

TRANSMISIÓN DE RIESGO ENTRE EL PETRÓLEO Y LOS ÍNDICES DE MERCADO BRICS: UN ANÁLISIS VAR DE VAR

Celia Fructuoso Rodríguez

Trabajo de investigación 20/006

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Directores: Dra. Laura García

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

www.finanzasquantitativas.com



TRANSMISIÓN DE RIESGO ENTRE EL PETRÓLEO Y LOS ÍNDICES DE MERCADO BRICS: UN ANÁLISIS VAR DE VaR

Celia Fructuoso Rodríguez

Directora:

Laura García Jorcano

Departamento de Análisis Económico y Finanzas

Universidad de Castilla – La Mancha

Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas

Universitat de València

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Castilla-La Mancha

Madrid, Julio 2020

Resumen

El mercado del petróleo es de gran importancia para la actividad económica y, en consecuencia, para los mercados bursátiles. La importancia de la relación entre el mercado del petróleo y el mercado de valores se incrementa cuando nos centramos en los mercados bursátiles de los países BRICS, principales exportadores e importadores de dicha materia prima. Este trabajo busca estudiar la transmisión de riesgo de mercado entre los principales índices de los países BRICS y el índice WTI, en representación del mercado del petróleo. Para ello se emplean diferentes metodologías como es el cuantilograma cruzado de Han et al. (2016) y la causalidad de Granger en riesgo de Hong et al. (2009), pero las conclusiones se basan principalmente en la estimación del modelo VAR de VaR de White et al. (2015), modelo innovador basado en la metodología de Vectores Autorregresivos donde las variables dependientes son el VaR de los activos financieros, en este caso, el del mercado del petróleo y el de los mercados bursátiles de los países BRICS. Los resultados sugieren que existe una clara codependencia entre las colas de las distribuciones del mercado del petróleo y de todos los países BRICS, existiendo consecuentemente transmisión de riesgo, a excepción del caso de Brasil. La dirección de dicha transmisión es distinta en función del país BRICS, siendo en todos los casos persistente en el tiempo, como muestran las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil estudiadas.

Palabras clave: WTI, BRICS, VAR de VaR, codependencia en las colas, transmisión de riesgo.

Abstract

Oil market is very important for economic activity and, consequently, for stock markets. The importance of the relationship between the oil market and the stock market increases when we focus on the stock markets of the BRICS countries, the main exporters and importers of this commodity. This paper studies the transmission of market risk between the main indices of the BRICS countries and the WTI index, representing the oil market. For this, different methodologies are employed, such as the cross quantilogram of Han et al. (2016) and the Granger causality in risk by Hong et al. (2009) but the conclusions are mainly based on the estimation of the VaR for VAR model of White et al. (2015), an innovative model based on the Autoregression Vector methodology where the dependent variables are the VaR of financial assets, in this case, of the oil market and of the stock markets of the BRICS countries. The results suggest that there is clear codependency between the tails of the distributions of the oil market and of all the BRICS countries, consequently, there is risk transmission, with the exception of the case of Brazil. The direction of the transmission is different depending on the country BRICS, being persistent in all cases over time, as shown by the pseudo quantile impulse response functions studied.

Keywords: WTI, BRICS, VAR for VaR, tail codependence, risk transmission.

Índice

1.	Introducción	5
2.	Revisión de la literatura	7
3.	Metodología	10
3.1.	Value at Risk (VaR)	10
3.2.	Cuantilograma cruzado	12
3.3.	Causalidad de Granger en riesgo	14
3.4.	VAR de VaR.....	17
3.5.	Pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil.....	19
4.	Aplicación empírica	20
4.1.	Datos	20
4.2.	Análisis previo	22
4.2.1.	Resultados del cuantilograma cruzado	22
4.2.2.	Resultados del contraste de causalidad de Granger en riesgo	24
4.3.	Resultados del VAR de VaR	25
4.3.1.	Capacidad predictiva del WTI.....	26
4.3.2.	Capacidad predictiva del mercado bursátil de los países BRICS	34
4.4.	Resultados de las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil.....	39
5.	Conclusiones.....	42
6.	Bibliografía	44
7.	Anexos.....	49

1. Introducción

El petróleo es de gran importancia para la actividad económica y, en consecuencia, para los mercados bursátiles. Este es utilizado como combustible, como materia prima y como principal fuente de energía para los consumidores y empresas, por lo que cambios en su precio repercuten en el coste de producción e influyen en las ganancias de las compañías, afectando finalmente a la actividad económica. Esto pone de manifiesto que el petróleo está íntimamente ligado a la economía, impactando consecuentemente en los mercados de renta variable.

A su vez, recientemente, el petróleo se ha financializado (*“financialized”*), esto es, los inversores lo consideran un activo refugio o cobertor, utilizándose principalmente para aumentar la rentabilidad de las inversiones, diversificar las carteras y protegerse contra la inflación. De modo que, las decisiones de los inversores se basan no solo en la información de los mercados bursátiles, sino también en la información existente sobre el petróleo. En consecuencia, examinar la dependencia de los mercados de valores con el mercado del petróleo es importante para la asignación de activos y para la gestión del riesgo de carteras.

En este estudio tratamos de capturar la dinámica conjunta del riesgo de mercado, medido por el *Value at Risk* (VaR), entre el rendimiento del petróleo y el de diferentes índices de mercados bursátiles de los países BRICS (Brasil, Rusia, India, China y Sudáfrica), estando la elección de estos cinco países motivada por su importancia en el mercado del petróleo.

Los países BRICS, además de caracterizarse por encontrarse entre las economías mundiales de mayor crecimiento y poseer una población total de 3.14 mil millones, más del 40% de la población mundial total¹, son un bloque económico que juega un papel importante en los mercados internacionales de energía como productores y consumidores, consumiendo más de 23 millones de barriles de petróleo diariamente (una cuarta parte del consumo total diario de petróleo del mundo). Por un lado, India, Sudáfrica y China son importadores netos de petróleo, donde solo China es responsable del 13% del consumo mundial total de petróleo, siendo el mayor importador mundial del mismo. Y, por otro lado, Brasil y Rusia son exportadores netos de petróleo, siendo Rusia el mayor exportador del mundo (12,7%) y Brasil productor de entre 2.5 y 3 millones de barriles diarios.

Dada la importancia que toman estos países en el mercado del petróleo y en la economía global, consideramos de especial interés estudiar la relación entre el riesgo de sus principales índices bursátiles y el del mercado del petróleo.

La medición de la interdependencia entre ambos mercados puede ser una preocupación importante para los investigadores académicos, pero también para los inversores y, en especial, para los responsables de la política económica. Dado el rápido desarrollo de la economía, comprender el mecanismo de transmisión de riesgo entre el precio de las materias primas y los mercados bursátiles no solo ayuda a mejorar las estrategias de asignación de cartera para buscar oportunidades de inversión, sino que también conduce a las mejores acciones políticas para mantener la estabilidad financiera y evitar el contagio financiero.

Conocer el mecanismo de transmisión de los riesgos de mercado extremadamente bajistas ayudaría a anticipar las posibles consecuencias ante cambios en el mercado del petróleo

¹ Los datos macroeconómicos de los países BRICS se recogen en la Tabla A1 de Anexos.

y viceversa, tanto en los mercados de los países importadores como en los de los países exportadores de petróleo.

Nuestro análisis es innovador debido a que empleamos la metodología de Vectores Autorregresivos de *Value at Risk* (VAR de VaR) (White et al. (2015)) para estudiar la relación nombrada. Además, combinamos esta con estadísticos de gran relevancia entre las investigaciones desarrolladas con anterioridad, tales como el cuantilograma cruzado y el contraste de causalidad de Granger en riesgo, para conocer dicha relación y cuantificarla, así como, las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil para conocer la persistencia de la transmisión. Cabe destacar la importancia de modelar el VaR utilizando un VAR de VaR, esto es, introduciendo los efectos cruzados del riesgo. Esta metodología 1) es robusta para los valores atípicos, lo cual es una característica deseable en los mercados financieros, ya que tanto los precios del petróleo como los de las acciones siempre experimentan alta volatilidad, 2) es semi-paramétrica, no necesita imponer fuertes restricciones en el proceso de generación de datos, y 3) permite modelar directamente el cuantil y vincularlo con el riesgo de mercado, evitando el riesgo de modelo indirecto que se produce en las estimaciones de la media y la varianza condicionales.

Hasta la fecha, con respecto al estudio de la relación entre el petróleo y el mercado bursátil se han realizado estudios sobre la transmisión en media (Rasche y Tatom (1977), Jones y Kaul (1996), Filis et al. (2011), Sadorsky (1999), Gogineni (2008), Kilian y Park (2009), Lin et al. (2010), Ding et al. (2016), Mensi et al. (2014), Pan (2014)), sobre la transmisión en volatilidad (Malik y Hammoudeh (2007), Park y Ratti (2008), Vo (2011), Arouri et al. (2011), Sadorsky (2012), Diebold y Yilmaz (2012), Wang y Liu (2016), Sarwar et al. (2018), Boubaker y Raza (2017), Bouri et al. (2018)) y algunos sobre la transmisión en riesgo entre mercados (Du y He (2015), Mensi et al. (2017), Ji et al. (2018a), Peng et al. (2018), Ji et al. (2018b), Li y Wei (2018), Shahzad et al. (2018c)), destacando entre estos últimos el estudio de Wen et al. (2019) donde los autores emplean la metodología VAR de VaR para estudiar la relación entre el mercado bursátil estadounidense y el del petróleo a partir del modelo CAViaR de Engle y Manganelli (2004).

En general, estos estudios demuestran que los mercados bursátiles se mueven de manera conjunta con el petróleo, existiendo generalmente mayor dependencia en la cola inferior que en la cola superior de la distribución, por lo que nos lleva a plantearnos como hipótesis de partida que la estructura de dependencia entre el mercado del petróleo y los mercados de valores de los BRICS existe.

Por este motivo, a lo largo de este estudio trataremos de analizar la existencia de dependencia en el riesgo de mercado entre los mercados de interés. Comprobaremos si las innovaciones que afectan al riesgo de cualquiera de los mercados pueden influir en el riesgo existente en el otro mercado, medido en ambos casos vía VaR. Concretamente, examinaremos si el riesgo pasado del mercado del petróleo tiene poder predictivo sobre el riesgo futuro del mercado de valores de los BRICS y viceversa.

Entre las conclusiones obtenidas encontramos la existencia de una fuerte codependencia en las colas entre el mercado del petróleo y el mercado bursátil de todos los países BRICS, a excepción del caso brasileño. Incidiendo en la capacidad predictiva entre mercados, se concluye que la principal transmisión de riesgo encontrada desde el mercado del petróleo hacia el mercado bursátil se da en el caso de India, mientras que, en sentido opuesto, se da desde los mercados bursátiles de Rusia y China hacia el mercado del petróleo y, por último,

existe transmisión de riesgo bidireccional en el caso de Sudáfrica, siendo en todos los casos transmisión persistente en el tiempo.

Finalmente, cabe señalar la organización del resto del documento. La sección 2 presenta la revisión de la literatura existente hasta la fecha, la sección 3 describe la metodología empleada, la sección 4 especifica los datos utilizados, algunos estadísticos descriptivos de interés y discute los resultados empíricos obtenidos y la sección 5 recoge las conclusiones del trabajo.

2. Revisión de la literatura

A lo largo de la literatura previa podemos encontrar diversos estudios que tratan de capturar la relación existente entre el mercado del petróleo y el mercado bursátil. En general, la idea principal que estudian es la capacidad predictiva de los movimientos, pasados o presentes, de un mercado sobre el otro, donde la corriente principal de la literatura en este campo se centra en la propagación en media y en volatilidad.

Las primeras investigaciones de esta relación se basan en la dependencia entre el precio del petróleo y la actividad económica agregada; autores como Rasche y Tatom (1977) estudian dicho nexo a través de un modelo microeconómico de empresa con datos sobre la economía estadounidense, encontrando una relación inversa entre ambos mercados. Sin embargo, pese a que la conclusión general de la literatura es que el precio del petróleo y el precio de las acciones se asocian entre sí, existen discrepancias con respecto al tipo de asociación existente.

Jones y Kaul (1996), utilizando vectores autorregresivos y un GARCH(1,1), concluyen que subidas en el precio del petróleo conducen a rendimientos más bajos del mercado de valores en los países importadores de petróleo y a rendimientos más altos del mercado de valores en los países exportadores de petróleo. Sin embargo, para estos mismos mercados bursátiles, Filis et al. (2011) estudian la relación utilizando un modelo DCC-GJR-GARCH con el que concluyen que los precios del petróleo ejercen un efecto negativo en todos los mercados bursátiles, tanto en importadores como en exportadores, independientemente del origen del shock del precio del petróleo.

Por otro lado, los hallazgos de Sadorsky (1999) señalan que el precio del petróleo y la volatilidad de este afectan a los rendimientos de las acciones, para lo cual emplea vectores autorregresivos (VAR) sobre los rendimientos diarios de futuros del petróleo y los rendimientos diarios de las acciones estadounidenses. En el mismo sentido, con respecto a la rentabilidad, este resultado ha sido corroborado por Gogineni (2008) y Kilian y Park (2009) utilizando el primero regresiones lineales y los segundos un modelo VAR, relacionando el mercado de valores con las medidas de los shocks de oferta y de demanda del mercado del petróleo. En ambos artículos se concluye que la reacción de los rendimientos de las acciones estadounidenses a un shock en el precio del petróleo difiere en gran medida dependiendo de si el cambio en el precio del petróleo es impulsado por los shocks en la demanda o por los shocks en la oferta.

Por otro lado, Lin et al. (2010) obtienen que movimientos en el precio del petróleo tienen un impacto positivo en la mayor parte de índices de mercado de China, para lo que emplean vectores autorregresivos (VAR). Por contra, el estudio de Ding et al. (2016) analiza la causalidad de Granger en media entre el rendimiento del petróleo y los rendimientos de cinco

índices bursátiles de diferentes países, concluyendo que los mercados financieros causan a los rendimientos del petróleo en todos los casos, a excepción del índice de China.

Esta relación entre petróleo y mercados bursátiles también se obtiene en el caso del rendimiento de los mercados bursátiles de los BRICS, en este caso hallada por Mensi et al. (2014) utilizando regresión cuantílica. Algo similar realiza Pan (2014), el cual investiga la estructura de dependencia en la cola entre los rendimientos del mercado del petróleo y los de los mercados de valores de los países BRIC, utilizando una cópula de Clayton, y concluyendo que la dependencia en la cola inferior es mayor que en la superior y que la más fuerte es con Rusia y la más débil con China. Sin embargo, Sharma et al. (2018) estiman la relación entre los precios internacionales del petróleo y los índices bursátiles de India utilizando vectores autorregresivos (VAR) y concluyen con la no existencia de capacidad predictiva entre estos mercados.

En el mismo contexto, existen numerosas investigaciones que tratan de estudiar la transmisión en volatilidad entre ambos mercados donde, nuevamente, pese a la variedad de metodologías empleadas, la conclusión general es que existe codependencia. Por ejemplo, Malik y Hammoudeh (2007) investigan a través de un GARCH la volatilidad y el mecanismo de transmisión de esta entre el petróleo, el mercado de valores estadounidense y los mercados bursátiles de los países árabes; concluyendo que a los mercados de renta variable les afecta la volatilidad del mercado del petróleo en todos los casos, a excepción de Arabia Saudí, donde la transmisión de la volatilidad se da desde el mercado bursátil hacia el mercado del petróleo.

Por otra parte, los hallazgos de Park y Ratti (2008) confirman, a través de un VAR, una asociación negativa entre el precio de las acciones y la volatilidad del precio del petróleo en 13 economías desarrolladas. A su vez, Vo (2011), proponiendo varios modelos de volatilidad estocástica, encuentra dependencia entre dichos mercados concluyendo que la volatilidad pasada del mercado del petróleo tiene poder predictivo sobre la volatilidad futura del mercado de acciones estadounidense y viceversa.

Arouri et al. (2011), empleando un VAR-GARCH, consideran la existencia de una importante transmisión de volatilidad unidireccional desde el mercado del petróleo a los mercados bursátiles de Europa, pero bidireccional en el caso de Estados Unidos. Y Sadorsky (2012), a través de diferentes modelos GARCH multivariantes, encuentra transmisión de volatilidad del petróleo a los mercados bursátiles de compañías de energía limpia y tecnología.

Por otra parte, Diebold y Yilmaz (2012) examinan los efectos indirectos de volatilidad entre el mercado del petróleo y los mercados de acciones de Estados Unidos utilizando un modelo de vectores autorregresivos generalizado, concluyendo que existe transmisión de volatilidad entre dichos mercados, especialmente tras la crisis del 2008.

Más recientemente, Wang y Liu (2016) establecen que la transmisión de volatilidad depende de la posición neta de las importaciones y exportaciones de petróleo del país considerado, estudio que realizan utilizando modelos GARCH. Al igual que Sarwar et al. (2018), que, empleando esta misma metodología, investigan la propagación de la volatilidad entre los rendimientos del mercado de valores de tres países asiáticos importadores de petróleo (China, Japón e India) y los rendimientos del petróleo, concluyendo que existe transmisión bidireccional con las acciones del mercado bursátil japonés, transmisión unidireccional entre las acciones de la India a los rendimientos del petróleo e inexistencia de transmisión de volatilidad con China. Y Boubaker y Raza (2017) investigan la transmisión tanto en media como en volatilidad entre el petróleo y los mercados de acciones de los países BRICS utilizando modelos multivariantes de la familia ARMA-GARCH, proporcionando una fuerte evidencia de que las rentabilidades del

petróleo y las del mercado bursátil se ven directamente afectadas por las volatilidades de las rentabilidades del otro.

Por último, utilizando el cuantilograma cruzado de Han et al. (2016), Bouri et al. (2018) encuentran que la volatilidad implícita del petróleo posee poder predictivo sobre diferentes índices de volatilidad implícita de los principales mercados bursátiles de economías desarrolladas y emergentes.

La última vertiente en el estudio de la asociación entre mercados se basa en el análisis de transmisión en riesgo, donde, hasta la fecha, existen varios trabajos sobre la asociación en riesgo entre el petróleo y diversos mercados: petróleo y gas natural (Shen et al. (2018)); petróleo y tipos de cambio (Reboredo et al. (2016) y Tiwari et al. (2019)); tipos de cambio, petróleo, oro y precios de acciones (Bargi y Saghafi (2019)); volatilidad del petróleo y riesgo soberano de los países BRICS (Bouri et al. (2018)); petróleo, futuros, opciones, fondos indexados y fondos cotizados en bolsa (ETF) (Mensi et al (2017)); petróleo y productos agrícolas (Shahzad et al. (2018a)); y petróleo y metales preciosos (Shahzad et al. (2018b)), entre otros.

Sin embargo, si nos centramos en la relación concreta entre el riesgo del petróleo y el del mercado bursátil, destacamos la aportación de Du y He (2015), autores cuya investigación se centra en la transmisión de riesgos extremos entre el rendimiento de futuros del petróleo y el del índice SP500, medida a través de la causalidad de Granger en riesgo, cuantificando el riesgo de mercado a través del VaR. Estos autores concluyen que los movimientos extremos, pasados o actuales, en un mercado pueden tener un poder predictivo significativo en el otro mercado, relación que se incrementa tras la crisis financiera del 2008.

Bajo una idea similar, encontramos de especial relevancia la aportación de Mensi et al (2017), los cuales analizan, a través de una cópula, la estructura de dependencia entre el petróleo y los principales mercados bursátiles desarrollados en condiciones de mercado alcistas, normales y bajistas, y bajo diferentes horizontes de inversión. Además, estudian los efectos colaterales al alza y a la baja del riesgo a corto y a largo plazo mediante tres medidas de riesgo de mercado, el valor en riesgo (VaR), el VaR condicional (CoVaR) y el delta CoVaR (ΔCoVaR). Finalmente, encuentran existencia de transmisión de riesgo de los mercados del petróleo a los mercados de valores y viceversa, en los horizontes de inversión a corto y a largo plazo. A su vez, Ji et al. (2018a) utilizan cuatro tipos de *Delta Conditional Value-at-Risk* (ΔCoVaR) en base a seis cópulas variables en el tiempo, para estudiar la relación entre el riesgo del petróleo y tres tipos de incertidumbre, la incertidumbre del mercado financiero mundial (medida a través del índice de volatilidad implícita (VIX) de Chicago Board Options Exchanges (CBOE)), la incertidumbre de la política económica (EPU) y la incertidumbre del mercado energético (medida a través del índice de volatilidad del petróleo crudo de CBOE (OVX)). Los autores encuentran que el riesgo del petróleo es sensible a la incertidumbre en los mercados financieros además de encontrar efectos asimétricos significativos.

En esta misma línea, Peng et al. (2018) investigan la transmisión de riesgo extremo del petróleo a los rendimientos de 529 empresas que cotizan en el mercado bursátil chino utilizando la causalidad de Granger en riesgo, concluyendo que existe asimetría en la vinculación de los movimientos extremos entre los mercados y que la transmisión del riesgo de las variaciones en el precio del petróleo a los rendimientos de la empresa depende de las características de la industria a la que pertenece esta. Y Ji et al. (2018b) estudian la dependencia dinámica y la propagación del riesgo entre los rendimientos de las acciones de los países BRICS y los diferentes shocks de petróleo, combinando el modelo VAR estructural y la medida de riesgo sistémico

CoVaR utilizando una cópula-GARCH variante en el tiempo, concluyendo que la dependencia entre los rendimientos de las acciones de los países BRICS y los shocks del petróleo varía en el tiempo y en función del tipo de shock que se de en el mercado del petróleo.

Por otro lado, Li y Wei (2018) examinan la estructura de dependencia entre el mercado del petróleo y el mercado de valores de China para diferentes horizontes de inversión, para lo que combinan cópulas estáticas y variables en el tiempo, cuantificando la transmisión de riesgo a través del Valor en Riesgo (VaR), del VaR condicional (CoVaR) y del delta CoVaR (ΔCoVaR). Los resultados muestran que existe transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo al mercado de valores de China, con mayores efectos tras la reciente crisis financiera. Empleando esta misma metodología encontramos el estudio de Shahzad et al. (2018c) sobre la estructura de dependencia entre las variaciones en el precio del petróleo y los rendimientos de las acciones islámicas, donde los autores obtienen existencia de dependencia en la cola izquierda de las distribuciones, variable en el tiempo y que aumenta significativamente después de la crisis financiera mundial.

Y, por último, recientemente, el enfoque VAR de VaR de White et al. (2015) se ha incorporado al estudio de la relación entre el petróleo y el mercado bursátil, en concreto, destacamos la investigación de Wen et al. (2019) donde emplean dicha metodología para estudiar la relación entre el mercado bursátil estadounidense y el petróleo a partir del modelo CAViaR de Engle y Manganelli (2004), obteniendo que existe un efecto indirecto de riesgo entre estos dos mercados.

Sin embargo, hasta donde sabemos, este es el primer trabajo que investiga la transmisión de riesgo en el contexto de los países emergentes, como las economías BRICS, utilizando un enfoque VAR de VaR. Para lo que, complementamos nuestro estudio con ciertos estadísticos utilizados recurrentemente en la literatura de referencia (cuantilograma cruzado y causalidad de Granger en riesgo) y posteriormente damos paso al citado análisis VAR de VaR para cuantificar la transmisión de riesgo entre ambos mercados y analizar su direccionalidad, que se verá complementado por el estudio de las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil para conocer la persistencia de dicha transmisión.

