamos la suma de los errores al cuadrado por semanas, vemos que el modelo 4 es el que mejor predice la primera semana y el modelo 3 las tres semanas siguientes²².

Por tanto, no podemos concluir que encontramos un modelo que supera a todos en la parte *out of sample*, sean cuales sean los futuros utilizados en nuestro estudio, ya que tanto para futuros mensuales como trimestrales encontramos fallos de optimización, y solo disponemos de una información fiable cuando utilizamos futuros anuales.

7. Conclusiones

La electricidad es un recurso de primera necesidad en las Economías desarrolladas. La principal razón es que es indispensable, tanto para la industrialización de los procesos de producción de bienes y servicios en el ámbito empresarial, como para la vida cotidiana de las familias. Este hecho ha favorecido a que un mercado caracterizado por un nivel de regulación bastante alto, empezara a liberalizarse, trayendo consigo la apertura de barreras a la competencia por parte de los oferentes y consumidores. Como consecuencia, se ha llegado a conseguir una mejora sustancial tanto en liquidez como en volumen.

de mayor distancia entre los vencimientos de los distintos futuros.

²²Semana 2 (W2), semana 3 (W3) y semana 4 (W4).

El Nord Pool, mercado eléctrico de los países nórdicos, fue el pionero y referente en este proceso de desregulación, lo que lo convirtió rápidamente en el más importante del mundo en este ámbito. Este hecho, junto con los indicios presentados sobre el comportamiento de la electricidad en investigaciones anteriores, ha propiciado que el Nord Pool, así como los derivados del mismo, sean el centro de nuestro estudio.

Para esta investigación hemos utilizado el modelo propuesto por Moreno *et al.* (2018), el cual modeliza el precio del *spot* en tiempo continuo mediante un proceso estocástico del tipo Ornstein-Uhlenbeck (reversión a la media) con una función añadida aditivamente para capturar el comportamiento cíclico de los precios de las *commodities*. La principal innovación de este modelo es la introducción de series de Fourier en el nivel de reversión, con la hipótesis de que los precios re-verten, no al valor medio, sino a fluctuaciones periódicas a largo plazo. El comportamiento cíclico a corto y medio plazo también se modeliza mediante estas mismas series. En ambos casos, las frecuencias que nos proporcionan serán estimadas, por lo que varían según el producto utilizado.

Este modelo, y sus ocho extensiones propuestas (para estudiar el número de ciclos necesarios), son comparados con sus referentes, como son el modelo propuesto por Schwartz (1997) y el de Lucía y Schwartz (2002). Ambos cuentan con procesos de reversión a la media, añadiendo el segundo de ellos una función sinusoidal con frecuencia anual para el comportamiento estacional del mercado eléctrico. En todos los casos, disponemos de fórmula cerrada para los precios de los futuros. Hemos utilizado tres tipos de futuros que cotizan en el mercado eléctrico del Nord Pool: futuros mensuales, futuros trimestrales y futuros anuales. Para todos ellos hemos realizado por una parte la estimación empírica dentro de la muestra, y por otra la capacidad predictiva fuera de ella.

En el análisis *in sample*, de las observaciones muestrales a los datos del mercado, hemos comprobado que todos nuestros modelos mejoran las estimaciones de los tomados como referencia para los tres tipos de futuros analizados. En especial el modelo 6, que añade el *long-term swing* en el nivel de reversión y tres frecuencias en la parte cíclica. Este es el que mejor estimación consigue en todos los casos, ya que es el que menor suma de los cuadrados de los residuos presenta. Sin embargo, en cada uno de los análisis hemos llegado a conclusiones diferentes, ya que, tanto añadir series a largo plazo en el proceso estocástico como añadir series a corto y medio plazo en la parte estacional, es importante para mejorar la estimación de los tres tipos de futuros, sin embargo, para mensuales las mejoras más significativas vienen de la mano de añadir frecuencias cíclicas, para trimestrales de añadir el *long-term swing* y para anuales de la mano de ambos, sin quedar

uno por encima del otro.

En el análisis *out of sample* los resultados han diferido según el tipo de futuro utilizado. Para mensuales y trimestrales nos hemos encontrado con problemas econométricos de optimización. Se debe, principalmente, a que la calibración de los modelos no alcanzaba el mínimo global del problema, quedándose en mínimos locales y haciendo que nos proporcionaran errores de predicción poco fiables. Es por eso por lo que el modelo 1 es el que mejor predice en futuros mensuales y solo es superado por el modelo 5 en futuros trimestrales. Con respecto a los futuros anuales, todos nuestros modelos mejoran significativamente tanto al modelo 1 como al 2, siendo el modelo 3 el que mejor predice, con diferencias casi insignificantes con el modelo 4.

Como línea de investigación futura consideramos muy importante utilizar un filtrado del precio *spot*, como la llevada a cabo mediante el filtro de Kalman, en la parte *in sample*, con el fin de obtener una serie subyacente más suave que la que disponemos del mercado. Esto es muy significativo porque, en el mercado eléctrico, el *spot* es una serie con grandes saltos que luego en el futuro no se producen. Sin embargo, en la estimación de nuestro precio del futuro el efecto *spot* es un factor de gran relevancia. También podríamos añadir saltos en el proceso del precio, mediante procesos de Poisson. Además, deberíamos de añadir un nuevo factor estocástico a nuestro modelo (como el tipo de interés) y comprobar que los resultados se mantienen en la misma línea. Por último, proponemos realizar este estudio para otros mercados, como puede ser el mercado de metales preciosos.

Referencias

- Arango, S. y Larsen, E. (2011). Cycles in deregulated electricity markets: Empirical evidence from two decades. *Energy Policy*, 39(5):2457–2466.
- Balado, A. y Moreno, M. (2018). *Valoración de futuros sobre permisos de emisión de CO2: análisis empírico y predicción*. QfB.
- Bhanot, K. (2000). Behavior of power prices: Implications for the valuation and hedging of financial contracts. *Journal of Risk*, 2:43–62.
- Cartea, A. y Villaplana, P. (2014). An analysis of the main determinants of electricity forward prices and forward risk premia. In *Quantitative Energy Finance*, pages 215–236. Springer.
- Ciarreta, A., Lagullón, M. y Zarraga, A. (2011). Modelación de los precios en el mercado eléctrico español. *Cuadernos de Economía*, 30(54):227–250.
- Del Campo, N. y Moreno, M. (2017). *Valoración de futuros sobre permisos de emisión de CO2: análisis empírico y predicción*. QfB.
- Escribano, A., Ignacio Peña, J. y Villaplana, P. (2011). Modelling electricity prices: International evidence. *Oxford bulletin of economics and statistics*, 73(5):622–650.
- Franco, J. C. G. (2003). Maximum likelihood estimation of mean reverting processes. *Real Options Practice*.
- Gibson, R. y Schwartz, E.S. (1990). Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims. *The Journal of Finance*, 45(3):959–976.
- Hamilton, J. D. (1994). State-space models. *Handbook of econometrics*, 4:3039–3080.
- Johnson, B. (1999). Selecting stochastic process for modeling electricity prices. *Energy modelling and the Management of Uncertainty*.
- Joskow, P. L. (2008). *Lessons learned from the electricity market liberalization*. Massachusetts Institute of Technology, Center for Energy and Environmental Policy Research.
- Kåresen, K.F. y Husby, E. (2000). A joint state-space model for electricity spot and futures prices. *Future*, 1:1–05.

- Knittel, C.R. y Roberts, M.R. (2005). An empirical examination of restructured electricity prices. *Energy Economics*, 27(5):791–817.
- Lazcano, A. y Ciarreta, A. (2014). Análisis del mercado eléctrico en escandinavia: Nord pool. *Universidad del País Vasco*.
- León, A. y Rubia, A. (2001). *Comportamiento del precio y volatilidad en el pool eléctrico español*. Instituto Valenciano de Investigaciones Económicas.
- Lucia, J.J. y Schwartz, E.S. (2002). Electricity prices and power derivatives: Evidence from the nordic power exchange. *Review of derivatives research*, 5(1):5–50.
- Moreno, M., Novales, A. y Platania, F. (2018). *Long-term swings and seasonality in energy markets*. mimeo.
- Mount, T.D., Ning, Y. y Cai, X. (2006). Predicting price spikes in electricity markets using a regime-switching model with time-varying parameters. *Energy Economics*, 28(1):62–80.
- Nord Pool. (2018). *Annual Report 2018*. Nord Pool ASA.
- Pilipovic, D. (2007). *Energy risk: Valuing and managing energy derivatives*. McGraw Hill Professional.
- Schwartz, E. S. (1997). The stochastic behavior of commodity prices: Implications for valuation and hedging. *The journal of finance*, 52(3):923–973.
- Schwartz, E.S. y Smith, J.E. (2000). Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices. *Management Science*, 46(7):893–911.
- Volpe, V. (2009). *The Electricity price modelling and derivatives pricing in the Nord Pool market*. PhD thesis, Università della Svizzera italiana.
- Weron, R., Bierbrauer, M. y Trück, S. (2004). Modeling electricity prices: jump diffusion and regime switching. *Physica A: Statistical Mechanics and its Applications*, 336(1-2):39–48.

Apéndice de Tablas

Estadísticos descriptivos de los contratos de futuros mensuales sobre el precio de la electricidad.

Inicio de muestra	Media	Desviación típica	C. de variación	Asimetría	Curtosis	Máximo	Mínimo
spot 01 de Enero de 2004	36.848	12.936	0.35107	1.0287	5.3471	134.80	6.23
NP2 01 de Enero de 2004	37.305	12.155	0.32583	0.76403	3.3744	85.100	13.7
NP3 01 de Enero de 2004	37.587	12.156	0.32340	0.76202	3.4449	85.000	14.38
NP4 01 de Enero de 2004	37.811	12.184	0.32224	0.78110	3.6852	84.950	14.05
NP5 01 de Enero de 2004	37.858	11.981	0.31647	0.75970	3.8679	86.500	12.0
NP6 01 de Enero de 2004	37.799	11.668	0.30869	0.69036	3.7571	89.500	13.0

Table 1: Análisis de los estadísticos principales de los precios del *spot* y de los contratos de futuros mensuales sobre electricidad. Entre ellos encontramos la media, desviación típica, coeficientes de variación, asimetría, curtosis y los valores máximo y mínimo. El período muestral termina el 5 de Mayo de 2019.

Estadísticos descriptivos de los contratos de futuros trimestrales sobre el precio de la electricidad.

	Inicio de muestra	Media	Desviación típica	C. de variación	Asimetría	Curtosis	Máximo	Mínimo
spot	15 de Junio de 2006	37.6557	13.5660	0.36026	0.8868	4.9454	134.8000	6.2300
NPQ3	15 de Junio de 2006	37.7157	10.5958	0.28098	0.2740	2.7717	75.8300	12.6300
NPQ4	15 de Junio de 2006	37.2651	10.1124	0.27140	0.1080	2.3320	64.5000	16.6300
NPQ5	15 de Junio de 2006	36.9546	10.6298	0.28769	0.1798	2.5910	70.6000	14.3000
NPQ7	15 de Junio de 2006	36.2641	10.2366	0.28232	0.2259	2.7160	72.5000	15.1000
NPQ8	15 de Junio de 2006	36.2527	10.1650	0.28043	0.0468	2.2577	63.5000	15.9500

Table 2: Análisis de los estadísticos principales de los precios del *spot* y de los contratos de futuros trimestrales sobre electricidad. Entre ellos encontramos la media, desviación típica, coeficientes de variación, asimetría, curtosis y los valores máximo y mínimo. El período muestral termina el 27 de Mayo de 2019.

Estadísticos descriptivos de los contratos de futuros anuales sobre el precio de la electricidad.

	Inicio de muestra	Media	Desviación típica	C. de variación	Asimetría	Curtosis	Máximo	Mínimo
spot	15 de Junio de 2006	37.6557	13.5660	0.36026	0.8868	4.9454	134.8000	6.2300
NPY1	15 de Junio de 2006	37.3030	10.1398	0.27186	0.2704	2.7268	69.7500	16.3000
NPY2	15 de Junio de 2006	36.2014	9.8993	0.27349	0.1548	2.5476	67.5800	16.2500
NPY3	15 de Junio de 2006	36.1418	10.1158	0.27993	0.1187	2.4056	67.4000	16.1500
NPY4	15 de Junio de 2006	37.1470	10.1438	0.27311	0.1220	2.2929	68.0000	17.5500
NPY5	15 de Junio de 2006	38.2598	10.3564	0.27073	0.2757	2.4813	70.2500	19.1000

Table 3: Análisis de los estadísticos principales de los precios del *spot* y de los contratos de futuros anuales sobre electricidad. Entre ellos encontramos la media, desviación típica, coeficientes de variación, asimetría, curtosis y los valores máximo y mínimo. El período muestral termina el 27 de Mayo de 2019.

Estadístico Dickey-Fuller Aumentado para contratos mensuales

ADF (niveles)		ADF (diferencias)	
t-stat	p-valor	t-stat	p-valor
spot	0.3956	-68.2736	1.0000e-03
NP2	0.5954	-60.5279	1.0000e-03
NP3	0.6216	-60.9506	1.0000e-03
NP4	0.6523	-60.1843	1.0000e-03
NP5	0.6754	-60.9520	1.0000e-03
NP6	0.7196	-61.5739	1.0000e-03

Table 4: Estadístico Dickey-Fuller aumentado para el logaritmo del precio *spot* y los futuros NP2 a NP6, así como para sus primeras diferencias.

