

# **QUANTILIC BETA PORTFOLIOS: UNA FORMA ALTERNATIVA DE EXPONERSE AL FACTOR MERCADO**

**Pablo Muñoz Romero**

Trabajo de investigación 20/002

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Directores: Dr. Miguel Ángel Martínez  
Dr. Diego Corral

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

# *Quantilic Beta Portfolios:*

Una forma alternativa de exponerse  
al Factor Mercado.

Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas



Autor:

Pablo Muñoz Romero

Directores:

Dr. Miguel Ángel Martínez Sedano

Diego Corral Basterra

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

[www.finanzascuantitativas.com](http://www.finanzascuantitativas.com)

Madrid, a 9 de Julio de 2020

# Índice

Abstract .....	4
Resumen .....	4
1.- Introducción.....	5
1.1.- Gestión Activa Vs Gestión Pasiva .....	5
1.2.- Antecedentes.....	6
1.2.1.- Teoría Moderna de Carteras .....	6
1.2.2.- CAPM.....	7
1.2.3.- APT .....	8
1.2.4.- Modelos Factoriales de Fama-French .....	8
2.- Aspectos Metodológicos .....	10
2.1.- Regresión Cuantílica .....	10
2.2.- Bull Bear Beta (Dual Beta).....	11
2.3.- Medidas de <i>Performance</i> y de Gestión de Riesgos .....	12
2.3.1.- Rentabilidad .....	12
2.3.2.- Riesgo .....	13
2.3.3.- Rentabilidad Ajustada por Riesgo.....	15
2.3.4.- Comportamiento frente a <i>Benchmark</i> .....	16
3.- Datos .....	18
4.- Estrategia de Selección de Acciones: <i>Quantilic Beta</i> vs Otros Métodos.....	19
4.1.- Paso 1: Cálculo de Betas por Regresión Cuantílica en Ventanas Móviles .....	19
4.2.- Paso 2: Selección de Acciones .....	22
4.3.- Funcionamiento Método.....	24
4.4.- Otros Métodos .....	27
4.4.1. Carteras <i>Bull Bear Beta</i> .....	27
4.4.2.- Carteras <i>Total Acciones</i> .....	27
5.- Construcción de Carteras .....	28
6.- Comportamiento Carteras en periodo <i>Out-of-Sample</i> .....	30
6.1.- Comentarios Previos .....	30
6.2.- Análisis de las Medidas de Rentabilidad de las Carteras .....	31
6.3.- Análisis de las Medidas de Riesgo de las Carteras .....	36
6.4.- Análisis de la Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras .....	41
6.5.- Análisis del Comportamiento de las Carteras frente a <i>Benchmark</i> .....	47
7.- Conclusiones .....	58
8.- Bibliografía.....	61

## Índice de Ilustraciones

Ilustración 1.- Función de Pérdida.....	11
Ilustración 2.- Regresión Apple en Cuantiles 0.01 y 0.99 .....	20
Ilustración 3.- Betas por Cuantil Apple 1º Ventana Móvil .....	21
Ilustración 4.- Superficie de Betas Apple.....	21
Ilustración 5.- Betas por Cuantil acciones diversas .....	22
Ilustración 6.- Betas por Cuantil Starbucks 1º Ventana Móvil.....	23
Ilustración 7.- Superficie de Betas Starbucks.....	23
Ilustración 8.- Funcionamiento Estrategia Quantilic Beta .....	25
Ilustración 9.- Resultado a día 13/02/2020 de haber invertido 100 USD el 26/02/2010 (SP500 sin Dividendos).....	34
Ilustración 10.- Resultado a día 13/02/2020 de haber invertido 100 USD el 26/02/2010 (SP500 con Dividendos) .....	34
Ilustración 11.- Superficie de Betas Cartera Máximo Information Ratio Quantilic Beta .....	52
Ilustración 12.- Superficie de Betas Cartera Mínima Semivarianza Total Acciones .....	54
Ilustración 13.- Gráfico Evolución Carteras durante la Crisis por Covid-19.....	57

## Índice de Tablas

Tabla 1.- Composición Carteras Quantilic Beta por Ventana Móvil.....	26
Tabla 2.- Medidas de Rentabilidad de las Carteras Antes de Comisiones.....	31
Tabla 3.- Medidas de Rentabilidad de las Carteras Después de Comisiones de Gestión.....	32
Tabla 4.- Medidas de Rentabilidad de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa.....	33
Tabla 5.- Medidas de Riesgo de las Carteras Antes de Comisiones.....	36
Tabla 6.- Medidas de Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Gestión .....	37
Tabla 7.- Medidas de Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa.....	38
Tabla 8.- Medidas de Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras Antes de Comisiones .....	42
Tabla 9.- Medidas de Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Gestión.....	43
Tabla 10.- Medidas de Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa.....	44
Tabla 11.- Medidas de Comportamiento frente a Benchmark de las Carteras Antes de Comisiones .....	48
Tabla 12.- Medidas de Comportamiento frente a Benchmark de las Carteras Después de Comisiones de Gestión.....	49
Tabla 13.- Medidas de Comportamiento frente a Benchmark de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa.....	50
Tabla 14.- Carteras durante la Crisis por Covid-19.....	56

## Abstract

This research has the main objective of designing a stock selection strategy that outperforms the benchmark assigned and other prior asset selection strategies. To this end, we attempt to expose our portfolios in a “smart” way to the Market Factor by focusing on returns distributions’ tails using Quantile Regression. Applying this technique we obtain different stocks’ Beta Coefficients on the quantiles we are interested in to analyze the performance of these stocks depending on the market situation. Thus we will try to look for stocks which, on the one hand, go up higher than the benchmark when we are in a rising market and, on the other hand, fall less than the market when it is suffering a crisis. Once we have obtained the “star” stocks, we build portfolios based on different performance and risk management measures, which developments will be studied in an Out-of-Sample period of 10 years to corroborate the effectiveness of this strategy.

**Key Words:** Quantile Regression, Portfolio Management, Stock Selection, Asset Allocation, Performance Measures, Risk Management Measures.

## Resumen

El objetivo principal de este Trabajo de Fin de Máster es diseñar una estrategia de selección de activos de renta variable que sea capaz de conseguir mejores resultados que su *benchmark* y, a su vez, que consiga batir metodologías diseñadas en el pasado. Para ello, tratamos de exponernos de una forma “inteligente” al Factor Mercado mediante un enfoque en las colas de las distribuciones empíricas de rendimientos a través del uso de Regresión Cuantílica. Empleando esta técnica obtenemos Coeficientes Beta de las acciones en cada cuantil de interés, consiguiendo así analizar los comportamientos de las acciones en función de la situación en la que se encuentre el mercado. De este modo, se podrán buscar acciones que, por un lado, suban más que el mercado cuando éste se encuentra en periodos de bonanza y, por otro lado, que bajen menos cuando el mercado se encuentre en periodos de fuertes caídas. Una vez obtenidas estas acciones “estrella”, se construyen carteras en base a diferentes medidas de *performance* y de gestión de riesgos, cuyos comportamientos serán estudiados en un periodo *Out-of-Sample* de 10 años, de cara a contrastar la eficacia de la presente estrategia.

**Palabras Clave:** Regresión Cuantílica, Gestión de Carteras, Selección de Acciones, Asignación de Activos, Medidas de *Performance*, Medidas de Gestión de Riesgos.

# 1.- Introducción

En este Trabajo de Fin de Máster se va a diseñar una estrategia de selección de activos de renta variable que consiga rentabilidades superiores a las del índice de referencia de estos activos. Para ello, se parte de la idea de seleccionar aquellas acciones “estrella” que, por un lado, suban más que el mercado cuando éste se encuentra en periodos de bonanza y, por otro lado, que bajen menos cuando el mercado se encuentre en periodos de fuertes caídas. De esta forma, por construcción, las carteras que se formen con estas acciones deberían superar al índice en materia de rentabilidad.

Para ello, nos basaremos en el concepto Beta, que no es más que una medida para evaluar el riesgo sistemático que posee una acción o cartera de acciones. Sin embargo, veremos que la Beta tradicional resultante de una Regresión Lineal tiene una serie de inconvenientes y, por este motivo, emplearemos Regresión Cuantílica para calcular una estructura de Betas por cuantiles que nos proporcionará una información mucho más detallada del verdadero riesgo sistemático de cada activo en cuestión. Dicha información nos ayudará a seleccionar las acciones “estrella” en base a la estrategia que se presenta en este trabajo. Las carteras construidas a partir de esta estrategia las denominaremos *Quantilic Beta*.

Una vez obtenidas estas acciones “estrella”, se construirán carteras en base a diferentes medidas de *performance* y de gestión de riesgos, cuyos comportamientos serán estudiados en un periodo *Out-of-Sample* de 10 años de cara a contrastar la eficacia de la presente estrategia. Para ello, además de confrontar las carteras *Quantilic Beta* con su índice de referencia, se compararán los resultados referentes a rentabilidad, riesgo, rentabilidad ajustada por riesgo y comportamiento frente a *benchmark* de las carteras *Quantilic Beta* con otras carteras cuyas acciones se seleccionan en base a otros métodos diseñados en el pasado. Además, para llevar a cabo estas comparaciones de un modo más realista, también se tendrán en cuenta en los cálculos las comisiones de gestión y de compraventa correspondientes.

Dado que nuestra estrategia de inversión busca defender la gestión activa de carteras, previamente a proceder con la descripción de la estrategia que hemos diseñado, es importante entender qué nos ha enseñado la investigación académica sobre este tema en el pasado.

## 1.1.- Gestión Activa Vs Gestión Pasiva

El consenso general al que se ha llegado en estudios pasados es que, en términos generales, la gestión activa no supera en rentabilidad a la gestión pasiva (inversión en índices bursátiles) después de comisiones de gestión. Esto se debe a que muy pocos gestores de carteras son capaces de conseguir rentabilidades consistentemente superiores a las del índice de referencia después de incluir comisiones de gestión.

Los gestores de fondos de gestión activa buscan generar Alfa de Jensen, es decir, un exceso de rentabilidad sobre la que podría haber conseguido el *benchmark* asumiendo la misma cantidad de riesgo que asume el fondo. Sin embargo, entre muchos otros autores, Fama y French (2010) mostraron que, en agregado, los fondos de gestión activa obtienen

rentabilidades menores a las que señalan el modelo unifactorial *Capital Asset Pricing Model*, desarrollado por Sharpe (1964) y Litner (1965) y los modelos de tres y cuatro factores, formulados por Fama y French (1993), a causa de las comisiones de gestión que cobran este tipo de fondos. Por ende, los gestores no son capaces de ofrecer Alfa de Jensen positivo después de comisiones en términos generales, e incluso una gran parte de ellos tampoco consiguen generarlo antes de comisiones.

Por tanto, de cara a evaluar el método de inversión que se va a describir en este *paper* será necesario compararlo con el comportamiento del *benchmark* y no sólo con otras metodologías similares que se vienen llevando a cabo en la industria.

## 1.2.- Antecedentes

A continuación, se presentan distintas teorías que diferentes referentes de la economía financiera han formulado en el pasado. Estas teorías abarcan materias como el *Asset Allocation* (Asignación de activos) y Modelos Factoriales de Valoración de Activos que nos proporcionarán una estructura inicial sobre la que desarrollaremos nuestra estrategia.

### 1.2.1.- Teoría Moderna de Carteras

La Teoría Moderna de Carteras, introducida por el Premio Nobel Markowitz (1952), establece que las preferencias de los inversores únicamente dependen de la media y varianza de los rendimientos de las carteras.

Por esta razón, la teoría de carteras trata de seleccionar la cartera de inversión óptima que proporcione el rendimiento más alto posible a un nivel dado de riesgo o el riesgo más bajo dado un nivel de rendimiento específico, medido el riesgo por la varianza de la cartera. Bajo esta teoría, se hacen los siguientes supuestos:

- Los mercados son completos: existen al menos el mismo número de activos financieros cuyos pagos son linealmente independientes como de contingencias futuras. No existen costes de transacción.
- Los mercados son perfectos: los inversores tienen libre acceso a la información.
- Los mercados son eficientes: los precios de los activos reflejan plenamente la información disponible.
- Los agentes que intervienen en el mercado son racionales: buscan activos con atractivo *trade-off* de rendimiento-riesgo.
- No existen restricciones para la formación de carteras: se pueden hacer compras y ventas en corto, pudiendo ser apalancadas mediante la venta en descubierto de activo libre de riesgo.

A partir de esta teoría, las investigaciones posteriores se orientaron hacia modelos de estimación de rendimientos futuros y a la valoración de activos que se exponen a continuación, como el CAPM o el APT.

### 1.2.2.- CAPM

El *Capital Asset Pricing Model* (CAPM), desarrollado por Sharpe (1964) y Litner (1965) y por el cual William Sharpe obtuvo el Premio Nobel en 1990, fue el modelo que abrió paso a la Teoría de Valoración de Activos. Seis décadas después, este modelo y sus derivaciones siguen siendo ampliamente utilizados en la industria financiera en ámbitos como la evaluación de la *performance* de carteras de inversión y en el cálculo del coste de capital de empresas.

El CAPM es un modelo unifactorial que sirve para calcular el precio de un activo o una cartera de inversiones a través del descuento de rendimientos esperados que este modelo proporciona. Para activos individuales, se hace uso de la Línea del Mercado de Valores (LMV) que proporciona un paradigma para comparar el rendimiento esperado del mercado frente al rendimiento esperado de un activo en función del riesgo sistemático que presenta.

El riesgo sistemático o riesgo no diversificable de una acción es medido por su Beta, coeficiente que observamos a continuación en la relación de equilibrio que formula el CAPM:

$$\mathbb{E}(R_i) = r_f + \beta_{i,M}(\mathbb{E}(R_M) - r_f)$$

Donde:

- $\mathbb{E}(R_i)$  es el rendimiento esperado del activo  $i$ .
- $r_f$  es el rendimiento del activo libre de riesgo.
- $\mathbb{E}(R_M)$  es el rendimiento esperado del mercado.
- $\beta_{i,M}$  es el coeficiente que mide la relación lineal entre el rendimiento del activo  $i$  y el rendimiento del mercado:

$$\beta_{i,M} = \frac{Cov(R_i, R_M)}{Var(R_M)}$$

Es, por tanto, una medida del riesgo sistemático que posee el activo individual  $i$ . De cara a clasificar un activo en función de su beta, encontramos activos de cinco tipos:

- Título Agresivo: Los activos con  $\beta > 1$  se mueven en la misma dirección que el mercado pero de manera más amplificadas.
- Título Indexado: Los activos con  $\beta = 1$  se mueven en la misma dirección y en cuantía similar que el mercado.
- Título Defensivo: Los activos con  $0 < \beta < 1$  se mueven en la misma dirección pero en menor cuantía que el mercado.
- Título Super-Defensivo: Los activos con  $-1 < \beta < 0$  se mueven en dirección contraria y en menor cuantía que el mercado.
- Título Ultra-Defensivo: Los activos con  $\beta < -1$  se mueven en dirección contraria y en mayor cuantía que el mercado.

El CAPM, por tanto, sugiere que un activo ha de tener un rendimiento esperado igual al rendimiento del activo libre de riesgo más una prima de riesgo en función del riesgo sistemático que posea el activo de cara a premiar al tenedor de éste con una rentabilidad coherente dado el riesgo asumido.

### 1.2.3.- APT

El modelo *Arbitrage Pricing Theory* (APT) nace posteriormente al CAPM cuando el economista Ross (1976) trata de mostrar que pueden existir una variedad de factores independientes que explican la rentabilidad de un activo concreto, más allá que el Factor Mercado que propuso Sharpe a través del CAPM. De forma genérica, un modelo multifactorial como el que el APT propone adopta la siguiente forma:

$$\mathbb{E}(R_i) = r_f + \beta_{i,1}\mathbb{E}(F_1) + \beta_{i,2}\mathbb{E}(F_2) + \dots + \beta_{i,N}\mathbb{E}(F_N)$$

Donde:

- $\mathbb{E}(R_i)$  es el rendimiento esperado del activo  $i$ .
- $r_f$  es el rendimiento del activo libre de riesgo.
- $\mathbb{E}(F_n)$  es el rendimiento esperado del Factor  $n$ .
- $\beta_{i,n}$  es el coeficiente que mide la relación entre el rendimiento del activo  $i$  y el rendimiento del factor  $n$ :

$$\beta_{i,n} = \frac{Cov(R_i, F_n)}{Var(F_n)}$$

Chen, Roll y Ross (1986) sugieren que las variables que explican la varianza de los rendimientos de los activos financieros son variables macroeconómicas. Concretamente, señalan las siguientes variables como posibles factores de riesgo: índice de mercado (*Benchmark*), tipos de interés, inflación y Producto Interior Bruto.

Sin embargo, si nos centramos en mercados de renta variable, empíricamente se ha demostrado que estos factores macroeconómicos, a excepción del Índice de Mercado, no explican bien la varianza de los rendimientos de las acciones individuales.

No obstante, existe otra corriente de modelos multifactoriales que ha resultado ser mucho más exitosa que la anterior, que son los modelos multifactoriales que ponen foco en las características de las empresas. Explicamos a continuación de forma breve este tipo de modelos introducidos por Fama y French (1996).