3. Metodología

3.1. Value at Risk (VaR)

El VaR (*Value at Risk*), propuesto originalmente por J.P.Morgan en 1994, es, hoy en día, la medida estándar de riesgo de mercado por excelencia. Se define como la máxima pérdida esperada en un horizonte de tiempo determinado, bajo condiciones normales de mercado y para un nivel de confianza dado, esto es, denota el umbral de pérdidas que no se excederán con un nivel de confianza $(1 - \alpha)$, en nuestro caso del 99% ($\alpha = 1\%$), a un horizonte dado, en nuestro caso, un día.

Matemáticamente, el VaR para el período t de una serie financiera es el cuantil α de la distribución de rentabilidad condicional,

$$VaR_t^\alpha \equiv Q_\alpha(y_t | F_{t-1}) = \inf_X \{X \in \mathbb{R} : P(y_t \leq X | F_{t-1}) \geq \alpha\}, \quad 0 < \alpha < 1, \quad (1)$$

donde Q_α es la función cuantil, y_t son los rendimientos de un activo en el período t , y F_{t-1} representa la información disponible en el momento $t - 1$.

La dificultad del cálculo del VaR radica en qué modelo emplear para recoger las características de las series de rendimientos financieros: agrupaciones de volatilidad, efecto apalancamiento, exceso de curtosis y leve asimetría. Existen diversos métodos de cálculo del VaR cuya diferencia radica en la forma de estimar la distribución empírica de las series financieras, para lo que se pueden emplear métodos paramétricos (presuponen cierta distribución o comportamiento de la rentabilidad y en consecuencia de la volatilidad de esta), métodos no paramétricos (no emplean ningún supuesto sobre la distribución de los rendimientos ni sobre el comportamiento de los parámetros, calculando el VaR a partir de la historia muestral) y métodos semi-paramétricos (combinan el método paramétrico y el no paramétrico).

En nuestro trabajo, el cálculo del VaR se realizará utilizando un método semi-paramétrico, la regresión cuantílica, puesto que presupone cierto comportamiento del VaR, pero no asume supuesto acerca de la distribución de los rendimientos. Más concretamente, el comportamiento considerado para el VaR es uno de los modelos CAViaR (*Conditional Autoregressive Value at Risk*) propuestos por Engle y Manganelli (2004).

Debido a que la distribución de los rendimientos de los activos cambia en el tiempo, se ha de encontrar un modelo que calcule cuantiles cambiantes en el tiempo (VaR), esto es, que permita predecir el valor que en cada periodo será excedido con una probabilidad α . El modelo CAViaR modela el VaR utilizando un proceso autorregresivo que permite observar la evolución del cuantil a lo largo del tiempo.

El hecho empírico de que las volatilidades del mercado bursátil se agrupen con el tiempo puede traducirse en palabras estadísticas a que su distribución está autocorrelacionada. En consecuencia, el VaR, que está estrechamente vinculado a la desviación estándar de la distribución, debe exhibir un comportamiento similar. La forma natural de formalizar esta característica es utilizar algún tipo de especificación autorregresiva, en el caso del modelo CAViaR propone una especificación del VaR autorregresiva en lugar de modelar toda la distribución.

La base de nuestro trabajo es uno de los modelos CAViaR propuesto por Engle y Manganelli (2004), en concreto, el modelo *Symmetric Absolute Value* (SAV):

$$f_t(\beta) \equiv VaR_t^\alpha = \beta_0 + \sum_{l=1}^q \beta_{1,l} VaR_{t-l}^\alpha + \sum_{m=1}^p \beta_{2,m} |y_{t-m}| \quad (2)$$

donde el valor del cuantil α depende del valor de este mismo cuantil retardado en el tiempo y del valor absoluto de los rendimientos retardados.

Los parámetros son estimados utilizando la regresión cuantílica (Koenker y Bassett (1978)), método que resulta más eficiente que la regresión por Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) en el caso de que los errores tengan colas pesadas (característica de los mercados financieros). El α -cuantil (VaR_α) se define como aquel $f_t(\hat{\beta})$ que resuelve,

$$\min_{\beta} \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T [I(y_t < f_t(\beta)) - \alpha][y_t - f_t(\beta)] \quad (3)$$

donde β es un vector de parámetros.

Está demostrado que los estimadores resultantes de la regresión cuantílica son asintóticamente consistentes y normales, y, consecuentemente, también los del modelo SAV-CAViaR.

3.2. Cuantilograma cruzado

El cuantilograma es una herramienta resultante de una metodología de series temporales basada en el correlograma de los cuantiles, propuesta originalmente por Linton y Whang (2007) y cuya finalidad es medir dependencia no lineal entre series.

Inicialmente dichos autores propusieron esta herramienta como una medida de validación de la predicción estimada llevada a cabo por un modelo en un contexto univariante, sugiriendo la extensión a un contexto multivariante. Y, posteriormente, Han et al. (2016) extendieron el cuantilograma a un contexto bivariante, denominándolo cuantilograma cruzado.

El cuantilograma cruzado mide la dependencia entre cuantiles de dos series de tiempo. Para la obtención de su expresión definimos los rendimientos continuos de dos series como $y_{i,t}$, $i = 1, 2$ y $t = 1, 2, \dots, T$, donde el subíndice i representa el mercado del petróleo o cada uno de los índices bursátiles de los países BRICS. Las series de tiempo $y_{i,t}$ son estrictamente estacionarias con función de distribución incondicional $F_i(\cdot)$, función de densidad incondicional $f_i(\cdot)$, y función cuantil incondicional $q_i(\alpha_i) = \inf \{v: F_i(v) \geq \alpha_i\}$, $\alpha_i \in (0, 1)$.

Dado un par arbitrario $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2)$, se estima la dependencia entre el evento $\{y_{1,t} \leq q_{1,t}(\alpha_1)\}$ y el evento $\{y_{2,t-j} \leq q_{2,t-j}(\alpha_2)\}$ dado $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(T-1)$, denominando proceso *quantile-hit* a la función indicatriz $\{I[y_{i,t} \leq q_{i,t}(\cdot)]\}$. En nuestro caso, el índice j que controla los retardos/adelantos en la predicción de una serie de tiempo a otra se mide en términos diarios.

En base a lo anterior, el cuantilograma cruzado se define como la correlación cruzada del *quantile-hit* y toma la siguiente expresión,

$$\rho_{\alpha\beta j} = \frac{E[\psi_{\alpha_1}(y_{1,t} - q_{1,t}(\alpha_1))\psi_{\alpha_2}(y_{2,t-j} - q_{2,t-j}(\alpha_2))]}{\sqrt{E[\psi_{\alpha_1}^2(y_{1,t} - q_{1,t}(\alpha_1))]}E[\psi_{\alpha_2}^2(y_{2,t-j} - q_{2,t-j}(\alpha_2))]} \quad (4)$$

$$\alpha, \beta \in (0, 1) \quad j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(T-1)$$

donde α representa el vector de porcentajes de cuantil, β representa el vector de parámetros de regresión cuantílica y $\psi_{\alpha}(u) \equiv I[u < 0] - \alpha$, función que toma valor $1 - \alpha$ si $y_{i,t} < q_{i,t}(\alpha)$ y $-\alpha$ si $y_{i,t} \geq q_{i,t}(\alpha)$.

Esta expresión captura la dependencia serial entre dos series a diferentes niveles de cuantil. En el caso especial de que dos series sean idénticas, la ecuación del cuantilograma cruzado corresponderá al cuantilograma de Linton y Wang (2007).

Como ejemplo, siendo $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2) = (\alpha_{Rusia}, \alpha_{petroleo})$, $\rho_\alpha(1)$ medirá la correlación cruzada entre los rendimientos del petróleo inferiores (superiores) al cuantil $q_{petroleo}(\alpha_{petroleo})$ en el momento $t - 1$ y los del mercado ruso inferiores (superiores) a su cuantil $q_{Rusia}(\alpha_{Rusia})$ en el momento t , esto es, la capacidad del petróleo de predecir el comportamiento del mercado bursátil ruso un periodo hacia delante.

Para obtener el cuantilograma cruzado basado en observaciones (cuantilograma cruzado empírico), lo primero es estimar las funciones de cuantiles condicionales considerando el modelo de regresión cuantílica de Koenker y Bassett (1978): $q_{i,t}(\alpha_i) = x_{i,t}^\top \beta_i(\alpha_i)$ con $\beta_i(\alpha_i)$ para $i = 1, 2$, donde los parámetros $\beta(\alpha) \equiv [\beta_1(\alpha_1)^\top, \beta_2(\alpha_2)^\top]^\top$ se estiman resolviendo por separado el siguiente problema de minimización²,

$$\hat{\beta}_i(\alpha_i) = \arg \min_{\beta_i \in \mathbb{R}} \sum_{t=1}^T \psi_{\alpha_i}(y_{i,t} - x_{i,t}^\top \beta_i) \quad i = 1, 2 \quad (5)$$

obteniendo $\hat{q}_{i,t}(\alpha_i) = x_{i,t}^\top \hat{\beta}_i(\alpha_i)$ para, posteriormente, estimar el cuantilograma cruzado

$$\hat{\rho}_\alpha(j) = \frac{\sum_{t=j+1}^T \psi_{\alpha_1}(y_{1,t} - \hat{q}_{1,t}(\alpha_1)) \psi_{\alpha_2}(y_{2,t-j} - \hat{q}_{2,t-j}(\alpha_2))}{\sqrt{\sum_{t=j+1}^T \psi_{\alpha_1}^2(y_{1,t} - \hat{q}_{1,t}(\alpha_1))} \sqrt{\sum_{t=j+1}^T \psi_{\alpha_2}^2(y_{2,t-j} - \hat{q}_{2,t-j}(\alpha_2))}} \quad (6)$$

para $j = 0, \pm 1, \pm 2, \dots, \pm(T-1)$.

La estimación del cuantilograma cruzado proporciona la magnitud de la dependencia direccional en cuantiles de dos series de tiempo. El valor de la ecuación se limita por construcción a $\hat{\rho}_\alpha(j) \in [-1, 1]$. Por ejemplo, si tomamos $y_{1,t}$ como rendimientos continuos del mercado ruso y $y_{2,t}$ como rendimientos continuos del petróleo; el valor de $\hat{\rho}_\alpha(1) = 0$ implica que si el rendimiento del petróleo está por debajo (por encima) de un cuantil dado $q_2(\alpha_2)$ en el momento $t - 1$, el mercado del petróleo no posee poder predictivo sobre si el rendimiento del mercado ruso se situará por debajo (por encima) de un cuantil dado $q_1(\alpha_1)$ en el momento t .

El contraste estadístico de la predictibilidad direccional en cuantiles de una serie a otra se define como: $H_0: \rho_\alpha(1) = \dots = \rho_\alpha(p) = 0$ frente a la hipótesis alternativa de que para algún $j \in \{1, \dots, p\}$ ocurra que $\rho_\alpha(p) \neq 0$. Han et al. (2016), para tomar la decisión del contraste, sugieren utilizar el estadístico de Ljung-Box,

$$\hat{Q}_\alpha^p \equiv T(T+2) \sum_{j=1}^p \frac{\hat{\rho}_\alpha^2(j)}{(T-j)}, \quad (7)$$

² En nuestro caso, disponemos de una beta para cada serie porque solo estimamos una constante de la regresión cuantílica, no incorporamos factores, lo que equivale a calcular el cuantil de una serie de manera histórica.

cuya distribución es $Q_\alpha^p > \chi_{1-\alpha,h}^2$ donde $\chi_{1-\alpha,h}^2$ es el α -cuantil de la distribución chi-cuadrado con h (número de retardos) grados de libertad.

Como la distribución asintótica del cuantilograma cruzado no está libre de ruido debido a un excesivo número de parámetros bajo la hipótesis nula de no capacidad predictiva, Han et al. (2016) sugieren utilizar el Bootstrap Estacionario (SB) de Politis y Romano (1999) para estimar estos y las bandas de confianza del cuantilograma cruzado y del correspondiente estadístico. Este es un procedimiento de muestreo con reemplazamiento en bloque que tiene en cuenta la dependencia en serie inherente a los datos y, a diferencia de los bootstraps de bloque habituales, la pseudo muestra SB se construye en base a una secuencia de bloques con longitud de bloque aleatorio, donde la longitud de cada bloque tiene una distribución geométrica y su tamaño óptimo depende del número de observaciones y de la correlación entre estas.³

3.3. Causalidad de Granger en riesgo

La causalidad de Granger (Granger (1969), Granger (1980)) no es una relación causa-efecto, sino que se define en términos de capacidad predictiva. En este caso, la empleamos para verificar si la ocurrencia histórica de grandes riesgos en el mercado del petróleo tiene capacidad predictiva en la ocurrencia de futuros grandes riesgos en los mercados BRICS y viceversa, definiendo un gran riesgo al hecho de que la pérdida real exceda el VaR (medida de riesgo de mercado).

La principal ventaja de este contraste es que permite un número considerable de retardos sin perder bondad de ajuste y, por tanto, puede detectar la propagación de riesgo que ocurre con largo desfase de tiempo o una transmisión débil de riesgo pero que se mantiene durante un largo plazo.

Como se ha comentado, en general, las pruebas que utilizan una gran cantidad de retardos tienen poca potencia debido a la pérdida de grados de libertad. Sin embargo, este no es el caso, dado que gracias al método de Kernel, se ponderan los retardos en función de su proximidad al momento t , lo que además es consistente con que los mercados financieros estén más influenciados por los eventos recientes que por los eventos pasados.

La causalidad de Granger en media es la más utilizada generalmente, donde se introduce causalidad en la distribución de probabilidad condicional completa. Sin embargo, en este estudio nos centramos en el concepto de causalidad de Granger en riesgo (Hong et al. (2009)), que pese a estar estrechamente relacionado con la causalidad en media, solo se centra en las probabilidades de la cola izquierda.

Para definir el concepto de causalidad de Granger en riesgo hay que tener en cuenta los conjuntos de información disponibles en el tiempo para dos series temporales de rendimientos, respectivamente.

Sea $I_{t-1} = (I_{1,t-1}, I_{2,t-1})$, donde $I_{1,t-1} = \{y_{1,t-1}, \dots, y_{1,1}\}$ e $I_{2,t-1} = \{y_{2,t-1}, \dots, y_{2,1}\}$, decimos que la serie temporal 2 no causa en riesgo en el sentido de Granger a la serie temporal 1 si $P(y_{1,t} < VaR_{1,t}^\alpha | I_{1,t-1}) = P(y_{1,t} < VaR_{1,t}^\alpha | I_{t-1})$, lo cual conforma la hipótesis nula.

³ Para una explicación más detallada del tamaño de bloque óptimo, véase Politis y White (2004) y Patton et al. (2009).

Por el contrario, decimos que la serie temporal 2 causa en riesgo en el sentido de Granger a la serie temporal 1 cuando $P(y_{1,t} < VaR_{1,t}^\alpha | I_{1,t-1}) \neq P(y_{1,t} < VaR_{1,t}^\alpha | I_{t-1})$, lo que constituye la expresión de la hipótesis alternativa.

Para desarrollar el contraste de causalidad de Granger en riesgo definimos $Z_{i,t} = I(y_{i,t} < VaR_{i,t}^\alpha)$, donde I es una función indicatriz y $i = 1, 2$. Si expresamos la hipótesis del contraste, por ejemplo, para la primera variable, tenemos,

$$\begin{aligned} H_0: E(Z_{1,t} | I_{1,t-1}) &= E(Z_{1,t} | I_{t-1}) \\ H_1: E(Z_{1,t} | I_{1,t-1}) &\neq E(Z_{1,t} | I_{t-1}) \end{aligned} \quad (8)$$

De esta manera, la causalidad en riesgo entre $\{y_{1,t}\}$ e $\{y_{2,t}\}$ queda expresada como la causalidad en media de $\{Z_{1,t}\}$ y $\{Z_{2,t}\}$, aunque para su estimación no se puede emplear la regresión propuesta por Granger (1969) para la causalidad en media porque el indicador de riesgo $\{Z_{i,t}\}$ requiere de estimación y la incertidumbre que esto conlleva no es trivial.

Alternativamente, para la estimación de la causalidad en riesgo se puede emplear la función de densidad del espectro cruzado (Granger (1969)). Este método proporciona una forma útil de describir la relación entre dos o más variables cuando una está causando a la otra, es decir, expresa la relación entre dos series $\{y_{1,t}, y_{2,t}\}$ como una suma de dos componentes no correlacionados, a través de las transformadas de Fourier. Estos componentes son la coherencia (mide el grado en que dos series están relacionadas) y la fase (se interpreta en términos de desfases temporales).

Matemáticamente, el espectro cruzado se define como la transformada de Fourier de la correlación cruzada, lo que en nuestro caso se traduce a la transformada del cuantilograma cruzado explicado con anterioridad, dado que es la transformada de $\rho(j) \equiv corr(Z_{1,t}, Z_{2,t-j})$ donde $Z_{i,t} \equiv I(y_{i,t} < VaR_{i,t}^\alpha)$.

Los componentes resultantes del espectro cruzado resultan desconocidos, pero estos pueden estimarse empleando métodos no paramétricos, como el método de Kernel. La estimación espectral es un estimador insesgado, pero es inconsistente debido a que la varianza de los estimadores no tiende a cero cuando el tamaño muestral aumenta y el número de parámetros a ser estimados es igual al número de observaciones. Para evitar este problema, se utilizan funciones Kernel, para las cuales se realiza una estimación basada en el promedio ponderado de los puntos vecinos del análisis espectral.

Finalmente, tras las estimaciones oportunas, el contraste de hipótesis acerca de la causalidad de Granger en riesgo toma la siguiente expresión,

$$Q_1(M) \equiv \frac{[T \sum_{j=1}^{T-1} k^2(j/M) \hat{\rho}^2(j) - C_{1T}(M)]}{D_{1T}(M)^{\frac{1}{2}}} \quad (9)$$

donde $C_{1T}(M)$ y $D_{1T}(M)$ son aproximadamente la media y la varianza de la forma cuadrática de los componentes obtenidos (coherencia y fase), cuyas expresiones son:

$$C_{1T}(M) = \sum_{j=1}^{T-1} \left(1 - \frac{j}{T}\right) k^2(j/M) \quad (10)$$

$$D_{1T}(M) = 2 \sum_{j=1}^{T-1} \left(1 - \frac{j}{T}\right) \left(1 - \frac{j+1}{T}\right) k^4(j/M) \quad (11)$$

donde, en nuestro caso, el kernel empleado es el de Daniell $\left(k(u) = \frac{\sin(\pi u)}{\pi u}\right)$ debido a que es el más recurrente en la literatura de referencia y a que es el único que no pierde eficiencia ante grandes tamaños de M (*bandwidth*).

Por último, la causalidad de Granger en riesgo se puede extender al entorno bidireccional, donde las hipótesis de partida son,

$$\begin{aligned} H_0: P(y_{i,t} < VaR_{i,t}^\alpha | I_{i,t-1}) &= P(y_{i,t} < VaR_{i,t}^\alpha | I_{t-1}) \text{ para } i = 1, 2 \\ H_1: P(y_{i,t} < VaR_{i,t}^\alpha | I_{i,t-1}) &\neq P(y_{i,t} < VaR_{i,t}^\alpha | I_{t-1}) \text{ para al menos un } i. \end{aligned} \quad (12)$$

Y, en base al razonamiento anterior, pueden reescribirse como,

$$\begin{aligned} H_0: E(Z_{i,t} | I_{i,t-1}) &= E(Z_{i,t} | I_{t-1}) \text{ para } i = 1, 2 \\ H_1: E(Z_{i,t} | I_{i,t-1}) &\neq E(Z_{i,t} | I_{t-1}) \text{ para al menos un } i. \end{aligned} \quad (13)$$

Siendo el estimador de causalidad de Granger en riesgo bidireccional,

$$Q_2(M) \equiv \left[T \sum_{|j|=1}^{T-1} k^2(j/M) \hat{\rho}^2(j) - C_{2T}(M) \right] / [D_{2T}(M)]^{\frac{1}{2}} \quad (14)$$

donde nuevamente $C_{2T}(M)$ y $D_{2T}(M)$ representan una aproximación de la media y la varianza, respectivamente, que en este caso toman las siguientes expresiones,

$$C_{2T}(M) = \sum_{|j|=1}^{T-1} \left(1 - \frac{|j|}{T}\right) k^2(j/M) \quad (15)$$

$$D_{2T}(M) = 2[1 + \hat{\rho}^4(0)] \sum_{|j|=1}^{T-1} \left(1 - \frac{|j|}{T}\right) \left(1 - \frac{|j|+1}{T}\right) k^4(j/M) \quad (16)$$

Tanto el estimador de causalidad unidireccional $[Q_1(M)]$ como el de causalidad bidireccional $[Q_2(M)]$ se distribuyen asintóticamente como una distribución normal estandarizada.

3.4. VAR de VaR

El modelo VAR de VaR es un modelo de vectores autorregresivos (VAR) donde las variables dependientes son el VaR de los activos financieros, en este caso del WTI y de los índices bursátiles de los países BRICS.

Este modelo fue propuesto por White et al. (2015) con el fin de estudiar directamente el grado de interdependencia en la cola entre diferentes variables aleatorias. Esta metodología tiene ciertas ventajas sobre los enfoques basados en la parametrización de toda la distribución multivariante, como, por ejemplo, el hecho de que las estimaciones de los cuantiles sean robustas para valores atípicos, característica deseable cuando se trabaja con variables financieras, o la imposición de supuestos mínimos acerca de la distribución de los datos al tratarse de una técnica semi-paramétrica, además de permitir modelar directamente el cuantil y vincularlo con el riesgo de mercado, evitando el riesgo de modelo indirecto que se produce en las estimaciones de la media y la varianza condicionales.

La idea general del enfoque VAR de VaR es que los cuantiles de la distribución de una serie temporal dada dependen de sus propios retardos y de los retardos de ciertas variables de interés.

Una ilustración simple de la estructura propuesta por White et al. (2015) sería la siguiente relación de los cuantiles condicionales de dos variables aleatorias de acuerdo con una estructura de vectores autorregresivos (VAR),

$$\begin{aligned} q_{1,t} &= X_t' \beta_1 + b_{11} q_{1,t-1} + b_{12} q_{2,t-1}, \\ q_{2,t} &= X_t' \beta_2 + b_{21} q_{1,t-1} + b_{22} q_{2,t-1}, \end{aligned} \quad (17)$$

donde X_t representa predictores que pertenecen a F_{t-1} y normalmente incluyen valores retardados de $y_{i,t}$.

Consideramos este modelo como una generalización del modelo CAViaR original de Engle y Manganelli (2004), por ello adquiere como segundo nombre Modelo Autorregresivo Multivariante de VaR Multi-cuantil Condicional (MVMQ-CAViaR).

Si $b_{12} = b_{21} = 0$, el modelo anterior se reduce al modelo CAViaR univariante de Engle y Manganelli (2004) y las dos especificaciones se pueden estimar independientemente una de la otra. Sin embargo, si b_{12} y/o b_{21} son diferentes de cero, el modelo requiere la estimación conjunta de los parámetros del sistema, realizándose con la función de Koenker y Bassett (1978).

Los coeficientes fuera de la diagonal representan la medida de la codependencia en la cola entre las dos variables aleatorias, por lo tanto, una de las hipótesis nulas de nuestros contrastes será la no significatividad de estos, esto es, $H_0: b_{12} = b_{21} = 0$.