Estadístico Dickey-Fuller Aumentado para contratos trimestrales

ADF (niveles)		ADF (diferencias)	
t-stat	p-valor	t-stat	p-valor
spot	0.3625	-62.5639	1.0000e-03
NPQ3	0.5162	-56.9101	1.0000e-03
NPQ4	0.5150	-58.3517	1.0000e-03
NPQ5	0.5088	-56.1108	1.0000e-03
NPQ7	0.5290	-58.2510	1.0000e-03
NPQ8	0.5153	-58.9396	1.0000e-03

Table 5: Estadístico Dickey-Fuller aumentado para el logaritmo del precio *spot* y los futuros NPQ3, NPQ4, NPQ5, NPQ7 Y NPQ8, así como para sus primeras diferencias.

Estadístico Dickey-Fuller Aumentado para contratos anuales

	ADF (niveles)		ADF (diferencias)	
	t-stat	p-valor	t-stat	p-valor
spot	-0.7901	0.3625	-62.5639	1.0000e-03
NPY1	-0.3732	0.5152	-56.4056	1.0000e-03
NPY2	-0.4474	0.4881	-54.5075	1.0000e-03
NPY3	-0.5194	0.4617	-52.9319	1.0000e-03
NPY4	-0.5585	0.4474	-54.1310	1.0000e-03
NPY5	-0.6466	0.4151	-55.9824	1.0000e-03

Table 6: Estadístico Dickey-Fuller aumentado para el logaritmo del precio *spot* y los futuros NPY1 a NPY5, así como para sus primeras diferencias.

Estimaciones paramétricas *in-sample* para futuros mensuales, toda la muestra

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
PARÁMETROS ESTRUCTURALES										
α	3.5089 (0.0137)	3.3211 (0.0322)	3.5736 (0.0269)	3.5065 (0.0116)	3.5759 (0.0627)	3.6149 (0.0033)	3.3299 (0.0684)	3.4007 (0.0276)	3.3449 (0.0480)	3.5581 (0.0151)
σ^2	0.5377 (0.0591)	1.1341 (0.0848)	0.3784 (0.1612)	0.7946 (0.0759)	0.5352 (0.1398)	0.0415 (0.0148)	1.1002 (0.0224)	0.9309 (0.1017)	1.0740 (0.1239)	0.6745 (0.1383)
κ	1.7498 (0.0184)	1.3934 (0.0117)	2.9559 (0.0383)	2.3706 (0.0219)	2.9725 (0.0424)	2.8274 (0.0164)	1.3929 (0.0267)	1.4868 (0.0141)	1.3771 (0.0134)	3.0066 (0.0233)
γ	-	-0.1677 (0.0010)	-	-	-	-	-	-	-	-
ϕ	-	0.4651 (0.0013)	-	-	-	-	-	-	-	-
$B_{x,1}$	-	-	-0.2606 (0.0225)	-0.2538 (0.0033)	-0.3939 (0.0347)	-0.2747 (0.0042)	-	-	-	-0.3899 (0.0107)
$B_{y,1}$	-	-	-0.2160 (0.0254)	-0.2397 (0.0044)	-0.0519 (0.0133)	-0.1766 (0.0042)	-	-	-	-0.0514 (0.0124)
$B_{x,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.0594 (0.0109)
$B_{y,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.2199 (0.0120)
$\omega_{x,1}$	-	-	2π 0.0713 (0.0027)	2π 0.0705 (0.0016)	2π 0.0845 (0.0153)	2π 0.0732 (0.0024)	-	-	-	2π 0.0839 (0.0053)
Periodo Aprox.	-	14 años	14 años	14 años	12 años	13.5 años	-	-	-	12 años
$\omega_{x,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2π 0.1339 (0.0093)
Periodo Aprox.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	7.5 años
PARÁMETROS ESTACIONALES										
NP2										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1896 (0.0043)	-0.1054 (0.0639)	0.0970 (0.0087)	0.1958 (0.0042)	-0.2926 (0.0136)	0.1684 (0.0158)	0.1862 (0.0044)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.0725 (0.0064)	-0.2364 (0.0660)	-0.0811 (0.0133)	0.0522 (0.0679)	0.0579 (0.0228)	-0.0989 (0.0197)	0.0801 (0.0074)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	2π 0.9912 (0.0037)	2π 0.1361 (0.0451)	2π 0.2571 (0.0122)	2π 0.9921 (0.0069)	2π 0.1532 (0.0080)	2π 0.2484 (0.0122)	2π 0.9914 (0.0041)
Periodo	-	-	-	1 año	7.5 años	4 años	1 año	6.5 años	4 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.1880 (0.0091)	-0.1599 (0.0087)	-	0.1952 (0.0040)	-0.3205 (0.0148)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0773 (0.0080)	-0.1342 (0.0137)	-	0.0535 (0.0077)	0.0210 (0.0249)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	2π 0.9918 (0.0106)	2π 0.1498 (0.0071)	-	2π 0.9922 (0.0042)	2π 0.1524 (0.0070)	-
Periodo	-	-	-	-	1 años	6.7 años	-	1 año	6.5 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.1898 (0.0036)	-	-	0.1986 (0.0223)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.0749 (0.0066)	-	-	0.0481 (0.0074)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	2π 0.9918 (0.0037)	-	-	2π 0.9927 (0.0043)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
NP3										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1775 (0.0024)	-0.0988 (0.0501)	0.0704 (0.0068)	0.1780 (0.0678)	-0.2369 (0.0106)	0.1164 (0.0118)	-0.0323 (0.0076)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.0421 (0.0043)	-0.2201 (0.0505)	-0.0430 (0.0082)	0.0248 (0.0054)	0.1061 (0.0147)	-0.0948 (0.0124)	-0.0164 (0.0112)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9930$ (0.0029)	$2\pi \cdot 0.1344$ (0.0287)	$2\pi \cdot 0.2618$ (0.0095)	$2\pi \cdot 0.9939$ (0.0227)	$2\pi \cdot 0.1550$ (0.0057)	$2\pi \cdot 0.2502$ (0.0116)	$2\pi \cdot 0.1680$ (0.0404)
Periodo	-	-	-	1 año	7.5 años	3.8 años	1 año	6.5 años	4 años	6 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.1788 (0.0107)	-0.1544 (0.0055)	-	0.1779 (0.0025)	-0.2611 (0.0100)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0485 (0.0128)	-0.0969 (0.0103)	-	0.0280 (0.0051)	0.0824 (0.0154)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9932$ (0.0232)	$2\pi \cdot 0.1501$ (0.0061)	-	$2\pi \cdot 0.9938$ (0.0031)	$2\pi \cdot 0.1541$ (0.0056)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	6.7 años	-	1 año	6.5 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.1794 (0.0022)	-	-	0.1800 (0.0024)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.0453 (0.0044)	-	-	0.0232 (0.0126)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9933$ (0.0028)	-	-	$2\pi \cdot 0.9943$ (0.0265)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-
NP4										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1743 (0.0025)	-0.1058 (0.0316)	0.0574 (0.0054)	0.1707 (0.0340)	-0.1817 (0.0099)	0.0932 (0.0095)	0.1779 (0.0020)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.0212 (0.0039)	-0.2014 (0.0530)	-0.0451 (0.0057)	0.0072 (0.0045)	0.1500 (0.0100)	-0.0821 (0.0142)	0.0301 (0.0040)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9942$ (0.0024)	$2\pi \cdot 0.1338$ (0.0286)	$2\pi \cdot 0.2636$ (0.0080)	$2\pi \cdot 0.9950$ (0.0076)	$2\pi \cdot 0.1574$ (0.0051)	$2\pi \cdot 0.2501$ (0.0116)	$2\pi \cdot 0.9940$ (0.0026)
Periodo	-	-	-	1 año	7.5 años	3.8 años	1 año	6.5 años	4 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.1782 (0.0059)	-0.1528 (0.0041)	-	0.1714 (0.0020)	-0.2026 (0.0151)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0292 (0.0051)	-0.0582 (0.0081)	-	0.0122 (0.0042)	0.1344 (0.0163)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9940$ (0.0111)	$2\pi \cdot 0.1513$ (0.0052)	-	$2\pi \cdot 0.9947$ (0.0026)	$2\pi \cdot 0.1565$ (0.0061)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	6.6 años	-	6.6 años	6.4 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.1779 (0.0018)	-	-	0.1725 (0.0019)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.0251 (0.0036)	-	-	0.0083 (0.0040)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9943$ (0.0023)	-	-	$2\pi \cdot 0.9950$ (0.0095)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
NP5										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1708 (0.0018)	-0.1136 (0.0645)	2.5816 (0.3035)	0.1646 (0.0171)	-0.1523 (0.0091)	0.0831 (0.0077)	-0.0099 (0.0061)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.0020 (0.0040)	-0.1943 (0.0318)	-7.4535 (0.3566)	-0.0069 (0.0040)	0.1659 (0.0078)	-0.0726 (0.0137)	0.0104 (0.0056)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9957$ (0.0024)	$2\pi \cdot 0.1332$ (0.0412)	$2\pi \cdot 0.1783$ (0.0039)	$2\pi \cdot 0.9962$ (0.0045)	$2\pi \cdot 0.1584$ (0.0046)	$2\pi \cdot 0.2493$ (0.0105)	$2\pi \cdot \text{Ng18 is}$ 0.1348 (0.0483)
Periodo	-	-	-	1 año	7.5 años	5.6 años	1 año	6.3 años	4 años	7 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.1769 (0.0214)	-2.7948 (0.3046)	-	0.1662 (0.0018)	-0.1691 (0.0102)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0106 (0.0096)	7.5004 (0.3522)	-	-0.0003 (0.0038)	0.1542 (0.0179)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9951$ (0.0263)	$2\pi \cdot 0.1778$ (0.0038)	-	$2\pi \cdot 0.9956$ (0.0024)	$2\pi \cdot 0.1576$ (0.0063)	-
Periodo	-	-	-	-	1 años	5.6 años	-	1 año	6.4 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.1746 (0.0016)	-	-	0.1667 (0.0058)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.0124 (0.0035)	-	-	-0.0034 (0.0116)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9949$ (0.0022)	-	-	$2\pi \cdot 0.9959$ (0.0073)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-
NP6										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1649 (0.0019)	4.1198 (0.0826)	-63.1055 (0.5294)	0.1578 (0.1175)	-0.1246 (0.0078)	0.0691 (0.0137)	0.1730 (0.0020)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.0190 (0.0036)	0.9279 (0.1054)	-62.5083 (1.3612)	-0.0222 (0.0038)	0.1744 (0.0060)	-0.0717 (0.0065)	-0.0108 (0.0037)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9971$ (0.0023)	$2\pi \cdot 0.1278$ (0.0202)	$2\pi \cdot 0.2137$ (0.0043)	$2\pi \cdot 0.9974$ (0.0138)	$2\pi \cdot 0.1590$ (0.0038)	$2\pi \cdot 0.2505$ (0.0102)	$2\pi \cdot 0.9961$ (0.0025)
Periodo	-	-	-	1 año	7.8 años	4.7 años	1 año	6.3 años	4 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-	-4.2022 (0.0789)	63.1502 (0.5319)	-	0.1606 (0.0018)	-0.1391 (0.0131)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	-1.0793 (0.0858)	62.4195 (1.3719)	-	-0.0148 (0.0037)	0.1638 (0.0125)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.1281$ (0.0416)	$2\pi \cdot 0.2137$ (0.0043)	-	$2\pi \cdot 0.9966$ (0.0024)	$2\pi \cdot 0.1582$ (0.0077)	-
Periodo	-	-	-	-	7.8 años	4.7 años	-	1 año	6.3 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	-0.1840 (0.0053)	-	-	0.1606 (0.0017)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.0598 (0.0187)	-	-	-0.0172 (0.0035)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.1616$ (0.0114)	-	-	$2\pi \cdot 0.9967$ (0.0063)	-
Periodo	-	-	-	-	-	6 años	-	-	1 año	-
$\sum_t \min.SCR(\hat{\theta}_t) = \sum_t \hat{u}_t^2$	1106.5	663.1754	813.2528	415.7891	419.5865	412.2644	652.9163	554.3966	519.7066	498.0855
$(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t)^{1/2}$	0.2351	0.1820	0.2016	0.1441	0.1448	0.1435	0.1806	0.1664	0.1611	0.1578
$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t $	0.1734	0.1349	0.1595	0.1088	0.1091	0.1339	0.1246	0.1186	0.1034	0.1202

Table 7: Parámetros de las estimaciones *in-sample* de los 10 modelos unifactoriales, periodos, y medidas de bondad de ajuste para todo el periodo muestral. Los futuros utilizados son los futuros sobre la electricidad con vencimientos mensuales de 2 a 6 meses. Entre paréntesis se muestran las desviaciones típicas de las estimaciones.