### 1.2.4.- Modelos Factoriales de Fama-French

Dado que los modelos previamente expuestos no resultaron ser muy satisfactorios, Fama y French (1996) proponen un modelo de tres factores que ponen el foco en las características propias de las empresas. Los tres factores que propusieron son construidos mediante carteras de acciones americanas:

- **MKT-RF** (*Market Minus Risk Free Interest*): Es el exceso de rendimiento esperado de la cartera de mercado sobre el tipo de interés sin riesgo. La cartera de mercado es un índice ficticio ponderado por capitalización bursátil construido con empresas listadas en el NYSE y NASDAQ.
- **SMB** (*Small Minus Big*): Es el rendimiento esperado de la cartera que replica el factor de riesgo asociado al tamaño medido a través de la capitalización bursátil.
- **HML** (*High Minus Low*): Recoge el rendimiento esperado de la cartera que replica al factor de riesgo asociado al ratio Valor Contable / Valor de Mercado. El Valor Contable se obtiene de restar Activo Total - Pasivo Total, es decir, mide el Valor del Patrimonio Neto de cada empresa. En cambio, el Valor de Mercado es, simplemente, el precio de cotización de la acción multiplicado por el número de acciones que forman el Capital Social de cada empresa.

Matemáticamente, el Modelo de Tres Factores de Fama y French se puede expresar de la siguiente manera:

$$\mathbb{E}(R_{i,t}) = \alpha_i + \beta_{i,M} \mathbb{E}(R_{M,t} - r_{f,t}) + \beta_{i,SMB} \mathbb{E}(SMB_t) + \beta_{i,HML} \mathbb{E}(HML_t)$$

Si quisiéramos explicar los rendimientos de una cartera con los factores de riesgo anteriores, usaríamos este mismo modelo en la forma de generador de rendimientos:

$$R_{i,t} = \alpha_i + \beta_{i,M}(R_{M,t} - r_{f,t}) + \beta_{i,SMB}SMB_t + \beta_{i,HML}HML_t + \varepsilon_{i,t}$$

Donde:

- $R_{i,t}$  es el rendimiento del activo  $i$  en  $t$ .
- $\alpha$  es la constante del modelo.
- $\beta_{i,M}$  es el coeficiente que mide la relación entre el rendimiento del activo  $i$  y el rendimiento del Factor MKT-RF.
- $\beta_{i,SMB}$  es el coeficiente que mide la relación entre el rendimiento del activo  $i$  y el rendimiento del Factor SMB.
- $\beta_{i,HML}$  es el coeficiente que mide la relación entre el rendimiento del activo  $i$  y el rendimiento del Factor HML.
- $(R_{M,t} - r_t)$  es la prima por riesgo del mercado (Factor MKT-RF).
- $SMB_t$  es el rendimiento del Factor SMB.
- $HML_t$  es el rendimiento del Factor HML.

## 2.- Aspectos Metodológicos

Este apartado tiene como objetivo exponer de forma genérica la teoría que está detrás de este Trabajo de Fin de Máster. Concretamente, se explicará la técnica de Regresión Cuantílica, que es la tecnología principal del trabajo, el método de inversión *Bull Bear Beta* que se comparará con nuestro método y, por último, las diferentes medidas de *performance* y de gestión de riesgos que se utilizarán para optimizar y evaluar carteras.

### 2.1.- Regresión Cuantílica

Cuando llevamos a cabo una Regresión Lineal para estudiar una serie de datos, estamos asumiendo que se cumplen una serie de supuestos. Entre ellos encontramos que la relación entre las variables explicativas y la media de la variable a explicar ha de ser lineal, que ha de existir homocedasticidad en las perturbaciones y que, condicional a los valores de las variables explicativas, la variable a explicar posee una Distribución Gaussiana. De esta forma, se asume que los coeficientes de la regresión son constantes a lo largo de la muestra.

Dado un Modelo de Regresión Lineal General (MRLG):

$$Y_{i,t} = \alpha + \beta_1 X_{1,t} + \dots + \beta_k X_{k,t} + \varepsilon_{i,t} \quad t = 1, \dots, T$$

La media de la variable a explicar condicional en los valores de las variables explicativas será:

$$\mathbb{E}(y_i | x_i) = x_i' \beta$$

Donde los coeficientes Beta son obtenidos resolviendo el siguiente problema de minimización:

$$\hat{\beta} = \underset{\hat{\beta} \in \mathbb{R}^k}{\operatorname{argmin}} \sum_i (y_i - x_i' \hat{\beta})^2$$

Que no son más que aquellos valores de  $\hat{\beta}$  que minimizan la distancia de los residuos al cuadrado, método de minimización conocido como MCO (Mínimos Cuadrados Ordinarios).

Sin embargo, si los datos no se distribuyen idénticamente a lo largo de la muestra ya sea porque los datos presentan heterocedasticidad, algún cambio estructural o datos atípicos, no es conveniente emplear modelos de regresión lineal. Para solventar este problema, nace la Regresión Cuantílica a manos de Koenker y Basset (1978) que consiste en un método de estimación basado en la minimización de la suma de desviaciones absolutas ponderadas con pesos asimétricos. Este método analiza el efecto de la variable explicativa no sólo en el centro de la distribución sino también en las colas de la distribución de la variable de interés.

Teniendo una estructura similar al MRLG, un Modelo de Regresión Cuantílica General (MRQG) para el cuantil  $\tau$  es:

$$Q_\tau(Y_t) = \alpha_\tau + \beta_{1,\tau} X_{1,t} + \dots + \beta_{k,\tau} X_{k,t} + \varepsilon_\tau \quad t = 1, \dots, T$$

De esta manera, los coeficientes beta dejan de ser constantes y pasan a ser funciones del cuantil. Para calcularlos, basta con resolver mediante programación lineal el siguiente problema de optimización para cada cuantil deseado:

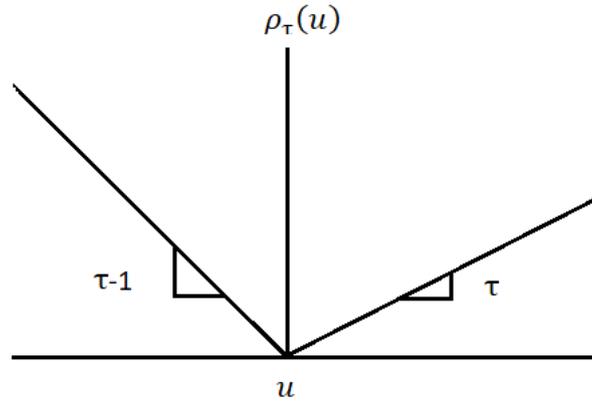
$$\hat{\beta}_\tau = \underset{\hat{\beta}_\tau \in \mathbb{R}^k}{\operatorname{argmin}} \sum_i |\rho_\tau(y_i - x_i' \hat{\beta}_\tau)|$$

Donde  $\rho_\tau(\cdot)$  es la siguiente función de pérdida:

$$\rho_\tau(u) = [\tau - I(u < 0)]u = [(1 - \tau)I(u \leq 0) + \tau I(u > 0)] |u|$$

Gráficamente:

*Ilustración 1.- Función de Pérdida*



Donde  $\tau = 0.5$  correspondería al problema de optimización de la mediana.

Por tanto:

$$\hat{\beta}_\tau = \underset{\hat{\beta}_\tau \in \mathbb{R}^k}{\operatorname{argmin}} \left\{ \sum_{i \in \{i | y_i \geq x_i' \hat{\beta}_\tau\}} \tau |y_i - x_i' \hat{\beta}_\tau| + \sum_{i \in \{i | y_i < x_i' \hat{\beta}_\tau\}} (1 - \tau) |y_i - x_i' \hat{\beta}_\tau| \right\}$$

Donde se puede observar cómo todas las observaciones por encima del hiperplano estimado  $x_i' \hat{\beta}_\tau$  (la diferencia absoluta entre  $y_i$  y  $x_i' \hat{\beta}_\tau$ ) son ponderadas por  $\tau$  y, por el otro lado, cómo todas las observaciones por debajo del hiperplano estimado  $x_i' \hat{\beta}_\tau$  son ponderadas por  $(1 - \tau)$ .

## 2.2.- Bull Bear Beta (Dual Beta)

El modelo Dual Beta que publicaron Howton y Peterson (1998), también conocido como Bull-Bear Beta, es una generalización del Modelo CAPM. La idea de este modelo es separar la exposición al riesgo sistemático de un activo o cartera ante periodos alcistas y bajistas del índice. De esta forma, se va más allá del CAPM considerando que la beta de un activo no es constante, variando en función de la situación del mercado.

La manera de realizar esta partición de betas se basa en, por un lado, considerar los rendimientos negativos del índice y sus pares de rentabilidad del activo individual y, por otro lado, considerar los rendimientos positivos del índice y sus pares de rentabilidad del activo individual. De esta forma, se obtienen dos betas diferentes al realizar dos

regresiones lineales distintas: una Beta Alcista (*Bull Beta*) y una Beta Bajista (*Bear Beta*). Mostramos a continuación las dos regresiones descritas:

$$R_{i,t}^{M+} = \alpha + \beta_{i,M}^+ R_{M,t}^+ + \varepsilon_{i,t}$$

$$R_{i,t}^{M-} = \alpha + \beta_{i,M}^- R_{M,t}^- + \varepsilon_{i,t}$$

Donde:

- $R_{i,t}^{M+}$  es el rendimiento del activo  $i$  en  $t$  asociado al rendimiento positivo del índice.
- $R_{i,t}^{M-}$  es el rendimiento del activo  $i$  en  $t$  asociado al rendimiento negativo del índice.
- $\alpha$  es la constante del modelo.
- $R_{M,t}^+$  son los rendimientos positivos del mercado.
- $R_{M,t}^-$  son los rendimientos negativos del mercado.
- $\beta_{i,M}^+$  es la Beta Alcista (*Bull Beta*) que mide la relación entre los rendimientos del activo con los rendimientos positivos del mercado:

$$\beta_{i,M}^+ = \frac{Cov(R_{i,t}^{M+}, R_{M,t}^+)}{Var(R_{M,t}^+)}$$

- $\beta_{i,M}^-$  es la Beta Bajista (*Bear Beta*) que mide la relación entre los rendimientos del activo con los rendimientos negativos del mercado:

$$\beta_{i,M}^- = \frac{Cov(R_{i,t}^{M-}, R_{M,t}^-)}{Var(R_{M,t}^-)}$$

Por tanto, esta partición de betas nos lleva a buscar activos que sean agresivos cuando el mercado es alcista ( $\beta_{i,M}^+ > 1$ ) pero defensivos cuando el mercado es bajista ( $\beta_{i,M}^- < 1$ ), es decir, títulos que suban más que el índice cuando el mercado es alcista pero que, a su vez, bajen menos que el índice cuando el mercado es bajista. Esta idea de escoger los activos “estrella” es en la que se va a centrar este trabajo pero, para seleccionarlos, emplearemos una metodología distinta a la Dual Beta que se presentará a continuación, basada en regresión cuantílica.

## 2.3.- Medidas de *Performance* y de Gestión de Riesgos

A continuación, se van a explicar las medidas de performance y de gestión de riesgos que se emplearán o bien para la evaluación de carteras o bien para los procesos de *Asset Allocation*.

### 2.3.1.- Rentabilidad

#### Rentabilidad Acumulada

Dado que los rendimientos logarítmicos tienen mejores propiedades que los rendimientos aritméticos, en este estudio se han empleado los primeros. Matemáticamente, el rendimiento logarítmico del activo  $i$  en el periodo que va de  $t-1$  a  $t$  será:

$$R_{i,t} = \ln \left( \frac{P_{i,t}}{P_{i,t-1}} \right)$$

Donde  $P_{i,t}$  es el precio del activo  $i$  en el instante  $t$ .

Dado que una de las propiedades de los rendimientos logarítmicos es la aditividad temporal, la rentabilidad acumulada de un activo desde  $t=1$  hasta  $T$ , denotada como, será la suma de los rendimientos habidos hasta  $T$ :

$$R_{i,t=1,T} = \sum_{t=1}^T R_{i,t}$$

### Rentabilidad Media Anual

Dado que usamos rentabilidades logarítmicas, para calcular la rentabilidad media anual que ha obtenido cada una de las carteras basta con dividir la rentabilidad acumulada hasta  $T$  entre el número de años que hay en el periodo de  $t=1$  hasta  $T$ :

$$R_{i,media-anual} = \frac{R_{i,t=1,T}}{\# \text{ años en } T}$$

### 2.3.2.- Riesgo

El riesgo de mercado es la posibilidad de experimentar cambios adversos en el precio de un activo o cartera debido a movimientos en los factores de riesgo que afectan al mercado en el que se encuentra. A continuación, se describen diferentes medidas de riesgo de mercado para cuantificar este tipo de riesgo.

#### Volatilidad

La volatilidad es la desviación típica que experimentan los rendimientos de un activo, es decir, la dispersión que sufren los rendimientos en torno a la media de estos. Matemáticamente:

$$\sigma_{i,T} = \sqrt{\frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (R_{i,t} - \bar{R}_i)^2}$$

Donde:

- $\sigma_{i,T}$  es la volatilidad en  $T$  de los rendimientos del activo  $i$  habidos entre  $t=1$  hasta  $T$ .
- $\bar{R}_i$  es la rentabilidad media del activo  $i$  en el periodo habido entre  $t=1$  hasta  $T$ .

Si los rendimientos fueran diarios y quisiéramos calcular volatilidades anuales, las anualizaríamos haciendo uso del número de observaciones que hay en cada año, 260:

$$\sigma_{i(annual)} = \sigma_{i,T} \sqrt{260}$$

#### Semi-Volatilidad

Dado que lo que verdaderamente afecta a los gestores de una cartera es el *downside risk* o el riesgo de la cola de pérdidas, vamos a considerar la volatilidad

“negativa” o Semi-Volatilidad. Es decir, vamos a tener en cuenta la Semi-Varianza que no es más que el segundo *Lower Partial Moment* que considera rendimientos negativos.

La Semi-Volatilidad será, por tanto:

$$SemiVolatilidad = LPM(\theta = 0, m = 2)^{\frac{1}{2}} = \{ \mathbb{E}[(0 - R_i)_+^2] \}^{\frac{1}{2}}$$

Donde:

- $m$  indica el momento parcial de interés.
- $\theta$  es el umbral sobre el que se halla el momento parcial inferior.

Si los rendimientos fueran diarios, la semivolatilidad anual, sería:

$$SemiVolatilidad_{i(anual)} = SemiVolatilidad_{i,T} \sqrt{260}$$

### Value at Risk

El *Value at Risk* (*VaR*) es una medida utilizada para evaluar el riesgo de una determinada posición o cartera de activos. Concretamente, nos informa sobre la pérdida máxima de un activo o cartera que se puede esperar en un horizonte temporal de  $N$  días dado un nivel de confianza  $1-\alpha$  determinado.

Por consiguiente, el *VaR* no es sino un determinado cuantil de la distribución de rendimientos de la cartera o activo en el horizonte de tiempo escogido. Existen tres formas de calcular el *VaR* de una posición: método histórico, método paramétrico y método de simulación por Montecarlo. En el presente trabajo se emplea el primer método dado que nuestro objetivo no es predecir el *VaR* sino comprobar qué *VaR* ha asumido cada cartera ya que disponemos de un periodo *Out-of-Sample* conocido que se usará para evaluar el comportamiento de las carteras formadas en base al periodo *In-Sample*. Así pues, matemáticamente:

$$VaR_{\alpha}(R_{i,t=1,T}) = -q_{\alpha}(R_{i,t=1,T}) = -\inf \left\{ R \mid \frac{\#R_{i,t=1,T} \leq R}{n} \geq \alpha \right\}$$

Donde:

- $\alpha$  es el nivel de significación elegido.
- $q_{\alpha}(R_{i,t=1,T})$  es el cuantil  $\alpha$  de los rendimientos diarios de la cartera habidos hasta  $T$ .
- $n$  es el número de observaciones de rendimientos diarios.

Como en el caso de la volatilidad y semivolatilidad, si los rendimientos fueran diarios y estuviéramos calculando un *VaR* diario, y se quisiera anualizarlo sería:

$$VaR_{\alpha}(R_{i,t=1,T})_{i(anual)} = VaR_{\alpha}(R_{i,t=1,T})_{i,T} \sqrt{260}$$

Sin embargo, dos carteras pueden presentar mismo *VaR* pero ser una más arriesgada que la otra. Esto se debe a que el *VaR* informa de que el  $\alpha\%$  de las veces la pérdida no excederá dicho valor en riesgo, pero no dice cuál será la pérdida asumida una vez el *VaR* sea excedido.

### Expected Shortfall

El *Expected Shortfall* (*ES*) es la pérdida que podemos esperar cuando la pérdida de una cartera supera al *VaR* dado un nivel de confianza  $1-\alpha$  y un horizonte temporal  $T$ . Cabe destacar que, a diferencia del *VaR*, el *ES* es una medida coherente de riesgo (monótona, invariante por traslación, homogénea y sub-aditiva).

$$ES_{\alpha}(R_{i,t=1,T}) = -\mathbb{E}[R_{i,t=1,T} | R_{i,t=1,T} < -VaR_{\alpha}(R_{i,t=1,T})]$$

Como anteriormente, si calculamos el *ES* diario, se anualizaría así:

$$ES_{\alpha}(R_{i,t=1,T})_{i \text{ (anual)}} = ES_{\alpha}(R_{i,t=1,T})_{i,T} \sqrt{260}$$

### Maximum Drawdown

El *Maximum Drawdown* es una medida de riesgo que mide la máxima caída experimentada por un activo o cartera en el periodo comprendido desde que se registra un máximo hasta que vuelve a ser superado.