El modelo VAR de VaR general es más extenso que el ejemplo anterior, ya que permite más de dos variables aleatorias, múltiples retardos de $q_{i,t}$ y múltiples niveles de significación para los VaR, esto es $(\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_p)$ y, todo ello, de manera simultánea. Sin embargo, en nuestro caso, nos basaremos en una versión bivalente del VAR entre los cuantiles condicionales de dos series (petróleo y mercado bursátil de los BRICS) utilizando solo un retardo y un único nivel de significación común para los VaR de nuestras variables ($\alpha = 1\%$).

Matemáticamente, el VAR(1,1) utilizado en este trabajo es el modelo SAV (*Symmetric Absolute Value*) y se puede escribir como,

$$\begin{aligned} q_{1,t} &= c_1 + a_{11}|y_{1,t-j}| + a_{12}|y_{2,t-j}| + b_{11}q_{1,t-j} + b_{12}q_{2,t-j}, \\ q_{2,t} &= c_2 + a_{21}|y_{1,t-j}| + a_{22}|y_{2,t-j}| + b_{21}q_{1,t-j} + b_{22}q_{2,t-j} \\ j &= 1, 2, 3 \dots T \end{aligned} \quad (18)$$

donde $|y_{1,t-j}|$ y $|y_{2,t-j}|$ son las series de rendimientos absolutos retardados del mercado del petróleo y de los índices bursátiles de los países BRICS, respectivamente, $q_{1,t}$ y $q_{2,t}$ son los cuantiles condicionales que representan los VaR de las series de interés, y $q_{1,t-j}$ y $q_{2,t-j}$ sus retardos.

Este modelo bivalente de cuantiles se puede expresar de forma más compacta matricialmente,

$$q_t = c + A|y_{t-j}| + Bq_{t-j} \quad (19)$$

donde $c = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \end{bmatrix}$, $A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ y $B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$.

De esta ecuación se interpreta que los cuantiles α de las series temporales de rentabilidad dependen del j -retardo de los rendimientos absolutos (matriz A) y del j -retardo de los cuantiles (matriz B). En nuestro caso, la rentabilidad del petróleo y la de los índices bursátiles corresponden a las variables 1 y 2, respectivamente. Por lo que, para el caso $j = 1$, por ejemplo, los cuantiles de los rendimientos del petróleo $q_{1,t}$ en el nivel α dependen de su propio retardo $q_{1,t-1}$ a través de b_{11} , del retardo de los cuantiles de los índices de mercado BRICS $q_{2,t-1}$ a través de b_{12} , del propio retardo del rendimiento absoluto del petróleo $y_{1,t-1}$ a través de a_{11} , y del retardo del rendimiento absoluto de los países BRICS $y_{2,t-1}$ a través de a_{12} .

Por tanto, los elementos diagonales de esta matriz miden la persistencia del riesgo de mercado, mientras que los elementos fuera de la diagonal cuantifican los efectos indirectos del riesgo. Cualquier evidencia empírica de términos no diagonales distintos de cero en A o B indica presencia de interdependencia en la cola entre las dos series de rendimientos.

Por último, cabe señalar que la ordenación que se haga de las series q_1 y q_2 concede a los términos de error transformados una relevancia distinta y, por tanto, condiciona los resultados que posteriormente se obtengan. En concreto, la estimación del VAR supone que las perturbaciones en la primera serie causan cambios en la segunda serie, pero que las perturbaciones en la segunda serie no tienen impacto directo en la primera serie. Por tanto, el orden utilizado en la descomposición de la matriz de covarianzas de los términos de error originales afecta a la identificación del modelo y a las varianzas de los errores de predicción. Esto conlleva a que bajo el orden de las series (q_1, q_2) se estudie la capacidad predictiva del mercado 1 con respecto al 2, y bajo el orden de las series (q_2, q_1) se estudie la capacidad predictiva del mercado 2 con respecto al 1 que, en nuestro caso, dado que las variables 1 y 2 corresponden a la rentabilidad del petróleo y a la de los índices bursátiles, significa que bajo la primera ordenación se estudia la transmisión de riesgo del mercado WTI a los mercados bursátiles BRICS, y en el segundo caso, se estudia la transmisión de riesgo desde los mercados bursátiles BRICS al mercado del petróleo.

3.5. Pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil

Los autores White et al. (2015) desarrollan una función de respuesta al impulso para los cuantiles condicionales del modelo MVMQ-CAViaR (1,1) (19), denominada pseudo-función de respuesta al impulso de cuantil (pseudo-QIRF).

A diferencia del análisis de respuesta al impulso estándar, en la que se da una intervención única δ al término de error ε_t , la pseudo-QIRF da una intervención única δ a la rentabilidad observable $y_{i,t}$ en el momento t , tal que $\tilde{y}_{i,t} = y_{i,t} + \delta$, no habiendo cambios en el resto de momentos. Matemáticamente, la serie temporal $y_{i,t}$ sin la intervención es $\{\dots, y_{i,t-2}, y_{i,t-1}, y_{i,t}, y_{i,t+1}, y_{i,t+2}, \dots\}$, mientras que, tras la intervención, sería $\{\dots, y_{i,t-2}, y_{i,t-1}, \tilde{y}_{i,t}, y_{i,t+1}, y_{i,t+2}, \dots\}$.

El objetivo de la pseudo-QIRF es medir el impacto de dicha intervención puntual en el tiempo sobre el cuantil dinámico. La pseudo-función de respuesta al impulso del θ -cuantil (pseudo-QIRF) sobre la serie temporal 1 ($y_{1,t}$) denotada como $\Delta_{i,j}(\tilde{y}_{1,t})$ se define como $\Delta_{i,j}(\tilde{y}_{1,t}) = \tilde{q}_{i,t+j} - q_{i,t+j}$, $j = 1, 2, 3 \dots$ donde $\tilde{q}_{i,t+j}$ representa el α -cuantil condicional de la serie de rentabilidad afectada ($\tilde{y}_{i,t+j}$) y $q_{i,t+j}$ es el cuantil condicional de la serie de rentabilidad no afectada ($y_{i,t+j}$).

Si consideramos el caso para $i = 1$, tal que $\Delta_{1,j}(\tilde{y}_{1,t})$, la pseudo-QIRF viene expresada por,

$$\begin{aligned}\Delta_{1,1}(\tilde{y}_{1,t}) &= a_{11}(|\tilde{y}_{1,t}| - |y_{1,t}|) + a_{12}(|\tilde{y}_{2,t}| - |y_{2,t}|) \text{ para } j = 1, \\ \Delta_{1,j}(\tilde{y}_{1,t}) &= b_{11}\Delta_{1,j-1}(\tilde{y}_{1,t}) + b_{12}\Delta_{2,j-1}(\tilde{y}_{1,t}) \text{ para } j > 1.\end{aligned}\quad (20)$$

Del mismo modo, para el caso para $i = 2$ se puede obtener de la siguiente manera,

$$\begin{aligned}\Delta_{2,1}(\tilde{y}_{1,t}) &= a_{21}(|\tilde{y}_{1,t}| - |y_{1,t}|) + a_{22}(|\tilde{y}_{2,t}| - |y_{2,t}|) \text{ para } j = 1, \\ \Delta_{2,j}(\tilde{y}_{1,t}) &= b_{21}\Delta_{1,j-1}(\tilde{y}_{1,t}) + b_{22}\Delta_{2,j-1}(\tilde{y}_{1,t}) \text{ para } j > 1.\end{aligned}\quad (21)$$

Por tanto, definimos la pseudo-QIRF como,

$$\Delta_j(\tilde{y}_{1,t}) = \begin{bmatrix} \Delta_{1,j}(\tilde{y}_{1,t}) \\ \Delta_{2,j}(\tilde{y}_{1,t}) \end{bmatrix}, D_t = |\tilde{y}_t| - |y_t|. \quad (22)$$

Para este fin, la generalización de la pseudo-QIRF puede expresarse de manera compacta como $\Delta_j(\tilde{y}_{1,t}) = AD_t$, para $j = 1$ y $\Delta_j(\tilde{y}_{1,t}) = B^{(j-1)}AD_t$ para $j > 1$.

La pseudo-QIRF se obtiene de forma análoga al proceso anterior cuando hay una intervención en $y_{2,t}$.⁴

⁴ Se han de tener en cuenta dos salvedades (White et al. (2015)): 1) Dada la posible estructura seguida por las rentabilidades, los shocks pueden dar como resultado cambios de $y_{i,t}$ correlacionados, tanto contemporáneamente como a lo largo del tiempo. Puesto que el proceso generador de momentos no se especifica completamente (método semi-paramétrico), no es posible tener en cuenta el impacto que estos shocks tienen en los rendimientos futuros, a menos que se imponga una estructura adicional en la distribución de los términos de error. Y 2) No es sencillo definir funciones de respuesta a impulsos para modelos no lineales. Esto se debe a que la respuesta al impulso para funciones no lineales y no afines depende del tipo de no linealidad, de la historia de las observaciones pasadas y del impulso mismo, lo cual afecta a la derivación de la pseudo-QIRF, la cual depende de un valor inicial y_t y se ve afectada por el

4. Aplicación empírica

4.1. Datos

En esta sección, realizamos una breve descripción del conjunto de datos utilizado en el análisis empírico. Los datos para este estudio consisten en los precios de cierre diarios de los cinco índices de renta variable de los países BRICS [IBOVESPA para Brasil, RTSI para Rusia, SENSEX para India, SSE Composite Index para China (en adelante, SSECI) y JSE ALSI para Sudáfrica (en adelante, JSA)], extraídos de Datastream, y, como medida estándar reconocida para el precio del petróleo, tomamos el índice principal de referencia en los Estados Unidos, el West Texas Intermediate (WTI), extraído de Bloomberg.

La muestra de datos abarca desde el 03-Ene-2000 hasta el 23-Oct-2019, con los que, tras hacer coincidir las fechas de los mercados y eliminando los días festivos, tenemos un total de 5.168 observaciones para cada serie temporal.

Los rendimientos diarios de estos índices se calculan como rendimientos logarítmicos

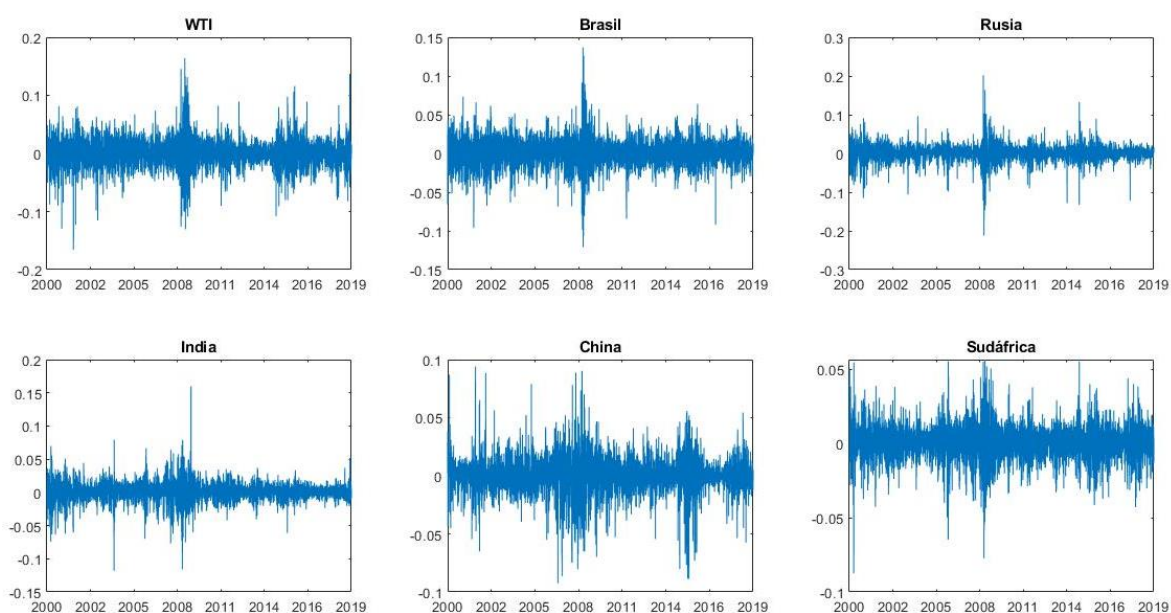
$$y_{i,t} = \ln \left(\frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right) \quad (23)$$

donde $y_{i,t}$ representa el rendimiento diario de los índices y $P_{i,t}$ representa el precio de cierre.

La Figura 1 ilustra las series de rendimiento durante el período muestral. Se observa una fuerte similitud entre las trayectorias del WTI y de los índices BRICS, también durante los períodos de crisis, aunque de manera diferente en términos de persistencia y profundidad de la volatilidad.

signo y la magnitud de la intervención. Dado que las pseudo-QIRF consideradas en el artículo son lineales, las respuestas de impulso resultantes conservan la interpretación estándar con respecto a D_t , sin embargo, en casos más generales, se debe tener especial cuidado en la definición de los shocks y la interpretación de las funciones de respuesta al impulso de cuantil.

Figura 1. Rendimientos logarítmicos diarios de los índices



Además, la Tabla 1 muestra los estadísticos descriptivos de los rendimientos logarítmicos diarios de estos índices.

Tabla 1. Estadísticos descriptivos de los rendimientos logarítmicos diarios de los índices

	WTI	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
Media	0.015%	0.036%	0.040%	0.038%	0.015%	0.039%
Mínimo	-16.545%	-12.096%	-21.199%	-11.809%	-9.261%	-8.738%
Máximo	16.410%	13.678%	20.204%	15.990%	9.400%	5.671%
1er Qu.	-1.190%	-0.863%	-0.888%	-0.580%	-0.603%	-0.564%
3er Qu.	1.235%	0.995%	1.049%	0.710%	0.671%	0.680%
Mediana	0.000%	0.000%	0.039%	0.021%	0.000%	0.015%
Desviación típica	2.331%	1.710%	2.078%	1.404%	1.509%	1.147%
Asimetría	-0.108	-0.116	-0.443	-0.190	-0.357	-0.214
Curtosis	4.415	4.281	9.492	8.580	5.484	3.280
Contraste Jarque Bera	4195.500	3947.600	19523.000	15846.000	6569.300	2349.100
Q(5)	23.037	8.1042	40.255	22.241	19.357	27.106

Nota 1: El valor crítico 5% para $\chi^2(2)$ es 5.991 y el valor crítico 1% para $\chi^2(2)$ es 9.210.

Nota 2: Q(5) es el contraste de Box-Pierce con 5 retardos, el cual se distribuye asintóticamente como una Chi-cuadrado con 5 grados de libertad.

Nota 3: El valor crítico 5% para $\chi^2(5)$ es 11.070 y el valor crítico 1% para $\chi^2(5)$ es 15.086.

Lo primero que se observa en la Tabla 1 es que todos los mercados poseen un rendimiento promedio positivo durante el periodo muestral. Los mercados de renta variable presentan en general mayor rentabilidad media que el mercado del petróleo, más

concretamente, el mercado que ofrece mayor rentabilidad media es el índice RTSI (Rusia), mientras que el del petróleo (WTI) ofrece la menor.

Por el contrario, el mercado más volátil es el del petróleo, mientras que el de menor volatilidad es el índice JSA (Sudáfrica). La volatilidad incondicional en los mercados bursátiles de los BRICS varía de 2.078% (Rusia) a 1.147% (Sudáfrica), siendo siempre inferior a la del petróleo, por lo que, en comparación con la desviación estándar del mercado de valores de los países BRICS, destacamos la inestabilidad de la rentabilidad del mercado del petróleo.

En la Tabla 1 además se observa que todas las series poseen asimetría negativa, las rentabilidades negativas son más extremas de lo que se esperaría si vinieran de una distribución Normal. Por otro lado, con respecto a la curtosis, en todos los mercados existe un exceso de concentración en las colas en comparación con la distribución Normal, esto es, las series son leptocúrticas (más apuntadas y con colas más gruesas que la Normal). Tales propiedades no normales también son capturadas a través del contraste de Jarque-Bera, rechazándose la hipótesis nula de normalidad en todos los casos.

Estos resultados muestran la debilidad de tratar la volatilidad como medida de riesgo para cualquiera de las series estudiadas. La volatilidad se define con respecto a un nivel de referencia, generalmente la esperanza matemática, que es una medida de posición central. Por lo que, bajo condiciones de asimetría, la volatilidad no resulta una medida adecuada del riesgo existente.

Por último, los estadísticos de Portmanteau tipo Box-Pierce (1970) sugieren la existencia de autocorrelación leve en los 5 primeros retardos de todas las series, excepto para el índice de Brasil.

4.2. Análisis previo

Con el fin de estudiar el poder predictivo entre mercados, en primer lugar, obtendremos una serie de estadísticos extraídos de la literatura de referencia que orientarán al posterior análisis del VAR de VaR sobre la posible existencia y la direccionalidad de la transmisión de riesgo de mercado entre las series.

4.2.1. Resultados del cuantilograma cruzado

En primer lugar, estimamos el cuantilograma cruzado que resulta de ambos pares de mercados con el fin de conocer tanto la capacidad predictiva del WTI como la de los índices de mercado BRICS⁵. Y, dado que nuestro fin es el estudio de la transmisión de riesgo de mercado, el cual definimos como el VaR al 99%, calculamos el estadístico Ljung-Box propuesto por Han et al. (2016) sobre el cuantilograma cruzado del cuantil $\alpha_{WTI} = 1\%$ frente al cuantil $\alpha_{BRICS} = 1\%$ y viceversa, para diferente número de retardos en el corto plazo, en concreto, para 1, 5 y 10 días, obteniendo los siguientes resultados⁶,

⁵ Para la estimación de este se ha empleado el programa proporcionado por Han et al. (2016), el cual se puede encontrar en <http://www.oliverlinton.me.uk/research/software>.

⁶ El número de repeticiones empleadas para el bootstrapping es de 1000, debido a que es el valor considerado por Han et al. (2016) y el empleado generalmente en la literatura de referencia.

Tabla 2. Estadísticos Ljung-Box del cuantilograma cruzado (capacidad predictiva del WTI)

	Cuantilograma cruzado ($Stock_t, WTI_{t-j}$)				
	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
Q(1)	12.423	11.366	13.885	1.507	2.083
Q(5)	276.055***	161.154***	314.653**	24.808	31.659
Q(10)	302.585***	384.840***	818.783***	26137.021***	42.618

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla 3. Estadísticos Ljung-Box del cuantilograma cruzado (capacidad predictiva de los índices de mercado BRICS)

	Cuantilograma cruzado ($WTI_t, Stock_{t-j}$)				
	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
Q(1)	8.619**	4.144	64.792***	1.858	25.196**
Q(5)	24.871	175.380***	30976.341***	21.953	58.222*
Q(10)	208.744***	221.652***	34231.056***	73.630	129.904**

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Como se puede observar en las Tablas 2 y 3, en general encontramos capacidad predictiva en el corto plazo y en ambas direcciones entre el riesgo del WTI y el riesgo de los índices bursátiles de los BRICS.

En el caso del poder predictivo del riesgo del WTI sobre el de los mercados bursátiles (Tabla 2), la correlación cruzada resulta significativa principalmente para los retardos 5 y 10, a excepción de China, para el cual el riesgo del WTI tan solo predice la situación de riesgo del mercado bursátil pasadas un par de semanas, y del caso sudafricano, donde el riesgo del petróleo no parece poder anticipar la ocurrencia de riesgo en el mercado bursátil para ningún horizonte temporal. Por el contrario, en el resto de los países, el petróleo logra anticipar, a partir de su $Var_{1\%}$, el $Var_{1\%}$ de los índices BRICS en los 5 y 10 días posteriores, es decir que, por ejemplo, si el rendimiento del petróleo está por debajo del cuantil 1% en el momento $t - 5$, probablemente el rendimiento del mercado bursátil de Brasil se situará por debajo del cuantil 1% en el momento t .

Estos resultados conllevan a intuir que el riesgo del petróleo es útil para predecir el riesgo de los mercados bursátiles BRICS, a excepción del caso del mercado bursátil de Sudáfrica.

Con respecto a la capacidad predictiva del riesgo de los índices bursátiles sobre el riesgo del mercado del petróleo (Tabla 3), la situación se repite en dirección contraria. En este caso, nuevamente la correlación cruzada vuelve a resultar significativa en la mayoría de los casos, sin embargo, ahora existe ausencia de capacidad predictiva para cualquier horizonte temporal en el caso de China y para 1 y 5 retardos en los casos de Rusia y Brasil, respectivamente.

Por lo que, en términos generales, el riesgo de los mercados bursátiles de los países BRICS puede anticipar el riesgo del mercado del petróleo, a excepción de China, donde en el corto plazo no posee capacidad predictiva. En el resto de los casos, la correlación cruzada resulta más o menos significativa en función del nivel de significatividad exigido, pero en su mayoría revela que el riesgo de los índices bursátiles de los países BRICS es útil para predecir el riesgo de mercado del petróleo, de manera que, cuando el riesgo en el mercado bursátil de India, por

ejemplo, es muy alto, es probable que le siga una gran pérdida negativa en el mercado del petróleo días después.

4.2.2. Resultados del contraste de causalidad de Granger en riesgo

En esta sección, dado que el riesgo de un mercado parece tener capacidad predictiva sobre el riesgo del otro mercado, según indican los resultados del cuantilograma cruzado, se va a llevar a cabo el contraste de causalidad de Granger en riesgo⁷ para estudiar la dirección causal en el riesgo. Para ello, calculamos el estadístico de causalidad de Granger en riesgo utilizando el kernel de Daniell, tanto en el contexto unidireccional como en el bidireccional, y estudiamos la significatividad de los resultados empleando el p-valor obtenido de una normal estandarizada, dadas las propiedades asintóticas del estimador. Los resultados obtenidos son,

Tabla 4. Dirección de la transmisión de riesgo entre el mercado del petróleo y los mercados bursátiles BRICS según la causalidad de Granger en riesgo

	M = 5	M=10	M=20
WTI → Brasil	10.050***	16.222***	23.478***
WTI → Rusia	26.652***	40.538***	51.234***
WTI → India	7.090***	8.880***	10.457***
WTI → China	-0.513	-0.604	0.055
WTI → Sudáfrica	2.910	13.231***	19.452***
Brasil → WTI	14.286***	21.047***	46.512***
Rusia → WTI	9.023***	21.643***	50.342***
India → WTI	7.117***	8.024***	10.997***
China → WTI	-0.203	0.704	3.385***
Sudáfrica → WTI	13.158***	18.854***	31.436***
WTI ↔ Brasil	25.783***	38.264***	70.573***
WTI ↔ Rusia	37.686***	63.565***	102.414***
WTI ↔ India	17.391***	19.149***	22.980***
WTI ↔ China	7.258***	5.750***	7.344***
WTI ↔ Sudáfrica	17.520***	33.084***	51.509***

Nota 1: “→” representa el contraste de causalidad unidireccional (Q_1) y “↔” representa el contraste de causalidad bidireccional (Q_2).