Estimaciones paramétricas *in-sample* para futuros trimestrales, toda la muestra

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
PARÁMETROS ESTRUCTURALES										
α	3.2927 (0.0288)	3.2834 (0.0209)	3.4564 (0.0112)	3.5754 (0.0186)	3.5678 (0.0015)	3.6011 (0.0078)	3.2628 (0.0264)	3.2710 (0.0232)	3.4485 (0.0141)	3.4381 (0.0091)
σ^2	0.6275 (0.0534)	0.6248 (0.0453)	0.5761 (0.0595)	0.0146 (0.0196)	0.0000 (0.0000)	0.0257 (0.0497)	0.5969 (0.0564)	0.4772 (0.0413)	0.2165 (0.0319)	0.5425 (0.0441)
κ	0.7833 (0.0101)	0.7597 (0.0080)	1.5371 (0.0155)	1.8287 (0.0168)	1.7726 (0.0144)	1.9033 (0.0166)	0.7075 (0.0080)	0.6343 (0.0066)	0.7695 (0.0066)	1.4292 (0.0104)
γ	-	0.1171 (0.0020)	-	-	-	-	-	-	-	-
ϕ	-	0.4856 (0.0025)	-	-	-	-	-	-	-	-
$B_{x,1}$	-	-	0.0629 (0.0047)	-0.0527 (0.0241)	-0.0127 (0.0042)	0.1062 (0.0088)	-	-	-	0.0587 (0.0040)
$B_{y,1}$	-	-	-0.3377 (0.0022)	-0.3541	-0.3490 (0.0013)	-0.3383 (0.0034)	-	-	-	-0.3400 (0.0016)
$B_{x,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.0890 (0.0030)
$B_{y,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.0743 (0.0031)
$\omega_{x,1}$	-	-	2 π 0.0639 (0.0016)	2 π 0.0723 (0.0035)	2 π 0.0687 (0.0015)	2 π 0.0672 (0.0029)	-	-	-	2 π 0.0624 (0.0015)
Periodo Aprox.	-	-	15.5 años	14 años	14.5 años	14.9 años	-	-	-	16 años
$\omega_{x,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2 π 0.2739 (0.0034)
Periodo Aprox.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	3.7 años
PARÁMETROS ESTACIONALES										
NPQ3										
$A_{x,1}$	-	-	-0.0247 (0.0075)	-0.0870 (0.0125)	-1.8444 (0.0928)	-0.1017 (0.0068)	-1.4804 (0.3327)	14.5878 (0.5962)	-0.1052 (0.0020)	-
$A_{y,1}$	-	-	-0.1638 (0.0149)	-0.1132 (0.0077)	-0.0336 (0.0991)	0.1107 (0.0061)	-8.3336 (1.2723)	-16.3648 (0.4287)	0.0487 (0.0034)	-
$\omega_{f,1}$	-	-	2 π 0.1640 (0.0068)	2 π 0.1768 (0.0128)	2 π 0.3099 (0.0107)	2 π 0.2563 (0.0080)	2 π 0.2047 (0.0045)	2 π 0.2435 (0.0047)	2 π 1.0039 (0.0037)	-
Periodo	-	-	6 años	5.6 años	3.2 años	4 años	4.8 años	4 años	4 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-0.1020 (0.0063)	0.1203 (0.0068)	-	0.8924 (0.3348)	-15.3532 (0.6107)	-	-
$A_{y,2}$	-	-	-	0.0333 (0.0094)	-0.0972 (0.0067)	-	8.4743 (1.2742)	16.2173 (0.4232)	-	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	2 π 0.2644 (0.0142)	2 π 0.1470 (0.0067)	-	2 π 0.2034 (0.0046)	2 π 0.2430 (0.0047)	-	-
Periodo	-	-	-	3.8 años	6.8 años	-	4.9 años	4 años	-	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	1.8673 (0.0957)	-	-	0.0476 (0.0142)	-	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	0.2310 (0.0992)	-	-	0.4961 (0.0128)	-	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	2 π 0.3084 (0.0106)	-	-	2 π 0.2019 (0.0046)	-	-
Periodo	-	-	-	-	3.2 años	-	-	5 años	-	-

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
NPQ4										
$A_{x,1}$	-	-	-	-0.0269 (0.0101)	-0.0485 (0.0095)	-5.2570 (0.1986)	-0.0593 (0.0060)	1.9557 (0.3810)	3.5043 (0.0476)	-0.0560 (0.0034)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.1459 (0.0030)	-0.1131 (0.0047)	1.8667 (0.3707)	0.1063 (0.0045)	7.8412 (1.1465)	-2.3248 (0.0972)	0.0391 (0.0036)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.1610$ (0.0103)	$2\pi \cdot 0.1677$ (0.0110)	$2\pi \cdot 0.3177$ (0.0093)	$2\pi \cdot 0.2580$ (0.0078)	$2\pi \cdot 0.2027$ (0.0040)	$2\pi \cdot 0.2347$ (0.0041)	$2\pi \cdot 0.2788$ (0.0070)
Periodo	-	-	-	6 años	6 años	3 años	4 añoS	5 años	4.2 años	3.5 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	-0.0489 (0.0059)	0.1281 (0.0059)	-	-2.4231 (0.3788)	-4.7385 (0.0199)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0756 (0.0037)	-0.0747 (0.0072)	-	-7.6524 (1.1467)	1.9249 (0.1157)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.2751$ (0.0104)	$2\pi \cdot 0.1403$ (0.0071)	-	$2\pi \cdot 0.2039$ (0.0040)	$2\pi \cdot 0.2313$ (0.0037)	-
Periodo	-	-	-	-	3.6 años	7 años	-	4.9 años	4.3 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	5.3590 (0.2035)	-	-	0.6367 (0.0447)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	-1.7140 (0.3736)	-	-	0.7603 (0.0125)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.3173$ (0.0093)	-	-	$2\pi \cdot 0.2093$ (0.0050)	-
Periodo	-	-	-	-	-	3 añosS	-	-	5 años	-
NPQ5										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.0141 (0.0127)	0.0188 (0.0074)	0.1610 (0.0043)	-0.0307 (0.0058)	1.2072 (0.2495)	-9.7280 (0.3482)	-0.0538 (0.0061)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.1500 (0.0112)	-0.1303 (0.0023)	-0.0362 (0.0103)	0.0978 (0.0037)	5.0899 (0.7659)	10.2151 (0.1695)	-0.1098 (0.0039)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.1504$ (0.0131)	$2\pi \cdot 0.1511$ (0.0071)	$2\pi \cdot 0.1292$ (0.0079)	$2\pi \cdot 0.2584$ (0.0090)	$2\pi \cdot 0.1983$ (0.0041)	$2\pi \cdot 0.2330$ (0.0053)	$2\pi \cdot 0.1641$ (0.0065)
Periodo	-	-	-	6.6 años	6.6 años	7.7 años	4 añoS	4.3 años	4.3 años	6 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.0296 (0.0045)	0.3336 (0.0700)	-	-1.6144 (0.2475)	9.0135 (0.3421)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0779 (0.0023)	-0.3834 (0.1733)	-	-4.9071 (0.7672)	-10.3023 (0.1745)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.2899$ (0.0071)	$2\pi \cdot 0.2705$ (0.0259)	-	$2\pi \cdot 0.1999$ (0.0042)	$2\pi \cdot 0.2336$ (0.0054)	-
Periodo	-	-	-	-	3.5 años	3.7 años	-	5 años	4.3 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	-0.2644 (0.0680)	-	-	0.2197 (0.0082)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.5178 (0.1648)	-	-	0.4565 (0.0054)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.2749$ (0.0172)	-	-	$2\pi \cdot 0.2001$ (0.0036)	-
Periodo	-	-	-	-	-	3.6 añosS	-	-	5 años	-

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
NPQ7										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1132 (0.0116)	0.0868 (0.0021)	-2.9501 (0.4598)	0.0281 (0.0061)	4.1662 (0.6619)	26.7276 (0.7270)	0.0495 (0.0025)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.1171 (0.0083)	-0.0059 (0.0045)	-10.3266 (0.5548)	0.0898 (0.0048)	4.4339 (0.6163)	-10.0544 (0.3196)	-0.0051 (0.0039)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	2π 0.1317 (0.0094)	2π 0.2983 (0.0069)	2π 0.3138 (0.0169)	2π 0.2591 (0.0083)	2π 0.2008 (0.0040)	2π 0.2650 (0.0170)	2π 0.2810 (0.0098)
Periodo	-	-	-	7.5 años	3.3 años	3 años	4 años	5 años	3.8 años	3.5 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.0960 (0.0068)	0.1954 (0.0035)	-	-4.4071 (0.6597)	-26.6446 (0.7319)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	-0.1090 (0.0043)	-0.0011 (0.0085)	-	-4.1242 (0.6162)	10.2411 (0.3222)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	2π 0.1339 (0.0059)	2π 0.11205 (0.0045)	-	2π 0.2020 (0.0039)	2π 0.2651 (0.0170)	-
Periodo	-	-	-	-	7.5 años	8.3 años	-	4.9 años	3.8 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	3.1216 (0.4572)	-	-	-0.0198 (0.0032)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	10.2438 (0.5612)	-	-	-0.0016 (0.0047)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	2π 0.3140 (0.0171)	-	-	2π 1.4255 (0.0231)	-
Periodo	-	-	-	-	-	3.2 años	-	-	0.7 año	-
NPQ8										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1377 (0.0146)	0.0845 (0.0026)	0.0810 (0.0025)	0.0583 (0.0051)	4.4502 (0.7316)	-26.8456 (1.4275)	-0.1095 (0.0035)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.1035 (0.0137)	-0.0325 (0.0043)	-0.0297 (0.0049)	0.0771 (0.0046)	3.0340 (0.4525)	27.5283 (0.6903)	-0.0444 (0.0069)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	2π 0.1260 (0.0109)	2π 0.2938 (0.0061)	2π 0.2956 (0.0075)	2π 0.2616 (0.0085)	2π 0.2013 (0.0039)	2π 0.1592 (0.0038)	2π 0.9962 (0.0058)
Periodo	-	-	-	8 años	3.4 años	3.4 años	4 años	5 años	6.3 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-	0.1161 (0.0066)	0.0491 (0.0128)	-	-4.6166 (0.7296)	26.1398 (1.4138)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	-0.0937 (0.0058)	0.1686 (0.0049)	-	-2.6813 (0.4532)	-27.7799 (0.7042)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	2π 0.1276 (0.0060)	2π 0.1002 (0.0091)	-	2π 0.2027 (0.0038)	2π 0.1595 (0.0039)	-
Periodo	-	-	-	-	7.8 años	10 años	-	4.9 años	6.3 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	-0.0591 (0.0055)	-	-	-0.2856 (0.0081)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	-0.0570 (0.0097)	-	-	0.4839 (0.0172)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	2π 0.1480 (0.0153)	-	-	2π 0.1033 (0.0030)	-
Periodo	-	-	-	-	-	6.7 años	-	-	9.7 años	-
$\sum_t \min SCR(\hat{\theta}_t) = \sum_t \hat{u}_t^2$	1128.6	998.6664	470.7420	322.7395	258.8433	247.5738	1002.9	799.6064	700.0910	312.8604
$(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t)^{1/2}$	0.2585	0.2432	0.1669	0.1382	0.1238	0.1211	0.2437	0.2176	0.2036	0.1361
$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t $	0.2022	0.1896	0.1339	0.1125	0.1017	0.1002	0.1924	0.1733	0.1577	0.1101

Table 8: Parámetros de las estimaciones *in-sample* de los 10 modelos unifactoriales, periodos, y medidas de bondad de ajuste para todo el periodo muestral. Los futuros utilizados son los futuros sobre la electricidad con vencimientos trimestrales (NPQ3, NPQ4, NPQ5, NPQ7 y NPQ8). Entre paréntesis se muestran las desviaciones típicas de las estimaciones.