## 2.3.3.- Rentabilidad Ajustada por Riesgo

### Ratio de Sharpe

El Ratio de Sharpe, elaborado por Sharpe (1966), es una medida de rentabilidad ajustada por riesgo muy popular. Concretamente, mide el rendimiento de la cartera en exceso al tipo de interés sin riesgo por unidad de riesgo, medido éste por la volatilidad. Su fórmula es la siguiente:

$$Sharpe_c = \frac{R_c - r_f}{\sigma_c}$$

Siendo:

- $R_c$  la rentabilidad de la cartera.
- $r_f$  el rendimiento del activo libre de riesgo.
- $\sigma_c$  la volatilidad de la cartera

Las carteras óptimamente gestionadas de forma activa han de obtener un Ratio de Sharpe en torno a 1 o superior. Sin embargo, cuando evaluamos carteras en periodos largos (de 5 a 10 años), resulta raro encontrar carteras que consigan tener un Sharpe en torno a 1 de forma consistente.

### Ratio de Sortino

El Ratio de Sortino, desarrollado por Sortino y Van Der Meer (1991), es una medida de rentabilidad ajustada por riesgo, que mide el exceso de rendimiento frente a un determinado umbral  $\theta$  por cada unidad de semi-volatilidad o “volatilidad negativa”. En nuestro caso determinaremos un  $\theta = 0$ . De esta forma, ajustamos por riesgo el rendimiento obtenido por las carteras de una forma más coherente dado que el riesgo que realmente perjudica al inversor es aquel que se encuentra en la cola izquierda de la distribución de rendimientos, es decir, de la cola de pérdidas.

$$\text{Sortino}(\theta = 0, m = 1)_c = \frac{R_c - r_f}{\sqrt{LPM(0,2)}}$$

Las carteras óptimamente gestionadas de forma activa han de obtener un Ratio de Sortino en torno a 2 o superior. Sin embargo, al evaluar carteras en periodos largos (de 5 a 10 años), es raro que consigan un Sortino en torno a 2 de forma consistente.

### RoVaR

El Ratio *RoVaR* (*Return on Value at Risk*), no es más que una medida de rentabilidad ajustada por riesgo de cola aproximado por el *VaR* dado un nivel de significación  $\alpha$ .

$$\text{RoVaR}_{\alpha,c} = \frac{R_i}{\text{VaR}_{\alpha}(R_{i,t=1,T})}$$

### VaR Ratio

El *Value at Risk Ratio* es un ratio que divide el cuantil  $1-\alpha$  correspondiente a la cola derecha de la distribución empírica de rendimientos entre el cuantil  $\alpha$  correspondiente a la cola izquierda de la distribución empírica de rendimientos. Por tanto, busca evaluar si los rendimientos extremos son mayores en subidas o en bajadas dependiendo si el ratio es mayor o menor que la unidad.

$$\text{VaRR}(\alpha) = \frac{|\text{VaR}_{\alpha}(R_{i,t=1,T})|}{|\text{VaR}_{\alpha}(-R_{i,t=1,T})|}$$

## 2.3.4.- Comportamiento frente a *Benchmark*

### Beta

Como se ha explicado previamente, la Beta de una cartera con el mercado es una medida del riesgo sistemático que soporta dicha cartera. Matemáticamente:

$$\beta_{i,M} = \frac{\text{Cov}(R_i, R_M)}{\text{Var}(R_M)}$$

Por tanto, sirve para evaluar en qué medida han estado las carteras expuestas al Factor Mercado en media.

### Tracking Error

El *Tracking Error* es la volatilidad de la rentabilidad activa, es decir, la volatilidad de las diferencias de rentabilidad entre la cartera y su *benchmark*.

$$TE = \sigma(R_{c,t} - R_{b,t}) = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T [(R_{c,t} - R_{b,t}) - \overline{(R_{c,t} - R_{b,t})}]^2}$$

Donde:

- $R_{c,t}$  es la rentabilidad de la cartera que estamos analizando.

- $R_{b,t}$  es la rentabilidad del índice de referencia de la cartera.

El *TE* ofrece información sobre el tipo de gestión que se está realizando en una cartera concreta. Por ejemplo, un fondo indexado a un índice debería soportar un *TE* en torno al 0%-2% dado su rebalanceo de pesos de la cartera en tiempo discreto. Por otro lado, una cartera con un método de gestión híbrido entre gestión pasiva y gestión activa debería asumir un *TE* entre el 2%-5%. Finalmente, una cartera puramente de gestión activa debería sufrir un *TE* superior al 5% al descorrelacionarse en cierta medida del *benchmark* de cara a tratar de superarlo en rentabilidad.

### Information Ratio

El *Information Ratio*, introducido por Treynor y Black (1973), es una medida de *performance* que trata de reflejar cuánta rentabilidad de más obtiene una cartera respecto a su *benchmark* por unidad de riesgo extra asumida por la cartera frente al *benchmark*, es decir, ajustada por *Tracking Error*.

$$IR = \frac{R_{c,t} - R_{b,t}}{TE}$$

Carteras eficazmente gestionadas deberán ofrecer un *IR* entre 0.4 y 0.6 en periodos largos. En periodos cortos (por ejemplo, un año) podemos encontrar carteras que consiguen obtener un *IR* alrededor de 1. Sin embargo, resulta muy raro poder encontrar carteras que ofrezcan un *IR* alrededor a 1 de forma consistente en periodos más largos.

### Ratio de Treynor

El Ratio de Treynor, introducido por Treynor (1965), es similar al Ratio de Sharpe pero, en este caso, la rentabilidad de la cartera que excede al rendimiento del activo libre de riesgo está ajustada por la Beta que asume la cartera con el *benchmark*. Por tanto, es una medida de rentabilidad ajustada por riesgo de carteras que no tiene en consideración el riesgo específico o diversificable.

$$Treynor = \frac{R_c - r_f}{\beta_c}$$

Sin embargo, el ratio no es muy informativo dado que pierde sentido ante Betas negativas o con carteras compuestas por un número reducido de activos. En pocas palabras, es un ratio sencillo que permite establecer un ranking entre carteras diversificadas que están expuestas únicamente al Factor Mercado.

### Alfa de Jensen

El Alfa de Jensen, introducido por Jensen (1968), es la diferencia entre la rentabilidad obtenida por una cartera y la que hubiera conseguido el *benchmark* asumiendo la misma cantidad de riesgo. Por tanto, trata de comparar la evolución de una cartera gestionada activamente frente al rendimiento que se hubiera esperado por ésta dada su Beta. El Alfa de Jensen puede ser expresado de la siguiente manera:

$$\alpha = (R_c - r_f) - \beta_{c,b}(R_b - r_f)$$

La obtención de un  $\alpha > 0$  de forma consistente a lo largo de varios periodos indicaría que los gestores de la cartera en cuestión son hábiles.

### 3.- Datos

De cara a implementar la estrategia que se describe en el presente trabajo es importante seleccionar un índice que esté integrado por una gran cantidad de activos distintos, dado que se espera que existan pocos activos que sean agresivos cuando el mercado es alcista ( $\beta > 1$ ) y defensivos cuando el mercado es bajista ( $\beta < 1$ ).

Por esta razón, se ha seleccionado el índice Standard & Poor's 500 (S&P500) índice basado en capitalización bursátil que integra 500 grandes empresas que poseen acciones que cotizan en las bolsas NYSE o NASDAQ, capturando así aproximadamente el 80% de toda la capitalización de mercado en Estados Unidos. Mencionar que se van a contemplar años de 260 observaciones dado que este índice posee 260 días de cotización al año en media. Esta decisión se ha tomado por motivos computacionales.

Los datos del S&P500 y de sus integrantes se obtienen de la base de datos Thomson Reuters – Datastream. Concretamente, seleccionamos precios de cierre de las 500 acciones que forman el índice a día 13/02/2020 de los últimos 20 años (desde el 10/03/2000 hasta el 13/02/2020, 5200 observaciones en total). Cabe destacar que, tanto para el S&P500 como para las acciones individuales, los precios de cierre que se van a emplear son precios sin dividendos. Posteriormente, eliminamos de la muestra 116 empresas que no tienen el suficiente histórico de cotizaciones, por lo que nuestro espectro de acciones posibles a incluir en las carteras queda reducido a un total de 384 empresas.

No obstante, aunque para todo el proceso de construcción de las carteras se tenga en cuenta el índice S&P500 sin dividendos, se va a emplear el S&P500 *Total Return* para comparar su *performance* con nuestras carteras. De esta forma, como las carteras que vamos a diseñar no consideran el pago de dividendos de las acciones que las componen y su reinversión (rendimientos *Total Return*), éstas se verán sometidas a un contraste de eficacia mayor, ya que, si las carteras sin incluir dividendos son ya rentables frente al S&P500 *Total Return*, lo serán aún más al tenerlos en consideración.

Además, vamos a incluir un subapartado en este trabajo donde se estudiarán cómo se han desenvuelto las carteras durante el periodo de Crisis por Coronavirus (14/02/2020-09/06/2020), incluyendo así un tema de actualidad en el *paper*.

Finalmente, de cara a calcular medidas de *performance*, se va a utilizar como tipo de interés sin riesgo el tipo de interés a 1 año pagado en EEUU.

## 4.- Estrategia de Selección de Acciones: *Quantilic Beta* vs Otros Métodos

En este apartado vamos a presentar el método de selección de acciones, siendo éste el elemento central de este Trabajo de Fin de Máster. Básicamente, se busca seleccionar el conjunto de acciones “estrella” que pueda batir a su índice de referencia de forma consistente: se buscarán acciones que, por un lado, cuando el mercado sea alcista suban más y, por otro lado, que cuando el mercado sea bajista bajen menos. Para ello, hacemos un enfoque en las colas de las distribuciones históricas de rendimientos de las acciones para ver cómo se comportan dichas acciones cuando el mercado (índice) se encuentra en periodos de bonanza y en periodos de caídas fuertes. A las carteras que incluyan estas acciones las llamaremos Carteras *Quantilic Beta*.

A continuación, se describe detalladamente en dos pasos el método de selección de acciones.

### 4.1.- Paso 1: Cálculo de Betas por Regresión Cuantílica en Ventanas Móviles

Como ya se ha señalado, la Beta es el coeficiente que mide la relación lineal entre los rendimientos de una acción y los rendimientos de su índice de referencia. Tradicionalmente, esta Beta se obtiene como resultado de una regresión lineal y, por tanto, es una Beta resultante de hallar la media de los rendimientos de la acción individual condicional a los rendimientos del índice. Sin embargo, la Beta no es constante a lo largo de toda la muestra: depende de la situación del mercado y varía con el paso del tiempo.

Por un lado, como mencionaron Allen y Singh (2009), sabemos que la Beta de una acción cambia en función del estado de la economía en el que nos encontremos, siendo el índice en su conjunto el que refleja el estado de la economía. Es decir, la Beta de una acción con su índice no será la misma si nos encontramos en un mercado alcista (bonanza económica) o en un mercado bajista (crisis o inestabilidad económica). Para capturar dicha variación en las Betas en función del estado en el que se encuentre la economía, vamos a utilizar regresión cuantílica para obtener una Beta en cada cuantil de interés.

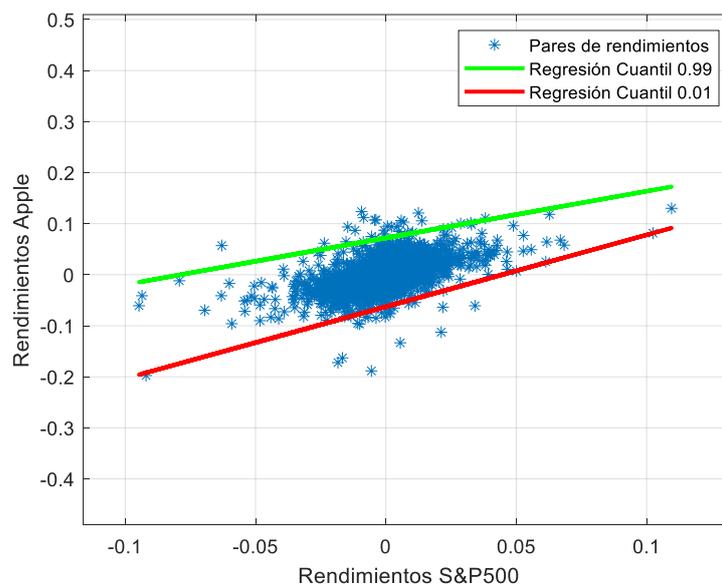
Por otro lado, de cara a capturar que la Beta varía en el tiempo, vamos a emplear en los cálculos una ventana móvil. Dado que el uso de ventanas móviles tiene la limitación de tener que escoger arbitrariamente el tamaño de éstas, vamos a escoger un tamaño de la ventana de 10 años fundamentado por la duración del ciclo económico. De esta manera, tendremos periodos de mercados alcistas y periodos de mercados bajistas que proporcionarán información para formar unas Betas “Cuantílicas” confiables. Dado que las carteras se rebalancearán una única vez al año, la ventana móvil incorporará anualmente un año adicional y eliminará el año más lejano.

Normalmente, cuando nos encontramos en una situación de crisis económica, las correlaciones entre los activos se vuelven muy altas y positivas. Esto podría provocar que

la covarianza entre un activo individual y su índice subiera en mayor medida que la varianza del mercado (sin obviar que en periodos de crisis la volatilidad del mercado sube), provocando así que la Beta de la acción aumentase en situaciones de crisis en el mercado. Esto significa que, en este caso, si únicamente observáramos la Beta “en la media” o en los cuantiles centrales de la distribución de rendimientos, estaríamos infravalorando el riesgo sistemático de dicho activo. Por el contrario, podría ocurrir que en mercados alcistas la Beta se viera disminuida al haber una mayor descorrelación entre los activos y su índice.

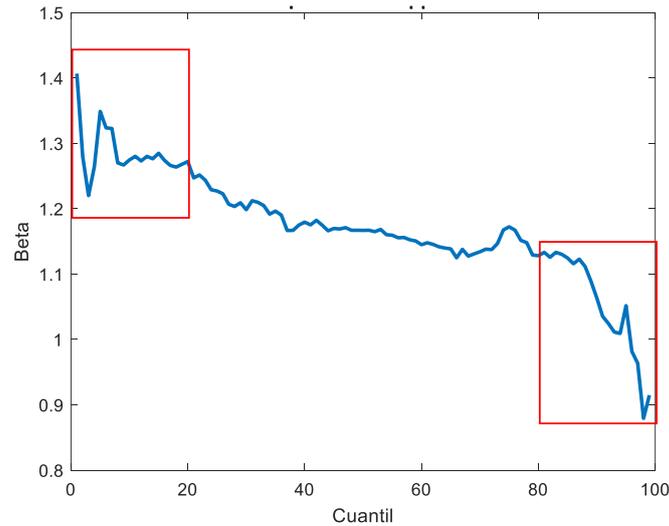
Por tanto, habría que ver cuál es el efecto neto (entre covarianza de un activo con el mercado y la volatilidad del mercado) sobre la Beta de una acción concreta con su índice en mercados bajistas y en mercados alcistas. Para visualizar todo lo anterior, mostramos a continuación un gráfico de los rendimientos diarios de la acción de Apple correspondientes a la primera ventana móvil (del 10/03/2000 al 25/02/2010) contra los rendimientos diarios del índice S&P500 en el que se muestran las rectas de regresión en los cuantiles 0.01 y 0.99 (donde la Beta en cada cuantil será la pendiente de cada recta)

*Ilustración 2.- Regresión Apple en Cuantiles 0.01 y 0.99*



Como se puede apreciar, se obtiene una pendiente (Beta) mayor en la recta de regresión correspondiente al cuantil 0.01 que en la recta de regresión correspondiente al cuantil 0.99. Concretamente, se obtiene una  $\beta_{0.01}$  (línea roja) de 1.41, y una  $\beta_{0.99}$  (línea verde) de 0.91. Esto, a priori, significa que la acción de Apple baja más que el índice cuando este último se encuentra en fuertes periodos bajistas y sube algo menos cuando el índice se encuentra en fuertes periodos alcistas. No obstante, escoger un cuantil de la cola inferior y uno de la cola superior resulta ser poco representativo de lo que ha ocurrido en periodos bajistas y en periodos alcistas del mercado. Por esta razón, calculamos la Beta en todos los percentiles:

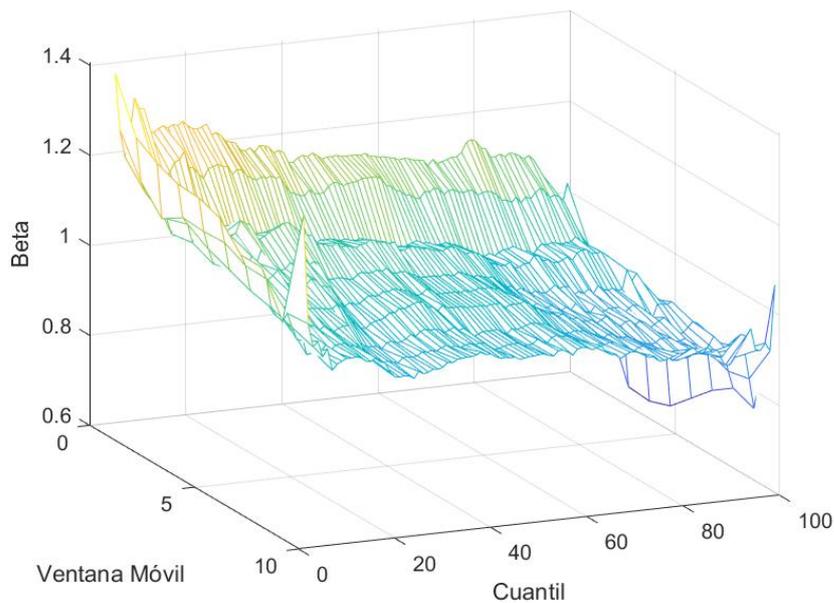
Ilustración 3.- Betas por Cuantil Apple 1º Ventana Móvil



Como se puede apreciar, las Betas de Apple no son, en absoluto, constantes a lo largo de los cuantiles para un periodo concreto. Fundamentalmente, el cambio significativo en las betas se encuentra en los cuantiles de 0.01 a 0.20 y en los de 0.80 a 0.99 (rectángulos en rojo, primeros 20 percentiles y últimos 20 percentiles). Cuando el índice S&P500 se encuentra alcista, la acción de Apple sube parecido al índice ( $\beta_{Cuantiles superiores}$  entre 0.9 y 1.1) pero, cuando el índice S&P500 se encuentra bajista, la acción de Apple baja más que el índice ( $\beta_{Cuantiles inferiores}$  entre 1.2 y 1.4).