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

La Tabla 4 muestra los estadísticos resultantes del contraste de causalidad de Granger en el nivel de riesgo del $Var_{1\%}$ en ambos mercados. Las primeras diez filas muestran los resultados para la causalidad unidireccional, esto es, si el riesgo de la primera serie causa en el sentido de Granger el riesgo de la segunda serie. En este caso, se observa como en casi la totalidad de los casos y para ambas direcciones el riesgo de un mercado causa al otro, a excepción del caso de China donde su riesgo no se ve motivado por el riesgo del mercado del

⁷ Para el cálculo de la causalidad de Granger en riesgo se han empleado los primeros 5.000 retardos, esto es $T = 5.000$, lo que equivale a tomar los rendimientos diarios de los mercados desde el 24-Ago-2000 al 23-Oct-2019. Este ajuste se ha realizado debido a que, para retardos más lejanos, se obtienen valores erráticos que sesgan la estimación del estadístico de causalidad de Granger en riesgo, considerando 5.000 rentabilidades una muestra suficientemente amplia.

petróleo, pero tampoco ejerce transmisión de riesgo alguna sobre el mercado del petróleo en general, excepto para el caso de una *bandwidth* de 20.

Las últimas cinco filas presentan el estadístico bidireccional de la existencia de transmisión de riesgo en ambos sentidos entre los dos mercados. En este caso, incluso para el caso anómalo de China, todos los países BRICS son y se ven causados en el sentido de Granger en riesgo por el mercado del petróleo y viceversa.

Estos resultados sobre la unidireccionalidad y la bidireccionalidad de la causalidad muestran que existe una transmisión de riesgo significativa entre el petróleo y el mercado bursátil de los países BRICS.

En conclusión, de los resultados obtenidos en el cálculo de ambos estadísticos deducimos que, en general, el riesgo en el mercado del petróleo tiene poder predictivo sobre el riesgo en el mercado bursátil de los países BRICS y viceversa (conclusiones respaldadas tanto por los estadísticos del cuantilograma cruzado como por los estadísticos de la causalidad de Granger en riesgo altamente significativos), lo que muestra que podríamos utilizar la información de cualquiera de ambos mercados para estimar movimientos extremos a la baja en el otro mercado, es decir, ambos mercados están integrados en términos de riesgo de mercado.

Estos resultados proporcionan la primera evidencia de que la estructura de interdependencia entre el mercado del petróleo y los mercados bursátiles de los países BRICS existe y es altamente significativa.

4.3. Resultados del VAR de VaR

Para profundizar por completo en el análisis de la relación WTI-BRICS, realizamos la estimación del VAR de VaR comentada con anterioridad⁸. Con esta, trataremos de estudiar nuevamente la existencia de transmisión de riesgo y la direccionalidad de esta entre las series, tomando el corto plazo como horizonte temporal, en concreto 5 días.

Como se ha observado en los resultados obtenidos de la causalidad de Granger en riesgo, no hay un claro consenso en la dirección que toma la transmisión de riesgo. Debido a que los resultados de las pruebas anteriores no pueden sugerirnos qué mercado juega un papel dominante con respecto al otro, debemos estudiar ambas posibilidades. Por ello, en primer lugar, estudiamos cómo el riesgo del mercado del petróleo puede ayudar a predecir el riesgo de los mercados bursátiles BRICS, suponiendo que las perturbaciones en el mercado del petróleo causan cambios en el mercado bursátil de interés, pero que las perturbaciones en los mercados de valores no tienen impacto directo en el mercado del petróleo. Y, en segundo lugar, analizamos el sentido contrario, esto es, si el riesgo en alguno de los mercados bursátiles BRICS puede ayudar a predecir el riesgo en el mercado del petróleo, suponiendo que las perturbaciones en los mercados de valores causan cambios en el mercado del petróleo, mientras que las perturbaciones en el mercado del petróleo no tienen impacto directo en los mercados bursátiles.⁹

⁸ Para la estimación de esta se ha adaptado el programa proporcionado por White et al. (2015), el cual se puede encontrar en <http://www.simonemanganelli.org>.

⁹ Pese a que en la mayoría de la literatura de referencia se opta a priori por una sola ordenación del VAR (en base a literatura previa o por resultados de análisis previos), Libo y Xiyuan (2019) en su artículo, al igual que en nuestro

4.3.1. Capacidad predictiva del WTI

En primer lugar, consideramos la estructura autorregresiva tal que la primera ecuación describe las respuestas cuantiles del mercado del petróleo, y la segunda ecuación describe las respuestas cuantiles del mercado bursátil BRICS correspondiente, suponiendo así que las perturbaciones en el riesgo del WTI causan cambios en el riesgo de los índices BRICS, pero no al contrario, por lo que se analiza la capacidad predictiva del WTI (VAR de Var_{12}). La disposición es la siguiente,

$$\begin{aligned} q_{WTI,t} &= c_1 + a_{11}|y_{WTI,t-j}| + a_{12}|y_{BRICS,t-j}| + b_{11}q_{WTI,t-j} + b_{12}q_{BRICS,t-j}, \\ q_{BRICS,t} &= c_2 + a_{21}|y_{WTI,t-j}| + a_{22}|y_{BRICS,t-j}| + b_{21}q_{WTI,t-j} + b_{22}q_{BRICS,t-j}. \end{aligned} \quad (24)$$

Considerando el primer retardo de las variables explicativas, la expresión anterior quedaría tal que,

$$\begin{aligned} q_{WTI,t} &= c_1 + a_{11}|y_{WTI,t-1}| + a_{12}|y_{BRICS,t-1}| + b_{11}q_{WTI,t-1} + b_{12}q_{BRICS,t-1}, \\ q_{BRICS,t} &= c_2 + a_{21}|y_{WTI,t-1}| + a_{22}|y_{BRICS,t-1}| + b_{21}q_{WTI,t-1} + b_{22}q_{BRICS,t-1}. \end{aligned} \quad (25)$$

En la Tabla 5 se muestran los resultados obtenidos de la estimación del VAR de VaR con 1 retardo, recogido en la ecuación (25), para cada una de las combinaciones petróleo-stock de los distintos países BRICS, donde la primera fila recoge los valores estimados de los coeficientes y la segunda los errores estándar de los mismos¹⁰.

En primer lugar, en la Tabla 5, se observa que los coeficientes autorregresivos de persistencia del cuantil 1%, esto es, b_{11} y b_{22} , están en torno a 0.90 y todos son estadísticamente significativos, lo que indica que los procesos $Var_{1\%}$ están significativamente autocorrelacionados. Por otro lado, los coeficientes de persistencia de rentabilidad absoluta, esto es, a_{11} y a_{22} , están en torno a -0.30, siendo de menor significatividad estadística, donde el signo negativo de estos tiene sentido debido a que una mayor rentabilidad en cada uno de los mercados aleja la situación de estos del cuantil 1%, existiendo por ello una relación inversa entre la rentabilidad y el $Var_{1\%}$.

Sin embargo, nuestro interés se centra en los parámetros asociados a los spillovers existentes entre los mercados. Observamos que en el caso de los spillovers asociados a la rentabilidad absoluta retardada un periodo, esto es, a_{12} y a_{21} , solo se obtienen coeficientes significativos en Rusia y China, y solo para el caso a_{12} , lo que significa que el WTI depende de la rentabilidad absoluta retardada un día de los índices de mercado de Rusia y China. Por otro lado, si analizamos los spillovers de cuantiles, esto es, b_{12} y b_{21} , tan solo para el caso de China

estudio, emplean ambas ordenaciones posibles del VAR, utilizando un modelo VAR bayesiano (BGVAR) para estudiar la codependencia entre los shocks del petróleo y la volatilidad observada en los mercados bursátiles de los países del G20, concluyendo que existe causalidad negativa desde la volatilidad de los mercados bursátiles hacia el del petróleo.

¹⁰ Los errores estándar se calculan en base a la distribución asintótica del estimador QML demostrada por los autores White et al. (2015) en el Teorema 2 de su trabajo, donde se demuestra que debido a este comportamiento asintótico el error estándar puede describirse como $\varepsilon_{i,t} = Y_{i,t} - q_{i,t}(\cdot, \alpha^*)$.

encontramos codependencia en las colas de las distribuciones de ambos mercados, viéndose el $Var_{1\%}$ del WTI condicionado por el $Var_{1\%}$ del índice de mercado de China del día anterior.

Tabla 5. Resultado de la estimación VAR de $Var_{12}(1,1)$ y el error estándar de la misma

Brasil				
c_1 -0.1084 (0.2571)	a_{11} -0.2675*** (0.0624)	a_{12} 0.0578 (0.1569)	b_{11} 0.8333*** (0.0799)	b_{12} 0.1128 (0.1658)
c_2 -0.2099*** (0.0794)	a_{21} -0.0274 (0.0672)	a_{22} -0.2599*** (0.0911)	b_{21} 0.0004 (0.0430)	b_{22} 0.8613*** (0.0617)
Rusia				
c_1 -0.2258 (0.1632)	a_{11} -0.2020*** (0.0568)	a_{12} -0.0706* (0.0425)	b_{11} 0.8817*** (0.0556)	b_{12} -0.0003 (0.0312)
c_2 -0.1329 (0.1341)	a_{21} -0.0752 (0.0916)	a_{22} -0.3332*** (0.1111)	b_{21} -0.0223 (0.0467)	b_{22} 0.8864*** (0.0477)
India				
c_1 -0.2283** (0.1097)	a_{11} -0.2305* (0.1253)	a_{12} -0.0817 (0.2656)	b_{11} 0.8927*** (0.0593)	b_{12} -0.0218 (0.0786)
c_2 -0.1031 (0.0915)	a_{21} 0.0001 (0.0395)	a_{22} -0.4787*** (0.1307)	b_{21} 0.0080 (0.0204)	b_{22} 0.8180*** (0.0618)
China				
c_1 -0.1966* (0.1076)	a_{11} -0.1853** (0.0730)	a_{12} -0.1440** (0.0585)	b_{11} 0.9211*** (0.0348)	b_{12} -0.0470** (0.0214)
c_2 -0.0503 (0.0510)	a_{21} -0.0003 (0.0342)	a_{22} -0.1419*** (0.0534)	b_{21} -0.0061 (0.0158)	b_{22} 0.9622*** (0.0192)
Sudáfrica				
c_1 -0.1975 (0.2884)	a_{11} -0.2363 (0.2120)	a_{12} -0.0452 (0.2596)	b_{11} 0.8761*** (0.1375)	b_{12} 0.0301 (0.1270)
c_2 -0.1029* (0.0530)	a_{21} 0.0000 (0.0233)	a_{22} -0.2407*** (0.0659)	b_{21} -0.0037 (0.0139)	b_{22} 0.9006*** (0.0258)

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Profundizando más en los resultados obtenidos, realizamos diferentes contrastes de significatividad conjunta utilizando el contraste de Wald. Este es un contraste de hipótesis que busca validar si uno o varios parámetros del modelo toman un valor concreto, para ello se compara el estimador $\hat{\theta}$ del parámetro(s) de interés θ con el valor propuesto θ_0 , bajo la

suposición de que la diferencia tipificada entre ambos sigue aproximadamente una distribución normal y, en consecuencia, que el cuadrado de la diferencia se distribuye como una chi-cuadrado.

En el contexto univariante, el estadístico correspondiente al test de Wald es

$$\frac{(\hat{\theta} - \theta_0)^2}{Var(\hat{\theta})} \quad (26)$$

que sigue una distribución chi-cuadrado con 1 grado de libertad. Y, en el contexto multivariante, el contraste simultáneo sobre varios parámetros se realiza empleando la matriz de varianzas-covarianzas, donde la distribución es una chi-cuadrado con tantos grados de libertad como parámetros a contrastar¹¹.

En nuestro caso, los resultados de los contrastes de significatividad de Wald empleados se muestran en la Tabla 6.

Tabla 6. P-valores obtenidos en los contrastes de significatividad conjunta para el VAR de $Var_{12}(1,1)$

	Significatividad conjunta: $H_0: a_{12} = a_{21} = b_{12} = b_{21} = 0$	Significatividad del spillover de la rentabilidad absoluta: $H_0: a_{12} = a_{21} = 0$	Significatividad del spillover del VaR: $H_0: b_{12} = b_{21} = 0$
Brasil	0.6590	0.8652	0.7926
Rusia	0.0351**	0.1546	0.8477
India	0.9323	0.9536	0.9009
China	0.1315	0.0480**	0.0842*
Sudáfrica	0.9802	0.9849	0.9400

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

En general, para los análisis realizados no rechazamos la hipótesis nula conjunta de que los coeficientes son iguales a cero a los niveles de significación del 1%, 5% y 10%. Sin embargo, existen dos excepciones: 1) para el caso de Rusia se rechaza la hipótesis nula de significatividad conjunta con un nivel de significación del 5%, concluyendo que existe codependencia en las colas de las distribuciones de ambos mercados con un desfase de 1 día, y 2) China presenta spillovers estadísticamente significativos tanto de la rentabilidad absoluta como del VaR, retardados ambos un periodo, de manera que, aunque bajo una hipótesis conjunta no resulten significativos, desagregándolos sí parece existir codependencia en las colas de las distribuciones de rentabilidad y de riesgo entre el mercado chino y el del petróleo con 1 día de diferencia.

A continuación, se muestran los $VaR_{1\%}$ de los distintos índices BRICS estimados en cada VAR de $Var(1,1)$ considerando el primer retardo (Figura 2) y sus principales estadísticos descriptivos (Tabla 7) y el $VaR_{1\%}$ del WTI estimado a través de los distintos parámetros obtenidos en cada uno de los sistemas autorregresivos calculados con cada país BRICS (Figura 3) y sus principales estadísticos descriptivos (Tabla 8).

¹¹ Para más detalle consultar Wald (1943).

Figura 2. Representación del $VaR_{1\%}$ estimado con un modelo VAR de $VaR_{12}(1,1)$ para los diferentes índices de mercado BRICS

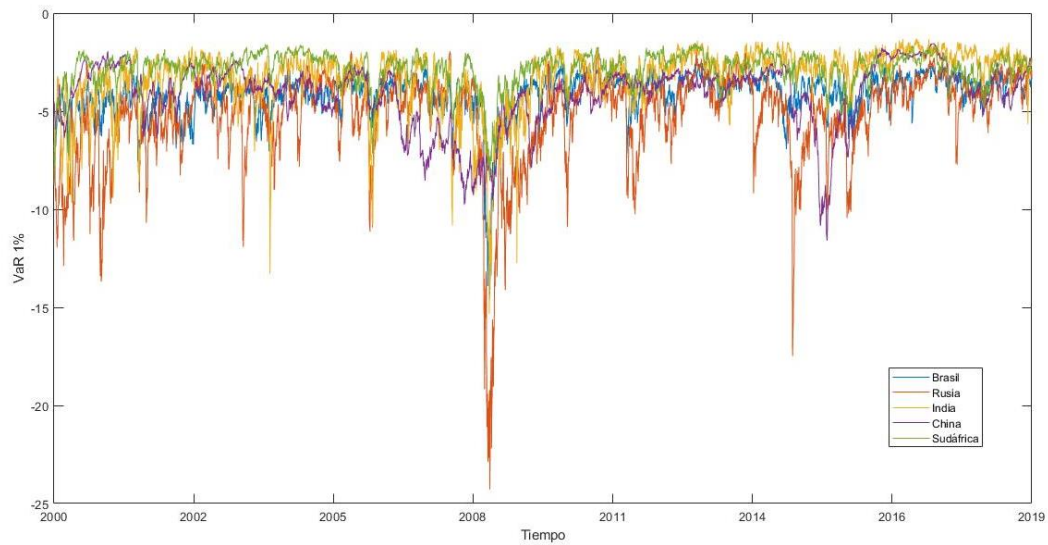


Tabla 7. Estadísticos descriptivos del $VaR_{1\%}$ estimado con un modelo VAR de $VaR_{12}(1,1)$ para los diferentes índices de mercado BRICS

	VaR _{1%} de los BRICS				
	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
Media	-4.16	-5.27	-3.31	-4.16	-2.84
Mediana	-3.95	-4.63	-2.85	-3.77	-2.61
Desv. típica	1.13	2.42	1.57	1.61	0.88
Máximo	-2.31	-1.72	-1.30	-1.54	-1.51
Mínimo	-14.61	-24.28	-15.33	-11.60	-8.74

Figura 3. Representación del $VaR_{1\%}$ estimado con un modelo VAR de $VaR_{12}(1,1)$ para el WTI utilizando variables explicativas de diferentes países BRICS

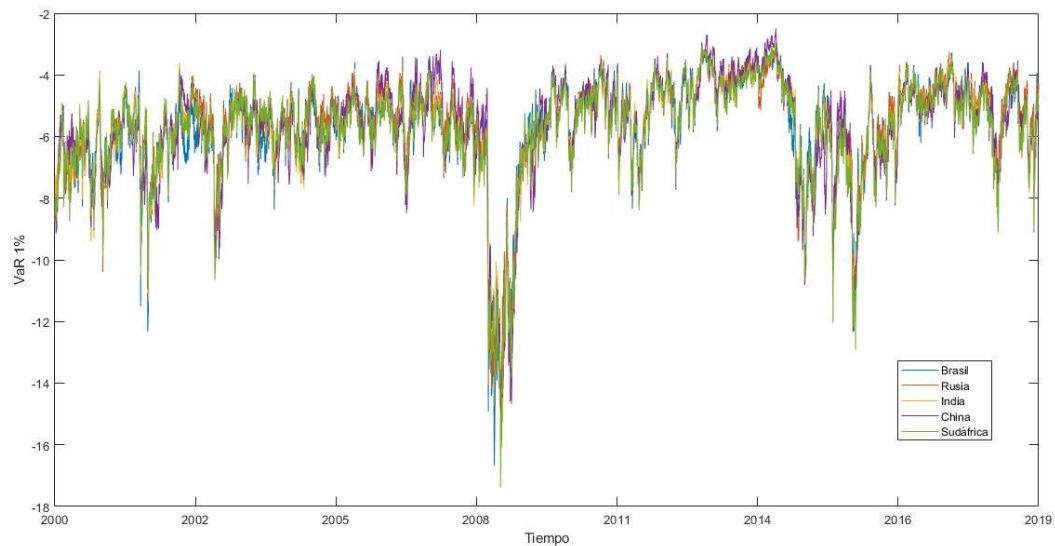


Tabla 8. Estadísticos descriptivos del $VaR_{1\%}$ estimado con un modelo VAR de $VaR_{12}(1,1)$ para el WTI utilizando variables explicativas de diferentes países BRICS

	$VaR_{1\%}$ del WTI				
	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
Media	-5.70	-5.56	-5.73	-5.71	-5.75
Mediana	-5.40	-5.23	-5.42	-5.40	-5.42
Desv. típica	1.69	1.63	1.67	2.42	1.67
Máximo	-2.97	-2.31	-3.05	-2.50	-3.00
Mínimo	-17.33	-15.92	-16.87	-16.05	-17.39

En general, ambas gráficas de cuantiles revelan claramente el fuerte aumento del riesgo durante la crisis económica de 2008.

En concreto, fijándonos en la Tabla 7, observamos que el $VaR_{1\%}$ de los países BRICS de mayor riesgo es el correspondiente a Rusia, con una media de -5.27, una desviación típica de 2.42 y un mínimo de -24.28. Esta conclusión coincide con que es el país con mayor volatilidad en la rentabilidad de entre los mercados BRICS y con la literatura previa de referencia¹², donde Rusia se sitúa entre los países BRICS con mayor riesgo ligado a los cambios en el petróleo. El rendimiento de la bolsa de valores de Rusia y su volatilidad son muy susceptibles al bajo rendimiento financiero u otros desarrollos adversos en el petróleo, lo que puede deberse a que gran parte de su actividad económica depende de este (primer exportador mundial) y a que la bolsa de valores rusa tiene una gran concentración de compañías productoras de petróleo. Mientras que el de menor riesgo es el índice bursátil de Sudáfrica, con una media de -2.84, una desviación típica de 0.88 y un mínimo de -8.74, coincidente con la menor volatilidad en la rentabilidad de entre los mercados bursátiles BRICS.

Más concretamente, en la Figura 3 se representan los $VaR_{1\%}$ del WTI estimados con diferentes regresiones dado que las variables explicativas son diferentes (pertenecen a diferentes mercados), en esta se puede observar que en media (Tabla 8) el que presenta mayor riesgo es el VaR del WTI explicado a través de Sudáfrica, lo cual puede deberse a que el mínimo VaR estimado del WTI es el que surge de la regresión con el mercado sudafricano. Sin embargo, es el VaR del WTI explicado por China el que presenta mayor volatilidad a lo largo del periodo estimado.

Adicionalmente, extendemos el análisis VAR de VaR a los retardos 2, 3, 4 y 5, debido a que los resultados obtenidos en el contraste del cuantilograma cruzado señalan que existe capacidad predictiva entre mercados en horizontes temporales más allá de 1 día, por lo que es relevante mirar la relación VAR de VaR en más retardos.

Si realizamos la misma estimación del VAR de VaR que anteriormente (VAR de VaR_{12}), pero en este caso variando el retardo a tomar, obtenemos diferentes conclusiones¹³. En la Tabla 9 se muestran los p-valores resultantes del test de Wald de los estimadores del VAR de VaR con cada uno de los distintos retardos para cada una de las combinaciones petróleo-stock de los distintos países BRICS (25).

¹² Ramaprasad y Biljana (2010), Pan (2014), Mensi et al. (2016), Kang et al. (2016) y Ji et al. (2018a).

¹³ Para más detalle de la estimación ver Tablas A2-A5 de Anexos.

Tabla 9. P-valores de los contrastes de significatividad conjunta para el VAR de $Var_{12}(1,1)$ en el que tomamos diferente retardo, el 2º, 3º, 4º y 5º retardo

		Significatividad conjunta: $H_0: a_{12} = a_{21} = b_{12} = b_{21} = 0$	Significatividad del spillover de la rentabilidad absoluta: $H_0: a_{12} = a_{21} = 0$	Significatividad del spillover del VaR: $H_0: b_{12} = b_{21} = 0$
2º retardo	Brasil	0.2211	0.8761	0.8524
	Rusia	0.0000***	0.0000***	0.1595
	India	0.2014	0.0806*	0.1331
	China	0.0161**	0.0062***	0.0952*
	Sudáfrica	0.1888	0.8133	0.5042
3º retardo	Brasil	0.6556	0.6760	0.7435
	Rusia	0.0019***	0.0070***	0.7513
	India	0.4443	0.8811	0.9475
	China	0.0003***	0.0000***	0.0004***
	Sudáfrica	0.5545	0.8926	0.3047
4º retardo	Brasil	0.5812	0.7899	0.6248
	Rusia	0.1435	0.0350**	0.3216
	India	0.0013***	0.0455**	0.0009***
	China	0.7836	0.4833	0.6358
	Sudáfrica	0.0025***	0.0073***	0.0018***
5º retardo	Brasil	0.0598**	0.0601*	0.3051
	Rusia	0.0028***	0.6074	0.9409
	India	0.0386**	0.0154**	0.0153**
	China	0.5869	0.5886	0.4520
	Sudáfrica	0.0053***	0.0249**	0.9505

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Como se observa en la Tabla 9, las conclusiones a extraer varían en función del país BRICS y del retardo que se tome en consideración. No obstante, para todos los índices y para alguno de los retardos, rechazamos la hipótesis nula conjunta de que los coeficientes son iguales a cero, lo que significa que en todos los casos se concluye que existe cierta codependencia en las colas de las distribuciones entre ambos mercados.

Entrando en mayor profundidad, el caso de Brasil resulta ser el de menor dependencia en la relación WTI-BRICS de entre todos los índices, dado que solo para el quinto retardo se encuentra cierta codependencia. La hipótesis nula del contraste de significatividad conjunta y la del contraste de significatividad de spillover de rentabilidad absoluta en el caso del quinto retardo, se rechazan, esto es, dichos parámetros son estadísticamente significativos al 5% y al 10%, respectivamente, existiendo codependencia en las colas de las distribuciones del mercado del WTI y de Brasil con un desfase de cinco días.