Estimaciones paramétricas *in-sample* para futuros anuales, toda la muestra

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
PARÁMETROS ESTRUCTURALES										
α	3.5759 (0.0017)	3.4680 (0.0175)	3.5724 (0.0011)	3.6086 (0.0082)	3.4877 (0.0136)	3.5457 (0.0109)	3.5423 (0.0067)	3.5562 (0.0116)	3.6062 (0.0084)	3.5326 (0.0191)
σ^2	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	0.0000 (0.0000)	1.8826 (0.2737)	0.6187 (0.2102)	0.5214 (0.1176)	0.8409 (0.2947)	0.0000 (0.0000)	1.1964 (0.2709)
κ	0.4810 (0.0107)	0.5558 (0.0053)	1.2226 (0.0203)	3.1881 (0.0511)	5.5815 (0.1475)	5.3862 (0.0761)	4.5354 (0.1472)	6.5389 (0.1399)	6.1994 (0.1309)	3.6441 (0.1001)
γ	-	0.1594 (0.0066)	-	-	-	-	-	-	-	-
ϕ	-	0.6002 (0.0108)	-	-	-	-	-	-	-	-
$B_{x,1}$	-	-	0.0006 (0.0049)	0.1251 (0.0187)	-0.1848 (0.0121)	-0.0237 (0.0179)	-	-	-	0.1416 (0.0218)
$B_{y,1}$	-	-	-0.3416 (0.0016)	-0.3327 (0.0193)	-0.1431 (0.0277)	-0.3495 (0.0050)	-	-	-	-0.2916 (0.0141)
$B_{x,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-0.0024 (0.0151)
$B_{y,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	0.1092 (0.0069)
$\omega_{x,1}$	-	-	2 π 0.0569 (0.0015)	2 π 0.0632 (0.0014)	2 π 0.0710 (0.0083)	2 π 0.0698 (0.0030)	-	-	-	2 π 0.0562 (0.0060)
Periodo Aprox.	-	-	17.5 años	15.8 años	14 años	14 años	-	-	-	17.8 años
$\omega_{x,2}$	-	-	-	-	-	-	-	-	-	2 π 0.1000 (0.0119)
Periodo Aprox.	-	-	-	-	-	-	-	-	-	10 años
PARÁMETROS ESTACIONALES										
NPYI										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.0949 (0.0027)	0.1307 (0.0094)	-0.0363 (0.0031)	-0.1595 (0.0045)	0.1420 (0.0037)	-0.0167 (0.0048)	-0.1472 (0.0050)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.0517 (0.0039)	-0.0851 (0.0067)	0.1030 (0.0021)	-0.2161 (0.0046)	-0.0482 (0.0072)	0.1030 (0.0043)	0.0090 (0.0071)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	2 π 1.2717 (0.0049)	2 π 0.1487 (0.0085)	2 π 0.2999 (0.0043)	2 π 0.3333 (0.0028)	2 π 0.1449 (0.0065)	2 π 0.3035 (0.0087)	2 π 1.0583 (0.0054)
Periodo	-	-	-	0.8 años	6.7 años	3.3 años	1 año	7 años	3.3 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-	-0.1178 (0.0096)	0.2299 (0.0066)	-	0.0289 (0.0074)	0.1588 (0.0128)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.2273 (0.0133)	0.1814 (0.0159)	-	0.2983 (0.0026)	0.0493 (0.0098)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	2 π 1.0689 (0.0066)	2 π 0.1236 (0.0057)	-	2 π 1.0668 (0.0033)	2 π 0.1345 (0.0088)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	8 años	-	1 año	7.5 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	-0.0333 (0.0103)	-	-	-0.2214 (0.0150)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	0.1988 (0.0088)	-	-	-0.1900 (0.0160)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	2 π 1.0937 (0.0065)	-	-	2 π 0.9346 (0.0058)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
NPY2										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1573 (0.0032)	0.0596 (0.0049)	0.1856 (0.0029)	0.0635 (0.0071)	0.0611 (0.0050)	0.0985 (0.0026)	0.0820 (0.0031)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.0153 (0.0076)	0.0744 (0.0040)	0.0584 (0.0044)	0.3250 (0.0022)	0.1003 (0.0029)	-0.0047 (0.0043)	0.0601 (0.0038)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi 0.1227$ (0.0052)	$2\pi 0.2835$ (0.0071)	$2\pi 0.2969$ (0.0027)	$2\pi 1.0600$ (0.0024)	$2\pi 0.1961$ (0.0033)	$2\pi 0.3028$ (0.0097)	$2\pi 0.2864$ (0.0046)
Periodo	-	-	-	8 años	3.5 año	3.3 años	1 año	5 años	3.3 años	3.5 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	-0.1639 (0.0124)	0.2474 (0.1016)	-	-0.7626 (0.0127)	0.1813 (0.0223)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.1215 (0.0157)	-3.3594 (0.0976)	-	-1.4831 (0.0584)	0.0426 (0.0105)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi 1.0521$ (0.0043)	$2\pi 0.1093$ (0.0039)	-	$2\pi 1.0026$ (0.0013)	$2\pi 0.1160$ (0.0077)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	9 años	-	1 año	8.6 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	-0.7770 (0.0903)	-	-	0.0454 (0.0295)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	-3.2924 (0.0996)	-	-	0.3753 (0.0201)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi 1.1071$ (0.0037)	-	-	$2\pi 1.0650$ (0.0106)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-
NPY3										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.0302 (0.0201)	1.5354 (0.1043)	-0.0441 (0.0030)	0.2245 (0.0060)	0.6988 (0.1083)	-0.0579 (0.0044)	0.0322 (0.0052)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.2101 (0.0025)	0.0208 (0.1141)	-0.0811 (0.0022)	0.2691 (0.0045)	-0.1948 (0.0227)	-0.0705 (0.0101)	0.0843 (0.0025)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi 0.9056$ (0.0058)	$2\pi 0.1000$ (0.0102)	$2\pi 0.3030$ (0.0039)	$2\pi 1.0615$ (0.0019)	$2\pi 0.1000$ (0.0061)	$2\pi 0.3074$ (0.0074)	$2\pi 1.2930$ (0.0063)
Periodo	-	-	-	1 año	10 años	3.3 años	1 año	10 años	3.3 años	0.8 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	1.5671 (0.0925)	0.1015 (0.0143)	-	0.9425 (0.1026)	0.2280 (0.0160)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.0437 (0.1631)	-0.1221 (0.0057)	-	0.0313 (0.0328)	-0.0163 (0.0221)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi 1.0923$ (0.0138)	$2\pi 0.1222$ (0.0085)	-	$2\pi 1.0839$ (0.0051)	$2\pi 0.1063$ (0.0093)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	8.2 año	-	1 año	9.4 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.1605 (0.0082)	-	-	0.2594 (0.0375)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	-0.0389 (0.0169)	-	-	0.3583 (0.0135)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi 1.0636$ (0.0103)	-	-	$2\pi 1.0675$ (0.0108)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-

Parámetros	Modelo 1	Modelo 2	Modelo 3	Modelo 4	Modelo 5	Modelo 6	Modelo 7	Modelo 8	Modelo 9	Modelo 10
NPY4										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.1627 (0.0128)	0.1078 (0.0049)	-0.0071 (0.0036)	0.2754 (0.0050)	0.0448 (0.0159)	-0.0398 (0.0068)	0.1442 (0.0024)
$A_{y,1}$	-	-	-	-0.3139 (0.0053)	0.0658 (0.0172)	0.0702 (0.0017)	-0.2273 (0.0053)	0.1997 (0.0061)	0.0711 (0.0026)	0.0126 (0.0070)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 1.0700$ (0.0040)	$2\pi \cdot 0.1000$ (0.0127)	$2\pi \cdot 0.3126$ (0.0049)	$2\pi \cdot 0.9295$ (0.0018)	$2\pi \cdot 0.1000$ (0.0076)	$2\pi \cdot 0.3054$ (0.0061)	$2\pi \cdot 0.1000$ (0.0037)
Periodo	-	-	-	1 año	10 años	3.2 años	1 año	10 años	3.3 años	10 años
$A_{x,2}$	-	-	-	-	-0.0664 (0.0178)	-0.0934 (0.0028)	-	-0.2728 (0.0143)	0.0098 (0.0154)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	0.9847 (0.0320)	-0.0404 (0.0119)	-	1.2930 (0.0298)	-0.1048 (0.0169)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9927$ (0.0026)	$2\pi \cdot 0.1414$ (0.0109)	-	$2\pi \cdot 0.9899$ (0.0014)	$2\pi \cdot 0.1249$ (0.0108)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	7.2 años	-	1 año	8 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.2711 (0.0063)	-	-	0.1989 (0.0261)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	-0.2607 (0.0092)	-	-	-0.3004 (0.0177)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 1.0647$ (0.0029)	-	-	$2\pi \cdot 0.9315$ (0.0033)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-
NPY5										
$A_{x,1}$	-	-	-	0.4151 (0.0073)	0.1901 (0.0127)	0.0526 (0.0022)	0.3295 (0.0031)	0.0549 (0.0040)	0.0712 (0.0062)	0.2095 (0.0054)
$A_{y,1}$	-	-	-	0.2235 (0.0069)	-0.0380 (0.0157)	-0.0282 (0.0036)	-0.0962 (0.0072)	0.0413 (0.0049)	-0.0101 (0.0042)	-0.2986 (0.0046)
$\omega_{f,1}$	-	-	-	$2\pi \cdot 0.9310$ (0.0065)	$2\pi \cdot 0.1000$ (0.0079)	$2\pi \cdot 0.3134$ (0.0067)	$2\pi \cdot 0.9308$ (0.0020)	$2\pi \cdot 0.1694$ (0.0075)	$2\pi \cdot 0.3104$ (0.0073)	$2\pi \cdot 1.0589$ (0.0016)
Periodo	-	-	-	1 año	10 años	3.2 años	1 año	6 años	3.2 años	1 año
$A_{x,2}$	-	-	-	-	-0.3978 (0.0215)	0.0199 (0.0084)	-	0.3372 (0.0025)	-0.0393 (0.0109)	-
$A_{y,2}$	-	-	-	-	-0.1607 (0.0588)	0.0693 (0.0035)	-	-0.0637 (0.0066)	0.0512 (0.0076)	-
$\omega_{f,2}$	-	-	-	-	$2\pi \cdot 1.0079$ (0.0096)	$2\pi \cdot 0.1636$ (0.0106)	-	$2\pi \cdot 0.9298$ (0.0018)	$2\pi \cdot 0.1479$ (0.0236)	-
Periodo	-	-	-	-	1 año	6 años	-	1 año	6.8 años	-
$A_{x,3}$	-	-	-	-	-	0.3104 (0.0073)	-	-	0.3283 (0.0025)	-
$A_{y,3}$	-	-	-	-	-	-0.4274 (0.0081)	-	-	-0.1048 (0.0130)	-
$\omega_{f,3}$	-	-	-	-	-	$2\pi \cdot 1.0630$ (0.0015)	-	-	$2\pi \cdot 0.9305$ (0.0055)	-
Periodo	-	-	-	-	-	1 año	-	-	1 año	-
$\sum_t \min SCR(\hat{\theta}_t) = \sum_t \hat{u}_t^2$	1212.8	1166.4	457.9185	216.7043	182.4695	117.9350	281.6961	225.6754	127.9966	253.4876
$(\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t)^{1/2}$	0.2680	0.2628	0.1647	0.1133	0.1039	0.0836	0.1291	0.1156	0.0871	0.1225
$\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n \hat{u}_t $	0.2170	0.2144	0.1274	0.0888	0.0801	0.0628	0.1009	0.0894	0.0659	0.0941

Table 9: Parámetros de las estimaciones *in-sample* de los 10 modelos unifactoriales, periodos, y medidas de bondad de ajuste para todo el periodo muestral. Los futuros utilizados son los futuros sobre la electricidad con vencimientos anuales de 1 a 5 años. Entre paréntesis se muestran las desviaciones típicas de las estimaciones.

SCR, oscilaciones a largo plazo y estacionalidad para futuros mensuales.

$\sum_t \text{mín } SCR(\hat{\theta}_t)$	NP2	NP3	NP4	NP5	NP6
Modelo 1	146.6176	191.6088	235.0301	261.0045	272.2883
Modelo 2	107.4284	119.5164	134.0978	144.9415	157.1913
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora (%)	26.7	37.6	42.9	44.5	42.3
Modelo 3	119.1635	148.7700	175.6425	186.5476	183.1292
Long-Term Swing (años)	14	14	14	14	14
Mejora (%)	18.7	22.4	25.3	28.5	32.74
Mejora s/2 (%)	-10.9	-24.5	-30.9	-28.7	-16.5
Modelo 4	79.1758	79.8723	83.9596	85.8418	86.9396
Long-Term Swing (años)	14	14	14	14	14
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora (%)	46	58.3	64.3	67.1	68
Mejora s/3 (%)	33.6	46.3	52.2	54	52.5
Modelo 5	66.5726	63.5227	65.9605	65.9284	157.6023
Long-Term Swing (años)	12	12	12	12	12
Estacionalidad (años)	7.5	7.5	7.5	7.5	7.8
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	7.8
Mejora (%)	54.6	66.9	71.9	74.7	42.1
Mejora s/4 (%)	15.9	20.5	21.4	23.2	-81.3
Modelo 6	65.5628	61.3727	62.7070	66.7567	155.8653
Long-Term Swing (años)	13.5	13.5	13.5	13.5	13.5
Estacionalidad (años)	4	3.8	3.8	5.6	4.7
Estacionalidad (años)	6.7	6.7	6.6	5.6	4.7
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	6
Mejora (%)	55.3	68	73.3	74.4	42.8
Mejora s/5 (%)	1.5	3.4	4.9	1.3	1.1
Modelo 7	104.2551	117.0549	132.1541	143.5550	155.8972
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora (%)	28.9	38.9	43.77	45	42.7
Mejora s/4 (%)	-31.67	-46.55	-57.4	-67.23	-79.3
Modelo 8	95.7508	102.6657	112.3324	117.8814	125.7664
Estacionalidad (años)	6.5	6.5	6.5	6.3	6.3
Estacionalidad (años)	1	1	6.6	1	1
Mejora (%)	34.7	46.4	52.2	54.8	53.8
Mejora s/5 (%)	-43.8	-61.6	-70.3	-78.8	20.2
Mejora s/7 (%)	8.2	12.3	15	17.88	19.3
Modelo 9	92.5716	97.4863	105.4155	108.9740	115.2592
Estacionalidad (años)	4	4	4	4	4
Estacionalidad (años)	6.5	6.5	6.4	6.4	6.3
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora (%)	36.9	49.1	55.1	58.2	57.7
Mejora s/6 (%)	-46	-58.8	-68.1	-63.2	26
Mejora s/8 (%)	3.3	5	6.2	7.6	8.4
Modelo 10	67.53	133.95	66.32	163.89	66.38
Long-Term Swing (años)	12	12	12	12	12
Long-Term Swing (años)	7.5	7.5	7.5	7.5	7.5
Estacionalidad (años)	1	6	1	7	1
Mejora s/4 (%)	14.70	-67.7	21	-90.9	23.6

Table 10: Suma cuadrática de errores, periodos de estacionalidad y de las oscilaciones a largo plazo del nivel de reversión a la media, y mejoras estadísticas de cada modelo para cada futuro mensual, con respecto al Modelo 1 de Schwartz. Se utiliza la muestra completa.