Además, como se ha señalado ya, dado que la relación entre una acción y su índice de referencia es cambiante en el tiempo mostramos en el siguiente gráfico cómo las Betas por cuantil son cambiantes en el tiempo (obtenemos 10 betas distintas para cada uno de los 99 cuantiles estudiados, resultando así en una superficie de Betas):

Ilustración 4.- Superficie de Betas Apple



## 4.2.- Paso 2: Selección de Acciones

Una vez hemos calculado las Betas por regresión cuantílica, establecemos el criterio por el cual seleccionamos las acciones a incluir en las carteras del apartado 5.

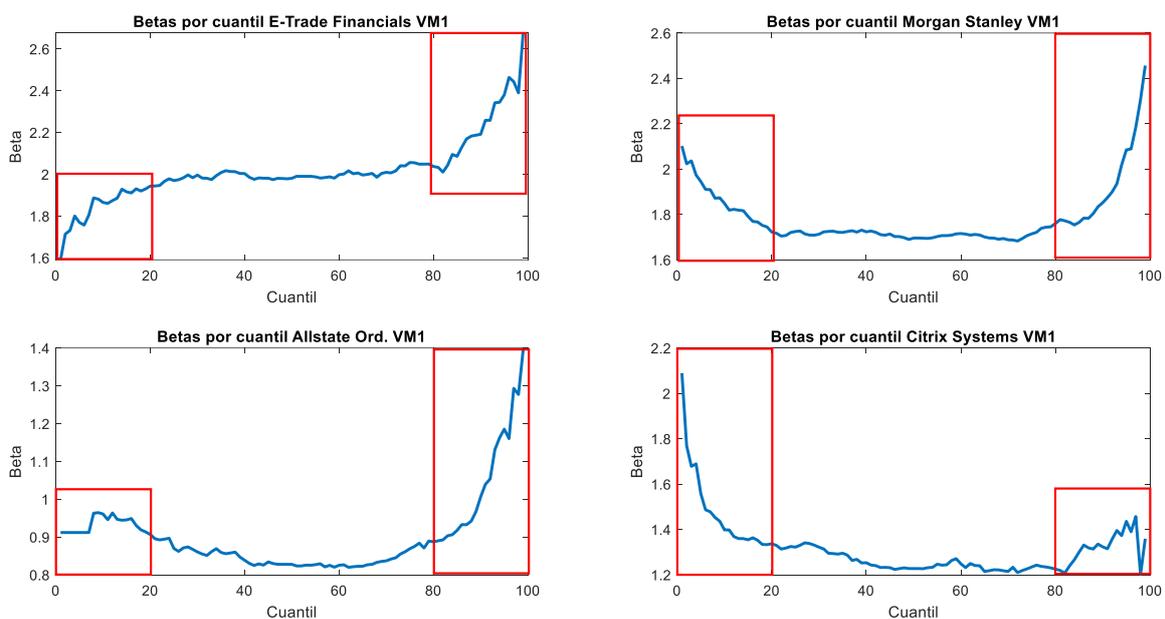
### Criterio de Selección:

Se van a seleccionar acciones que tengan una  $\beta_{Promedio\ Bajista} < 1$  y una  $\beta_{Promedio\ Alcista} > 1$ , siendo:

$$\begin{aligned} - \beta_{Promedio\ Bajista} &= \frac{\sum_{\tau=0.01}^{0.20} \beta_{\tau}}{20} \\ - \beta_{Promedio\ Alcista} &= \frac{\sum_{\tau=0.80}^{0.99} \beta_{\tau}}{20} \end{aligned}$$

La razón por la que se halla el promedio de los 20 cuantiles inferiores y de los 20 cuantiles superiores es que, como ocurría en el caso de Apple, el cambio significativo en las betas de la mayoría de las 384 acciones disponibles se da en los cuantiles de 0.01 a 0.20 y en cuantiles de 0.80 a 0.99. A modo de ejemplo, mostramos las betas cuantílicas correspondientes a datos de la primera ventana móvil (del 10/03/2000 al 25/02/2010) de las acciones E-Trade Financials, Morgan Stanley, Allstate y Citrix Systems.

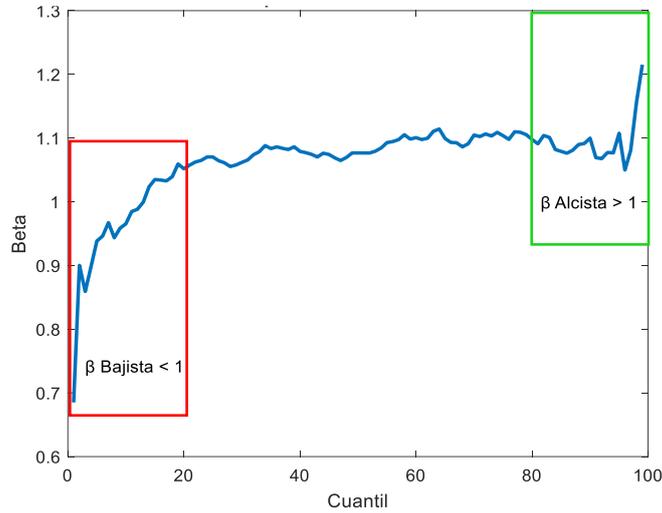
*Ilustración 5.- Betas por Cuantil acciones diversas*



Donde podemos apreciar que existen cambios significativos en los cuantiles correspondientes a las Betas construidas con los rendimientos correspondientes a las colas de las distribuciones de rendimientos. Si centramos nuestra atención en el gráfico correspondiente a Citrix Systems, observamos que posee un gran riesgo de cola. Sin embargo, si medimos su riesgo a través de su Beta “en media” resultante de una Regresión Lineal al uso, se obtiene una Beta de 1.37. Esto significa que estaríamos infravalorando de forma notoria el riesgo sistemático de esta acción cuando el mercado se encontrase en periodos de crisis (la Beta desde el cuantil 0.10 hasta el 0.01 oscila entre 1.4 y 2.1).

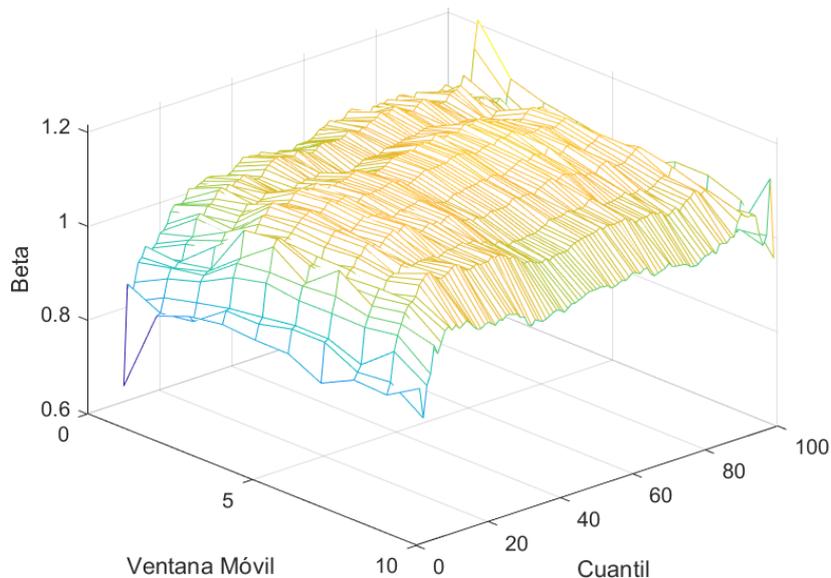
Por tanto, como hemos mencionado antes, se incluyen en nuestras carteras aquellas acciones que cumplan tener una  $\beta_{Promedio\ Bajista} < 1$  y una  $\beta_{Promedio\ Alcista} > 1$  en la ventana móvil de los 10 años previos al momento de inclusión de estas acciones en las carteras. Un buen ejemplo de acción que cumple esta condición es Starbucks en la primera ventana móvil, del 10/03/2000 al 25/02/2010.

*Ilustración 6.- Betas por Cuantil Starbucks 1º Ventana Móvil*



No obstante, estos coeficientes de relación con el mercado por cuantil son cambiantes en el tiempo y por ello habrá que ver si una acción que actualmente cumple nuestro criterio de selección sigue cumpliéndolo al incorporar el nuevo año transcurrido y al haber desechado el año más lejano en la ventana móvil.

*Ilustración 7.- Superficie de Betas Starbucks*



En esta imagen se aprecia que la acción de Starbucks cumple nuestro criterio de selección en la primera ventana móvil (del 10/03/2000 al 25/02/2010) con claridad, entrando a formar parte de la cartera el 25/02/2010. No obstante, habrá que observar si en los años venideros sigue cumpliendo el criterio de cara a continuar en nuestra cartera.

Cabe destacar que se está suponiendo que coincide el momento en el que las acciones van mal con el momento en el que el índice va mal ya que, a través del uso de regresión cuantílica sobre el modelo donde el único factor de riesgo es el mercado en sí, se obtienen Betas resultantes de hallar el cuantil de los rendimientos de las acciones individuales condicionales a los rendimientos del índice de referencia.

En este trabajo se buscan acciones que caigan menos que el índice cuando éste está cayendo (Beta Promedio Bajista  $< 1$ ) y que suban más que el índice cuando éste está subiendo (Beta Promedio Alcista  $> 1$ ). Por tanto, si coinciden los momentos en los que la acción está sufriendo caídas con los momentos en los que el índice está cayendo y los momentos en los que la acción se encuentra en tendencia alcista con los momentos en los que el índice está subiendo, las sensibilidades (Betas cuantílicas) que se han hallado serán adecuadas ya que con estas sensibilidades se estarían seleccionando acciones que, según rentabilidades históricas, caen menos que el mercado cuando este último cae y que suben más que el mercado cuando el mercado está en tendencia alcista.

La pregunta es, ¿este supuesto se cumple? Se ha analizado si alguna de las 384 acciones tiene Betas negativas (tanto en los cuantiles superiores como inferiores de los rendimientos de las acciones individuales) en alguna de las ventanas móviles y no se ha encontrado ninguna. Por tanto, al tener todas y cada una de las acciones Betas cuantílicas positivas, las acciones están correlacionadas positivamente con el índice y, por ende, los momentos de bonanza y crisis coinciden entre acción e índice.

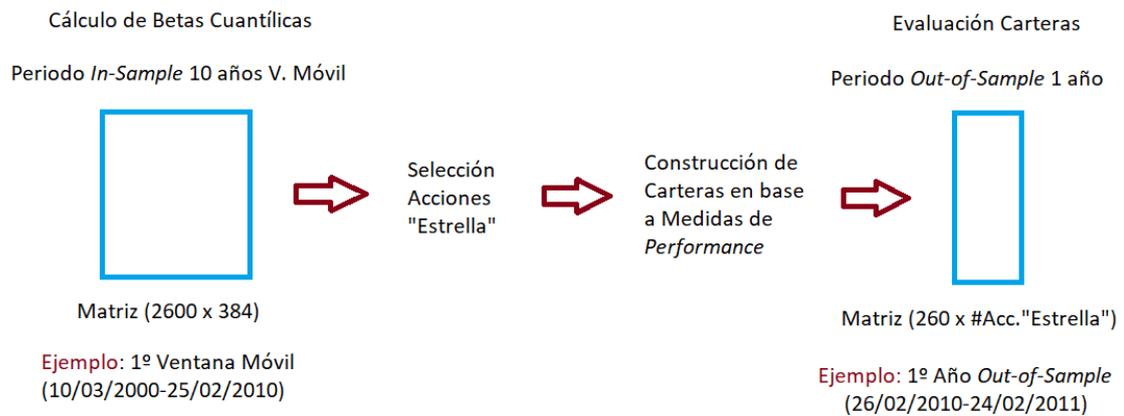
Esto era de esperar ya que el índice, al fin y al cabo, está formado por las propias acciones, provocando que el índice vaya en la misma dirección que las acciones. Se podría haber encontrado alguna acción con Betas negativas (donde no se cumpliría el supuesto de que coincidan las caídas y subidas), pero en nuestro espectro de 384 acciones no se ha encontrado ningún caso para ninguna ventana móvil.

#### 4.3.- Funcionamiento Método

Disponemos de 20 años de cotizaciones históricas del índice S&P500 y de las 384 acciones que tienen histórico de los últimos 20 años y que a día 13/02/2020 forman parte de este índice. Como hemos mencionado antes, creamos ventanas móviles de 10 años que se actualizan anualmente, desechando el año más lejano e incorporando uno nuevo. En cada una de estas ventanas móviles se calculan las Betas cuantílicas y se seleccionan las acciones "estrella" que se incluirán en las carteras en el año posterior a la ventana. Por tanto, si estuviéramos en 2010, habremos calculado Betas en las colas para la ventana móvil que va desde el año 2000 hasta el año 2010. Con esas Betas seleccionamos las acciones "estrella" y construimos carteras que se evaluarán fuera de muestra de 2010 a 2011 (260 observaciones *Out-of-Sample*). Después, se hace el mismo paso con la siguiente ventana: se hallan Betas en las colas de 2001 a 2011, seleccionamos las acciones "estrella" y construimos carteras que se evaluarán fuera de muestra de 2011 a 2012, y así sucesivamente. Por tanto, hay una reestructuración de las carteras una vez al año donde las

acciones que dejan de ser "estrella" salen de las carteras y entran las nuevas acciones "estrella". Visualmente:

*Ilustración 8.- Funcionamiento Estrategia Quantilic Beta*



Una vez hecho este proceso diez veces (una por cada ventana móvil) obtenemos para cada ventana las acciones “estrella” que se evaluarán el año posterior a la ventana correspondiente. A continuación, se muestra una tabla en la que aparecen las acciones que van a formar parte en las carteras *Quantilic Beta* cada uno de los diez años comprendidos entre el día 26/02/2010 y el día 13/02/2020.

Tabla 1.- Composición Carteras Quantilic Beta por Ventana Móvil

Ventana	Acción	Beta Bajista	Beta Alcista	Ventana	Acción	Beta Bajista	Beta Alcista		
Ventana Móvil 1	ALLSTATE ORD SHS	0.93	1.04	Ventana Móvil 6	TARGET	0.99	1.02		
	EASTMAN CHEMICAL	0.99	1.05		KOHL'S	0.97	1.02		
	GAP	0.95	1.04		LOWE'S COMPANIES	0.99	1.08		
	HOLOGIC	0.87	1.01		NVR	0.99	1.01		
	SCHLUMBERGER	0.97	1.09		Ventana Móvil 7	MONSTER BEVERAGE	0.96	1.03	
	SNAP-ON	0.91	1.02			EQUIFAX	0.96	1.00	
	STARBUCKS	0.97	1.10			HOME DEPOT	0.93	1.01	
	VULCAN MATERIALS	0.99	1.01			LOWE'S COMPANIES	0.98	1.07	
	STANLEY BLACK & DECKER	0.98	1.05			Ventana Móvil 8	NVR	0.99	1.01
	PVH	0.95	1.02				AMERICAN TOWER	0.91	1.00
CIGNA	0.91	1.09	LINDE	0.97			1.03		
LINDE	0.97	1.03	BEST BUY	0.99			1.05		
Ventana Móvil 2	SEALED AIR	0.97	1.03	HOME DEPOT			0.92	1.00	
	EOG RES.	0.99	1.12	LINDE			0.96	1.03	
	FISERV	0.99	1.01	BEST BUY	0.99		1.07		
	GAP	0.97	1.03	LOWE'S COMPANIES	0.96		1.07		
	KOHL'S	0.98	1.07	CHEVRON	0.98		1.06		
	MARTIN MRTA.MATS.	0.99	1.02	ZEBRA TECHNOLOGIES 'A'	0.97		1.00		
	STARBUCKS	0.99	1.10	LINDE	0.94	1.02			
Ventana Móvil 3	CIGNA	0.98	1.11	Ventana Móvil 9	BEST BUY	0.99	1.07		
	FEDEX	0.99	1.01		LOWE'S COMPANIES	0.96	1.07		
	FLIR SYSTEMS	0.96	1.03		CHEVRON	0.98	1.06		
	HOME DEPOT	0.98	1.05		ZEBRA TECHNOLOGIES 'A'	0.97	1.00		
	KOHL'S	0.97	1.05		LINDE	0.94	1.02		
Ventana Móvil 4	LOWE'S COMPANIES	0.97	1.07	Ventana Móvil 10	COMCAST A	0.98	1.04		
	TAKE TWO INTACT.SFTW.	1.00	1.06		BEST BUY	0.98	1.03		
	TARGET	0.92	1.04		EQUIFAX	0.92	1.01		
	GAP	0.99	1.02		FLIR SYSTEMS	0.99	1.07		
	HOME DEPOT	0.97	1.03		GARTNER 'A'	0.99	1.04		
	KOHL'S	0.97	1.03		BIOGEN	0.88	1.04		
	LOWE'S COMPANIES	0.99	1.09		LOWE'S COMPANIES	0.94	1.06		
	CHEVRON	0.99	1.03		MICROSOFT	0.98	1.03		
	AMERICAN TOWER	0.92	1.06		NIKE 'B'	0.89	1.01		
	MONSTER BEVERAGE	0.91	1.01		ORACLE	0.99	1.02		
Ventana Móvil 5	TARGET	0.99	1.02	QUALCOMM	0.98	1.03			
	HOME DEPOT	0.93	1.02	CHEVRON	0.99	1.02			
	KOHL'S	0.97	1.02	THERMO FISHER SCIENTIFIC	0.94	1.07			
	LOWE'S COMPANIES	0.99	1.08	UNITED TECHNOLOGIES	0.97	1.02			
	TRAVELERS COS.	0.99	1.03	WATERS	0.98	1.01			
	VERTEX PHARMS.	0.97	1.00	MOTOROLA SOLUTIONS	0.92	1.07			
	AMERICAN TOWER	0.93	1.03						
	MONSTER BEVERAGE	0.96	1.05						

Nota. Esta tabla muestra las acciones “estrella” que formarán las carteras *Quantilic Beta* cada uno de los diez años comprendidos entre el día 26/02/2010 y el día 13/02/2020.