Por otro lado, con respecto a Rusia, se rechaza la hipótesis nula del contraste de significatividad conjunta en todos los retardos al nivel de significación del 1%, mismo resultado obtenido anteriormente para el primer retardo, excepto para el cuarto retardo. A su vez, también presenta spillovers significativos de rentabilidad absoluta en el segundo, tercer y cuarto

retardo. Ambos resultados, nos llevan a concluir que existe una fuerte codependencia en las colas de las distribuciones de este mercado y del petróleo para el primer, segundo, tercer y quinto retardo.

Para el caso de India, parece existir mayor codependencia en las colas en los retardos cuarto y quinto, dado que son los casos donde rechazamos la hipótesis nula conjunta de que los coeficientes son iguales a cero al nivel de significación del 1% y del 5%, respectivamente. Sin embargo, también son significativos los parámetros de spillover de rentabilidad absoluta en el segundo, cuarto y quinto retardo, y los parámetros de spillover de cuantil para el cuarto y quinto retardo. En conclusión, existe una fuerte codependencia en las colas de las distribuciones entre el mercado del WTI y el índice de mercado de India con un desfase de 4 y 5 días, principalmente.

En el caso de China, son en el segundo y el tercer retardo donde se rechaza la hipótesis nula de significatividad conjunta al nivel de significación del 5% y 1%, respectivamente, y presenta spillovers significativos de rentabilidades absolutas retardadas y de cuantiles retardados. En resumen, tanto a nivel global como desagregándolo por tipo de spillover, existe codependencia en las colas entre el mercado chino y el del petróleo para los retardos 2 y 3, a lo que se suma la significatividad encontrada en el primer retardo.

Por último, con respecto al mercado sudafricano, la relación en las colas de las distribuciones se da en el cuarto y quinto retardo, donde, en el primer caso, todos los parámetros resultan significativos tanto a nivel global como desagregando por tipo de spillover, y en el segundo caso, resultan significativos a nivel conjunto y para el spillover de rentabilidad absoluta. Por tanto, existe codependencia en las colas de las distribuciones entre los mercados WTI y de Sudáfrica con un desfase de 4 y 5 días.

De los resultados obtenidos en cada uno de los VAR de VaR estimados con anterioridad, confirmamos la existencia de codependencia en las colas de las distribuciones entre el mercado del petróleo y todos los índices de mercado de los países BRICS, siendo más notoria en los primeros retardos para el caso de China, en los últimos retardos para los casos de Brasil, India y Sudáfrica, y resultando indiferente con respecto a los retardos para el caso de Rusia.

Los resultados del análisis VAR de VaR para cada uno de los anteriores retardos ilustran la fuerte relación que existe entre las distribuciones de rentabilidad y de riesgo entre los mercados de interés, existiendo en todos los casos codependencia significativa en las colas entre mercados.

Consecuentemente, analizamos la capacidad predictiva del WTI con respecto a los mercados bursátiles de los países BRICS, esto es, la transmisión de riesgo del mercado del petróleo al mercado de valores de los países BRICS. Para ello, debido al orden establecido entre las series en la estimación VAR de VAR, encontramos esta en los parámetros de spillover del WTI que modelan el riesgo de los índices BRICS. Con este fin, realizamos el contraste de significatividad de Wald sobre estos parámetros, obteniendo los siguientes resultados,

Tabla 10. P-valores de los contrastes de significatividad conjunta de los parámetros de spillovers del WTI del VAR de $VaR_{12}(1,1)$ en el que tomamos diferente retardo, el 1º, 2º, 3º, 4º y 5º retardo

	Significatividad conjunta de los parámetros de los spillovers del WTI: $H_0: a_{21} = b_{21} = 0$				
	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
1º retardo	0.3207	0.3402	0.4097	0.1635	0.6257
2º retardo	0.4935	0.0043***	0.1395	0.5877	0.2617
3º retardo	0.2905	0.3267	0.3171	0.0001***	0.8422
4º retardo	0.1916	0.0132**	0.0002***	0.5706	0.0054***
5º retardo	0.1033	0.1124	0.0288**	0.2683	0.0681*

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Los resultados mostrados en la Tabla 10 tratan de ilustrar la dirección en la que se da la transmisión de riesgo, en este caso, conocer si el mercado del petróleo posee capacidad predictiva con respecto al mercado de valores de los países BRICS.

Con respecto al mercado bursátil brasileño, no rechazamos la hipótesis nula de que los coeficientes de spillover de riesgo son iguales a cero para ninguno de los retardos, lo que significa que el mercado del petróleo no posee capacidad predictiva sobre el índice de mercado brasileño. Por el contrario, para el resto de los países BRICS sí que existe cierta transmisión de riesgo en alguno de los retardos.

En el caso de Rusia, es para el segundo y cuarto retardo donde se observa transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo hacia el mercado bursátil ruso. Lo que implica que un incremento/descenso del riesgo anteayer y hace 4 días en el mercado del petróleo, conlleva un incremento/descenso probable del riesgo en este mercado bursátil hoy.

Por otro lado, el mercado de valores de India y el mercado de valores sudafricano, se ven influenciados por el riesgo del mercado del petróleo en el cuarto y quinto retardo, dado que es para estos donde en ambos mercados la transmisión de riesgo resulta significativa.

Y, por último, con respecto al mercado chino, existe transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo hacia el mercado bursátil en el tercer retardo, por lo que, el riesgo experimentado en el mercado del petróleo hace 3 días, es un indicador predictivo del riesgo sucedido hoy en el mercado de valores chino.

En conclusión, observando los análisis realizados con respecto al VAR de VaR (VAR de VaR_{12}) se observa transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo hacia todos los mercados bursátiles de los países BRICS, a excepción de Brasil. Este hecho resalta cómo el modelo de cuantiles multivariantes puede detectar dinámicas que los modelos de cuantiles univariantes no pueden recoger.

Por último, dada la notable existencia de transmisión de riesgo entre mercados, tratamos de recoger toda la estructura de interdependencia existente entre estos en un VAR de VaR en el que para cada uno de los pares WTI-BRICS se tiene en cuenta simultáneamente los 5 retardos más recientes, tanto de la rentabilidad absoluta retardada como del cuantil

retardado¹⁴. Los resultados obtenidos de los contrastes de Wald de significatividad se recogen en la Tabla 11.

Tabla 11. P-valores de los contrastes de significatividad conjunta del VAR de $Var_{12}(5,5)$

	Significatividad conjunta: $H_0: a_{12} = a_{14} = a_{16}$ $= a_{18} = a_{20} = a_{21}$ $= a_{23} = a_{25} = a_{27}$ $= a_{30} = b_{12} = b_{14}$ $= b_{16} = b_{18} = b_{20}$ $= b_{21} = b_{23} = b_{25}$ $= b_{27} = b_{29} = 0$	Spillover de la rentabilidad absoluta retardada: $H_0: a_{12} = a_{14}$ $= a_{16} = a_{18}$ $= a_{20} = a_{21}$ $= a_{23} = a_{25}$ $= a_{27} = a_{30} = 0$	Spillover del cuantil retardado: $H_0: b_{12} = b_{14} = b_{16}$ $= b_{18} = b_{20} = b_{21}$ $= b_{23} = b_{25} = b_{27}$ $= b_{29} = 0$
Brasil	0.9981	0.9981	1.0000
Rusia	0.7844	0.9040	0.9997
India	0.9999	0.9999	1.0000
China	0.9995	0.9991	1.0000
Sudáfrica	0.8282	0.9334	1.0000

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Sin embargo, a través de este análisis, no encontramos dependencia entre mercados. Para ninguno de los contrastes y para ninguno de los índices de mercado, concluimos que no se pueda rechazar la hipótesis nula de que los coeficientes son iguales a cero a ningún nivel de significación considerado, lo que significa que, si se toman todos los retardos hasta los 5 días previos simultáneamente, no existe ni codependencia en las colas de las distribuciones ni transmisión de riesgo entre los mercados, consecuentemente. Esto puede deberse a la distinta repercusión que posee el tiempo en la relación WTI-BRICS, dado que, como se ha observado antes, la codependencia y la transmisión de riesgo existen para cada mercado, pero en distintos retardos.

4.3.2. Capacidad predictiva del mercado bursátil de los países BRICS

En este apartado, estudiamos la dirección contraria de la transmisión de riesgo, esto es, la capacidad predictiva del riesgo de los mercados bursátiles BRICS con respecto al riesgo del mercado del petróleo. Para esto, consideramos la estructura autorregresiva de manera que la primera regresión modela el cuantil 1% del BRICS correspondiente y la segunda el cuantil 1% del índice del petróleo (VAR de Var_{21}), tal que,

$$\begin{aligned}
 q_{BRICS,t} &= c_2 + a_{22}|y_{BRICS,t-j}| + a_{21}|y_{WTI,t-j}| + b_{22}q_{BRICS,t-j} + b_{21}q_{WTI,t-j}, \\
 q_{WTI,t} &= c_1 + a_{12}|y_{BRICS,t-j}| + a_{11}|y_{WTI,t-j}| + b_{12}q_{BRICS,t-j} + b_{11}q_{WTI,t-j}.
 \end{aligned} \quad (27)$$

¹⁴ Para más detalle de la estimación ver Tabla A6 de Anexos.

Siguiendo la dinámica de análisis del apartado anterior, realizamos la estimación del VAR de VaR variando el retardo a tomar, pero en este caso siendo la primera serie la que modela el riesgo de cada país BRICS y la segunda la que modela el riesgo del WTI. En la Tabla 12 se muestran los p-valores resultantes del test de Wald de los estimadores del VAR de VaR con cada uno de los distintos retardos para cada una de las combinaciones stock de los distintos países BRICS-petróleo¹⁵ (27).

Tabla 12. P-valores obtenidos en los contrastes de significatividad conjunta para el VAR de $VaR_{21}(1,1)$

		Significatividad conjunta: $H_0: a_{21} = a_{12} = b_{21} = b_{12} = 0$	Significatividad del spillover de la rentabilidad absoluta: $H_0: a_{21} = a_{12} = 0$	Significatividad del spillover del VaR: $H_0: b_{21} = b_{12} = 0$
1 ^{er} retardo	Brasil	0.5028	0.9488	0.8513
	Rusia	0.0318**	0.1900	0.9108
	India	0.9149	0.7900	0.7650
	China	0.2984	0.2257	0.1072
	Sudáfrica	0.8027	0.9956	0.8171
2 ^o retardo	Brasil	0.8963	0.8241	0.8179
	Rusia	0.0000***	0.0003***	0.1324
	India	0.1084	0.0739*	0.4224
	China	0.0052***	0.0010***	0.0793*
	Sudáfrica	0.0314**	0.6807	0.3300
3 ^{er} retardo	Brasil	0.5409	0.5911	0.7379
	Rusia	0.0132**	0.0266**	0.9096
	India	0.1836	0.7725	0.9020
	China	0.0020***	0.0005***	0.0027***
	Sudáfrica	0.4049	0.9998	0.3041
4 ^o retardo	Brasil	0.3713	0.7432	0.5699
	Rusia	0.0616*	0.0154**	0.1996
	India	0.0003***	0.0228**	0.0002***
	China	0.8034	0.4598	0.8664
	Sudáfrica	0.0000***	0.0000***	0.0199**
5 ^o retardo	Brasil	0.1361	0.0692	0.2046
	Rusia	0.0083***	0.5885	0.9635
	India	0.0872*	0.0301**	0.0325**
	China	0.5311	0.2900	0.2170
	Sudáfrica	0.0000***	0.0061***	0.1548

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Como se observa en la Tabla 12, las conclusiones nuevamente varían en función del país BRICS y del retardo que se tome en consideración. No obstante, para todos los índices bursátiles a excepción del brasileño, para alguno de los retardos rechazamos la hipótesis nula conjunta de

¹⁵ Para más detalle de la estimación ver Tablas A7-A11 de Anexos.

que los coeficientes son iguales a cero, lo que significa que en todos los casos existe codependencia en las colas de las distribuciones, excepto en el caso de Brasil.

Profundizando en cada caso particular, en el caso de Rusia, se rechaza la hipótesis nula del contraste de significatividad conjunta en todos los retardos al nivel de significación del 10%. A su vez, también presenta spillovers significativos de rentabilidad absoluta en el segundo, tercer y cuarto retardo, al igual que para el anterior VAR de VaR estimado (VAR de VaR_{12}). Ambos resultados, nos llevan a concluir que existe codependencia en las colas de las distribuciones entre este mercado y el del petróleo en todos sus retardos.

Para el caso de India, la mayor codependencia se encuentra en los retardos cuarto y quinto, dado que son los casos donde rechazamos la hipótesis nula conjunta de que los coeficientes son iguales a cero al nivel de significación del 1% y del 10%, respectivamente. Sin embargo, también son significativos los parámetros de spillover de rentabilidad absoluta en el segundo, cuarto y quinto retardo, y los parámetros de spillover de cuantil para el cuarto y quinto retardo. En conclusión, existe una fuerte codependencia en las colas de las distribuciones del índice de mercado de India y del mercado WTI con un desfase de 4 y 5 días, principalmente.

En el caso de China, es en el segundo y el tercer retardo donde se rechaza la hipótesis nula de significatividad conjunta al nivel de significación del 1% y presenta spillovers significativos de rentabilidad absoluta retardada y de cuantil retardado. En resumen, tanto a nivel global como desagregándolo por tipo de spillover, existe codependencia en las colas de las distribuciones del mercado chino y del petróleo para los retardos 2 y 3.

Por último, con respecto al mercado sudafricano, la codependencia en las colas se da en el segundo, cuarto y quinto retardo, donde, con un nivel de significación del 5% se rechaza la hipótesis nula conjunta. Por otro lado, todos los parámetros resultan significativos por tipo de spillover en el cuarto retardo, y, tan solo el spillover de rentabilidad absoluta, en el quinto retardo. Por tanto, existe codependencia en las colas de las distribuciones de los mercados WTI y de Sudáfrica con un desfase de 2, 4 y 5 días.

De los resultados obtenidos en cada uno de los VAR de VaR estimados con anterioridad (VAR de VaR_{21}) se concluye que en casi todos los índices de mercado de los países BRICS existe codependencia en las colas con el mercado del petróleo, siendo más fuerte en los últimos retardos para los casos de India y Sudáfrica, en los retardos intermedios para China, con indiferencia del retardo para Rusia e inexistente para el caso brasileño.

Nuevamente, los resultados ponen en evidencia cómo el modelo de cuantiles multivariantes puede detectar dinámicas que los modelos de cuantiles univariantes no pueden recoger.

Consecuentemente, analizamos la direccionalidad de dicha transmisión de riesgo, en este caso, dado el orden del VAR de VaR propuesto (VAR de VaR_{21}), se estudia la capacidad predictiva del riesgo del mercado bursátil de cada uno de los países BRICS sobre el riesgo del mercado del petróleo, por ello realizamos el contraste de significatividad de Wald sobre los parámetros de spillover de la serie BRICS, obteniendo los siguientes resultados,

Tabla 13. P-valores de los contrastes de significatividad conjunta de los parámetros de spillovers de los mercados BRICS del VAR de $VaR_{21}(1,1)$ en el que tomamos diferente retardo, el 1º, 2º, 3º, 4º y 5º retardo

	Significatividad conjunta de los parámetros de los spillovers de los mercados BRICS: $H_0: a_{12} = b_{12} = 0$				
	Brasil	Rusia	India	China	Sudáfrica
1 ^{er} retardo	0.2497	0.0110**	0.7564	0.1042	0.4787
2º retardo	0.7171	0.0001***	0.1094	0.0010***	0.0128**
3 ^{er} retardo	0.3097	0.0025***	0.0669*	0.0296**	0.1501
4º retardo	0.3147	0.7941	0.6194	0.5430	0.0000***
5º retardo	0.0685*	0.0045***	0.7050	0.4550	0.0000***

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Los resultados mostrados en la Tabla 13 tratan de ilustrar la posible transmisión de riesgo desde los mercados bursátiles BRICS hacia el mercado WTI.

Con respecto al mercado bursátil brasileño, solo se rechaza la hipótesis nula de que los coeficientes de spillover son iguales a cero para el quinto retardo y con un nivel de significación del 10%. Lo que hace que, junto con la inexistencia de codependencia, descartamos la existencia de transmisión de riesgo desde el mercado bursátil brasileño hacia el del petróleo. Por otro lado, al igual que Brasil, India muestra transmisión de riesgo significativa del mercado de valores al mercado petrolero en un solo retardo, en este caso, en el tercero.

Por el contrario, en el caso de Rusia, para todos los retardos, excepto en el cuarto, se observa transmisión de riesgo desde el mercado bursátil hacia el mercado del petróleo. Lo que implica que un incremento/descenso del riesgo de prácticamente toda la semana pasada en el mercado de valores conlleva un incremento/descenso probable del riesgo del mercado del petróleo hoy.

Con respecto al mercado de valores chino, existe transmisión de riesgo hacia el mercado del petróleo en el segundo y tercer retardo, lo que implica que el riesgo del mercado de petróleo depende no solo de su información pasada sino de lo sucedido en el mercado bursátil chino hace 2 y 3 días.

Y, por último, con respecto al mercado sudafricano, existe transmisión de riesgo desde el mercado de valores hacia el mercado petrolero en el segundo, cuarto y quinto retardo, por lo que, el riesgo experimentado en el mercado de valores de Sudáfrica hace 2, 4 y 5 días es un indicador predictivo del riesgo sucedido hoy en el mercado del petróleo.

En conclusión, observando los análisis realizados con respecto al VAR de VaR (VAR de VaR_{21}) se observa una notoria transmisión de riesgo desde el mercado bursátil de los países BRICS hacia el mercado del petróleo, a excepción de Brasil, el cual no muestra relación significativa con el mercado del petróleo.

Nuevamente, dada la notable existencia de codependencia y transmisión de riesgo entre mercados, tratamos de estudiar toda la estructura de interdependencia existente entre mercados en un VAR de VaR en el que para cada uno de los pares BRICS-WTI se tiene en cuenta simultáneamente los 5 retardos más recientes tanto de la rentabilidad absoluta retardada como

del cuantil retardado¹⁶. Los resultados obtenidos de los contrastes de Wald de significatividad se recogen en la Tabla 14.

Tabla 14. P-valores de los contrastes de significatividad conjunta del VAR de VaR₂₁ (5,5)

	Significatividad conjunta: $H_0: a_{12} = a_{14} = a_{16}$ $= a_{18} = a_{20} = a_{21}$ $= a_{23} = a_{25} = a_{27}$ $= a_{30} = b_{12} = b_{14}$ $= b_{16} = b_{18} = b_{20}$ $= b_{21} = b_{23} = b_{25}$ $= b_{27} = b_{29} = 0$	Spillover de la rentabilidad absoluta retardada: $H_0: a_{12} = a_{14}$ $= a_{16} = a_{18}$ $= a_{20} = a_{21}$ $= a_{23} = a_{25}$ $= a_{27} = a_{30} = 0$	Spillover del cuantil retardado: $H_0: b_{12} = b_{14} = b_{16}$ $= b_{18} = b_{20} = b_{21}$ $= b_{23} = b_{25} = b_{27}$ $= b_{29} = 0$
Brasil	0.9484	0.9438	1.0000
Rusia	1.0000	0.9998	1.0000
India	1.0000	1.0000	1.0000
China	0.9998	0.8126	0.9998
Sudáfrica	0.9948	0.9718	0.9948

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Una vez más, no encontramos dependencia entre mercados a través de este análisis. Para todos los contrastes y para todos los índices de mercado, se concluye que no se rechaza la hipótesis nula de que los coeficientes son iguales a cero a cualquier nivel de significación, lo que significa que no existe codependencia entre los mercados de interés y que, por tanto, no se observa transmisión de riesgo entre los mercados si se consideran todos los retardos simultáneamente hasta los 5 días previos. Esto puede deberse nuevamente a la distinta repercusión que posee el tiempo en la relación BRICS-WTI, dado que, como se ha concluido antes, la transmisión de riesgo existe en cada mercado en distintos retardos.

Como conclusión de las estimaciones VAR de VaR realizadas en ambas direcciones, encontramos que, de los resultados obtenidos del VAR de VaR₁₂ y de los correspondientes contrastes realizados, pese a existir cierta codependencia entre mercados con 5 días de diferencia, no existe transmisión de riesgo del mercado del petróleo al mercado bursátil brasileño. Por otro lado, en el caso del mercado ruso, existe codependencia en las colas entre mercados para casi todos los retardos, sin embargo, la transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo se encuentra únicamente para el segundo y cuarto retardo. En el caso de India, se deduce que la codependencia existente en el cuarto y quinto retardo viene motivada por la transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo hacia este mercado de valores. En China, pese a existir codependencia en la cola de ambos mercados en los tres primeros retardos, se observa que la transmisión de riesgo del mercado del petróleo solo existe para el tercer retardo. Y, por último, como en el caso de India, se deduce que la codependencia existente entre el mercado del petróleo y el sudafricano en el cuarto y quinto retardo viene explicada principalmente por la transmisión de riesgo desde el mercado WTI hacia este mercado bursátil.

¹⁶ Para más detalle de la estimación ver Tabla A12 de Anexos.

De manera complementaria, dado el resultado de la estimación del VAR de VaR_{21} y de los contrastes realizados con respecto a este, podemos concluir que, en Brasil, pese a existir transmisión de riesgo significativa desde el mercado bursátil brasileño hacia el mercado del petróleo en el quinto retardo, no se ha encontrado codependencia entre mercados, por lo que descartamos la existencia de transmisión de riesgo desde el mercado bursátil brasileño hacia el mercado del petróleo. Para el caso de Rusia, existe una fuerte dependencia en todos los retardos entre ambos mercados y, además, esta parece venir justificada por la transmisión de riesgo desde el mercado bursátil hacia el mercado del petróleo. Observando lo obtenido en el caso de India, existe codependencia en las colas entre mercados para el cuarto y quinto retardo, sin embargo, la transmisión de riesgo desde el mercado BRICS hacia el WTI se da en el tercer retardo, por lo que no consideramos que esta relación venga explicada por la transmisión de riesgo desde el país BRICS. Mientras que, para China, las colas de las distribuciones de ambos mercados están fuertemente correlacionadas para el segundo y tercer retardo, donde se encuentra la transmisión de riesgo desde el mercado bursátil chino hacia el del petróleo, creyendo que este es el motivo del comovimiento entre mercados. Y, finalmente, para Sudáfrica, al igual que en China, en los casos de los retardos donde encontramos codependencia en las colas, existe una fuerte transmisión de riesgo desde el mercado bursátil hacia el del petróleo, pudiendo ser este el motivo del comovimiento entre mercados.

Por lo que, tratando de unificar ambos análisis VAR de VaR, encontramos transmisión de riesgo desde el mercado del petróleo hacia el mercado bursátil únicamente en el caso de India. Por el contrario, consideramos una notoria transmisión de riesgo desde los mercados bursátiles de Rusia y China hacia el mercado del petróleo. Y consideramos esta transmisión de manera bilateral para el caso de Sudáfrica, puesto que existe firme transmisión de riesgo desde ambos mercados. Por último, y en contraposición al resto de países BRICS, no encontramos transmisión de riesgo entre el mercado del petróleo y el mercado brasileño.