SCR, oscilaciones a largo plazo y estacionalidad para futuros trimestrales.

$\sum_t \text{mín } SCR(\hat{\theta}_t)$	NPQ3	NPQ4	NPQ5	NPQ7	NPQ8
Modelo 1	210.45	182.27	246.36	246.05	243.45
Modelo 2	165.97	179.75	211.42	211.63	229.88
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora (%)	21.1	1.38	14.1	14	5.6
Modelo 3	106.95	76.48	110.18	90.46	86.67
Long-Term Swing (años)	15.5	15.5	15.5	15.5	15.5
Mejora s/2 (%)	35.6	57.45	47.9	57.3	62.3
Modelo 4	150.72	74.71	47.56	81.04	60.80
Long-Term Swing (años)	14	14	14	14	14
Estacionalidad (años)	6	6	6.6	7.5	8
Mejora s/3 (%)	-40.9	2.3	56.83	10.4	29.8
Modelo 5	63.5050	35.2991	68.4071	47.5770	44.0551
Long-Term Swing (años)	14.5	14.5	14.5	14.5	14.5
Estacionalidad (años)	5.6	6	6.6	3.3	3.4
Estacionalidad (años)	3.8	3.6	3.5	7.5	7.8
Mejora s/4 (%)	57.9	52.7	-43.83	41.29	27.54
Modelo 6	57.19	33.79	66	45.45	43.02
Long-Term Swing (años)	14.9	14.9	14.9	14.9	14.9
Estacionalidad (años)	3.2	3	7.7	3	3.4
Estacionalidad (años)	6.8	7	3.7	8.3	10
Estacionalidad (años)	3.2	3	3.6	3.2	6.7
Mejora s/5 (%)	9.9	4.3	3.5	4.5	2.3
Modelo 7	188.72	157.07	222.99	220.31	213.82
Estacionalidad (años)	4	4	4	4	4
Mejora s/4 (%)	-25.2	-110.2	-368.8	-171.8	-251.67
Modelo 8	158.80	119.70	180.17	175.68	165.24
Estacionalidad (años)	4.8	5	4.3	5	5
Estacionalidad (años)	4.9	4.9	5	4.9	4.9
Mejora s/5 (%)	-150.05	-239.10	-163.4	-269.3	-275
Mejora s/7 (%)	15.85	23.8	19.2	20.25	22.7
Modelo 9	148.88	113.71	176.33	214.53	46.63
Estacionalidad (años)	4	4.2	4.3	3.8	6.3
Estacionalidad (años)	4	4.3	4.3	3.8	6.3
Estacionalidad (años)	5	5	5	0.7	9.7
Mejora s/6 (%)	-160.3	-236.5	-167.2	-372	-8.4
Mejora s/8 (%)	6.2	5	2.13	-22.11	71.8
Modelo 10	62.83	55.09	69.71	70.07	55.15
Long-Term Swing (años)	16	16	16	16	16
Long-Term Swing (años)	3.7	3.7	3.7	3.7	3.7
Estacionalidad (años)	1	3.5	6	3.5	1
Mejora s/4 (%)	58.3	26.3	-46.6	13.5	9.3

Table 11: Suma cuadrática de errores, periodos de estacionalidad y de las oscilaciones a largo plazo del nivel de reversión a la media, y mejoras estadísticas de cada modelo para cada futuro trimestral y con respecto a modelos con características parecidas. Se utiliza la muestra completa.

SCR, oscilaciones a largo plazo y estacionalidad para futuros anuales.

$\sum_t \text{mín } SCR(\hat{\theta}_t)$	NPY1	NPY2	NPY3	NPY4	NPY5
Modelo 1	259.23	238.07	244.88	234.70	235.98
Modelo 2	247.34	225.23	235.28	227.44	231.07
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora (%)	4.6	5.4	3.9	3	2.1
Modelo 3	150.71	91.28	64.99	50.19	100.73
Long-Term Swing (años)	17.5	17.5	17.5	17.5	17.5
Mejora s/2 (%)	39.1	59.5	73.4	77.9	56.4
Modelo 4	62.08	42.86	42.96	35.18	33.62
Long-Term Swing (años)	15.8	15.8	15.8	15.8	15.8
Estacionalidad (años)	0.8	8	1	1	1
Mejora s/3 (%)	58.8	53	33.9	29.9	66.7
Modelo 5	50.67	46.47	30.46	26.06	28.80
Long-Term Swing (años)	14	14	14	14	14
Estacionalidad (años)	6.7	3.5	10	10	10
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora s/4 (%)	18.4	-8.4	29.1	25.9	14.3
Modelo 6	34.26	23.86	22.09	18.09	19.63
Long-Term Swing (años)	14	14	14	14	14
Estacionalidad (años)	3.3	3.3	3.3	3.2	3.2
Estacionalidad (años)	8	9	8.2	7.2	6
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora s/5 (%)	32.4	48.6	27.5	30.6	31.8
Modelo 7	84.79	65.63	55.91	39.24	36.11
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora s/4 (%)	-36.6	-53.1	-30.1	-11.5	-7.4
Modelo 8	53.53	84.81	33.89	28.03	25.42
Estacionalidad (años)	7	5	10	10	6
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora s/5 (%)	-5.6	-82.5	-11.3	-7.6	11.7
Mejora s/7 (%)	36.9	-29.2	39.4	28.4	29.6
Modelo 9	42.55	27.70	22.33	18.18	17.24
Estacionalidad (años)	3.3	3.3	3.3	3.3	3.2
Estacionalidad (años)	7.5	8.6	9.4	8	6.8
Estacionalidad (años)	1	1	1	1	1
Mejora s/6 (%)	-24.2	-16.1	-1.1	-0.5	12.2
Mejora s/8 (%)	20.5	67.3	34.11	35.14	32.2
Modelo 10	78.33	53.91	33.66	51.79	35.80
Long-Term Swing (años)	17.8	17.8	17.8	17.8	17.8
Long-Term Swing (años)	10	10	10	10	10
Estacionalidad (años)	1	3.5	0.8	10	1
Mejora s/4 (%)	-26.17	-25.8	21.6	-47.2	-6.5

Table 12: Suma cuadrática de errores, periodos de estacionalidad y de las oscilaciones a largo plazo del nivel de reversión a la media, y mejoras estadísticas de cada modelo para cada futuro anual y con respecto a modelos con características parecidas. Se utiliza la muestra completa.

Estimación *out-of-sample* para futuros mensuales.

Modelo 1	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$	Modelo 2	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NP2	0.6262	0.5567	0.4358	0.2787	1.8974	NP2	0.4667	0.3810	0.4215	0.1939	1.4632
NP3	0.5509	0.4741	0.3153	0.1892	1.5295	NP3	0.5650	0.4596	0.4089	0.2191	1.6525
NP4	0.3891	0.3518	0.2823	0.1738	1.1969	NP4	0.5587	0.4895	0.4552	0.2889	1.7922
NP5	0.3689	0.3191	0.2577	0.1415	1.0873	NP5	0.6537	0.5267	0.4295	0.2466	1.8564
NP6	0.3530	0.2914	0.3037	0.1932	1.1412	NP6	0.6308	0.5558	0.5017	0.3273	2.0155
$\sum u^2$	2.2881	1.9931	1.5948	0.9763	6.8523	$\sum u^2$	2.8749	2.4126	2.2167	1.2758	8.78
Modelo 3	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$	Modelo 4	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NP2	0.9550	0.9382	0.8950	0.5350	3.3231	NP2	0.5939	0.7050	0.5660	0.3845	2.2494
NP3	0.9395	1.0003	0.8722	0.4631	3.2751	NP3	0.7302	0.8012	0.5988	0.4318	2.5620
NP4	0.7926	0.9643	0.9543	0.4680	3.1791	NP4	0.7686	0.8627	0.7368	0.5572	2.9252
NP5	0.8068	1.0565	1.0315	0.4254	3.3201	NP5	0.9944	0.9147	0.7805	0.4999	3.1895
NP6	0.8112	1.2008	1.3712	0.5616	3.9448	NP6	1.0591	0.9275	0.9669	0.5768	3.5303
$\sum u^2$	4.3050	5.1601	5.1242	2.4530	17.0423	$\sum u^2$	4.1462	4.2111	3.6490	2.4502	14.4565
Modelo 5	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$	Modelo 6	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NP2	1.0130	1.1636	1.2356	0.8561	4.2683	NP2	0.7054	0.8852	0.5784	0.3313	2.5003
NP3	0.9290	1.3706	1.3921	1.0442	4.7359	NP3	0.6703	0.7956	0.5088	0.3102	2.2849
NP4	0.7975	1.5403	1.7810	1.4329	5.5518	NP4	0.6086	0.6947	0.5841	0.4045	2.2919
NP5	0.9261	1.9506	2.1015	1.6236	6.6019	NP5	0.6245	0.8051	0.6013	0.3649	2.3959
NP6	0.9199	2.4559	2.9905	2.4127	8.7789	NP6	0.6920	0.8876	0.8175	0.6600	3.0572
$\sum u^2$	4.5855	8.4810	9.5007	7.3695	29.9367	$\sum u^2$	3.3008	4.0681	3.0902	2.0710	12.5301
Modelo 7	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$	Modelo 8	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NP2	0.4425	0.3718	0.3796	0.1685	1.3624	NP2	0.6396	0.5991	0.5828	0.3171	2.1385
NP3	0.5393	0.4377	0.3761	0.1858	1.5389	NP3	0.7746	0.7010	0.6072	0.3722	2.4551
NP4	0.5269	0.4878	0.4451	0.2663	1.7260	NP4	0.7562	0.7515	0.6895	0.4802	2.6773
NP5	0.6449	0.5344	0.4324	0.2401	1.8518	NP5	0.8836	0.7774	0.6455	0.4116	2.7181
NP6	0.6171	0.5696	0.5097	0.1026	1.7991	NP6	0.8369	0.7618	0.6976	0.4687	2.7650
$\sum u^2$	2.7707	2.4014	2.1429	0.9633	7.8909	$\sum u^2$	3.8909	3.5907	3.2226	2.0498	12.754
Modelo 9	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$	Modelo 10	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NP2	0.8663	0.8305	0.8317	0.4668	2.9953	NP2	0.5324	0.7863	0.9121	0.7789	3.0098
NP3	1.0779	1.0110	0.9158	0.5751	3.5798	NP3	0.5480	0.8124	0.8739	0.8374	3.0716
NP4	1.0778	1.0844	1.0222	0.7172	3.9015	NP4	0.4943	0.7642	0.8758	0.7828	2.9171
NP5	1.2342	1.1108	0.9617	0.6327	3.9394	NP5	0.4897	0.8503	0.9588	0.8820	3.1808
NP6	1.2508	1.1546	1.0752	0.7565	4.2372	NP6	0.5437	1.0770	1.2859	0.9943	3.9009
$\sum u^2$	5.5069	5.1913	4.8065	3.1484	18.6531	$\sum u^2$	2.6081	4.2901	4.9065	4.2754	16.0801

Table 13: Suma de los cuadrados de los errores de predicción para los 10 modelos y para futuros mensuales. La predicción se ha realizado para cuatro semanas correspondientes a Enero y Febrero de 2019 con datos de los cuatro años anteriores a cada semana. En azul la mejor predicción por semana y en verde la mejor predicción total.

Estimación *out-of-sample* para futuros trimestrales.