Aun siendo las diferencias entre las Betas Alcistas y las Betas Bajistas pequeñas, si dichas diferencias se mantienen constantes o no cambian drásticamente en el año posterior (periodo *Out-of-Sample*), serán las que marquen la diferencia entre las carteras *Quantilic Beta* y el S&P500.

Si prestamos atención a los sectores a los que pertenecen estas acciones, encontramos que en todas las ventanas el sector consumo tiene una presencia significativa, mientras que el resto de sectores como tecnología, industria y farmacéutico permanecen en las carteras *Quantilic Beta* de forma más temporal.

#### 4.4.- Otros Métodos

Como se ha mencionado previamente, de cara a contrastar la eficacia de la estrategia, vamos a comparar nuestros resultados con los del Índice S&P500 y con otras carteras construidas en base a las mismas medidas de performance y de gestión de riesgos.

##### 4.4.1. Carteras *Bull Bear Beta*

La metodología Bull Bear Beta selecciona también, para incluir en las carteras "*Bull Bear Beta*", aquellas acciones que tengan una Beta Alcista  $> 1$  y una Beta Bajista  $< 1$ . Pero, en este caso, la Beta Bajista de una acción será la resultante de la regresión lineal de los rendimientos de la acción frente a los rendimientos negativos del índice, mientras la Beta Alcista de una acción será la resultante de la regresión lineal de los rendimientos de la acción frente a los rendimientos positivos del índice; nótese que en nuestro método *Quantilic Beta*, la Beta Bajista será el promedio de las Betas de los primeros 20 cuantiles y la Beta Alcista será el promedio de las Betas de los últimos 20 cuantiles.

De forma idéntica a las Carteras *Quantilic Beta*, las carteras *Bull Bear Beta* se rebalancearán anualmente, donde las acciones que dejan de ser "estrella" salen de las carteras *Bull Bear Beta* y entran las nuevas acciones "estrella".

##### 4.4.2.- Carteras *Total Acciones*

Seleccionando el total de las 384 acciones que tienen cotizaciones históricas desde el día 10/03/2000 y que forman el Índice S&P500 a día 13/02/2020, construimos carteras en base a las mismas medidas de performance y de gestión de riesgos de las carteras *Quantilic Beta* y *Bull Bear Beta*.

Anualmente habrá también un rebalanceo de las Carteras *Total Acciones* donde, aun siendo el espectro de acciones el mismo, cambiarán los pesos de cada una de ellas en función de las medidas de performance y de gestión de riesgos que presenten en los 10 años anteriores correspondientes (ventana móvil, periodo *In-Sample*).



Donde:

- $Riesgo_c = Varianza_c, SemiVarianza_c, ES_c$ .
- $Rentabilidad Ajustada por Riesgo_c = Sharpe_c, Sortino_c, IR_c$ .
- $\omega$  es el vector de pesos resultante de la optimización.
- $\omega_i$  es el peso que tendrá el activo  $i$  en la cartera.
- $l$  es un vector de unos con la misma dimensión que el vector  $\omega$  de pesos.

## 6.- Comportamiento Carteras en periodo *Out-of-Sample*

### 6.1.- Comentarios Previos

En este apartado se van a estudiar los resultados empíricos de las carteras *Quantilic Beta* en el periodo *Out-of-Sample* de 10 años frente al S&P500, frente a las carteras *Bull Bear Beta* y frente a las carteras *Total Acciones* de cara a contrastar la eficacia de la estrategia diseñada. Además, también vamos a comparar las carteras *Quantilic Beta* con el S&P500 *Total Return*, es decir, con el índice que considera el pago de dividendos de las acciones que lo componen y su reinversión.

Además, de cara a contrastar si las carteras *Quantilic Beta* son verdaderamente rentables frente al benchmark con y sin dividendos y frente al resto de carteras, vamos a estudiar los resultados considerando Comisiones de Gestión (desde el punto de vista de un inversor que delega la gestión) y Comisiones de Compra-Venta (desde el punto de vista de un gestor institucional).

#### Comisiones de Gestión

De acuerdo a la normativa que rige las Instituciones de Inversión Colectiva en España, la comisión de gestión que se establece en función del patrimonio gestionado no podrá superar el 2.25% anual<sup>2</sup>.

Por tanto, de cara a contrastar una sólida viabilidad de esta estrategia de inversión, vamos a considerar esta comisión máxima de gestión que se aplicará al final de cada año del periodo *Out-of-Sample*.

#### Comisiones de Compra-Venta

Por un lado, las carteras *Quantilic Beta* y *Bull Bear Beta* se someten con periodicidad anual a una reestructuración donde las acciones que dejan de ser "estrella" se venden y se compran las nuevas acciones "estrella" en las carteras. Además, aquellas acciones que siguen siendo "estrella" y, por tanto, se mantienen en la cartera, podrían cambiar de peso provocando el pago de comisiones de compra-venta. Por otro lado, las carteras *Total Acciones* también se someten a reestructuración anual de acuerdo a la maximización o minimización de medidas de performance y de gestión de riesgo, incurriendo en compras y ventas de acciones.

---

2 Artículo 5. Comisiones y gastos. Real Decreto 1082/2012, de 13 de julio.

"3. En los fondos de inversión de carácter financiero, la comisión de gestión se establecerá en función de su patrimonio, de sus rendimientos o de ambas variables. Con carácter general, no podrán percibirse comisiones de gestión que, en términos anuales, superen los límites siguientes:

a) Cuando la comisión se calcule únicamente en función del patrimonio del fondo, el 2,25% de este.  
b) Cuando se calcule únicamente en función de los resultados, el 18% de estos.  
c) Cuando se utilicen ambas variables, el 1,35% del patrimonio y el 9% de los resultados."

Cada una de estas operaciones conlleva el pago explícito de una comisión de compraventa. A nivel institucional (Bancos, S.G.I.I.C., S.V y A.V.), las comisiones de compraventa rondan el 0.15% (información facilitada por Diaphanum Valores S.V.) sobre el volumen negociado. Por tanto, incluiremos en cada una de estas carteras el pago de estas comisiones en los instantes de reestructuración de las carteras.

Por último, recordamos que todos los cálculos se han realizado empleando rentabilidades logarítmicas.

## 6.2.- Análisis de las Medidas de Rentabilidad de las Carteras

En este apartado se van a exponer los resultados referentes a la rentabilidad de las carteras antes y después de comisiones de gestión y de compraventa que han obtenido a lo largo de los 10 años del periodo fuera de muestra (26/02/2010-13/02/2020).

*Tabla 2.- Medidas de Rentabilidad de las Carteras Antes de Comisiones*

Medida Optimizada	Cartera	Rentabilidad Acumulada	Capital Inicial	Capital Final	Rentabilidad Media Anual
Benchmark	S&P500	111.85%	100.00	306.04	11.19%
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	132.53%	100.00	376.32	13.25%
Mínima Varianza	Quantilic Beta	148.56%	100.00	441.78	14.86%
	Bull-Bear Beta	122.11%	100.00	339.10	12.21%
	Total Acciones	99.17%	100.00	269.58	9.92%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	194.21%	100.00	697.36	19.42%
	Bull-Bear Beta	127.96%	100.00	359.52	12.80%
	Total Acciones	121.80%	100.00	338.03	12.18%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	190.95%	100.00	674.96	19.09%
	Bull-Bear Beta	131.21%	100.00	371.40	13.12%
	Total Acciones	122.68%	100.00	341.04	12.27%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	153.75%	100.00	465.28	15.37%
	Bull-Bear Beta	119.38%	100.00	329.97	11.94%
	Total Acciones	102.27%	100.00	278.06	10.23%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	181.68%	100.00	615.22	18.17%
	Bull-Bear Beta	119.03%	100.00	328.82	11.90%
	Total Acciones	102.46%	100.00	278.59	10.25%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	149.29%	100.00	445.01	14.93%
	Bull-Bear Beta	118.94%	100.00	328.51	11.89%
	Total Acciones	99.92%	100.00	271.62	9.99%

Nota. Esta tabla muestra la rentabilidad acumulada y la rentabilidad media anual antes de comisiones de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos.

*Tabla 3.- Medidas de Rentabilidad de las Carteras Después de Comisiones de Gestión*

Medida Optimizada	Cartera	Rentabilidad Acumulada Post C.G.	Capital Inicial	Capital Final Post C.G.	Rentabilidad Media Anual Post C.G.
Benchmark	S&P500	111.85%	100.00	306.04	11.19%
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	132.53%	100.00	376.32	13.25%
Mínima Varianza	Quantilic Beta	126.31%	100.00	353.65	12.63%
	Bull-Bear Beta	99.86%	100.00	271.45	9.99%
	Total Acciones	76.92%	100.00	215.80	7.69%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	171.96%	100.00	558.25	17.20%
	Bull-Bear Beta	105.71%	100.00	287.80	10.57%
	Total Acciones	99.55%	100.00	270.60	9.95%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	168.70%	100.00	540.31	16.87%
	Bull-Bear Beta	108.96%	100.00	297.31	10.90%
	Total Acciones	100.43%	100.00	273.01	10.04%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	131.50%	100.00	372.46	13.15%
	Bull-Bear Beta	97.13%	100.00	264.15	9.71%
	Total Acciones	80.02%	100.00	222.59	8.00%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	159.43%	100.00	492.49	15.94%
	Bull-Bear Beta	96.78%	100.00	263.22	9.68%
	Total Acciones	80.21%	100.00	223.02	8.02%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	127.04%	100.00	356.24	12.70%
	Bull-Bear Beta	96.69%	100.00	262.98	9.67%
	Total Acciones	77.67%	100.00	217.43	7.77%

Nota. Esta tabla muestra la rentabilidad acumulada y la rentabilidad media anual después de comisiones de gestión de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos.

Tabla 4.- Medidas de Rentabilidad de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa

Medida Optimizada	Cartera	Rentabilidad Acumulada Post C.CV.	Capital Inicial	Capital Final Post C.CV.	Rentabilidad Media Anual Post C.CV.
Benchmark	S&P500	111.85%	100.00	306.04	11.19%
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	132.53%	100.00	376.32	13.25%
Mínima Varianza	Quantilic Beta	146.50%	100.00	432.76	14.65%
	Bull-Bear Beta	120.88%	100.00	334.95	12.09%
	Total Acciones	98.60%	100.00	268.04	9.86%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	191.89%	100.00	681.33	19.19%
	Bull-Bear Beta	126.58%	100.00	354.59	12.66%
	Total Acciones	120.62%	100.00	334.09	12.06%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	188.64%	100.00	659.54	18.86%
	Bull-Bear Beta	129.84%	100.00	366.34	12.98%
	Total Acciones	121.50%	100.00	337.01	12.15%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	151.75%	100.00	456.09	15.18%
	Bull-Bear Beta	118.19%	100.00	326.05	11.82%
	Total Acciones	101.64%	100.00	276.33	10.16%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	179.27%	100.00	600.56	17.93%
	Bull-Bear Beta	117.05%	100.00	322.36	11.70%
	Total Acciones	101.63%	100.00	276.30	10.16%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	147.26%	100.00	436.05	14.73%
	Bull-Bear Beta	117.56%	100.00	324.01	11.76%
	Total Acciones	99.13%	100.00	269.48	9.91%

Nota. Esta tabla muestra la rentabilidad acumulada y la rentabilidad media anual después de comisiones de compraventa de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos.

Ilustración 9.- Resultado a día 13/02/2020 de haber invertido 100 USD el 26/02/2010 (SP500 sin Dividendos)

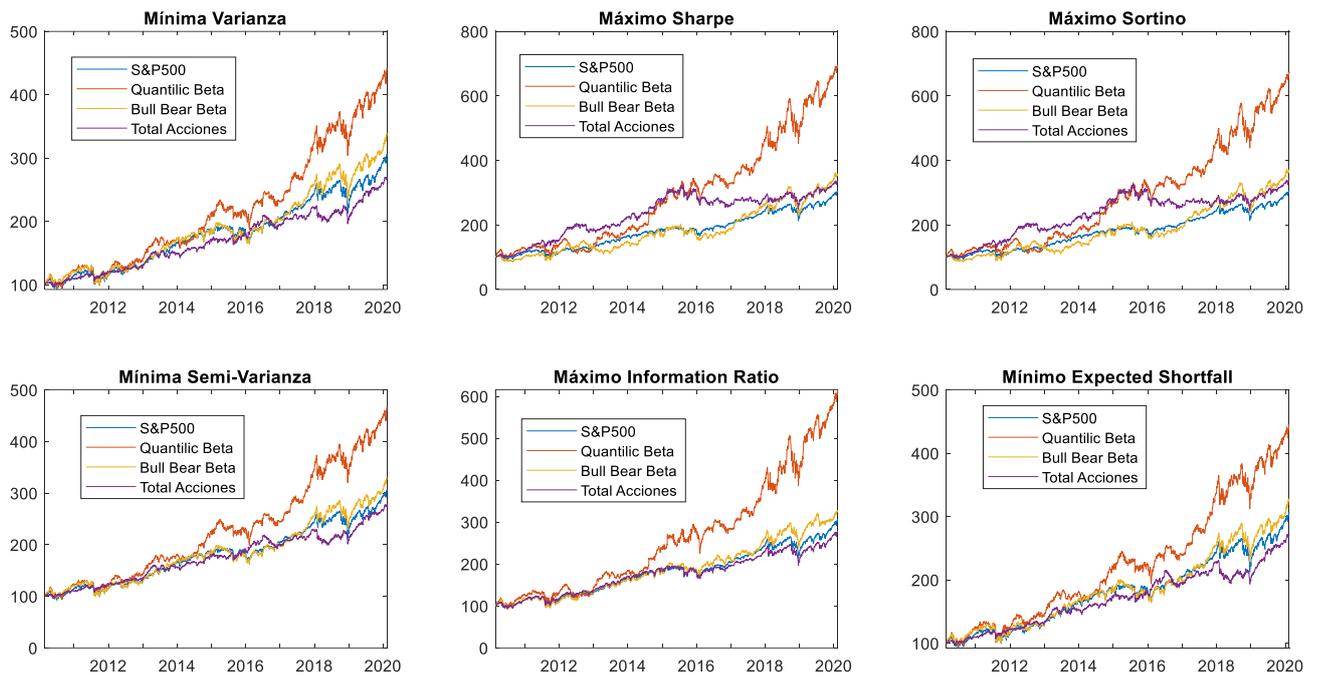
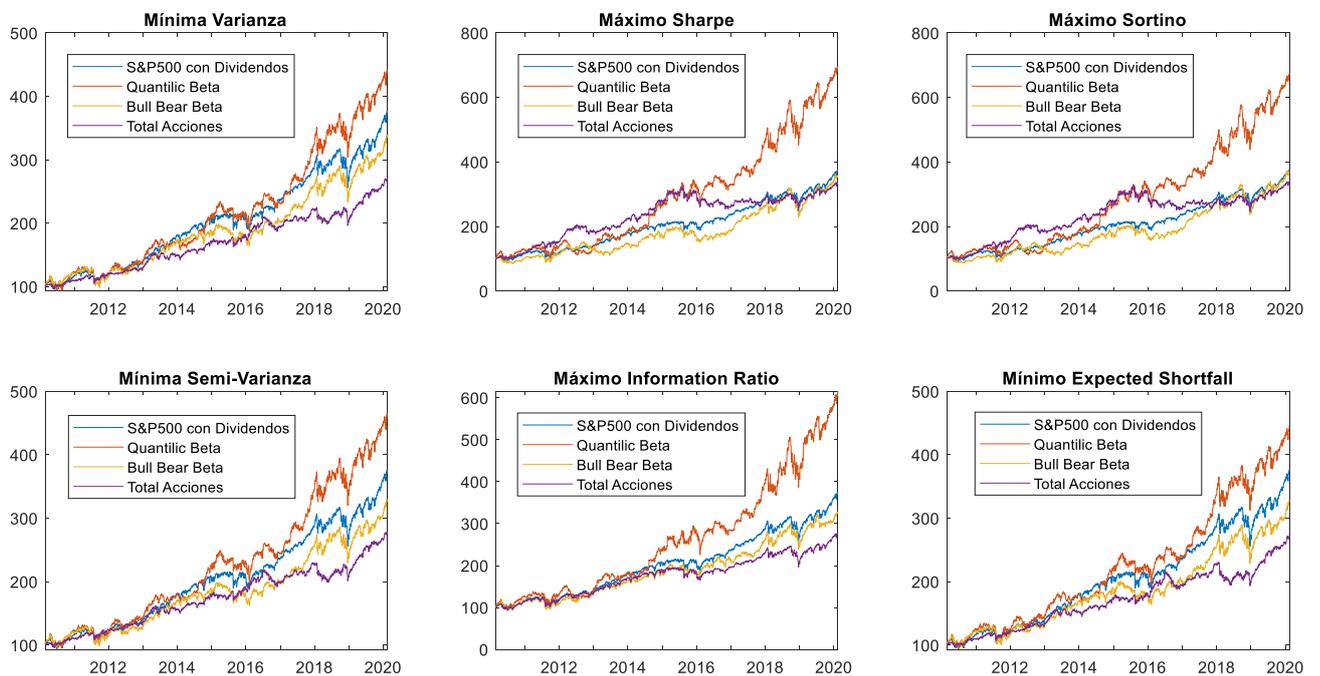


Ilustración 10.- Resultado a día 13/02/2020 de haber invertido 100 USD el 26/02/2010 (SP500 con Dividendos)



Como se puede observar, todas las carteras *Quantilic Beta* han superado exitosamente en rentabilidad al Índice S&P500 en este periodo fuera de muestra de 10 años. A su vez, estas carteras han superado también a las carteras cuyas acciones se han seleccionado por métodos distintos (*Bull Bear Beta* y *Total Acciones*), si bien el objetivo de optimización de cada cartera en un mismo grupo no deja de ser el mismo.