4.4. Resultados de las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil

Adicionalmente, estudiamos las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil¹⁷, con el fin de conocer la persistencia de los shocks en los cuantiles en aquellos casos en los que hemos encontrado transmisión de riesgo a través del estudio VAR de VaR, en concreto, en los retardos donde esta ha resultado más significativa para cada uno de los casos. Por ello, estudiamos la repercusión de un shock en el mercado WTI hace 4 días sobre el mercado bursátil indio actual, la repercusión de un shock en el mercado de valores de Rusia y China hace 2 días sobre el mercado WTI actual y, por último, realizamos ambos estudios para el caso de Sudáfrica sobre el cuarto retardo.

Las Figuras 4-8 muestran la respuesta a un shock negativo de 2 desviaciones estándar en el $VaR_{1\%}$ (y los intervalos de confianza del 95% asociados). El eje horizontal mide el tiempo (expresado en días), mientras que el eje vertical mide el cambio en los cuantiles 1% de los mercados (expresado en porcentajes de rendimiento), la línea azul indica la respuesta al shock y las líneas restantes representan las bandas de confianza al 95%.

¹⁷ Para la estimación de este se ha adaptado el programa proporcionado por White et al. (2015), el cual se puede encontrar en <http://www.simonemanganelli.org>.

Figura 4. Pseudo-función de respuesta a un impulso de cuantil en el mercado WTI sobre el cuantil 1% del mercado bursátil indio

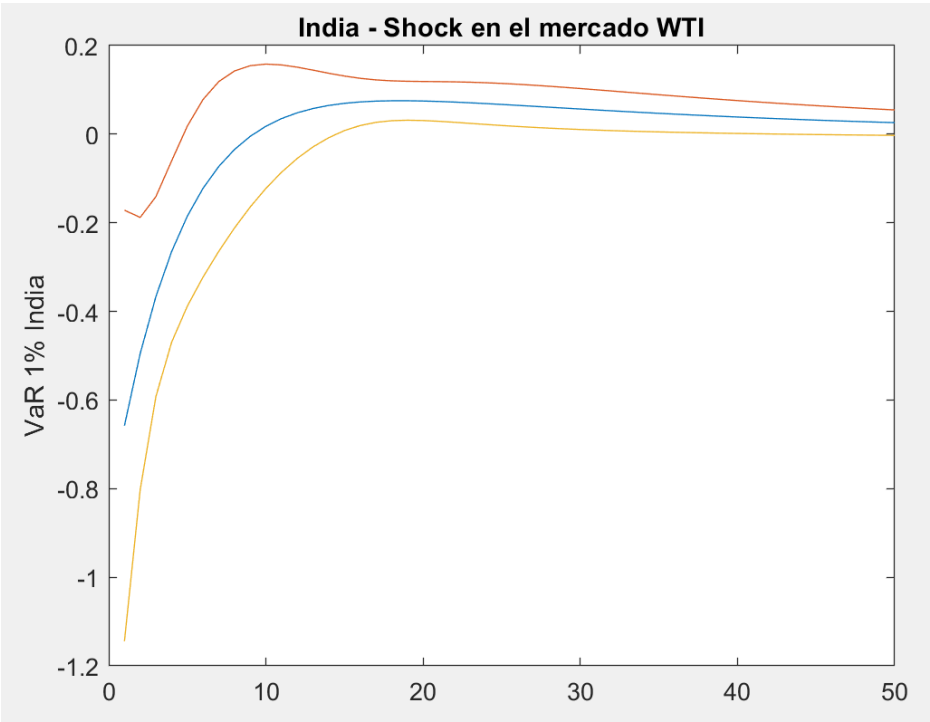


Figura 5. Pseudo-función de respuesta a un impulso de cuantil en el mercado WTI sobre el cuantil 1% del mercado bursátil sudafricano

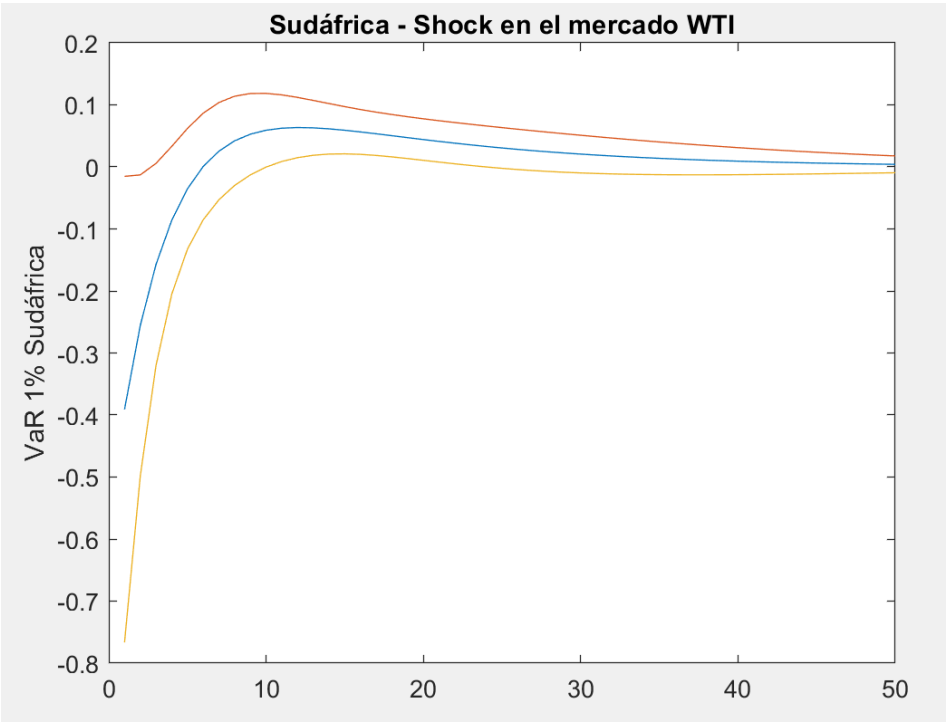


Figura 6. Pseudo-función de respuesta a un impulso de cuantil en el mercado bursátil ruso sobre el cuantil 1% del mercado WTI

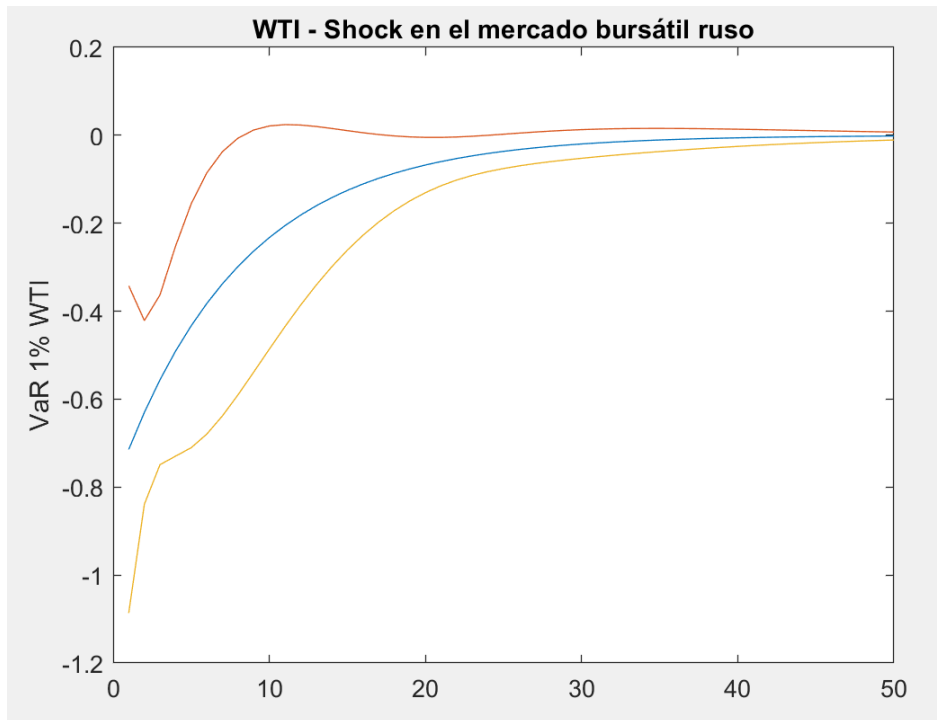


Figura 7 Pseudo-función de respuesta a un impulso de cuantil en el mercado bursátil chino sobre el cuantil 1% del mercado WTI

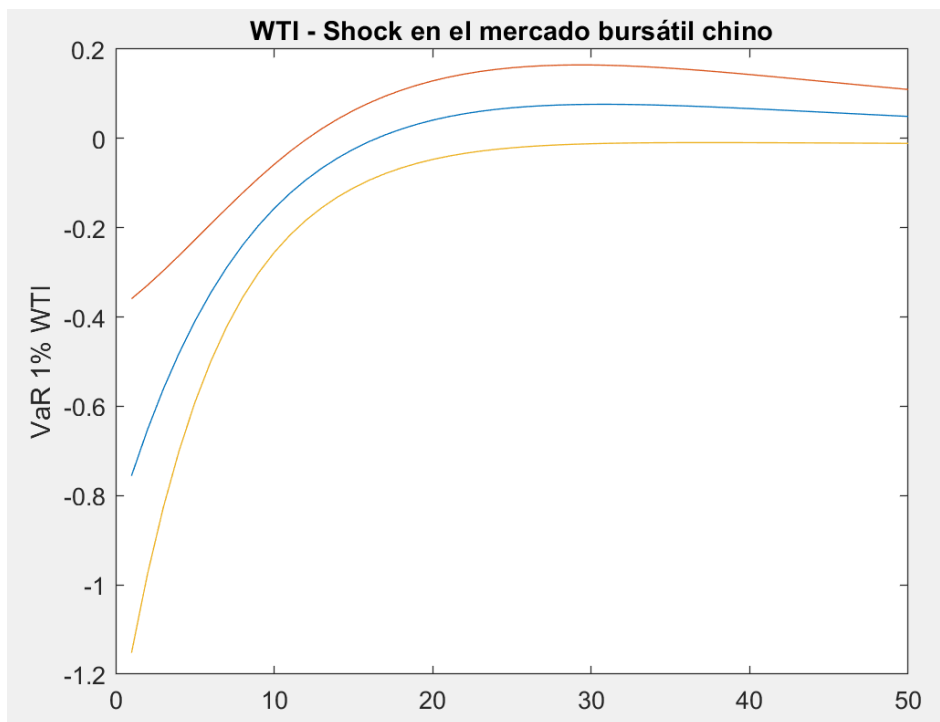
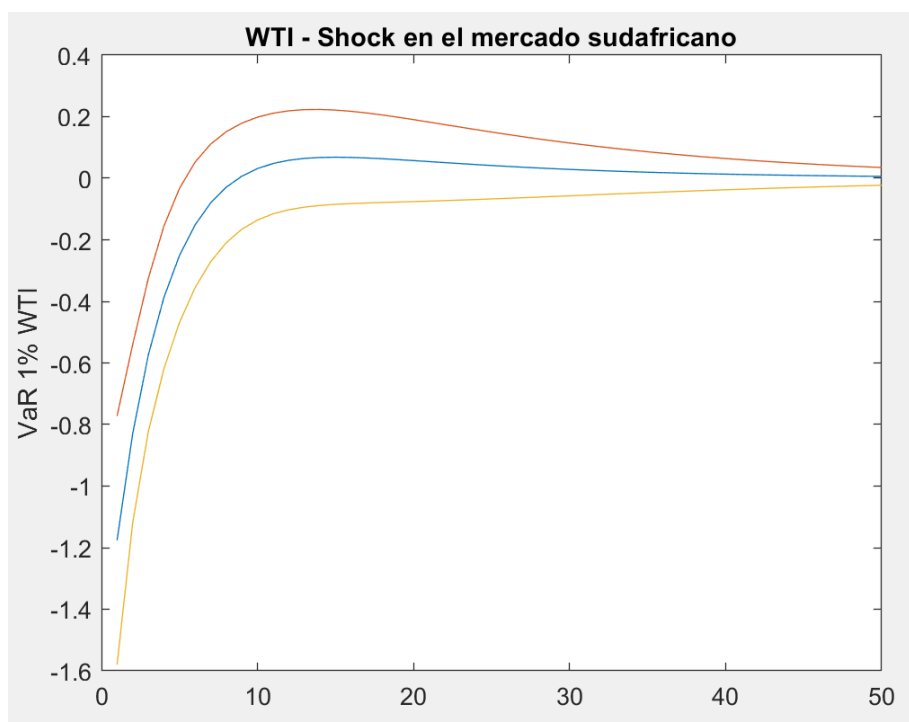


Figura 8. Pseudo-función de respuesta a un impulso de cuantil en el mercado bursátil sudafricano sobre el cuantil 1% del mercado WTI



De estas se concluye que, como se esperaba, existe codependencia en las colas de las distribuciones en todos los casos estudiados, esto es, todos los shocks se encuentran dentro de las bandas de confianza, siendo estadísticamente significativos. Por otra parte, en su gran mayoría, e independientemente de la procedencia del shock, en los casos estudiados la repercusión de los shocks tardan como mínimo 10 días en absorberse por el otro mercado, lo que denota persistencia en los shocks. Esto último se puede observar en que la línea azul que dibuja la trayectoria del shock no alcanza el valor cero hasta 10 días después de producirse este. Esta no es prácticamente cero en el mercado WTI hasta 20 días después de haberse producido un shock en el mercado ruso o chino hace 2 días, siendo estos últimos los casos donde más tiempo toma el mercado del petróleo en asimilar el shock.

También se observa que en Sudáfrica el impacto de un shock en el mercado bursátil sobre el del petróleo (Figura 8) es superior al impacto de un shock en el mercado del petróleo sobre el mercado sudafricano (Figura 5).

5. Conclusiones

Este documento investiga el mecanismo de transmisión de riesgo entre el mercado del petróleo y los mercados bursátiles de los países BRICS. En primer lugar, se aplican estadísticas basadas en la función del cuantilograma cruzado con el fin de realizar un análisis preliminar de la existencia y de la dirección de la transmisión de riesgo entre mercados. Como resultado de estas, del cuantilograma cruzado concluimos con la existencia de cierta codependencia en las colas en el corto plazo entre mercados y de los resultados de la causalidad de Granger en riesgo

se observa una clara transmisión de riesgo entre mercados, sin lograr especificar el sentido de esta.

Posteriormente, analizamos la existencia de transmisión de riesgo mediante la estimación del VAR de VaR (modelo MVQM-CAViaR), modelo innovador no utilizado hasta la fecha para el estudio de la capacidad predictiva entre los índices propuestos. Nuestros resultados empíricos indican una fuerte persistencia en los cuantiles 1% cruzados de ambos mercados, lo cual supone la codependencia en las colas de las distribuciones en todos los países BRICS, a excepción de Brasil. Por otro lado, con respecto a la transmisión de riesgo, los shocks pasados en el mercado del petróleo afectan sustancialmente al $VaR_{1\%}$ del mercado bursátil actual de India, de manera que la transmisión de riesgo se da desde el mercado del petróleo hacia dicho mercado de valores. Con respecto al riesgo en el mercado bursátil de Rusia y China, este tiene poder predictivo sobre el riesgo en el mercado del petróleo dada la existente transmisión desde estos mercados bursátiles hacia el WTI. Y, además, en el caso de Sudáfrica, la transmisión de riesgo encontrada resulta bidireccional, esto es, ambos mercados reciben riesgo del otro, siendo en todos los casos una transmisión persistente en el tiempo, como muestran las pseudo-funciones de respuesta al impulso de cuantil.

Por último, otro mensaje clave que revela este documento es una estructura asimétrica de interdependencia en las colas entre los mercados bursátiles y el del petróleo, lo cual advierte sobre la debilidad de emplear la volatilidad para medir el riesgo de mercado.

Los resultados en este documento ofrecen ideas prácticas e implicaciones de política relevantes para la academia, los responsables políticos y los sectores empresariales. Las perturbaciones en el mercado del petróleo tienen un tremendo impacto en la economía mundial y en los mercados financieros y viceversa. Este documento pone en evidencia y cuantifica la existencia de transmisión sustancial de riesgo entre el mercado del petróleo y ciertos mercados bursátiles, lo cual sugiere la necesidad de políticas sólidas para estabilizar el mercado petróleo/bursátil durante los grandes movimientos de precios en el mercado bursátil/petróleo, así como, la necesidad de buenos instrumentos para cubrir efectivamente las posiciones. Por tanto, comprender la transmisión de riesgo existente y su dirección es esencial para evaluar la estabilidad del mercado.

Los estudios futuros podrían examinar el comportamiento con respecto a otros mercados energéticos, por ejemplo, empleando el gas natural en lugar del petróleo, dada la vinculación entre estos últimos. Debido a la posible variación de patrones de interdependencia de riesgo en el tiempo entre los mercados del petróleo y los mercados bursátiles BRICS, una interesante investigación sería analizar dicha interdependencia a distintos horizontes temporales o en distintas etapas económicas, por ejemplo, considerando la etapa actual de crisis sanitaria provocada por la COVID-19 en el que el precio del barril del crudo alcanzó valores negativos (precio del WTI el 20/04/2020 de -36.98 USD). Además, dado que el método econométrico que adoptamos nos permite conocer la estructura de interdependencia en cualquier cuantil, los estudios futuros también podrían aplicar este marco para diferenciar los patrones de transmisión de riesgo entre series financieras a diferentes niveles de cuantil.

6. Bibliografía

Arouri et al. (2011) Mohamed El Hedi Arouri, Jamel Jouini, Duc Khuong Nguyen (2011). Volatility spillovers between oil prices and stock sector returns: Implications for portfolio management. *Journal of International Money and Finance*. Volume 30, Issue 7, November 2011, Pages 1387-1405.

Bargi y Saghafi (2019) Mohammad Mehdi Bargi Osguie, Reza Saghafi Killvana (2019). "An Appraisal of Downside and Upside Risk Spillovers of Exchange Rates, Crude Oil and Gold Prices on Tehran Stock Exchange". *Quarterly Journal of Applied Theories of Economics, Faculty of Economics, Management and Business, University of Tabriz*, vol. 5(4), pages 143-172.

Boubaker y Raza (2017) Heni Boubaker, Syed Ali Raza (2017). "A wavelet analysis of mean and volatility spillovers between oil and BRICS stock markets". *Energy Economics* Volume 64, Pages 105-117.

Bouri et al. (2018) Elie Bouri, Syed Jawad Hussain Shahzad, Naveed Razab, David Roubaud (2017). "Oil volatility and sovereign risk of BRICS". *Energy Economics*. Volume 70, February 2018, Pages 258-269.

Bouri et al. (2018) Elie Bouri, Donald Lien, David Roubaud, Syed Jawad Hussain Shahzad (2018). "Directional predictability of implied volatility: From crude oil to developed and emerging stock markets". *Finance Research Letters*. Volume 27, December 2018, Pages 65-79.

Diebold y Yilmaz (2012) Francis X. Diebold, Kamil Yilmaz (2012). "Better to give than to receive: Predictive directional measurement of volatility spillovers". *International Journal of Forecasting*. Volume 28, Issue 1, January–March 2012, Pages 57-66.

Ding et al. (2016) Haoyuan Ding, Hyung-Gun Kim, Sung Y.Park (2016). "Crude oil and stock markets: Causal relationships in tails?". *Energy Economics*. Volume 59, September 2016, Pages 58-69.

Du y He (2015) Limin Du, Yanan He (2015). "Extreme risk spillovers between crude oil and stock markets". *Energy Economics* Volume 51, September 2015, Pages 455-465.

Engle y Manganelli (2004) Robert F. Engle, Simone Manganelli (2004). "CAViaR. Conditional Autoregressive Value at Risk by Regression Quantiles". *Journal of Business y Economic Statistics* Volume 22, 2004 - Issue 4.

Filis et al. (2011) George Filis, Stavros Degiannakis, Christos Floros (2011). "Dynamic correlation between stock market and oil prices: The case of oil-importing and oil-exporting countries". *International Review of Financial Analysis*. Volume 20, Issue 3, June 2011, Pages 152-164.

Gogineni (2008) Sridhar Gogineni (2008). "The Stock Market Reaction to Oil Price Changes". *Division of Finance, Michael F. Price College of Business, University of Oklahoma, Norman, OK* 73019-0450.

Granger (1969) C. W. J. Granger (1969). "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-spectral Methods". *Econometrica* Vol. 37, No. 3 (Aug. 1969), pp. 424-438.

Granger (1980) C. W. J. Granger (1980). "Testing for causality: a personal viewpoint". *Essays in econometrics* Pages 48 – 70.

Hamilton (1983) James D. Hamilton (1983). "Oil and the Macroeconomy since World War II". *Journal of Political Economy* Volume 91, Number 2, Apr 1983.

Han et al. (2016) Heejoon Han, Oliver Linton, Tatsushi Oka, Yoon – Jae Whang (2016). "The cross-quantilogram: Measuring quantile dependence and testing directional predictability between time series". *Journal of Econometrics*. Volume 193, Issue 1, July 2016, Pages 251-270.

Hong et al. (2002) Harrison Hong, Walter Torous, Rossen Valkanov (2002). "Do Industries Lead the Stock Market? Gradual Diffusion of Information and Cross-Asset Return Predictability". *UCLA: Finance*.

Hong et al. (2009) Yongmiao Hong, Yanhui Liu, Shouyang Wang (2009). "Granger causality in risk and detection of extreme risk spillover between financial markets". *Journal of Econometrics* Volume 150, Issue 2, June 2009, Pages 271-287.

Ji et al. (2018a) Qiang Ji, Bing-Yue Liu, Henrik Nehler, Gazi Salah Uddin (2018). "Uncertainties and extreme risk spillover in the energy markets: A time-varying copula-based CoVaR approach". *Energy Economics* Volume 76, October 2018, Pages 115-126.

Ji et al. (2018b) Qiang Ji, Bing-Yue Liu, Wan-Li Zhao, Ying Fan (2018). "Modelling dynamic dependence and risk spillover between all oil price shocks and stock market returns in the BRICS". *International Review of Financial Analysis*.

Jones y Kaul (1996) Charles M. Jones, Gautam Kaul (1996). "Oil and the Stock Markets". *The Journal of Finance*, 51: 463–491.

Jones et al. (2004) Donald W. Jones, Paul N. Leiby and Inja K. Paik (2004). "Oil Price Shocks and the Macroeconomy: What Has Been Learned Since 1996". *The Energy Journal* Vol. 25, No. 2 (2004), pp. 1-32.

Kang et al. (2016) Sang Hoon Kang, Ron McIver & Seong-Min Yoon (2016). "Modeling time-varying correlations in volatility between BRICS and commodity markets". *Journal Emerging Markets Finance and Trade*, 52 (7) (2016), pp. 1698-1723.

Kaul y Seyhum (1990) Gautam Kaul, H. Nejat Seyhun (1990). "Relative Price Variability, Real Shocks, and the Stock Market." *The Journal of Finance American Association*. Volume 45, Issue 2. June 1990. Pages 479-496.

Kayalar et al. (2017) Derya Ezgi Kayalar, C. Coşkun Küçüközmen, A. Sevtap Selcuk-Kestel (2017). "The impact of crude oil prices on financial market indicators: copula approach". *Energy Economics*. Volume 61, January 2017, Pages 162-173.

Kilian y Park (2009) Lutz Kilian, Cheolbeom Park (2009). "The impact of oil Price shocks on the U.S. stock market". *International Economic Review*, Volume 50, Issue 4, November 2009, Pages 1267-1287.