Modelo 1						Modelo 2					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPQ3	0.1351	0.1034	0.0045	0.0276	0.2706	NPQ3	0.3498	0.2024	0.1762	0.0985	0.8270
NPQ4	0.1727	0.1445	0.0037	0.0476	0.3685	NPQ4	0.2581	0.1756	0.1553	0.0881	0.6771
NPQ5	0.1816	0.2174	0.4654	0.2954	1.1600	NPQ5	0.2504	0.1567	0.1414	0.0664	0.6149
NPQ7	0.0710	0.0644	0.0886	0.0350	0.2590	NPQ7	0.1313	0.1110	0.1031	0.0592	0.4046
NPQ8	0.0768	0.0724	0.0077	0.0335	0.1905	NPQ8	0.1414	0.1278	0.1112	0.0944	0.4748
$\sum u^2$	0.6372	0.6021	0.5700	0.4391	2.2484	$\sum u^2$	1.1310	0.7735	0.6873	0.4067	2.9985
Modelo 3						Modelo 4					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPQ3	0.4784	0.3417	0.3204	0.2100	1.3505	NPQ3	0.0884	0.3146	0.3124	0.1699	0.8853
NPQ4	0.5249	0.3820	0.3480	0.2437	1.4985	NPQ4	0.0908	0.3754	0.3730	0.2440	1.0833
NPQ5	0.2910	0.4682	0.5489	0.3576	1.6657	NPQ5	0.3602	0.2303	0.2303	0.1681	0.9889
NPQ7	0.1857	0.2916	0.2776	0.1752	0.9301	NPQ7	0.0585	0.1102	0.1092	0.0573	0.3353
NPQ8	0.2088	0.3403	0.3110	0.2675	1.1277	NPQ8	0.2665	0.1709	0.1692	0.1273	0.7339
$\sum u^2$	1.6889	1.8236	1.8060	1.2540	6.5725	$\sum u^2$	0.8644	1.2014	1.1941	0.7666	4.0265
Modelo 5						Modelo 6					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPQ3	0.0927	0.0010	0.0343	0.0832	0.2113	NPQ3	0.2390	0.1293	0.1459	0.3127	0.8269
NPQ4	0.0836	0.0623	0.0497	0.0960	0.2916	NPQ4	0.2382	0.1404	0.1860	0.3759	0.9404
NPQ5	0.1744	0.0954	0.3404	0.3704	0.9806	NPQ5	0.1738	0.1762	0.2267	0.4654	1.0421
NPQ7	0.0808	0.0140	0.0743	0.1033	0.2725	NPQ7	0.1871	0.1170	0.1315	0.3358	0.7714
NPQ8	0.3245	0.0061	0.0402	0.0786	0.4493	NPQ8	0.2541	0.2008	0.1118	0.5438	1.1105
$\sum u^2$	0.7560	0.1788	0.5389	0.7315	2.2052	$\sum u^2$	1.0921	0.7636	0.8019	2.0337	4.6913
Modelo 7						Modelo 8					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPQ3	0.2670	0.1509	0.1443	0.0791	0.6413	NPQ3	0.8371	0.2076	0.1739	0.1000	1.3187
NPQ4	0.3467	0.1589	0.1381	0.0778	0.7216	NPQ4	0.3567	0.1469	0.1323	0.0712	0.7071
NPQ5	0.0851	0.3650	0.4575	0.3205	1.2280	NPQ5	0.1332	0.4026	0.4921	0.3072	1.3352
NPY7	0.0689	0.1114	0.1210	0.0515	0.3528	NPQ7	0.1839	0.0945	0.0875	0.0530	0.4189
NPQ8	0.1188	0.0966	0.0839	0.0622	0.3615	NPQ8	0.3998	0.1907	0.1783	0.2039	0.9726
$\sum u^2$	0.8865	0.8828	0.9448	0.5911	3.3052	$\sum u^2$	1.9107	1.0423	1.0642	0.7353	4.7525
Modelo 9						Modelo 10					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPQ3	0.3421	0.2015	0.1621	0.1084	0.8142	NPQ3	0.3614	0.0246	0.2349	0.1374	0.7583
NPQ4	0.1842	0.1557	0.1325	0.0973	0.5697	NPQ4	0.3918	0.0262	0.2550	0.1613	0.8342
NPQ5	0.1834	0.2689	0.3266	0.3495	1.1285	NPQ5	0.4679	0.3976	0.5582	0.3738	1.7975
NPQ7	0.1319	0.0572	0.0503	0.0553	0.2947	NPQ7	0.3248	0.0485	0.2215	0.1192	0.7139
NPQ8	0.1678	0.2277	0.1701	0.1066	0.6722	NPQ8	0.3641	0.0614	0.2526	0.2106	0.8886
$\sum u^2$	1.0094	0.9110	0.8417	0.7172	3.4793	$\sum u^2$	1.9099	0.5582	1.5221	1.0023	4.9925

Table 14: Suma de los cuadrados de los errores de predicción para los 10 modelos y para futuros trimestrales. La predicción se ha realizado para cuatro semanas correspondientes a Enero y Febrero de 2019 con datos de los cuatro años anteriores a cada semana. En azul la mejor predicción por semana y en verde la mejor predicción total.

Estimación *out-of-sample* para futuros anuales.

Modelo 1						Modelo 2					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPY1	0.4381	0.2942	0.1677	0.1408	1.0418	NPY1	0.4894	0.3343	0.2025	0.1346	1.1608
NPY2	0.1125	0.0759	0.0426	0.0329	0.2639	NPY2	0.0982	0.0631	0.0264	0.0179	0.2056
NPY3	0.0517	0.0397	0.0258	0.0188	0.136	NPY3	0.0400	0.0275	0.0109	0.0119	0.0903
NPY4	0.0094	0.0137	0.0159	0.0117	0.0507	NPY4	0.0030	0.0055	0.0039	0.0094	0.0218
NPY5	0.0123	0.0183	0.0170	0.0101	0.0577	NPY5	0.0090	0.0123	0.0065	0.0172	0.045
$\sum u^2$	0.6240	0.4419	0.2689	0.2144	1.5492	$\sum u^2$	0.6396	0.4428	0.2503	0.1910	1.5237
Modelo 3						Modelo 4					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPY1	0.0892	0.0214	0.0170	0.0033	0.1309	NPY1	0.1574	0.0311	0.0313	0.0086	0.2284
NPY2	0.0471	0.0116	0.0151	0.0054	0.0792	NPY2	0.0106	0.0194	0.0218	0.0073	0.0591
NPY3	0.0356	0.0116	0.0078	0.0026	0.0576	NPY3	0.0078	0.0185	0.0135	0.0058	0.0456
NPY4	0.0242	0.0060	0.0039	0.0021	0.0362	NPY4	0.0162	0.0104	0.0092	0.0059	0.0417
NPY5	0.0567	0.0154	0.0029	0.0029	0.0779	NPY5	0.0097	0.0128	0.0067	0.0051	0.0343
$\sum u^2$	0.2528	0.0660	0.0467	0.0163	0.3818	$\sum u^2$	0.2017	0.0922	0.0826	0.0327	0.4092
Modelo 5						Modelo 6					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPY1	0.2248	0.0177	0.0577	0.0298	0.33	NPY1	0.1282	0.0639	0.0755	0.0220	0.2896
NPY2	0.0075	0.0238	0.0629	0.0386	0.1328	NPY2	0.0814	0.0343	0.0819	0.0126	0.2102
NPY3	0.0111	0.0126	0.0154	0.0057	0.0448	NPY3	0.0660	0.0615	0.0429	0.0135	0.1839
NPY4	0.0106	0.0081	0.0096	0.0061	0.0344	NPY4	0.0483	0.0244	0.0357	0.0102	0.1186
NPY5	0.0104	0.0091	0.0082	0.0044	0.0321	NPY5	0.0656	0.0322	0.0284	0.0141	0.1403
$\sum u^2$	0.2644	0.0713	0.1538	0.0847	0.5742	$\sum u^2$	0.3894	0.2163	0.2644	0.0724	0.9425
Modelo 7						Modelo 8					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPY1	0.3127	0.2060	0.1430	0.0645	0.7262	NPY1	0.3127	0.2060	0.1430	0.0311	0.6928
NPY2	0.0854	0.0621	0.0582	0.0370	0.2427	NPY2	0.0854	0.0621	0.0582	0.0206	0.2263
NPY3	0.0421	0.0384	0.0318	0.0274	0.1397	NPY3	0.0421	0.0384	0.0318	0.0245	0.1368
NPY4	0.0175	0.0231	0.0274	0.0196	0.0876	NPY4	0.0175	0.0231	0.0274	0.0248	0.0928
NPY5	0.0139	0.0228	0.0126	0.0236	0.0729	NPY5	0.0139	0.0228	0.0126	0.0496	0.0989
$\sum u^2$	0.4717	0.3524	0.2730	0.1721	1.2692	$\sum u^2$	0.4717	0.3524	0.2730	0.1506	1.2477
Modelo 9						Modelo 10					
	W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$		W1	W2	W3	W4	$\sum u^2$
NPY1	0.1480	0.1712	0.0643	0.0909	0.4744	NPY1	0.2272	0.1452	0.0583	0.0256	0.4563
NPY2	0.0269	0.0307	0.0222	0.0106	0.0904	NPY2	0.0495	0.0192	0.0461	0.0226	0.1374
NPY3	0.0224	0.0187	0.0269	0.0088	0.0768	NPY3	0.0526	0.0190	0.0309	0.0152	0.1177
NPY4	0.0203	0.0183	0.0145	0.0116	0.0647	NPY4	0.0558	0.0222	0.0235	0.0180	0.1195
NPY5	0.0191	0.0206	0.0131	0.0156	0.0684	NPY5	0.0455	0.0150	0.0179	0.0134	0.0918
$\sum u^2$	0.2367	0.2596	0.1409	0.1374	0.7746	$\sum u^2$	0.4307	0.2205	0.1767	0.0949	0.9228

Table 15: Suma de los cuadrados de los errores de predicción para los 10 modelos y para futuros anuales. La predicción se ha realizado para cuatro semanas correspondientes a Enero y Febrero de 2019 con datos de los cuatro años anteriores a cada semana. En azul la mejor predicción por semana y en verde la mejor predicción total.

Apéndice de Figuras

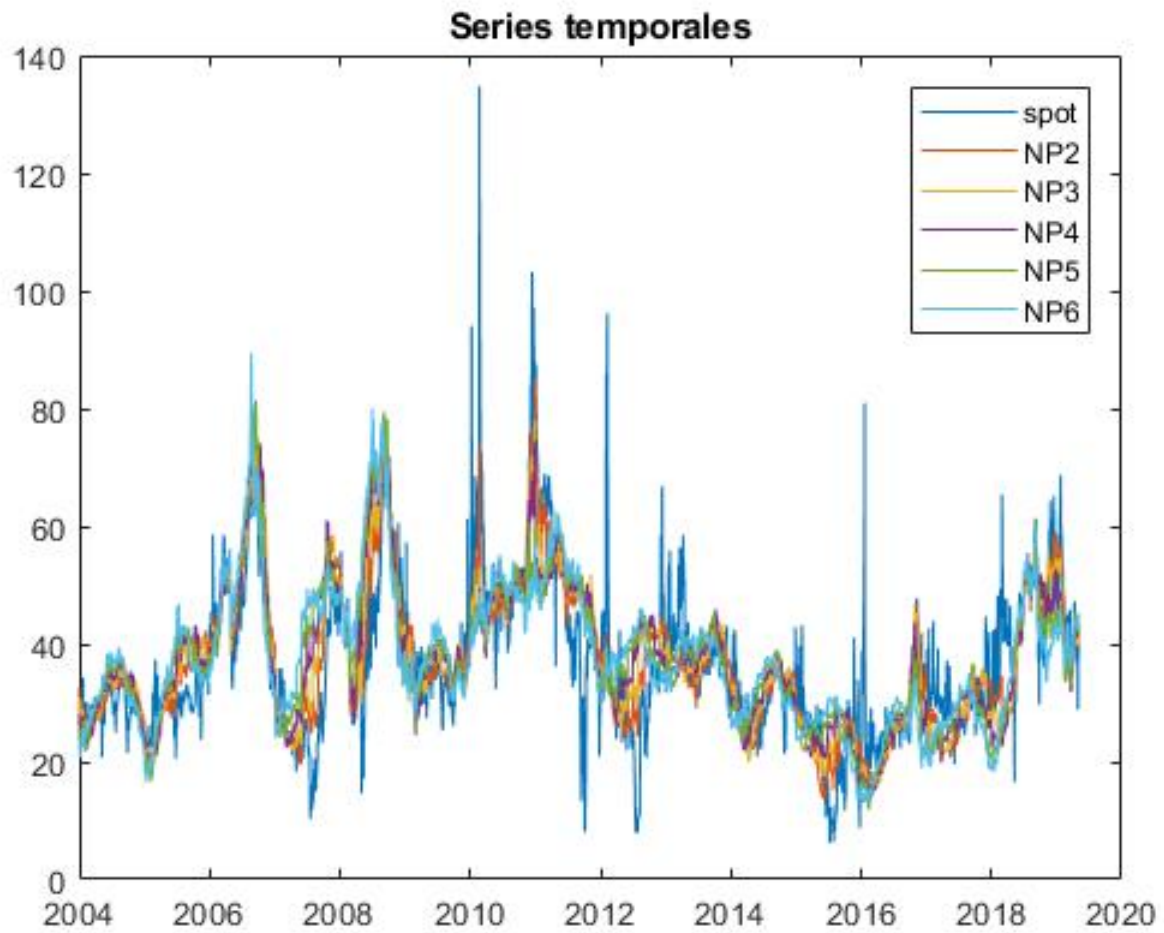


Figure 1: Series temporales de los precios en niveles de los futuros NP2 a NP6 y precio *spot* del mercado eléctrico para toda la muestra disponible.