Durante estos años, el S&P500 ha obtenido una rentabilidad acumulada sin dividendos del 111.85%. Es decir, si hubiéramos invertido 100 USD el día 26/02/2010 en el índice, a día 13/02/2020 tendríamos 306.04 USD. Sin embargo, las carteras *Quantilic Beta* han superado con creces esta rentabilidad: las carteras *Quantilic Beta* obtienen, por un lado, rentabilidades entre el 181.68% y el 194.21% (615.22 USD y 697.36 USD a día 13/02/2020 resultantes de invertir 100 USD el día 26/02/2010) cuando sus objetivos son maximizar medidas de rentabilidad ajustadas por riesgo y, por otro lado, rentabilidades entre el 148.56% y el 153.75% (441.78 USD y 465.28 USD a día 13/02/2020 resultantes de invertir 100 USD el día 26/02/2010) cuando sus objetivos son minimizar medidas de riesgo. Habiendo obtenido rentabilidades notoriamente mayores al *benchmark* al cabo de 10 años, aun incluyendo la comisión de gestión máxima anual por ley o bien las comisiones de compraventa correspondientes, estas carteras siguen batiendo al S&P500 al cabo de 10 años aun después de comisiones.

Por otro lado, si observamos las rentabilidades obtenidas en las carteras *Bull Bear Beta*, todas ellas superan antes de comisiones al *benchmark* al cabo de 10 años. Sin embargo, si incluimos la comisión máxima de gestión, ninguna de estas carteras supera al S&P500. No obstante, si consideramos la rentabilidad de estas carteras teniendo en cuenta las comisiones de compraventa, sí que superan al *benchmark*.

Si ponemos atención en las carteras *Total Acciones*, vemos que no superan en rentabilidad al S&P500 antes de comisiones a excepción de dos carteras, cuyos objetivos son la maximización del Ratio de Sharpe y del Ratio de Sortino. No obstante, ninguna de las carteras *Total Acciones* supera en rentabilidad al *benchmark* al cabo de 10 años después de comisiones de gestión.

Finalmente, hemos comparado la rentabilidad de todas las carteras con el Índice S&P500 *Total Return*. Todas las carteras *Quantilic Beta* han superado exitosamente al Índice S&P500 *Total Return* antes de comisiones (gestión y compraventa) y después de comisiones de compraventa, aunque sólo 4 de las 6 carteras *Quantilic Beta* han superado al *benchmark* con dividendos después de incluir la comisión máxima de gestión. Sin embargo, ninguna de las carteras *Bull Bear Beta* o *Total acciones* consiguen superar al S&P500 *Total Return* ni antes ni después de comisiones al cabo de los 10 años.

Si bien los resultados de rentabilidad de las carteras *Quantilic Beta* son muy satisfactorios, habrá que observar qué riesgo han asumido estas carteras y ajustar dichas rentabilidades por el riesgo asumido.

### 6.3.- Análisis de las Medidas de Riesgo de las Carteras

En este apartado se van a exponer los resultados referentes a las medidas del riesgo que han soportado las carteras a lo largo de los 10 años del periodo fuera de muestra (26/02/2010-13/02/2020), teniendo en cuenta rentabilidades antes y después de comisiones de gestión y de compraventa. No obstante y, como era de esperar, las medidas de riesgo apenas se ven modificadas al incluir comisiones en sus cálculos.

*Tabla 5.- Medidas de Riesgo de las Carteras Antes de Comisiones*

Medida Optimizada	Cartera	Volatilidad Media Anual	Semivolatilidad Media Anual	VaR Histórico 1% Medio Anual	Capital Inicial	Caída Capital si Pérdida = VaR Histórico 1% Medio Anual	Maximum Drawdown
Benchmark	S&P500	14.14%	9.01%	43.37%	100.00	64.81	18.05%
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	14.14%	8.97%	43.27%	100.00	64.88	17.70%
Mínima Varianza	Quantilic Beta	16.40%	10.13%	47.70%	100.00	62.06	22.29%
	Bull-Bear Beta	15.16%	9.56%	42.94%	100.00	65.09	21.45%
	Total Acciones	10.82%	6.96%	31.11%	100.00	73.26	12.21%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	21.99%	12.79%	60.94%	100.00	54.37	26.31%
	Bull-Bear Beta	19.60%	12.47%	55.20%	100.00	57.58	25.07%
	Total Acciones	15.05%	9.65%	44.84%	100.00	63.87	20.61%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	21.72%	12.78%	60.21%	100.00	54.77	26.39%
	Bull-Bear Beta	19.54%	12.36%	54.76%	100.00	57.83	25.08%
	Total Acciones	15.41%	10.10%	46.18%	100.00	63.01	22.08%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	16.45%	10.42%	48.66%	100.00	61.47	20.85%
	Bull-Bear Beta	15.20%	9.65%	42.71%	100.00	65.24	21.69%
	Total Acciones	10.87%	7.31%	31.36%	100.00	73.08	12.54%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	19.27%	11.48%	53.81%	100.00	58.39	23.14%
	Bull-Bear Beta	16.40%	10.48%	47.27%	100.00	62.33	20.68%
	Total Acciones	13.88%	9.27%	42.70%	100.00	65.25	18.56%
Expected Shortfall	Quantilic Beta	16.33%	10.07%	48.57%	100.00	61.52	20.42%
	Bull-Bear Beta	15.24%	9.46%	43.32%	100.00	64.84	20.97%
	Total Acciones	10.94%	7.23%	31.94%	100.00	72.66	15.11%

Nota. Esta tabla muestra las medidas de riesgo antes de comisiones de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son la volatilidad, la semivolatilidad, el VaR y el Max. Drawdown.

Tabla 6.- Medidas de Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Gestión

Medida Optimizada	Cartera	Volatilidad Media Anual Post C.G.	Semivolatilidad Media Anual Post C.G.	VaR Histórico 1% Medio Anual Post C.G.	Capital Inicial	Caída Capital si Pérdida = VaR Histórico 1% Medio Anual Post C.G.	Maximum Drawdown Post C.G.
Benchmark	S&P500	14.14%	9.01%	43.37%	100.00	64.81	18.05%
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	14.14%	8.97%	43.27%	100.00	64.88	17.70%
Mínima Varianza	Quantilic Beta	16.51%	10.27%	48.26%	100.00	61.72	23.53%
	Bull-Bear Beta	15.26%	9.68%	43.36%	100.00	64.82	21.45%
	Total Acciones	11.01%	7.17%	33.75%	100.00	71.36	13.76%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	22.01%	12.84%	60.94%	100.00	54.37	26.60%
	Bull-Bear Beta	19.69%	12.56%	55.22%	100.00	57.57	26.29%
	Total Acciones	15.13%	9.74%	45.15%	100.00	63.67	24.58%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	21.75%	12.83%	60.21%	100.00	54.77	26.65%
	Bull-Bear Beta	19.63%	12.44%	54.79%	100.00	57.82	25.91%
	Total Acciones	15.48%	10.19%	46.44%	100.00	62.85	25.90%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	16.55%	10.52%	49.01%	100.00	61.26	22.07%
	Bull-Bear Beta	15.30%	9.75%	42.78%	100.00	65.19	21.69%
	Total Acciones	11.05%	7.50%	33.93%	100.00	71.23	14.21%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	19.33%	11.55%	54.37%	100.00	58.06	23.14%
	Bull-Bear Beta	16.52%	10.58%	47.59%	100.00	62.13	21.52%
	Total Acciones	14.01%	9.39%	43.63%	100.00	64.64	19.02%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	16.43%	10.19%	49.05%	100.00	61.23	21.40%
	Bull-Bear Beta	15.33%	9.56%	43.34%	100.00	64.83	20.97%
	Total Acciones	11.13%	7.44%	34.10%	100.00	71.11	16.68%

Nota. Esta tabla muestra las medidas de riesgo después de comisiones de gestión de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas de riesgo que se exponen son la volatilidad, la semivolatilidad, el VaR y el máximo *drawdown*.

Tabla 7.- Medidas de Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa

Medida Optimizada	Cartera	Volatilidad Media Anual Post C.CV.	Semivolatilidad Media Anual Post C.CV.	VaR Histórico 1% Medio Anual Post C.CV.	Capital Inicial	Caída Capital si Pérdida = VaR Histórico 1% Medio Anual Post C.CV.	Maximum Drawdown Post C.CV.
Benchmark	S&P500	14.14%	9.01%	43.37%	100.00	64.81	18.05%
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	14.14%	8.97%	43.27%	100.00	64.88	17.70%
Mínima Varianza	Quantilic Beta	16.40%	10.13%	47.90%	100.00	61.94	22.35%
	Bull-Bear Beta	15.16%	9.57%	42.95%	100.00	65.08	21.45%
	Total Acciones	10.82%	6.96%	31.11%	100.00	73.26	12.21%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	21.98%	12.79%	60.94%	100.00	54.37	26.31%
	Bull-Bear Beta	19.60%	12.47%	55.20%	100.00	57.58	25.12%
	Total Acciones	15.05%	9.65%	44.84%	100.00	63.86	20.83%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	21.72%	12.78%	60.21%	100.00	54.77	26.39%
	Bull-Bear Beta	19.54%	12.36%	54.76%	100.00	57.83	25.08%
	Total Acciones	15.41%	10.10%	46.18%	100.00	63.01	22.29%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	16.45%	10.42%	48.96%	100.00	61.29	20.85%
	Bull-Bear Beta	15.20%	9.65%	42.71%	100.00	65.24	21.69%
	Total Acciones	10.87%	7.31%	31.36%	100.00	73.08	12.57%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	19.27%	11.49%	53.81%	100.00	58.39	23.14%
	Bull-Bear Beta	16.40%	10.48%	47.27%	100.00	62.33	20.68%
	Total Acciones	13.88%	9.27%	42.70%	100.00	65.25	18.56%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	16.33%	10.07%	48.91%	100.00	61.32	20.42%
	Bull-Bear Beta	15.24%	9.47%	43.32%	100.00	64.84	20.97%
	Total Acciones	10.94%	7.23%	31.94%	100.00	72.66	15.17%

Nota. Esta tabla muestra las medidas de riesgo después de comisiones de compraventa de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas de riesgo que se exponen son la volatilidad, la semivolatilidad, el VaR y el máximo drawdown.

## Volatilidad

Como se puede observar en estas tablas, las carteras *Quantilic Beta* son más arriesgadas en términos de volatilidad que el S&P500. Además, las carteras *Quantilic Beta* son las más arriesgadas dentro de su grupo de optimización. Sin embargo, esto era de esperar dado que el número medio de acciones por cartera al año es de 8, mientras que el índice S&P500 está compuesto por 500 acciones, las carteras *Total Acciones* por 384 aproximadamente (aunque no siempre incluyen a todas las acciones en las carteras) y, las carteras *Bull Bear Beta*, por una media de 20 acciones por cartera al año.

De media, el S&P500 soporta una volatilidad del 14.4%, es decir, si supusiéramos que esta volatilidad es simétrica y que la volatilidad histórica es representativa de la futura, podríamos esperar que, en media, 100 USD invertidos en el índice pudieran pasar a ser 115.48 USD a final de año en un escenario alcista y, por el contrario, 100 USD invertidos en el índice pudieran pasar a ser 86.58 USD a final de año en un escenario bajista. Por otro lado, las carteras *Quantilic Beta* soportan una volatilidad media anual entre el 16.33% y el 21.99%, correspondiendo estos límites a las carteras que minimizan el Expected Shortfall y que maximizan el Ratio de Sharpe, respectivamente. Por otro lado, las carteras *Bull Bear Beta* no reducen en gran medida la volatilidad de las carteras aun incluyendo más del doble de acciones en cartera en media. Finalmente, las carteras *Total Acciones* cuyos objetivos son minimizar medidas de riesgo consiguen reducir su volatilidad notoriamente por debajo de la volatilidad del *benchmark*.

Cabe destacar que medir el riesgo de una cartera por la volatilidad de sus rendimientos no es una forma muy apropiada ya que la volatilidad de los rendimientos positivos de una cartera no supone un verdadero riesgo para el gestor de la cartera. Por esta razón, se muestra la semivolatilidad de las diferentes carteras, es decir, la volatilidad de los rendimientos que se encuentran en la cola de pérdidas.

## Semivolatilidad

Como se puede observar en las mismas tablas, las carteras *Quantilic Beta* son más arriesgadas en términos de semivolatilidad que el S&P500, aunque aquellas carteras que buscan minimizar el riesgo tan solo tienen una “volatilidad negativa” alrededor del 1% superior. Además de esto, las carteras *Quantilic Beta* son las más arriesgadas dentro de su grupo de optimización pese a que sus semivolatilidades son muy próximas a las carteras *Bull Bear Beta*.

De media, el S&P500 soporta una semivolatilidad del 9.01%, es decir, si supusiéramos que la semivolatilidad histórica es representativa de la futura, podríamos esperar que, en media, 100 USD invertidos en el índice pudieran pasar a ser 91.30 USD a final de año en un escenario bajista. Por otro lado, las carteras *Quantilic Beta* soportan una semivolatilidad media anual entre el 10.07% y el 12.79%, correspondiendo estos límites a las carteras que minimizan el Expected Shortfall y que maximizan el Ratio de Sharpe, respectivamente. Por otro lado, las carteras *Bull Bear Beta* no reducen en gran medida la semivolatilidad de las carteras aun incluyendo más del doble de acciones en

cartera en media. Finalmente, las carteras *Total Acciones* cuyos objetivos son minimizar medidas de riesgo consiguen reducir su semivolatilidad notoriamente por debajo de la semivolatilidad del *benchmark*. Finalmente, vemos cómo el *benchmark Total Return* reduce su semivolatilidad en 4 puntos básicos gracias al efecto de los dividendos.

La “volatilidad negativa”, sin embargo, no nos dice cuánto riesgo podrían haber soportado las carteras en media bajo los peores escenarios. Por esta razón, en la siguiente columna a la semivolatilidad se muestra, al nivel de confianza del 99%, el *Value at Risk* anual que han soportado las carteras en media, es decir, dada la pérdida diaria que se encuentra en el 1% más extremo, cuál podría haber sido la pérdida anual que hubiera podido ocurrir 1 de cada 100 años. De esta forma, estudiamos el riesgo de cola de las carteras con un nivel de significación muy pequeño, para estar capturando la pérdida media anual máxima que podría soportar la cartera en el 99% de los casos, dejando sin estudiar los eventos poco probables que capturaría el *Expected Shortfall*.

### VaR Histórico 1%

Como se puede apreciar, de nuevo las carteras *Quantilic Beta* son las más arriesgadas en términos de *Value at Risk*. El Benchmark tiene una pérdida máxima media anual en el 99% de los casos del -43.37%, mientras que la pérdida máxima media anual en el 99% de los casos de las carteras *Quantilic Beta* asciende al intervalo comprendido entre el -47.70% y el -60.94%.

Esto es, un inversor que invierte 100 USD en el S&P500 tendría que estar dispuesto a asumir una pérdida máxima en media bastante significativa que redujese su capital hasta los 64.81 USD en tan sólo un año. No obstante, este suceso sería muy extremo y sólo ocurriría el uno de cada cien años, pero no deja de ser probable de acuerdo a las rentabilidades históricas del índice. Por otro lado, un capital de 100 USD invertido en la cartera *Quantilic Beta* cuyo objetivo es maximizar el Ratio de Sharpe, podría llegar a caer hasta los 54.37 USD en el 1% de los casos. Finalmente, 100 USD invertidos en las carteras *Total Acciones* que buscan minimizar la volatilidad, la semivolatilidad y el *Expected Shortfall* podrían llegar a caer hasta los 73.26 USD, 73.08 USD y 72.66 USD, respectivamente. Sin embargo, ninguna de estas pérdidas extremas han sucedido en el periodo *Out-of-Sample* considerado de 10 años (26/02/2010-13/02/2020).

Otra medida de riesgo que no se suele utilizar tanto en la evaluación de fondos de inversión convencionales, es el Máximo *Drawdown*, es decir, la máxima caída experimentada por una cartera en el periodo comprendido desde que se registra un máximo hasta que este vuelve a ser superado.