Koenker y Bassett (1978) Roger Koenker and Gilbert Bassett, Jr. (1978). "Regression Quantiles". *Econometrica* Vol. 46, No. 1 (Jan. 1978), pp. 33-50.

Li y Wei (2018) Xiafei Li, Yu Wei (2018). "The dependence and risk spillover between crude oil market and China stock market: New evidence from a variational mode decomposition-based copula method". *Energy Economics*. Volume 74, August 2018, Pages 565-581.

Libo y Xiyuan (2019) Libo Yin, Xiyuan Ma. "Oil shocks and stock volatility: new evidence via a Bayesian, graph-based VAR approach". *Journal Applied Economics*. Volume 52, 2020 - Issue 11.

Lin et al. (2010) Chu-Chia Lin, Chung-Rou Fang, Hui-Pei Cheng (2010). "Relationships between oil price shocks and stock market: an empirical analysis from Greater China". *China Economic Journal*. Volume 3, 2010 - Issue 3.

Linton y Whang (2007) O. Linton, Yoon-Jae Whang (2007). "The quantilogram: With an application to evaluating directional predictability". *Journal of Econometrics*. Volume 141, Issue 1, November 2007, Pages 250-282.

Malik y Hammoudeh (2007) Farooq Malik, Shawkat Hammoudeh (2007). "Shock and volatility transmission in the oil, US and Gulf equity markets". *International Review of Economics y Finance*. Volume 16, Issue 3, 2007, Pages 357-368.

Mensi et al. (2014) Walid Mensi, Shawkat Hammoudeh, Juan Carlos Reboredo, Duc Khuong Nguyen (2014). "Do global factors impact BRICS stock markets? A quantile regression approach". *Emerging Markets Review* Volume 19, June 2014, Pages 1-17.

Mensi et al. (2016) W. Mensi, S. Hammoudeh, D.K. Nguyen, S.H. Kang (2016). "Global financial crisis and spillover effects among the US and BRICS stock markets". *International Review of Economics & Finance*, 42 (2016), pp. 257-276.

Mensi et al. (2017) Walid Mensi, Shawkat Hammoudeh, Syed Jawad Hussain Shahzad, Muhammad Shahbaz (2017). "Modeling systemic risk and dependence structure between oil and stock markets using a variational mode decomposition-based copula method". *Journal of Banking y Finance* Volume 75, February 2017, Pages 258-279.

Narayan y Gupta (2015) Paresh Kumar Narayan, Rangan Gupta (2015). "Has oil price predicted stock returns for over a century?". *Energy Economics*. Volume 48, March 2015, Pages 18-23.

Pan (2014) Zhiyuan Pan (2014). "Modelling tail dependence between energy market and stock markets in the BRIC countries ". *Journal Applied Economics Letters* Volume 21, 2014 - Issue 11.

Park y Ratti (2008) Jungwook Park, Ronald A.Ratti (2008). "Oil price shocks and stock markets in the U.S. and 13 European countries". *Energy Economics*. Volume 30, Issue 5, September 2008, Pages 2587-2608.

Patton et al. (2009) Andrew Patton, Dimitris N. Politis, Halbert White (2009). "Correction to "Automatic Block-Length Selection for the Dependent Bootstrap" by D. Politis and H. White". *Journal Econometric Reviews*, Volume 28, 2009 - Issue 4, Pages 372-375.

Peng et al. (2018) Cheng Peng, Huiming Zhu, Yawei Guo Xiuyun Chen (2018). "Risk spillover of international crude oil to China's firms: Evidence from granger causality across quantile". *Energy Economics* Volume 72, May 2018, Pages 188-199.

Politis y White (2004) Dimitris N. Politis, Halbert White (2004). "Automatic Block-Length Selection for the Dependent Bootstrap". *Journal Econometric Reviews* Volume 23, 2004 - Issue 1.

Politis y Romano (1999) Dimitris N. Politis, Joseph P. Romano (1999). "The Stationary Bootstrap". *Journal of the American Statistical Association*. Volume 89, 1994 - Issue 428. Pages 1303-1313.

Ramaprasad y Biljana (2010) Ramaprasad Bhar Biljana Nikolova (2010). "Global oil prices, oil industry and equity returns: russian experience". *Scottish Journal of Political Economy*. Volume 57, Issue 2, May 2010, Pages 169-186.

Rasche y Tatom (1977) Robert H. Rasche, John A. Tatom (1977). "The Effects of the New Energy Regime on Economic Capacity, Production, and Prices". *Federal Reserve bank of St Louis*.

Reboredo et al. (2016) Juan C. Reboredo, Miguel A. Rivera-Castro, Andrea Ugolini (2016). "Downside and upside risk spillovers between exchange rates and stock prices". *Journal of Banking y Finance*. Volume 62, January 2016, Pages 76-96.

Sadorsky (1999) Perry Sadorsky (1999). "Oil price shocks and stock market activity". *Energy Economics* Volume 21, Issue 5, 1 October 1999, Pages 449-469.

Sadorsky (2012) Perry Sadorsky (2012). "Correlations and volatility spillovers between oil prices and the stock prices of clean energy and technology companies". *Energy Economics*. Volume 34, Issue 1, January 2012, Pages 248-255.

Sarwar et al. (2018) Suleman Sarwar, Rabeh Khalfaoui, Rida Waheed, Hamidreza Ghorbani Dastgerdi (2018). "Volatility spillovers and hedging: Evidence from Asian oil-importing countries". *Resources Policy*. Volume 61, June 2019, Pages 479-488.

Shahzad et al (2018a) Syed Jawad Hussain Shahzad, Walid Mensi, Shawkat Hammoudeh, Mobeen Ur Rehman, Khamis H. Al-Yahyaee (2018). "Asymmetric risk spillovers between oil and agricultural commodities". *Energy Policy*. Volume 118, July 2018, Pages 182-198.

Shahzad et al. (2018b) Syed Jawad Hussain Shahzad, Mobeen Ur Rehman, Rania Jammazi (2018). "Spillovers from oil to precious metals: Quantile approaches". *Resources Policy*. Volume 61, June 2019, Pages 508-521.

Shahzad et al. (2018c) Syed Jawad Hussain Shahzad, Walid Mensi, Shawkat Hammoudeh, Mobeen Ur Rehmane Khamis H. Al-Yahyaee (2018). "Extreme dependence and risk spillovers between oil and Islamic stock markets". *Emerging Markets Review*. Volume 34, March 2018, Pages 42-63.

Sharma et al. (2018) Ankit Sharma, Sasmita Giri, Harsh Vardhan, Sujeet Surange, Rohan Shetty (2018). "Relationship between Crude Oil Prices and Stock Market: Evidence from India". *International Journal of Energy, Economics and Policy* Vol 8, No 4 (2018).

Shen et al. (2018) Yifan Shen, Xunpeng Shi, Hari Malamakkavu Padinjare Variam (2018). "Risk transmission mechanism between energy markets: A VAR for VaR approach". *Energy Economics*. Volume 75, September 2018, Pages 377-388.

Tiwari et al. (2018) Aviral Kumar Tiwari, Sangram Keshari Jena, Amarnath Mitra, Seong-MinYoond (2018). "Impact of oil price risk on sectoral equity markets: implications on portfolio management". *Energy Economics*. Volume 72, May 2018, Pages 120-134.

Tiwari et al. (2019) Aviral Kumar Tiwari, Nader Trabelsi, Faisal Alqahtani, Lance Bachmeier (2019). "Modelling systemic risk and dependence structure between the prices of crude oil and exchange rates in BRICS economies: Evidence using quantile coherency and NGCoVaR approaches". *Energy Economics* Volume 81, June 2019, Pages 1011-1028.

Vo (2011) Minh Vo (2011). "Oil and stock market volatility: A multivariate stochastic volatility perspective". *Energy Economics* Volume 33, Issue 5, September 2011, Pages 956-965.

Wald (1943) Abraham Wald. "Tests of Statistical Hypotheses Concerning Several Parameters When the Number of Observations is Large". *Transactions of the American Mathematical Society* Vol. 54, No. 3 (Nov. 1943), pp. 426-482.

Wang y Liu (2016) Yudong Wang, Li Liu (2016). "Crude oil and world stock markets: volatility spillovers, dynamic correlations, and hedging". *Empirical Economics*. June 2016, Volume 50, Issue 4, pp 1481-1509.

Wen et al. (2019) Danyan Wen, Gang-Jin Wang, Chaoqun Ma, Yudong Wang (2019). "Risk spillovers between oil and stock markets: A VAR for VaR analysis". *Energy Economics* Volume 80, May 2019, Pages 524-535.

White et al. (2015) Halbert White, Tae-Hwan Kim, Simone Manganelli (2015). "VAR for VaR: Measuring tail dependence using multivariate regression quantiles". *Journal of Econometrics* Volume 187, Issue 1, July 2015, Pages 169-188.

7. Anexos

Tabla A1. Datos macroeconómicos de los países BRICS

BRICS	PIB Actual (miles de millones)	PIB PPA (miles de millones)	Reservas extranjeras (\$)	Población (millones)	Consumo de petróleo por día (M)	% Consumo mundial	Crecimient o del PIB 2018 (%)
Brasil	2238.43	3345.50	362,216	209.21	2.99	3.00	1.40
Rusia	1611.45	4084.30	371,329	143.97	3.55	4.00	1.70
India	2685.70	10,447.32	376,243	1334.221	4.14	4.00	7.70
China	12,796.75	25,176.32	3,087,025	1396.98	12.02	13.00	6.60
Sudáfrica	326.97	791.20	42,809	57.42	0.64	0.50	0.80
Total	19,659.30	43,844.64	4,239,622	3141.79	23.34	24.50	18.20

Fuente: Tiwari et al. (2019) [Datos extraídos de IMF, World Bank y EIA.]

Tabla A2. Resultado de la estimación VAR de $Var_{12}(1,1)$ con el 2º retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_1 -0.1362 (0.3203)	a_{11} -0.1839* (0.1035)	a_{12} -0.1058 (0.2058)	b_{11} 0.8619*** (0.1297)	b_{12} 0.0565 (0.2758)
c_2 -0.3950** (0.1615)	a_{21} 0.0021 (0.0796)	a_{22} -0.3542*** (0.1199)	b_{21} 0.0438 (0.0861)	b_{22} 0.7407*** (0.1384)
Rusia				
c_1 -0.2171** (0.1046)	a_{11} -0.1777*** (0.0630)	a_{12} -0.1230*** (0.0308)	b_{11} 0.8837*** (0.0297)	b_{12} -0.0005 (0.0486)
c_2 -0.6245*** (0.2005)	a_{21} -0.2820*** (0.0989)	a_{22} -0.4314*** (0.1251)	b_{21} -0.1132* (0.0627)	b_{22} 0.8067*** (0.1112)
India				
c_1 -0.3884** (0.1605)	a_{11} -0.1927*** (0.0733)	a_{12} -0.4845* (0.2482)	b_{11} 0.9234*** (0.0322)	b_{12} -0.2127** (0.1075)
c_2 -0.3090*** (0.1144)	a_{21} -0.0527 (0.0586)	a_{22} -0.6135*** (0.0871)	b_{21} 0.0028 (0.0275)	b_{22} 0.7038*** (0.0508)
China				
c_1 -0.2610 (0.0851)	a_{11} -0.2107 (0.0706)	a_{12} -0.2279 (0.0724)	b_{11} 0.8950 (0.0375)	b_{12} -0.0543 (0.0259)
c_2 -0.0158 (0.0448)	a_{21} 0.0179 (0.0436)	a_{22} -0.1463 (0.0287)	b_{21} 0.0050 (0.0216)	b_{22} 0.9610 (0.0129)
Sudáfrica				
c_1 -0.1538 (0.2846)	a_{11} -0.1280* (0.0730)	a_{12} -0.2456 (0.3866)	b_{11} 0.9030*** (0.0834)	b_{12} 0.0002 (0.3243)
c_2 -0.4635** (0.2054)	a_{21} 0.0061 (0.0519)	a_{22} -0.6148** (0.2414)	b_{21} 0.0705 (0.0628)	b_{22} 0.5330*** (0.1528)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-2}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-2}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-2}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-2}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A3. Resultado de la estimación VAR de $Var_{12}(1,1)$ con el 3^{er} retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_1 -0.4275*** (0.4104)	a_{11} -0.3686*** (0.0802)	a_{12} -0.1745 (0.1911)	b_{11} 0.7673*** (0.1129)	b_{12} 0.0279 (0.2455)
c_2 -0.2735 (0.2614)	a_{21} -0.0052 (0.0691)	a_{22} -0.3441** (0.1582)	b_{21} 0.0519 (0.0728)	b_{22} 0.7578*** (0.1188)
Rusia				
c_1 -0.6144** (0.3091)	a_{11} -0.3618*** (0.0937)	a_{12} -0.1380*** (0.0462)	b_{11} 0.7683*** (0.1068)	b_{12} -0.0136 (0.0562)
c_2 -0.5730*** (0.1800)	a_{21} -0.0884 (0.0928)	a_{22} -0.5203*** (0.1560)	b_{21} -0.0375 (0.0571)	b_{22} 0.7745*** (0.0532)
India				
c_1 -0.4900** (0.2013)	a_{11} -0.3686*** (0.0885)	a_{12} -0.1621 (0.3832)	b_{11} 0.7675*** (0.0614)	b_{12} 0.0310 (0.0943)
c_2 -0.0664 (0.0921)	a_{21} -0.0198 (0.0707)	a_{22} -0.4277*** (0.0937)	b_{21} 0.0000 (0.0462)	b_{22} 0.8590*** (0.0356)
China				
c_1 -0.5644*** (0.1430)	a_{11} -0.4019*** (0.0959)	a_{12} -0.1646** (0.0748)	b_{11} 0.8008*** (0.0422)	b_{12} -0.0460 (0.0372)
c_2 -0.3225*** (0.0960)	a_{21} -0.1330*** (0.0362)	a_{22} -0.3867*** (0.0830)	b_{21} -0.0780*** (0.0222)	b_{22} 0.8915*** (0.0288)
Sudáfrica				
c_1 -0.3286 (0.2002)	a_{11} -0.4129*** (0.1166)	a_{12} 0.0633 (0.1329)	b_{11} 0.7261*** (0.0771)	b_{12} 0.2298 (0.1507)
c_2 -0.1507*** (0.0552)	a_{21} 0.0001 (0.0233)	a_{22} -0.2902*** (0.0547)	b_{21} 0.0029 (0.0234)	b_{22} 0.8589*** (0.0467)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-3}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-3}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes $q_{WTI,t-3}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes $q_{BRICS,t-3}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A4. Resultado de la estimación VAR de $Var_{12}(1,1)$ con el 4º retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_1 -0.3273 (0.6535)	a_{11} -0.2641*** (0.0890)	a_{12} -0.1989 (0.4791)	b_{11} 0.8290*** (0.1719)	b_{12} -0.0003 (0.5106)
c_2 -0.8449** (0.4122)	a_{21} -0.0496 (0.1116)	a_{22} -0.4485*** (0.2019)	b_{21} 0.1198 (0.1283)	b_{22} 0.4786* (0.2769)
Rusia				
c_1 -0.5780 (0.4182)	a_{11} -0.2563 (0.1704)	a_{12} -0.2364 (0.3308)	b_{11} 0.8535*** (0.0953)	b_{12} -0.0876 (0.1160)
c_2 *** -0.8432 (0.2298)	a_{21} *** -0.2273 (0.0929)	a_{22} *** -0.5259 (0.0929)	b_{21} -0.1067 (0.0836)	b_{22} 0.7548*** (0.1050)
India				
c_1 -0.5195* (0.2789)	a_{11} -0.2954 (0.1897)	a_{12} -0.1939 (0.2461)	b_{11} 0.8330*** (0.0900)	b_{12} -0.0555 (0.0666)
c_2 -0.3068*** (0.0783)	a_{21} -0.1250** (0.0504)	a_{22} -0.2271*** (0.0701)	b_{21} -0.0792*** (0.0217)	b_{22} 0.9263*** (0.0225)
China				
c_1 -0.4039** (0.1686)	a_{11} -0.2509** (0.1190)	a_{12} -0.1622 (0.1517)	b_{11} 0.8427*** (0.0446)	b_{12} -0.0171 (0.0197)
c_2 -0.0656 (0.0802)	a_{21} -0.0216 (0.0390)	a_{22} -0.2030*** (0.0373)	b_{21} -0.0122 (0.0291)	b_{22} 0.9442*** (0.0157)
Sudáfrica				
c_1 -0.6828** (0.2706)	a_{11} -0.2592* (0.1360)	a_{12} -0.3580** (0.1571)	b_{11} 0.8283*** (0.0615)	b_{12} -0.1364 (0.1389)
c_2 -0.4149*** (0.1060)	a_{21} -0.0501 (0.0391)	a_{22} -0.3429*** (0.0844)	b_{21} -0.0540*** (0.0206)	b_{22} 0.8439*** (0.0481)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-4}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-4}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes $q_{WTI,t-4}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes $q_{BRICS,t-4}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A5. Resultado de la estimación VAR de $Var_{12}(1,1)$ con el 5º retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_1 -0.5056 (0.1517)	a_{11} -0.1889* (0.0063)	a_{12} -0.1946* (0.0310)	b_{11} 0.7400 (0.0000)	b_{12} 0.1024* (0.2588)
c_2 -0.3765 (0.0290)	a_{21} -0.0526* (0.3458)	a_{22} -0.3220* (0.0000)	b_{21} -0.1006* (0.1406)	b_{22} 0.9337* (0.0000)
Rusia				
c_1 -0.9826 (1.3135)	a_{11} -0.2565*** (0.0739)	a_{12} -0.1911 (0.4534)	b_{11} 0.6130 (0.6233)	b_{12} 0.1131 (0.5682)
c_2 -0.6928 (0.8468)	a_{21} -0.2261 (0.2520)	a_{22} *** -0.5935 (0.0920)	b_{21} -0.0939 (0.2934)	b_{22} *** 0.7554 (0.1098)
India				
c_1 -0.8195 (0.5714)	a_{11} -0.2296** (0.1029)	a_{12} -0.2602 (0.2262)	b_{11} 0.7579*** (0.1548)	b_{12} 0.0000 (0.0827)
c_2 -0.5517* (0.3199)	a_{21} -0.1197** (0.0555)	a_{22} -0.2579** (0.1151)	b_{21} -0.1493* (0.0849)	b_{22} 0.9703*** (0.0543)
China				
c_1 -0.7166 (0.5766)	a_{11} -0.2598** (0.1235)	a_{12} -0.3239 (0.3306)	b_{11} 0.7778*** (0.1654)	b_{12} -0.0422 (0.0609)
c_2 -0.3655 (0.2298)	a_{21} -0.0685 (0.0743)	a_{22} -0.4162*** (0.0893)	b_{21} -0.0818 (0.0766)	b_{22} 0.9022*** (0.0377)
Sudáfrica				
c_1 -0.4986 (0.3601)	a_{11} -0.1781*** (0.0466)	a_{12} -0.4501** (0.2197)	b_{11} 0.8459*** (0.0921)	b_{12} -0.0963 (0.3041)
c_2 -0.8001*** (0.1868)	a_{21} -0.0969 (0.0595)	a_{22} -0.5155*** (0.1104)	b_{21} -0.0014 (0.0462)	b_{22} 0.5339*** (0.1309)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-5}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-5}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-5}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-5}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A6. Resultado de la estimación VAR de $VAR_{12}(5,5)$ y el error estándar de la misma

Brasil																				
c_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}	b_{18}	b_{19}	b_{20}
-0.02	-0.32***	0.00	0.05	-0.06	-0.13	0.01	0.02	-0.04	0.16	-0.01	0.42	-0.03	-0.04	-0.03	0.33	0.02	0.32	0.05	-0.15	0.02
23.33	0.11	0.14	32.24	0.61	27.61	24.58	27.93	11.08	16.94	8.98	96.49	44.52	99.08	42.60	69.69	26.84	79.64	16.75	20.44	4.46
c_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{30}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}	b_{28}	b_{29}	b_{30}
-0.74	-0.03	0.01	0.05	-0.42***	0.07	-0.12	-0.09	0.11	-0.08	-0.11	-0.05	0.38	-0.02	0.18	0.02	-0.12	0.03	0.24	-0.01	-0.02
6.33	0.06	0.14	8.39	0.10	7.24	6.34	7.47	3.04	4.52	2.23	25.11	11.44	26.10	10.78	18.92	6.55	21.12	3.71	5.37	1.77
Russia																				
c_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}	b_{18}	b_{19}	b_{20}
-0.47	-0.20	-0.04	0.08	-0.08	-0.29	0.01	-0.05	-0.29	0.00	0.14	0.43	-0.15	-0.07	0.09	0.23	0.00	0.24	-0.03	-0.09	0.07
4.70	0.19	0.13	0.90	0.28	0.63	0.61	1.81	0.82	1.60	2.55	5.22	1.78	2.42	2.56	1.81	0.83	1.00	0.65	3.16	1.38
c_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{30}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}	b_{28}	b_{29}	b_{30}
-0.33	-0.15	-0.14	-0.11	-0.23	0.06	-0.70	-0.01	-0.03	0.05	-0.66	0.11	0.15	0.02	-0.33	0.11	0.28	-0.06	-0.16	0.04	0.27
3.21	0.24	0.32	0.96	0.31	0.26	0.75	1.49	0.96	0.62	1.87	5.05	1.46	2.31	1.60	1.26	0.39	2.08	0.93	1.58	0.47
India																				
c_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}	b_{18}	b_{19}	b_{20}
-0.26	-0.38	-0.02	0.14	-0.12	-0.22	0.16	-0.01	0.00	0.10	-0.15	0.41	0.00	-0.04	-0.06	0.32	0.01	0.33	0.01	-0.18	0.02
6.07	0.28	0.53	3.22	12.52	1.96	22.79	2.92	21.31	3.99	15.57	9.20	30.11	4.24	23.60	4.48	3.66	3.93	11.06	7.50	9.01
c_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{30}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}	b_{28}	b_{29}	b_{30}
0.30	0.03	-0.42	0.06	-0.77	-0.01	-0.79	-0.08	-0.60	-0.03	-0.03	0.04	-0.87	0.07	0.04	0.04	0.38	0.12	0.33	0.00	0.01
2.27	0.07	0.28	2.49	7.06	0.49	12.82	1.95	11.11	2.26	8.16	7.57	16.49	0.44	12.65	0.87	1.76	2.61	6.19	5.63	5.19
China																				
c_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}	b_{18}	b_{19}	b_{20}
-0.16	-0.26	0.09	-0.03	-0.41	-0.01	0.06	-0.12	0.04	0.23	0.01	0.37	-0.03	0.07	0.01	0.36	-0.01	0.32	-0.01	-0.19	-0.02
0.54	0.32	0.37	0.50	0.41	0.28	1.01	0.32	3.13	0.26	2.21	1.49	6.02	0.86	1.64	1.14	1.34	1.69	0.59	0.81	2.83
c_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{30}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}	b_{28}	b_{29}	b_{30}
-0.02	0.01	-0.01	0.00	-0.17	0.01	-0.44	0.00	0.62	0.01	-0.12	-0.01	0.74	0.01	0.07	0.00	-0.01	0.03	0.48	-0.02	-0.32
0.14	0.12	0.24	0.23	0.36	0.12	0.45	0.14	1.24	0.14	1.14	0.53	2.30	0.45	0.83	0.37	0.60	0.45	0.37	0.38	0.96
Sudáfrica																				
c_1	a_{11}	a_{12}	a_{13}	a_{14}	a_{15}	a_{16}	a_{17}	a_{18}	a_{19}	a_{20}	b_{11}	b_{12}	b_{13}	b_{14}	b_{15}	b_{16}	b_{17}	b_{18}	b_{19}	b_{20}
-0.19	-0.33**	-0.02	0.13	-0.29	-0.23	0.30	0.11	-0.05	0.00	-0.07	0.41	-0.06	-0.02	-0.04	0.33	-0.04	0.32	0.22	-0.22	-0.02
4.83	0.13	0.34	6.20	0.80	0.52	4.37	4.71	2.87	0.59	1.21	19.28	4.94	0.93	4.29	1.50	1.72	6.58	2.31	7.97	6.11
c_2	a_{21}	a_{22}	a_{23}	a_{24}	a_{25}	a_{26}	a_{27}	a_{28}	a_{29}	a_{30}	b_{21}	b_{22}	b_{23}	b_{24}	b_{25}	b_{26}	b_{27}	b_{28}	b_{29}	b_{30}
-0.39	-0.03	-0.13	0.06	-0.51*	0.06	0.00	-0.01	0.12	-0.07	-0.18	0.01	0.16	0.06	0.20	-0.04	0.18	0.00	0.06	-0.03	0.06
1.72	0.04	0.20	2.59	0.30	0.24	1.95	1.94	1.64	0.15	0.56	7.97	1.35	0.55	0.71	0.51	0.41	2.39	0.74	3.61	1.58

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-1}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-2}|$, a_{13} y a_{23} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-3}|$, a_{14} y a_{24} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-4}|$, a_{15} y a_{25} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-5}|$, a_{16} y a_{26} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-6}|$, a_{17} y a_{27} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-7}|$, a_{18} y a_{28} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-8}|$, a_{19} y a_{29} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-9}|$, a_{20} y a_{30} son los coeficientes de $|y_{WRTI,t-10}|$. b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-1}$, b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-2}$, b_{13} y b_{23} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-3}$, b_{14} y b_{24} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-4}$, b_{15} y b_{25} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-5}$, b_{16} y b_{26} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-6}$, b_{17} y b_{27} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-7}$, b_{18} y b_{28} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-8}$, b_{19} y b_{29} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-9}$, b_{20} y b_{30} son los coeficientes de $q_{WRTI,t-10}$.