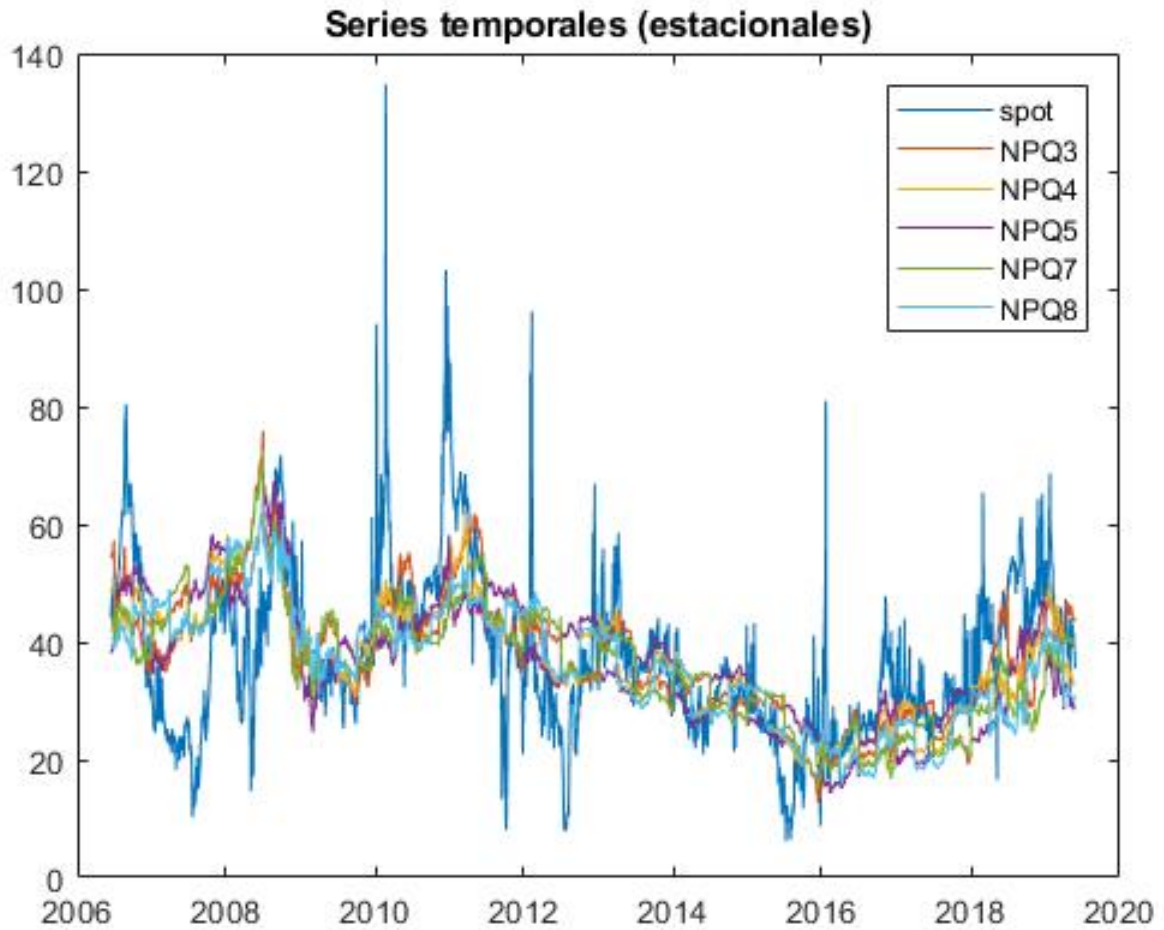


Figure 2: Series temporales de los precios en niveles de los futuros NPQ3, NPQ4, NPQ5, NPQ7 y NPQ8, y precio *spot* del mercado eléctrico para toda la muestra disponible.

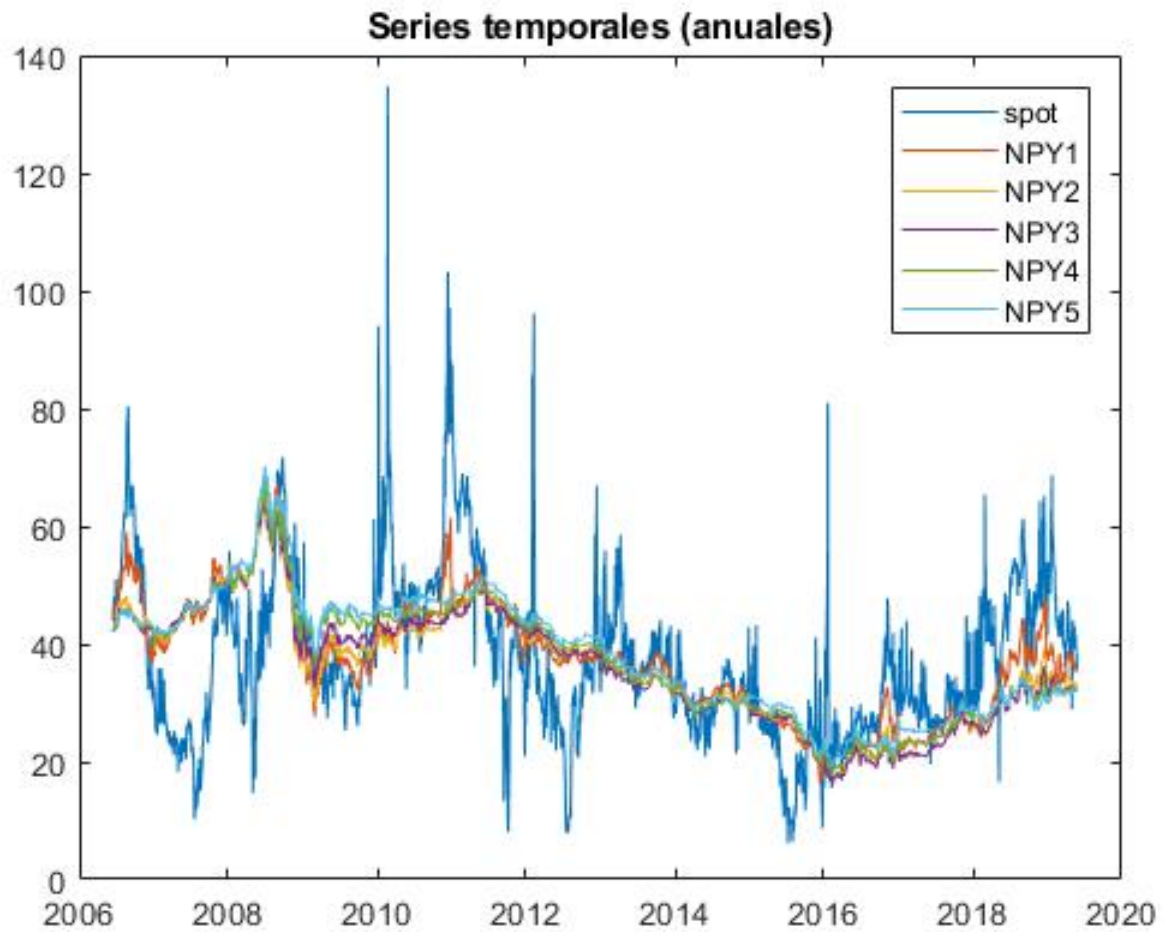


Figure 3: Series temporales de los precios en niveles de los futuros NPY1 a NPY5 y precio *spot* del mercado eléctrico para toda la muestra disponible.

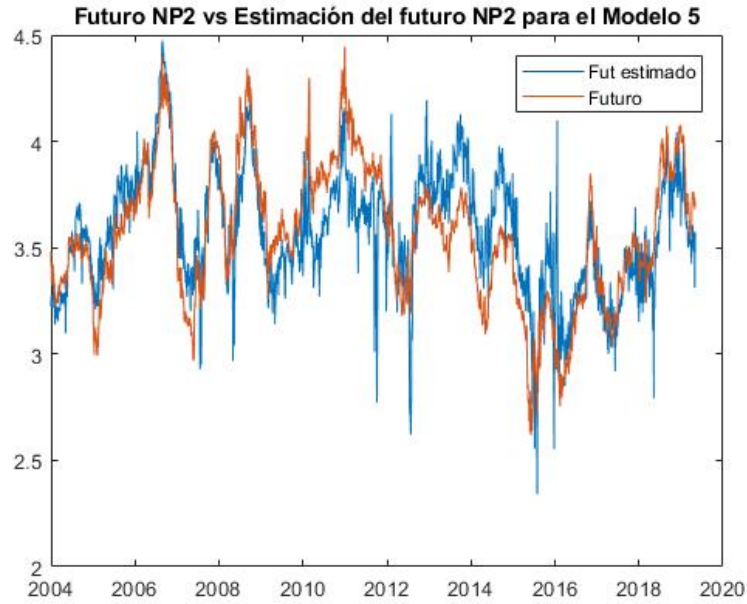


Figure 4: Precio del futuro NP2 en logaritmo frente a la estimación del Modelo 5 para el logaritmo del futuro.

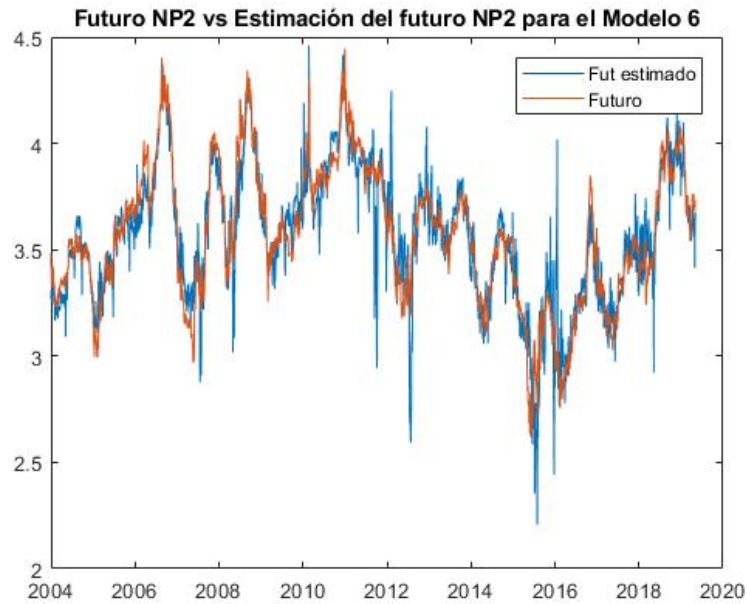


Figure 5: Precio del futuro NP2 en logaritmo frente a la estimación del Modelo 6 para el logaritmo del futuro.

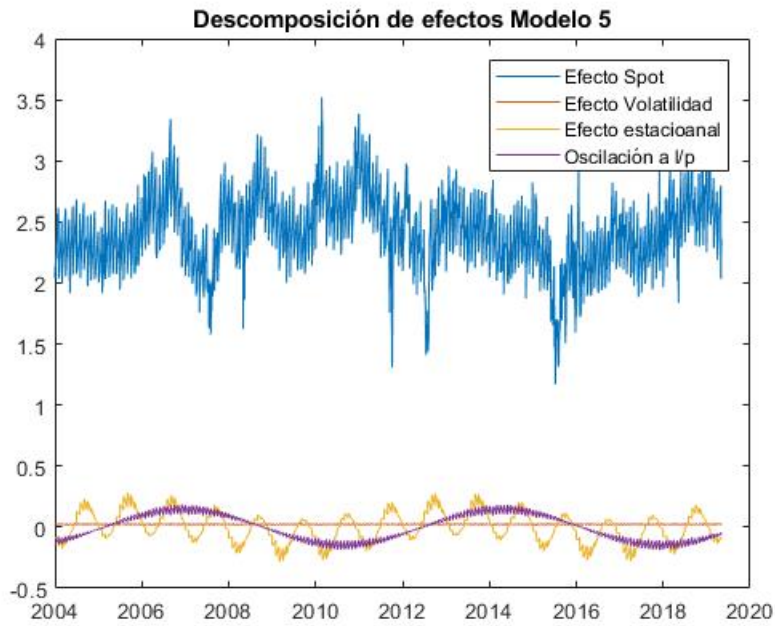


Figure 6: Descomposición de los cuatro efectos del Modelo 5 para el futuro NP2.

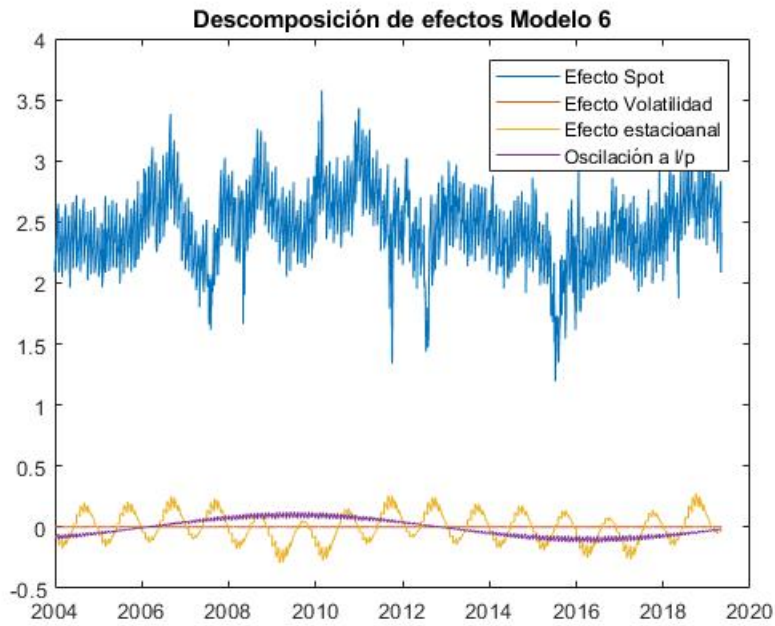


Figure 7: Descomposición de los cuatro efectos del Modelo 6 para el futuro NP2.