### Máximo Drawdown

Como se puede observar en estas tablas, durante el periodo comprendido entre el día 26/02/2010 y el día 13/02/2020, el S&P500 ha obtenido una pérdida consecutiva máxima del -18.05% hasta lograr el máximo alcanzado anteriormente. Sin embargo, las carteras *Quantilic Beta* llegan a sufrir un Máximo Drawdown desde el -20.42% hasta el -26.39 %, sin tener en cuenta comisiones de gestión ni de compraventa.

En resumen, las carteras diseñadas en este trabajo son las más arriesgadas en comparación con el *benchmark* y con el resto de carteras. Sin embargo, esto no quita que estas carteras no sean óptimas ya que, como hemos visto previamente, son las carteras que obtienen mayores rentabilidades, llegando las carteras más arriesgadas a casi doblar la rentabilidad obtenida por el S&P500 (la cartera Máximo Sharpe *Quantilic Beta* Pre-Comisiones obtiene un 194.21% al cabo de 10 años mientras que el índice S&P500 obtiene un 111.85%).

Es por ello que, en el siguiente apartado, se estudia la rentabilidad ajustada por riesgo obtenida por cada una de las carteras. De esta forma, podremos valorar si el riesgo extra asumido por las carteras *Quantilic Beta* viene premiado con unas mayores rentabilidades adecuadas al riesgo asumido, además de comparar dichas rentabilidades ajustadas por riesgo con las del resto de carteras.

No obstante, no dejan de ser carteras adecuadas únicamente para inversores con baja aversión al riesgo y con un horizonte temporal de la inversión de largo plazo, ya que un inversor conservador o un inversor cuyo horizonte temporal de inversión sea el corto plazo no estaría dispuesto a asumir los riesgos sufridos por las carteras *Quantilic Beta*.

#### 6.4.- Análisis de la Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras

Como se ha explicado en el apartado 2.3.3, existe una gran variedad de medidas para cuantificar la rentabilidad ajustada por riesgo y, de esta forma, poder establecer un *ranking* de rendimiento ajustado por riesgo de las carteras.

Tabla 8.- Medidas de Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras Antes de Comisiones

Medida Optimizada	Cartera	Sharpe Medio Anual	Sortino Medio Anual	RoVaR Medio Anual 1%	VaR Ratio Medio Anual 1%
Benchmark	S&P500	0.85	1.34	0.31	0.83
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	1.00	1.59	0.36	0.84
Mínima Varianza	Quantilic Beta	0.94	1.59	0.37	0.87
	Bull-Bear Beta	0.86	1.38	0.33	0.93
	Total Acciones	0.88	1.41	0.38	0.89
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	0.92	1.56	0.35	0.99
	Bull-Bear Beta	0.71	1.17	0.26	0.95
	Total Acciones	0.74	1.22	0.30	0.82
Máximo Sortino	Quantilic Beta	0.92	1.53	0.35	0.99
	Bull-Bear Beta	0.74	1.21	0.28	0.97
	Total Acciones	0.74	1.23	0.30	0.83
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	0.97	1.58	0.38	0.86
	Bull-Bear Beta	0.84	1.31	0.32	0.93
	Total Acciones	0.91	1.37	0.38	0.87
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	0.99	1.65	0.38	0.98
	Bull-Bear Beta	0.73	1.18	0.28	0.90
	Total Acciones	0.77	1.18	0.28	0.85
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	0.94	1.58	0.36	0.87
	Bull-Bear Beta	0.82	1.31	0.31	0.89
	Total Acciones	0.89	1.40	0.37	0.86

Nota. Esta tabla muestra las medidas de rentabilidad ajustada por riesgo antes de comisiones de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son el Ratio de Sharpe, el Ratio de Sortino, el *RoVaR* y el *VaR Ratio*.

Tabla 9.- Medidas de Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Gestión

Medida Optimizada	Cartera	Sharpe Medio Anual Post C.G.	Sortino Medio Anual Post C.G.	RoVaR Medio Anual 1% Post C.G.	VaR Ratio Medio Anual 1% Post C.G.
Benchmark	S&P500	0.85	1.34	0.31	0.83
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	1.00	1.59	0.36	0.84
Mínima Varianza	Quantilic Beta	0.80	1.35	0.32	0.86
	Bull-Bear Beta	0.70	1.13	0.27	0.92
	Total Acciones	0.67	1.07	0.27	0.81
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	0.82	1.38	0.31	0.99
	Bull-Bear Beta	0.60	0.98	0.22	0.95
	Total Acciones	0.59	0.98	0.24	0.80
Máximo Sortino	Quantilic Beta	0.81	1.35	0.31	0.99
	Bull-Bear Beta	0.62	1.02	0.24	0.97
	Total Acciones	0.59	0.99	0.24	0.81
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	0.83	1.35	0.32	0.85
	Bull-Bear Beta	0.68	1.06	0.27	0.93
	Total Acciones	0.69	1.05	0.28	0.79
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	0.87	1.44	0.33	0.97
	Bull-Bear Beta	0.59	0.95	0.23	0.90
	Total Acciones	0.60	0.93	0.21	0.82
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	0.80	1.34	0.31	0.86
	Bull-Bear Beta	0.66	1.06	0.25	0.89
	Total Acciones	0.68	1.08	0.27	0.79

Nota. Esta tabla muestra las medidas de rentabilidad ajustada por riesgo después de comisiones de gestión de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son el Ratio de Sharpe, el Ratio de Sortino, el *RoVaR* y el *VaR Ratio*.

Tabla 10.- Medidas de Rentabilidad Ajustada por Riesgo de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa

Medida Optimizada	Cartera	Sharpe Medio Anual Post C.CV.	Sortino Medio Anual Post C.CV.	RoVaR Medio Anual 1% Post C.CV.	VaR Ratio Medio Anual 1% Post C.CV.
Benchmark	S&P500	0.85	1.34	0.31	0.83
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	1.00	1.59	0.36	0.84
Mínima Varianza	Quantilic Beta	0.93	1.57	0.36	0.87
	Bull-Bear Beta	0.85	1.37	0.33	0.93
	Total Acciones	0.88	1.40	0.38	0.89
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	0.91	1.54	0.35	0.99
	Bull-Bear Beta	0.71	1.16	0.26	0.95
	Total Acciones	0.73	1.21	0.30	0.82
Máximo Sortino	Quantilic Beta	0.91	1.51	0.35	0.99
	Bull-Bear Beta	0.73	1.20	0.28	0.97
	Total Acciones	0.73	1.22	0.29	0.83
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	0.96	1.56	0.37	0.85
	Bull-Bear Beta	0.83	1.29	0.32	0.93
	Total Acciones	0.90	1.36	0.38	0.87
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	0.98	1.62	0.37	0.98
	Bull-Bear Beta	0.72	1.16	0.28	0.90
	Total Acciones	0.76	1.17	0.28	0.85
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	0.93	1.56	0.35	0.86
	Bull-Bear Beta	0.81	1.30	0.30	0.89
	Total Acciones	0.88	1.39	0.37	0.86

Nota. Esta tabla muestra las medidas de rentabilidad ajustada por riesgo después de comisiones de compraventa de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son el Ratio de Sharpe, el Ratio de Sortino, el *RoVaR* y el *VaR Ratio*.

## Ratio de Sharpe Medio Anual

La medida más popular para evaluar la rentabilidad obtenida por unidad de riesgo es el Ratio de Sharpe, que mide el exceso de rentabilidad de la cartera sobre el rendimiento del activo sin riesgo en función de la volatilidad soportada por ésta.

Como se puede apreciar, el S&P500 sin dividendos obtiene un Ratio de Sharpe medio anual de 0.85, siendo este un valor bastante satisfactorio. No obstante, todas nuestras carteras consiguen un ratio superior al índice antes de comisiones y después de comisiones de compraventa. Sin embargo, si incluimos la comisión de gestión máxima de un 2.25% anual en la rentabilidad de las carteras, únicamente la cartera *Quantilic Beta* que busca maximizar el *Information Ratio* consigue superar al *benchmark* en Ratio de Sharpe. Además, las carteras *Quantilic Beta* son las que alcanzan un ratio superior dentro de su grupo de optimización. Por tanto, estableciendo un ranking sin tener en cuenta el S&P500 *Total Return*, las carteras *Quantilic Beta* ocupan las primeras 6 posiciones de un total de 19 carteras antes de comisiones.

No obstante, si tenemos en cuenta el Ratio de Sharpe del S&P500 *Total Return* vemos como éste es el mayor de toda la tabla dado que a la rentabilidad del S&P500 se le suma la reinversión de los dividendos pagados por las empresas que los componen y, sin embargo, la volatilidad del índice no se ve apenas modificada. Concretamente, obtiene un Ratio de Sharpe medio anual de 1 frente a ratios obtenidos por las carteras *Quantilic Beta* en el intervalo 0.92-0.99, un valor muy satisfactorio ya que, como se ha indicado previamente, la obtención de un Ratio de Sharpe en torno a 1 de forma sostenida a lo largo de los años es extraño de encontrar.

Por otro lado, referente a las carteras *Bull Bear Beta*, vemos que tan sólo la cartera que busca minimizar la varianza de los rendimientos de la cartera consigue obtener un Ratio de Sharpe antes de comisiones mayor que el *benchmark* sin dividendos. Sin embargo, al considerar comisiones de gestión o de compraventa ninguna de las carteras consigue obtener un Ratio de Sharpe mayor. En el caso de las carteras *Total Acciones*, aquellas que buscan minimizar la varianza, la semivarianza y el *Expected Shortfall* son las únicas que consiguen obtener un Ratio de Sharpe mayor antes de comisiones, aunque si se consideran comisiones de gestión o de compraventa ninguna de ellas lo consigue.

Sin embargo, esta medida de *performance* tiene el inconveniente de asumir simetría en la distribución de rendimientos, suponiendo por ende que la volatilidad es la misma en los rendimientos positivos que negativos, y esto no es siempre así. Podría darse que, si la media de los rendimientos diarios es 0 y estos tuvieran una asimetría negativa, estuviéramos infravalorando el riesgo de la cartera utilizando la volatilidad y, por ende, obtendríamos una rentabilidad ajustada por riesgo lejos de ser real. Por el contrario, en el caso de poseer una asimetría positiva y una media de los rendimientos diarios igual a 0, estaríamos sobrevalorando el riesgo asumido de la cartera y, por consiguiente, obtendríamos una rentabilidad ajustada por riesgo menor a la realmente obtenida.

Por esta razón, vamos a estudiar a continuación el Ratio de Sortino obtenido por las carteras, cuya finalidad es medir la rentabilidad ajustada por el riesgo sufrido en la cola de pérdidas. Cabe destacar que el umbral a partir del cual calcularemos este ratio

será 0 y no la media de los rendimientos diarios, pudiendo resultar que rendimientos con asimetría negativa obtengan un Ratio de Sortino mayor al Ratio de Sharpe y viceversa.

### Ratio de Sortino Medio Anual

Como se puede observar en las tablas anteriores, las carteras *Quantilic Beta* son las que consiguen un Ratio de Sortino superior en cualquiera de los grupos de optimización, además de superar al *benchmark* si no se tienen en cuenta los dividendos. Por tanto, podríamos decir que estas carteras son las que mejor relación rentabilidad-riesgo tienen de todas las estudiadas cuando el riesgo es medido como la volatilidad de los rendimientos negativos de las carteras.

Todas las carteras *Quantilic Beta* obtienen un Ratio de Sortino medio anual mayor a 1.5, lo que podría traducirse en que, en media, por cada 3% que consigue rentar la cartera, esta podría haber sufrido, a lo sumo, una pérdida cercana al 2% (dado que el Ratio de Sortino de las carteras *Quantilic Beta*  $> 1.5$ ), lo que refleja una ventaja matemática satisfactoria. Concretamente, la cartera que mayor Ratio de Sortino medio anual obtiene es la cartera *Quantilic Beta* que busca maximizar el Ratio de Información, obteniendo un ratio de 1.65 antes de comisiones de gestión, siendo aun mayor que el Ratio de Sortino ofrecido por el S&P500 *Total Return* de 1.59. Si tenemos en cuenta la comisión máxima de gestión, únicamente las carteras *Quantilic Beta* son las carteras que consiguen obtener un Ratio de Sortino igual o superior al alcanzado por el índice S&P500 sin dividendos.

No obstante, aunque el Ratio de Sortino mide adecuadamente la rentabilidad ajustada por riesgo de la cola de pérdidas, podría ajustarse aún más dicha rentabilidad poniendo el foco en el extremo de la cola izquierda de la distribución empírica de rendimientos. Para ello, se calcula el rendimiento ajustado por *Value at Risk*, es decir, el *RoVaR*. El *RoVaR*, por tanto, busca ajustar la rentabilidad por la pérdida máxima esperada anual dado un nivel de significación del 1% que podrían haber sufrido las carteras.

### RoVaR

Vemos en las tablas cómo las carteras *Quantilic Beta* consiguen un *RoVaR* mayor o igual al del S&P500 antes y después de comisiones de gestión y de compraventa. De hecho, hasta 4 de las 6 carteras *Quantilic Beta* consiguen batir en *RoVaR* al S&P500 *Total Return*, mientras que las 2 restantes obtienen un *RoVaR* muy próximo (0.35 frente al 0.36 obtenido por el S&P500 *Total Return*).

Sin embargo, únicamente 3 de las 6 carteras *Quantilic Beta* consiguen ser las que obtienen un *RoVaR* mayor dentro de su grupo optimización, siendo la principal competencia de estas carteras en cuanto a *RoVaR* las carteras *Total Acciones*. No obstante, esto era de esperar dado que, pese a conseguir rentabilidades menores a las carteras *Quantilic Beta*, las carteras *Total Acciones* consiguen el *VaR* más reducido de los tres grupos de optimización al incluir en sus carteras hasta 384 acciones, consiguiendo así una diversificación más óptima.

### VaR Ratio 1%-99% Medio Anual

Finalmente, se analiza el *VaR Ratio*, que como se ha señalado, es una medida de rentabilidad ajustada por riesgo que busca evaluar si los rendimientos extremos son mayores en subidas o en bajadas, dependiendo si el ratio es mayor o menor que la unidad.

Como se puede apreciar en estas tablas, ninguna de las carteras consigue un *VaR Ratio* medio igual o mayor a la unidad. Sin embargo, las carteras *Quantilic Beta* que buscan maximizar el Ratio de Sharpe, el Ratio de Sortino y el Ratio de Información consiguen un *VaR Ratio* medio muy próximo a 1, obteniendo valores de 0.99, 0.99 y 0.98, respectivamente. Por otro lado, todas las carteras *Quantilic Beta* antes y después de comisiones de gestión obtienen un ratio superior al *benchmark* sin y con dividendos. No obstante, únicamente 3 de 6 de las carteras *Quantilic Beta* son las que obtienen un valor del ratio mayor dentro de su grupo de optimización.

### 6.5.- Análisis del Comportamiento de las Carteras frente a *Benchmark*

En este apartado vamos a estudiar los resultados obtenidos de las carteras en materia de *performance* frente a su índice de referencia a lo largo de los 10 años del periodo fuera de muestra (26/02/2010-13/02/2020).

Tabla 11.- Medidas de Comportamiento frente a Benchmark de las Carteras Antes de Comisiones

Medida Optimizada	Cartera	Número de Batidas	Beta Media	Beta Total	Beta Bajista Media Anual	Beta Alcista Media Anual	Tracking Error Medio Anual	Information Ratio Medio Anual	Treynor Ratio Medio Anual	Treynor Ratio Ajustado Medio Anual	Alfa de Jensen Medio Anual	Alfa de Jensen Ajustado Medio Anual
Benchmark	S&P500	-	1.00	1.00	1.00	1.00	-	-	0.10	0.10	-	-
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	-	1.00	1.00	1.00	1.00	-	-	0.12	0.12	-	-
Mínima Varianza	Quantilic Beta	6	0.97	0.99	0.96	0.98	8.49%	0.34	0.13	0.13	3.54%	3.61%
	Bull-Bear Beta	5	1.00	1.01	1.00	1.01	5.14%	0.20	0.11	0.11	0.98%	0.92%
	Total Acciones	6	0.58	0.59	0.63	0.54	9.07%	-0.19	0.16	0.15	3.02%	2.43%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	8	1.03	1.06	1.06	1.03	15.86%	0.49	0.18	0.17	8.01%	7.63%
	Bull-Bear Beta	6	1.04	1.05	1.08	1.05	12.57%	0.21	0.12	0.11	1.86%	1.53%
	Total Acciones	6	0.86	0.86	0.88	0.85	9.04%	0.06	0.13	0.13	2.77%	2.44%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	8	1.02	1.06	1.06	1.02	15.57%	0.48	0.17	0.16	7.70%	7.29%
	Bull-Bear Beta	6	1.03	1.04	1.08	1.05	12.56%	0.24	0.12	0.11	2.25%	1.94%
	Total Acciones	6	0.87	0.86	0.88	0.86	9.47%	0.07	0.13	0.14	2.70%	2.52%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	7	0.97	0.99	0.97	0.98	8.67%	0.41	0.14	0.14	4.07%	3.90%
	Bull-Bear Beta	7	1.00	1.01	1.00	1.01	5.32%	0.16	0.10	0.10	0.68%	0.68%
	Total Acciones	5	0.55	0.56	0.61	0.52	9.65%	-0.13	0.17	0.16	3.57%	2.91%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	7	1.01	1.04	1.04	1.01	12.10%	0.50	0.16	0.16	6.85%	6.62%
	Bull-Bear Beta	5	1.01	1.03	1.02	1.03	7.67%	0.10	0.10	0.10	0.36%	0.28%
	Total Acciones	2	0.97	0.98	0.97	0.97	1.66%	-0.56	0.09	0.09	-0.61%	-0.66%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	7	0.96	0.97	0.96	0.97	8.76%	0.36	0.14	0.13	3.80%	3.62%
	Bull-Bear Beta	6	0.99	1.00	0.99	1.00	5.75%	0.15	0.10	0.10	0.73%	0.64%
	Total Acciones	5	0.55	0.56	0.61	0.52	9.68%	-0.14	0.16	0.15	3.28%	2.66%

Nota. Esta tabla muestra las medidas de comportamiento frente a *benchmark* antes de comisiones de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son el N° de Batidas en Rentabilidad, la Beta, Betas Alcistas y Bajistas promedio, el Tracking Error, el Ratio de Información, el Ratio de Treynor, el Ratio de Treynor Ajustado, el Alfa de Jensen y el Alfa de Jensen Ajustado.