Tabla A7. Resultado de la estimación VAR de $Var_{21}(1,1)$ con el 1^{er} retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_2 -0.2130** (0.0866)	a_{22} -0.2669*** (0.0975)	a_{21} -0.0236 (0.0917)	b_{22} 0.8559*** (0.0698)	b_{21} 0.0033 (0.0594)
c_1 -0.1337 (0.2378)	a_{12} 0.0293 (0.1515)	a_{11} -0.2615*** (0.0682)	b_{12} 0.0862 (0.1528)	b_{11} 0.8437*** (0.0756)
Rusia				
c_2 -0.1294 (0.1356)	a_{22} -0.3394*** (0.1210)	a_{21} -0.0746 (0.0966)	b_{22} 0.8838*** (0.0503)	b_{21} -0.0209 (0.0487)
c_1 -0.2228 (0.1617)	a_{12} -0.0711* (0.0424)	a_{11} -0.2012*** (0.0564)	b_{12} -0.0002 (0.0313)	b_{11} 0.8820*** (0.0555)
India				
c_2 -0.1002 (0.0980)	a_{22} -0.4465*** (0.1571)	a_{21} -0.0096 (0.0545)	b_{22} 0.8326*** (0.0765)	b_{21} 0.0027 (0.0246)
c_1 -0.2328** (0.1147)	a_{12} -0.1308 (0.1990)	a_{11} -0.2340 (0.1559)	b_{12} -0.0417 (0.0571)	b_{11} 0.8951*** (0.0665)
China				
c_2 -0.0598 (0.0546)	a_{22} -0.1494*** (0.0518)	a_{21} -0.0088 (0.0234)	b_{22} 0.9578*** (0.0178)	b_{21} -0.0089 (0.0124)
c_1 -0.1837* (0.0954)	a_{12} -0.1436* (0.0869)	a_{11} -0.1737*** (0.0581)	b_{12} -0.0482** (0.0236)	b_{11} 0.9269*** (0.0277)
Sudáfrica				
c_2 -0.0958* (0.0574)	a_{22} -0.2375*** (0.0557)	a_{21} -0.0020 (0.0215)	b_{22} 0.9023*** (0.0312)	b_{21} -0.0033 (0.0136)
c_1 -0.1853 (0.1499)	a_{12} -0.0001 (0.1893)	a_{11} -0.2738*** (0.0417)	b_{12} 0.0642 (0.1089)	b_{11} 0.8572*** (0.0291)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-1}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-1}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-1}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-1}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A8. Resultado de la estimación VAR de $Var_{21}(1,1)$ con el 2º retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_2 -0.3706* (0.2011)	a_{22} -0.3500*** (0.1087)	a_{21} 0.0210 (0.0592)	b_{22} 0.7458*** (0.1379)	b_{21} 0.0504 (0.0796)
c_1 -0.1569 (0.3790)	a_{12} -0.1307 (0.2475)	a_{11} -0.1629 (0.2088)	b_{12} 0.0192 (0.3985)	b_{11} 0.8847*** (0.2429)
Rusia				
c_2 -0.6245*** (0.2272)	a_{22} -0.4314*** (0.1198)	a_{21} -0.2820*** (0.1006)	b_{22} 0.8067*** (0.1077)	b_{21} -0.1132** (0.0572)
c_1 -0.2171** (0.1041)	a_{12} -0.1230*** (0.0381)	a_{11} -0.1777*** (0.0605)	b_{12} -0.0005 (0.0515)	b_{11} 0.8837*** (0.0290)
India				
c_2 -0.3706*** (0.1155)	a_{22} -0.3500*** (0.0721)	a_{21} 0.0210 (0.0827)	b_{22} 0.7458*** (0.0565)	b_{21} 0.0504 (0.0368)
c_1 -0.3997 (0.2486)	a_{12} -0.4744 (0.3144)	a_{11} -0.1965*** (0.0636)	b_{12} -0.1973 (0.2187)	b_{11} 0.9128*** (0.0484)
China				
c_2 -0.0190 (0.0374)	a_{22} -0.1455*** (0.0204)	a_{21} 0.0188 (0.0320)	b_{22} 0.9615*** (0.0103)	b_{21} 0.0046 (0.0158)
c_1 -0.2674*** (0.0728)	a_{12} -0.2252*** (0.0620)	a_{11} -0.2086*** (0.0606)	b_{12} -0.0558** (0.0250)	b_{11} 0.8963*** (0.0329)
Sudáfrica				
c_2 -0.5230* (0.2898)	a_{22} -0.6296** (0.3151)	a_{21} 0.0229 (0.0522)	b_{22} 0.4715** (0.2323)	b_{21} 0.0941 (0.0669)
c_1 -0.1633 (0.3094)	a_{12} -0.2633 (0.3325)	a_{11} -0.1420** (0.0615)	b_{12} -0.0003 (0.3148)	b_{11} 0.8949*** (0.0796)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-2}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-2}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-2}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-2}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A9. Resultado de la estimación VAR de $Var_{21}(1,1)$ con el 3^{er} retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_2 -0.2854* (0.1611)	a_{22} -0.3473** (0.15909)	a_{21} -0.0004 (0.0720)	b_{22} 0.7527*** (0.1153)	b_{21} 0.0544 (0.0753)
c_1 -0.4222*** 80.1192)	a_{12} -0.1764 (0.1722)	a_{11} -0.3700*** (0.1085)	b_{12} 0.0294 80.1187)	b_{11} 0.7661*** (0.0871)
Rusia				
c_2 -0.4938 (0.3347)	a_{22} -0.5745*** (0.1432)	a_{21} -0.0599 (0.1061)	b_{22} 0.7485*** (0.0523)	b_{21} 0.0000 (0.0884)
c_1 -0.5442** (0.2663)	a_{12} -0.1421*** (0.0543)	a_{11} -0.3273*** (0.0862)	b_{12} -0.0226 (0.0520)	b_{11} 0.7991*** (0.0941)
India				
c_2 -0.0676 (0.0765)	a_{22} -0.4283*** (0.1437)	a_{21} -0.0195 (0.0521)	b_{22} 0.8590*** (0.0425)	b_{21} 0.0000 (0.0352)
c_1 -0.4929*** (0.1434)	a_{12} -0.1626 (0.2657)	a_{11} -0.3703*** (0.0600)	b_{12} 0.0299 (0.0659)	b_{11} 0.7673*** (0.0413)
China				
c_2 -0.3327*** (0.1095)	a_{22} -0.3790*** (0.0953)	a_{21} -0.1349*** (0.0461)	b_{22} 0.8932*** (0.0295)	b_{21} -0.0801*** (0.0272)
c_1 -0.5718*** (0.1777)	a_{12} -0.1610** (0.0670)	a_{11} -0.4011*** (0.1143)	b_{12} -0.0446 (0.0425)	b_{11} 0.7996*** (0.0560)
Sudáfrica				
c_2 -0.1493*** (0.05219)	a_{22} -0.2829*** (0.0591)	a_{21} -0.0005 (0.0248)	b_{22} 0.8682*** (0.0565)	b_{21} -0.0003 (0.0250)
c_1 -0.3182** (0.1416)	a_{12} -0.0003 (0.1115)	a_{11} -0.3879*** (0.0848)	b_{12} 0.1807 (0.1221)	b_{11} 0.7477*** (0.0609)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-3}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-3}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-3}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-3}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A10. Resultado de la estimación VAR de $Var_{21}(1,1)$ con el 4º retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_2 -0.8519** (0.3793)	a_{22} -0.4410** (0.1923)	a_{21} -0.0534 (0.1007)	b_{22} 0.4833** (0.2457)	b_{21} 0.1160 (0.1133)
c_1 -0.3223 (0.5828)	a_{12} -0.2024 (0.4090)	a_{11} -0.2641*** (0.0758)	b_{12} 0.0006 (0.4440)	b_{11} 0.8285*** (0.1446)
Rusia				
c_2 -0.8310*** (0.2706)	a_{22} -0.5209*** (0.0886)	a_{21} -0.2273*** (0.0877)	b_{22} 0.7563*** (0.0987)	b_{21} -0.1056 (0.0713)
c_1 -0.6127 (0.4003)	a_{12} -0.2564 (0.4018)	a_{11} -0.2756 (0.1731)	b_{12} -0.1015 (0.1500)	b_{11} 0.8498*** (0.0853)
India				
c_2 -0.3009*** (0.0700)	a_{22} -0.2229*** (0.0588)	a_{21} -0.1273*** (0.0467)	b_{22} 0.9304*** (0.0224)	b_{21} -0.0806*** (0.0218)
c_1 -0.5426** (0.2247)	a_{12} -0.1853 (0.1895)	a_{11} -0.3130** (0.1668)	b_{12} -0.0481 (0.0569)	b_{11} 0.8211*** (0.0765)
China				
c_2 -0.0640 (0.0937)	a_{22} -0.2022*** (0.0369)	a_{21} -0.0206 (0.0349)	b_{22} 0.9445*** (0.0201)	b_{21} -0.0117 (0.0284)
c_1 -0.3866 (0.2447)	a_{12} -0.1606 (0.1457)	a_{11} -0.2403 (0.2237)	b_{12} -0.0158 (0.0574)	b_{11} 0.8477*** (0.1263)
Sudáfrica				
c_2 -0.3974** (0.1663)	a_{22} -0.3362*** (0.0950)	a_{21} -0.0364 (0.0330)	b_{22} 0.8282*** (0.0488)	b_{21} -0.0388 (0.0291)
c_1 -0.7434*** (0.2045)	a_{12} -0.4099*** (0.1082)	a_{11} -0.2529** (0.1026)	b_{12} -0.2030 (0.1266)	b_{11} 0.8446*** (0.0637)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-4}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-4}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-4}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-4}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A11. Resultado de la estimación VAR de $Var_{21}(1,1)$ con el 5º retardo y el error estándar de la misma

Brasil				
c_2 -0.3719** (0.1597)	a_{22} -0.3201*** (0.0558)	a_{21} -0.0521 (0.0488)	b_{22} 0.9422*** (0.0604)	b_{21} -0.1055* (0.0602)
c_1 -0.5016 (0.3790)	a_{12} -0.1988** (0.1073)	a_{11} -0.1859*** (0.0708)	b_{12} 0.1043 (0.0925)	b_{11} 0.7393*** (0.1146)
Rusia				
c_2 -0.4581 (0.4613)	a_{22} -0.5918*** (0.0910)	a_{21} -0.1593 (0.1712)	b_{22} 0.7280*** (0.1001)	b_{21} -0.0095 (0.1833)
c_1 -1.1062 (1.1824)	a_{12} -0.1792 (0.4579)	a_{11} -0.2608*** (0.0516)	b_{12} 0.1525 (0.5690)	b_{11} 0.5526 (0.6124)
India				
c_2 -0.5219 (0.3311)	a_{22} -0.2511* (0.1506)	a_{21} -0.1161* (0.0618)	b_{22} 0.9661*** (0.0479)	b_{21} -0.1400* (0.0833)
c_1 -0.7671 (0.5531)	a_{12} -0.2339 (0.3118)	a_{11} -0.2257** (0.1086)	b_{12} -0.0032 (0.0743)	b_{11} 0.7731*** (0.1452)
China				
c_2 -0.4433** (0.2262)	a_{22} -0.3914*** (0.1144)	a_{21} -0.1242 (0.0824)	b_{22} 0.9161*** (0.0470)	b_{21} -0.1178 (0.0740)
c_1 -0.7368 (0.4501)	a_{12} -0.3343 (0.2670)	a_{11} -0.2738*** (0.1032)	b_{12} -0.0404 (0.0679)	b_{11} 0.7675*** (0.1289)
Sudáfrica				
c_2 -0.6344*** (0.2073)	a_{22} -0.4416*** (0.1101)	a_{21} -0.0767* (0.0440)	b_{22} 0.7353*** (0.1395)	b_{21} -0.0570 (0.0435)
c_1 -0.4753*** (0.1613)	a_{12} -0.4023** (0.1613)	a_{11} -0.1825*** (0.1613)	b_{12} -0.0309 (0.1613)	b_{11} 0.8230*** (0.1613)

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTI,t-5}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{BRICS,t-5}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTI,t-5}$ y b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{BRICS,t-5}$.

***: Significatividad al 1%.

**: Significatividad al 5%.

*: Significatividad al 10%.

Tabla A12. Resultado de la estimación VAR de $\text{VaR}_{21}(5,5)$ y el error estándar de la misma

Brasil																				
c_2	a_{22}	a_{21}	a_{24}	a_{23}	a_{26}	a_{25}	a_{28}	a_{27}	a_{30}	a_{29}	b_{22}	b_{21}	b_{24}	b_{23}	b_{26}	b_{25}	b_{28}	b_{27}	b_{30}	b_{29}
-0.28	-0.05	-0.03	-0.45	0.01	-0.21	0.17	0.08	0.00	0.11	-0.07	-0.01	0.13	0.20	-0.01	0.07	0.00	0.16	-0.06	0.24	0.03
2.75	0.17	0.07	1.96	1.66	2.26	0.42	1.93	3.57	1.22	1.26	3.09	8.01	4.73	3.27	3.71	1.63	1.81	2.10	0.91	0.76
c_1	a_{12}	a_{11}	a_{14}	a_{13}	a_{16}	a_{15}	a_{18}	a_{17}	a_{20}	a_{19}	b_{12}	b_{11}	b_{14}	b_{13}	b_{16}	b_{15}	b_{18}	b_{17}	b_{20}	b_{19}
-0.61	0.25	-0.21	-0.10	-0.15	0.01	-0.46	0.00	-0.24	0.00	-0.06	0.28	-0.29	-0.01	0.26	0.03	0.34	0.09	0.04	0.06	-0.06
17.20	0.27	0.15	10.76	8.88	10.60	1.69	8.63	19.91	5.36	5.03	11.38	43.17	17.57	16.54	16.39	5.88	9.12	8.75	3.14	3.76
Rusia																				
c_2	a_{22}	a_{21}	a_{24}	a_{23}	a_{26}	a_{25}	a_{28}	a_{27}	a_{30}	a_{29}	b_{22}	b_{21}	b_{24}	b_{23}	b_{26}	b_{25}	b_{28}	b_{27}	b_{30}	b_{29}
-0.05	-0.43	-0.03	-0.14	-0.03	-0.18	0.07	0.01	0.02	-0.11	-0.04	0.37	0.00	-0.10	0.01	0.01	0.02	0.73***	0.03	-0.34	0.03
1.98	0.36	0.12	0.97	0.57	0.89	0.79	0.79	0.47	0.65	0.71	2.05	1.78	0.36	2.14	0.33	1.64	0.20	0.88	1.53	1.19
c_1	a_{12}	a_{11}	a_{14}	a_{13}	a_{16}	a_{15}	a_{18}	a_{17}	a_{20}	a_{19}	b_{12}	b_{11}	b_{14}	b_{13}	b_{16}	b_{15}	b_{18}	b_{17}	b_{20}	b_{19}
-1.00	-0.01	-0.23	-0.01	-0.16	0.00	-0.26	-0.11	-0.05	-0.02	-0.18	0.02	-0.20	0.03	0.33	0.02	0.19	0.02	-0.01	0.02	0.11
4.20	0.11	0.27	1.21	1.48	1.05	1.37	1.12	1.31	0.79	0.65	2.40	6.11	0.85	2.82	0.76	4.62	0.54	2.36	2.12	1.04
India																				
c_2	a_{22}	a_{21}	a_{24}	a_{23}	a_{26}	a_{25}	a_{28}	a_{27}	a_{30}	a_{29}	b_{22}	b_{21}	b_{24}	b_{23}	b_{26}	b_{25}	b_{28}	b_{27}	b_{30}	b_{29}
-0.03	-0.77	0.02	-0.15	-0.03	0.00	-0.01	0.10	-0.01	0.69	0.00	0.23	0.00	0.29	0.01	0.13	-0.01	0.56	-0.01	-0.25	0.00
0.89	0.68	0.13	0.79	0.33	0.94	0.37	0.83	0.32	0.58	0.45	1.11	1.35	0.92	1.55	1.28	0.67	0.85	0.98	0.75	1.19
c_1	a_{12}	a_{11}	a_{14}	a_{13}	a_{16}	a_{15}	a_{18}	a_{17}	a_{20}	a_{19}	b_{12}	b_{11}	b_{14}	b_{13}	b_{16}	b_{15}	b_{18}	b_{17}	b_{20}	b_{19}
-0.38	-0.06	-0.24	-0.36	-0.07	0.07	-0.23	0.15	-0.12	0.15	0.07	0.10	-0.26	-0.01	0.45	-0.02	0.39	-0.03	0.03	0.03	0.09
2.33	0.79	0.28	2.75	1.32	3.11	0.98	2.65	1.28	1.36	0.94	3.65	5.34	2.38	3.76	3.13	2.27	1.57	3.59	1.60	1.51
China																				
c_2	a_{22}	a_{21}	a_{24}	a_{23}	a_{26}	a_{25}	a_{28}	a_{27}	a_{30}	a_{29}	b_{22}	b_{21}	b_{24}	b_{23}	b_{26}	b_{25}	b_{28}	b_{27}	b_{30}	b_{29}
-0.02	0.00	-0.04	-0.28	-0.04	-0.39	0.03	0.33	0.10	-0.04	0.06	0.16	0.06	0.53*	-0.02	-0.36	0.00	-0.02	-0.01	0.60	-0.01
1.23	0.24	0.14	0.33	0.54	1.01	1.29	2.15	0.38	1.17	0.65	0.30	2.13	0.27	5.07	0.34	2.87	0.34	0.70	0.38	1.51
c_1	a_{12}	a_{11}	a_{14}	a_{13}	a_{16}	a_{15}	a_{18}	a_{17}	a_{20}	a_{19}	b_{12}	b_{11}	b_{14}	b_{13}	b_{16}	b_{15}	b_{18}	b_{17}	b_{20}	b_{19}
-0.39	0.00	-0.23	-0.47	-0.06	-0.15	-0.12	0.08	-0.05	0.20	-0.02	-0.04	-0.11	0.02	0.33	0.00	0.42	-0.04	0.03	-0.04	0.14
0.56	0.21	0.15	0.31	0.72	1.38	0.75	1.04	0.41	0.59	0.27	0.29	2.77	0.54	2.86	0.59	1.63	0.39	0.71	0.46	0.86
Sudáfrica																				
c_2	a_{22}	a_{21}	a_{24}	a_{23}	a_{26}	a_{25}	a_{28}	a_{27}	a_{30}	a_{29}	b_{22}	b_{21}	b_{24}	b_{23}	b_{26}	b_{25}	b_{28}	b_{27}	b_{30}	b_{29}
-0.43	-0.21**	-0.05	-0.26	0.00	-0.07	0.06	-0.13	-0.02	-0.14	-0.07	0.12	-0.01	0.41	0.02	0.06	-0.02	-0.44	-0.01	0.51	-0.03
2.60	0.11	0.06	0.36	0.70	0.63	0.59	0.40	1.02	0.32	0.79	1.32	4.54	1.14	3.58	1.41	2.08	1.45	3.52	1.49	1.45
c_1	a_{12}	a_{11}	a_{14}	a_{13}	a_{16}	a_{15}	a_{18}	a_{17}	a_{20}	a_{19}	b_{12}	b_{11}	b_{14}	b_{13}	b_{16}	b_{15}	b_{18}	b_{17}	b_{20}	b_{19}
-0.29	-0.02	-0.16	-0.03	-0.02	0.04	-0.22	-0.01	-0.09	0.06	0.01	0.01	-0.17	-0.06	0.41	0.16	0.37	0.00	0.00	0.01	0.14
25.47	0.63	0.34	4.74	7.85	8.47	5.46	3.79	10.56	5.03	7.67	19.49	47.50	12.23	31.36	15.65	23.38	18.40	32.48	12.27	13.91

donde a_{11} y a_{21} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-1}|$, a_{12} y a_{22} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-2}|$, a_{13} y a_{23} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-3}|$, a_{14} y a_{24} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-4}|$, a_{15} y a_{25} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-5}|$, a_{16} y a_{26} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-6}|$, a_{17} y a_{27} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-7}|$, a_{18} y a_{28} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-8}|$, a_{19} y a_{29} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-9}|$, a_{20} y a_{30} son los coeficientes de $|y_{WTL,t-10}|$, b_{11} y b_{21} son los coeficientes de $q_{WTL,t-1}$, b_{12} y b_{22} son los coeficientes de $q_{WTL,t-2}$, b_{13} y b_{23} son los coeficientes de $q_{WTL,t-3}$, b_{14} y b_{24} son los coeficientes de $q_{WTL,t-4}$, b_{15} y b_{25} son los coeficientes de $q_{WTL,t-5}$, b_{16} y b_{26} son los coeficientes de $q_{WTL,t-6}$, b_{17} y b_{27} son los coeficientes de $q_{WTL,t-7}$, b_{18} y b_{28} son los coeficientes de $q_{WTL,t-8}$, b_{19} y b_{29} son los coeficientes de $q_{WTL,t-9}$, b_{20} y b_{30} son los coeficientes de $q_{WTL,t-10}$.