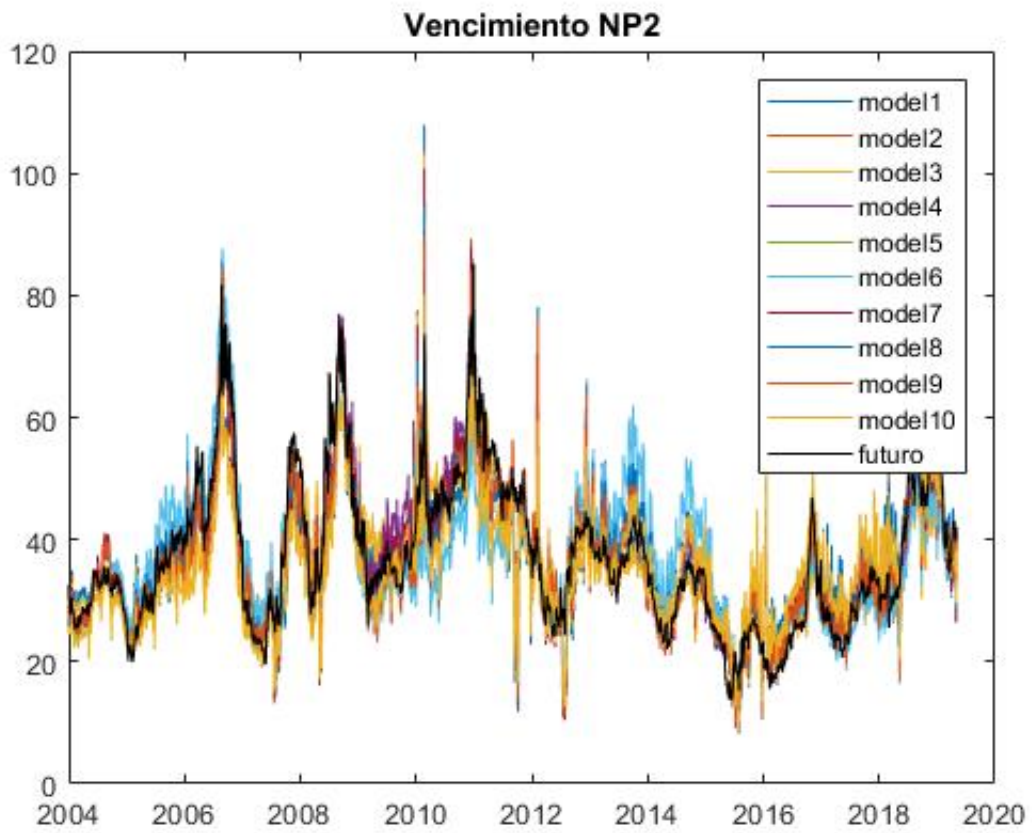


Figure 8: Precios ajustados del futuro NP2 para los 10 modelos y precio del futuro observado en el mercado a dos meses (NP2).

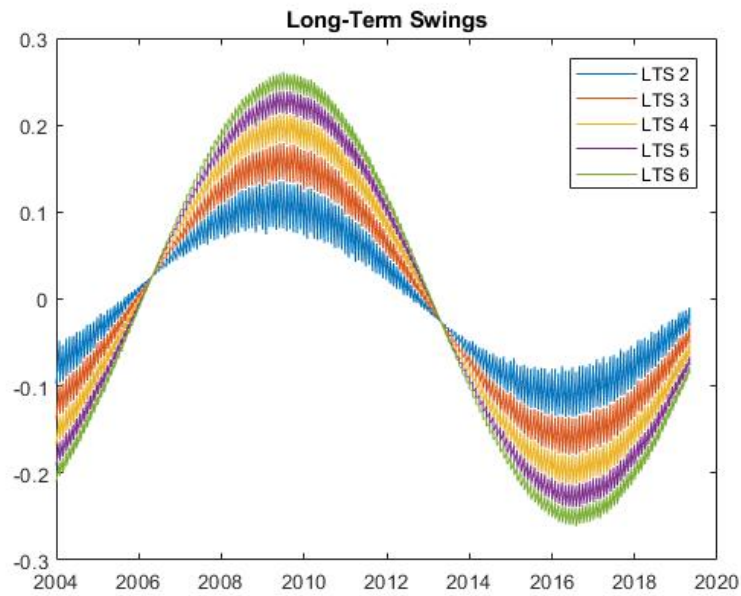


Figure 9: Estimación del *long-term swing* para los precios de los futuros NP2 - NP6. Los parámetros utilizados son los estimados en el Modelo 3.

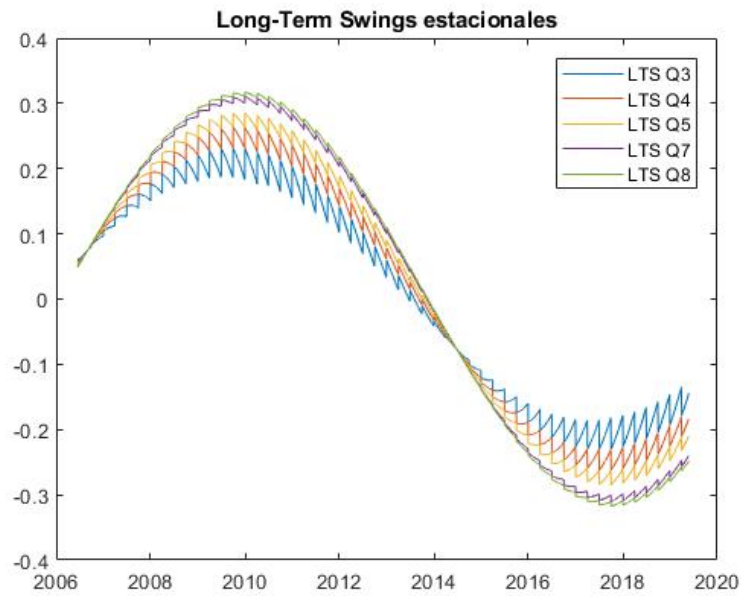


Figure 10: Estimación del *long-term swing* para los precios de los futuros NPQ3, NPQ4, NPQ5, NPQ7 y NPQ8. Los parámetros utilizados son los estimados en el Modelo 3.

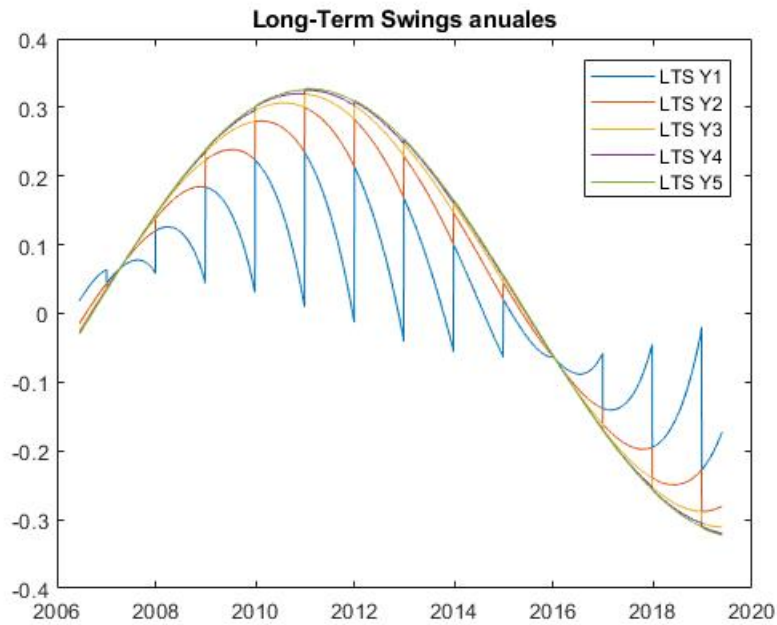


Figure 11: Estimación del *long-term swing* para los precios de los futuros NPY1 - NPY5. Los parámetros utilizados son los estimados en el Modelo 3.

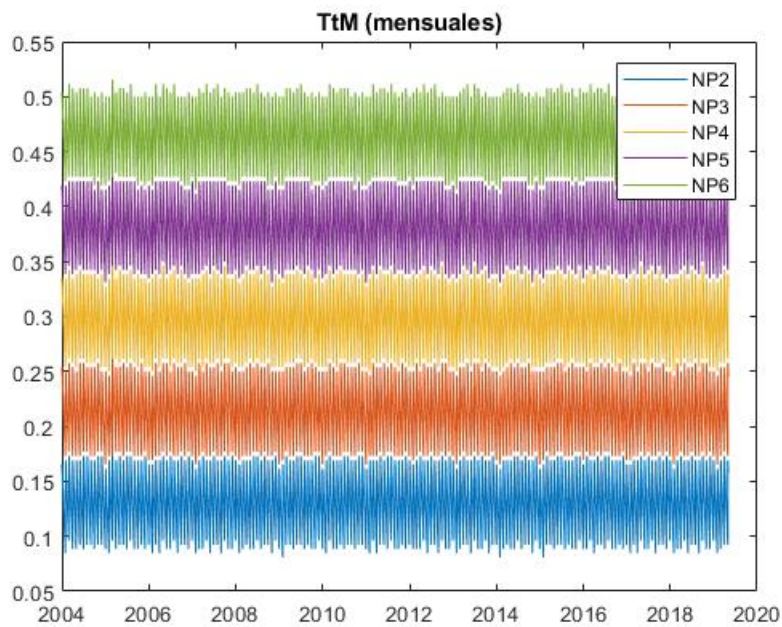


Figure 12: Tiempo a vencimiento de los cinco futuros mensuales.

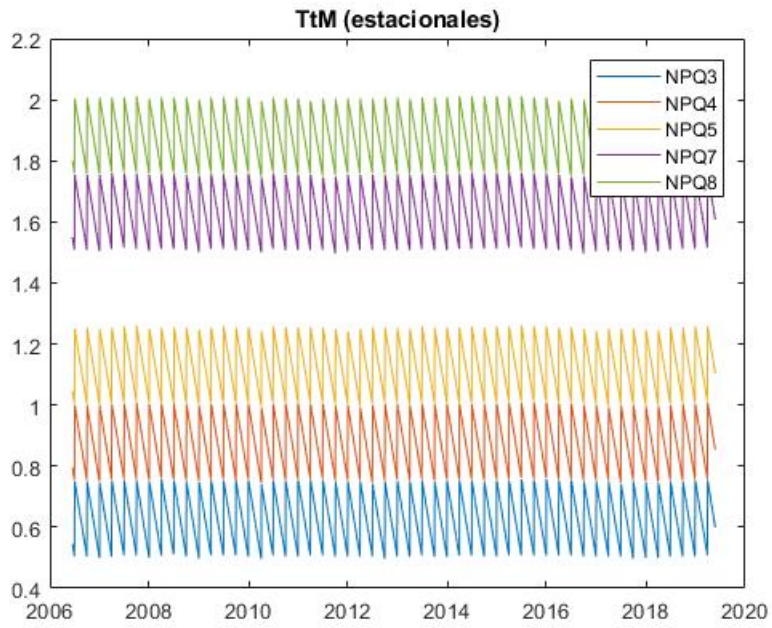


Figure 13: Tiempo a vencimiento de los cinco futuros trimestrales.

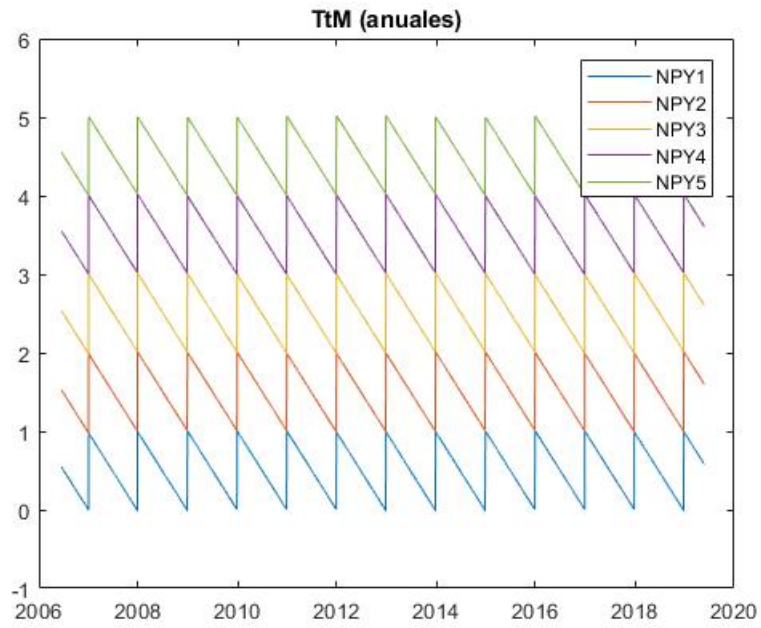


Figure 14: Tiempo a vencimiento de los cinco futuros anuales.