Tabla 12.- Medidas de Comportamiento frente a Benchmark de las Carteras Después de Comisiones de Gestión

Medida Optimizada	Cartera	Número de Batidas C.G.	Beta Media C.G.	Beta Total C.G.	Beta Bajista Media Anual	Beta Alcista Media Anual	Tracking Error Medio C.G.	Information Ratio Medio C.G.	Treynor Ratio Medio C.G.	Treynor Ratio Ajustado Medio C.G.	Alfa de Jensen Medio C.G.	Alfa de Jensen Ajustado Medio C.G.
Benchmark	S&P500	-	1.00	1.00	1.00	1.00	-	-	0.10	0.10	-	-
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	-	1.00	1.00	1.00	1.00	-	-	0.12	0.12	-	-
Mínima Varianza	Quantilic Beta	5	0.97	0.99	0.96	0.98	8.78%	0.08	0.11	0.11	1.35%	1.38%
	Bull-Bear Beta	3	1.00	1.01	1.00	1.01	5.54%	-0.22	0.09	0.08	-1.21%	-1.30%
	Total Acciones	3	0.57	0.58	0.63	0.54	9.37%	-0.42	0.12	0.11	0.83%	0.21%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	7	1.02	1.06	1.06	1.03	15.95%	0.33	0.16	0.15	5.82%	5.40%
	Bull-Bear Beta	6	1.03	1.05	1.08	1.05	12.76%	0.02	0.09	0.09	-0.34%	-0.70%
	Total Acciones	5	0.86	0.85	0.88	0.85	9.25%	-0.19	0.10	0.11	0.58%	0.21%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	7	1.02	1.05	1.06	1.02	15.66%	0.32	0.15	0.14	5.51%	5.06%
	Bull-Bear Beta	5	1.03	1.04	1.08	1.05	12.75%	0.04	0.10	0.09	0.05%	-0.29%
	Total Acciones	5	0.87	0.86	0.88	0.86	9.67%	-0.16	0.11	0.11	0.51%	0.29%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	5	0.97	0.98	0.97	0.98	8.94%	0.15	0.12	0.11	1.87%	1.68%
	Bull-Bear Beta	3	1.00	1.01	1.00	1.01	5.72%	-0.24	0.08	0.08	-1.52%	-1.55%
	Total Acciones	3	0.55	0.56	0.61	0.52	9.93%	-0.36	0.13	0.12	1.38%	0.69%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	7	1.01	1.04	1.04	1.01	12.26%	0.29	0.14	0.14	4.65%	4.40%
	Bull-Bear Beta	4	1.01	1.02	1.02	1.03	8.00%	-0.19	0.08	0.08	-1.84%	-1.94%
	Total Acciones	1	0.97	0.97	0.97	0.97	2.76%	-1.15	0.07	0.07	-2.80%	-2.88%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	6	0.95	0.97	0.96	0.97	9.03%	0.10	0.11	0.11	1.60%	1.39%
	Bull-Bear Beta	3	0.99	1.00	0.99	1.00	6.11%	-0.23	0.08	0.08	-1.46%	-1.59%
	Total Acciones	4	0.55	0.56	0.61	0.52	9.98%	-0.36	0.12	0.12	1.08%	0.43%

Nota. Esta tabla muestra las medidas de comportamiento frente a *benchmark* después de comisiones de gestión de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son el N° de Batidas en Rentabilidad, la Beta, Betas Alcistas y Bajistas promedio, el Tracking Error, el Ratio de Información, el Ratio de Treynor, el Ratio de Treynor Ajustado, el Alfa de Jensen y el Alfa de Jensen Ajustado.

Tabla 13.- Medidas de Comportamiento frente a Benchmark de las Carteras Después de Comisiones de Compraventa

Medida Optimizada	Cartera	Número de Batidas C.CV.	Beta Media C.CV.	Beta Total C.CV.	Beta Bajista Media Anual	Beta Alcista Media Anual	Tracking Error Medio Anual C.CV.	Information Ratio Medio Anual C.CV.	Treynor Ratio Medio Anual C.CV.	Treynor Ratio Ajustado Medio Anual C.CV.	Alfa de Jensen Medio Anual C.CV.	Alfa de Jensen Ajustado Medio Anual C.CV.
Benchmark	S&P500	-	1.00	1.00	1.00	1.00	-	-	0.10	0.10	-	-
Benchmark con Dividendos	S&P500 Total Return	-	1.00	1.00	1.00	1.00	-	-	0.12	0.12	-	-
Mínima Varianza	Quantilic Beta	6	0.97	0.99	0.96	0.98	8.50%	0.32	0.13	0.13	3.34%	3.40%
	Bull-Bear Beta	5	1.00	1.01	1.00	1.01	5.14%	0.17	0.11	0.11	0.86%	0.80%
	Total Acciones	6	0.58	0.59	0.63	0.54	9.06%	-0.19	0.16	0.15	2.97%	2.38%
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	8	1.03	1.06	1.06	1.03	15.86%	0.47	0.17	0.16	7.78%	7.39%
	Bull-Bear Beta	6	1.04	1.05	1.08	1.05	12.57%	0.20	0.11	0.11	1.72%	1.39%
	Total Acciones	6	0.86	0.86	0.88	0.85	9.04%	0.04	0.13	0.13	2.65%	2.32%
Máximo Sortino	Quantilic Beta	7	1.02	1.06	1.06	1.02	15.57%	0.46	0.17	0.16	7.47%	7.06%
	Bull-Bear Beta	6	1.03	1.04	1.08	1.05	12.56%	0.22	0.12	0.11	2.11%	1.80%
	Total Acciones	6	0.87	0.86	0.88	0.86	9.47%	0.06	0.13	0.13	2.58%	2.40%
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	7	0.97	0.99	0.97	0.98	8.67%	0.39	0.14	0.13	3.87%	3.70%
	Bull-Bear Beta	6	1.00	1.01	1.00	1.01	5.32%	0.14	0.10	0.10	0.56%	0.56%
	Total Acciones	5	0.55	0.56	0.61	0.52	9.65%	-0.14	0.17	0.16	3.51%	2.85%
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	7	1.01	1.04	1.04	1.01	12.10%	0.48	0.16	0.16	6.60%	6.38%
	Bull-Bear Beta	5	1.01	1.02	1.02	1.03	7.67%	0.07	0.10	0.10	0.16%	0.08%
	Total Acciones	2	0.97	0.98	0.97	0.97	1.66%	-0.61	0.09	0.09	-0.69%	-0.74%
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	7	0.95	0.97	0.96	0.97	8.76%	0.33	0.13	0.13	3.60%	3.42%
	Bull-Bear Beta	6	0.99	1.00	0.99	1.00	5.75%	0.12	0.10	0.10	0.59%	0.50%
	Total Acciones	5	0.55	0.56	0.61	0.52	9.68%	-0.15	0.16	0.15	3.20%	2.58%

Nota. Esta tabla muestra las medidas de comportamiento frente a *benchmark* después de comisiones de compraventa de los tres tipos de carteras estudiadas en este trabajo bajo las seis optimizaciones señaladas y del índice de referencia con y sin dividendos. Las medidas que se exponen son el N° de Batidas en Rentabilidad, la Beta, Betas Alcistas y Bajistas promedio, el Tracking Error, el Ratio de Información, el Ratio de Treynor, el Ratio de Treynor Ajustado, el Alfa de Jensen y el Alfa de Jensen Ajustado.

## Número de Batidas en Rentabilidad al S&P500

Anualmente se han comparado las rentabilidades obtenidas por cada cartera y por el *benchmark* para comprobar qué carteras conseguían superar en rendimiento al índice. Finalmente, al cabo de los 10 años del periodo de fuera de muestra, observamos en la tabla anterior cuántos años cada cartera ha batido en rentabilidad al *benchmark*.

Como se puede apreciar, las carteras *Quantilic Beta* baten entre 6 y 8 años al S&P500 sin dividendos antes de comisiones de un total de 10 años. Además, antes de comisiones las carteras *Quantilic Beta* son las que más veces baten al índice dentro de su grupo de optimización salvo en el grupo de minimización de la semivarianza donde ocurre un empate con la cartera *Bull Bear Beta*. Sin embargo, si tenemos en cuenta comisiones de gestión o de compraventa, las carteras *Quantilic Beta* son las que más batidas al índice logran en cada grupo de optimización.

Mientras que la inclusión de comisiones de compraventa no afecta excesivamente al número de superaciones en rentabilidad al índice, la inclusión de la comisión máxima de gestión de un 2.25% sí que lo hace, especialmente en las carteras *Bull Bear Beta* y en las carteras *Total Acciones*. En el caso de las carteras *Quantilic Beta*, el número de años que las carteras superan en rentabilidad después de comisiones de gestión al S&P500 se reducen al intervalo entre 5 y 7 años sobre un total de 10 años.

## Beta

Se observa cómo todas las carteras *Quantilic Beta* y *Bull Bear Beta* obtienen una Beta media anual y una Beta total del periodo muy próxima a 1. Es decir, “en media” la beta asumida por las carteras indica que las carteras están prácticamente indexadas al S&P500. Sin embargo, dado que bajo una de las ideas centrales de este trabajo la beta “en media” no es representativa del verdadero riesgo asumido, se muestra la Beta Bajista media anual y la Beta Alcista media anual de cada una de las carteras. De esta forma, veremos si las carteras *Quantilic Beta* son capaces de cumplir *a posteriori* el requisito que se les pedía a las acciones para entrar a formar parte de dichas carteras: tener una Beta Bajista  $< 1$  y tener una Beta Alcista  $> 1$ .

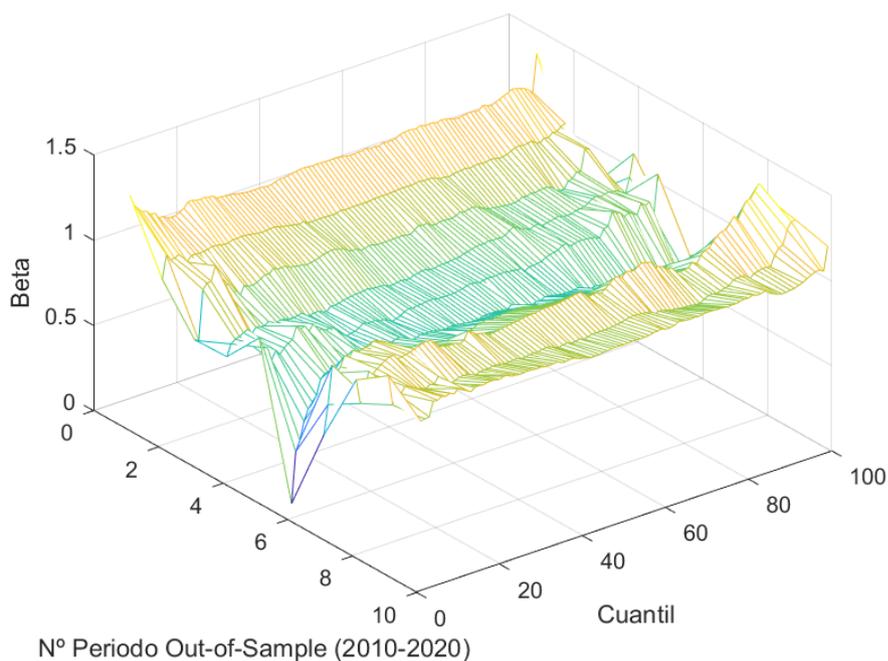
## Betas Cuantílicas

Como se puede apreciar en la tabla, ninguna de las carteras *Quantilic Beta* consigue obtener una Beta Bajista Media Anual  $< 1$  y una Beta Alcista Media Anual  $> 1$ . No obstante, esto no quita de que en algún año alguna de las carteras haya conseguido cumplir esta condición o, al menos, aproximarse.

Aun así, observamos que 3 de las 6 carteras *Quantilic Beta* consiguen una Beta Alcista Media Anual mayor que la Beta Bajista Media Anual. Concretamente, las carteras que no consiguen obtener esta condición son aquellas que tratan de maximizar la rentabilidad ajustada por riesgo. A modo de ejemplo, presentamos un gráfico de las Betas por cuantil y ventana de la cartera *Quantilic Beta* que busca maximizar el Ratio de

Información para que se pueda apreciar cómo, aun teniendo una Beta Bajista Media Anual de 1.04 y una Beta Alcista Media Anual de 1.01, la cartera consigue aproximarse en algún periodo a lo que buscamos.

*Ilustración 11.- Superficie de Betas Cartera Máximo Information Ratio Quantilic Beta*



Vemos, pues, cómo se consigue en varios de los años del periodo *Out-of-Sample* una suerte de convexidad en las Betas de los cuantiles superiores y, por otro lado, una suerte de concavidad en las Betas de los cuantiles inferiores. Sin embargo, como se puede observar, muchas veces esta situación de concavidad en los cuantiles inferiores y convexidad en los cuantiles superiores no se da simultáneamente en el mismo periodo.

### Tracking Error

Como se ha comentado previamente, el *Tracking Error* mide la volatilidad de la gestión activa, es decir, la volatilidad de las diferencias de rentabilidad entre la cartera y su *benchmark*. El *Tracking Error* calculado en esta tabla nos ofrece información sobre el tipo de gestión que ha llevado a cabo cada cartera: todas las carteras salvo la cartera *Máximo Information Ratio Total Acciones* ofrecen un *Tracking Error* medio anual acorde a una gestión activa al obtener valores superiores al 5%. Esta medida nos ayudará a comprobar si esa asunción extra de volatilidad en las carteras por encima del S&P500 viene acompañado de rentabilidades aceptables, y por ello hemos calculado el *Information Ratio*.

### Information Ratio

Como se puede observar en estas tablas, únicamente las carteras *Quantilic Beta* consiguen obtener un *Information Ratio* medio anual antes de comisiones satisfactorio al obtener una media superior a 0.4. Por otro lado, si tenemos en cuenta el *Information Ratio*

después de comisiones de compraventa, las carteras *Quantilic Beta* también obtienen *Information Ratio* medio superior a 0.4. Sin embargo, después de comisiones de gestión, ninguna de las carteras llega a alcanzar un *Information Ratio* aceptable.

Por otro lado, ninguna de las carteras *Bull Bear Beta* ni *Total Acciones* consiguen un ratio aceptable ni antes ni después de comisiones de gestión y de compraventa.

### Ratio de Treynor

El Ratio de Treynor ajusta la rentabilidad por el riesgo sistemático que ha asumido la cartera. Como se puede apreciar, todas las Carteras *Quantilic Beta* obtienen un Ratio de Treynor superior al obtenido por el Benchmark con y sin dividendos, donde la Beta del *benchmark* es 1. Sin embargo, tan sólo 3 de las 6 carteras *Quantilic Beta* consiguen obtener el mayor ratio dentro de su grupo de optimización, correspondiendo estas a las carteras que buscan maximizar medidas de rentabilidad ajustadas por riesgo.

- No obstante, esta medida, *a priori*, tiene tres inconvenientes. En primer lugar, las carteras que no están suficientemente diversificadas poseen riesgo específico, que no es capturado por la Beta. En segundo lugar, el Ratio de Treynor pierde sentido ante Betas negativas, aunque esto no afecta a ninguna de las carteras estudiadas en este trabajo. Finalmente, el Ratio usa la Beta resultante de una regresión lineal de los rendimientos de la cartera contra el índice de referencia, es decir, una Beta resultante de la media condicional de los rendimientos de la cartera condicional a los rendimientos del índice. Por tanto, esa Beta podría no ser representativa de la relación entre la cartera y el índice cuando este último se encuentra en periodos de crisis.

Por tanto, aunque las carteras *Quantilic Beta* no estén suficientemente diversificadas en alguno de los años fuera de muestra, procedemos a calcular el Ratio de Treynor ajustado por el riesgo sistemático de la cola de pérdidas.

### Ratio de Treynor “Ajustado”

Se observa que todas las carteras *Quantilic Beta* siguen obteniendo un Ratio de Treynor antes de comisiones de gestión mayor que el del S&P500 sin y con dividendos y mayor que el del S&P500 después de comisiones de gestión. Esto ocurre porque apenas se han visto modificados los ratios (máxima variación |0.01|) y esto no sólo ha ocurrido para las carteras *Quantilic Beta* sino que ha ocurrido para todas las carteras en general. Por tanto, no existe gran diferencia entre la Beta “en media” y la Beta Promedio Bajista dado que cogemos el ratio medio anual del total de los 10 años. Sin embargo, si evaluáramos año a año este ratio sí que podríamos ver diferencias notorias en el ratio cuando las Betas de los cuantiles inferiores fueran bastante distintas a la Beta “en media” obtenida de la regresión lineal. Además, la estructura de betas cuantílicas se ve suavizada en las carteras al poseer varios activos en ellas, por lo que las diferencias más grandes entre la Beta “en media” y las Betas de los cuantiles inferiores se ven en acciones individuales.

## Alfa de Jensen

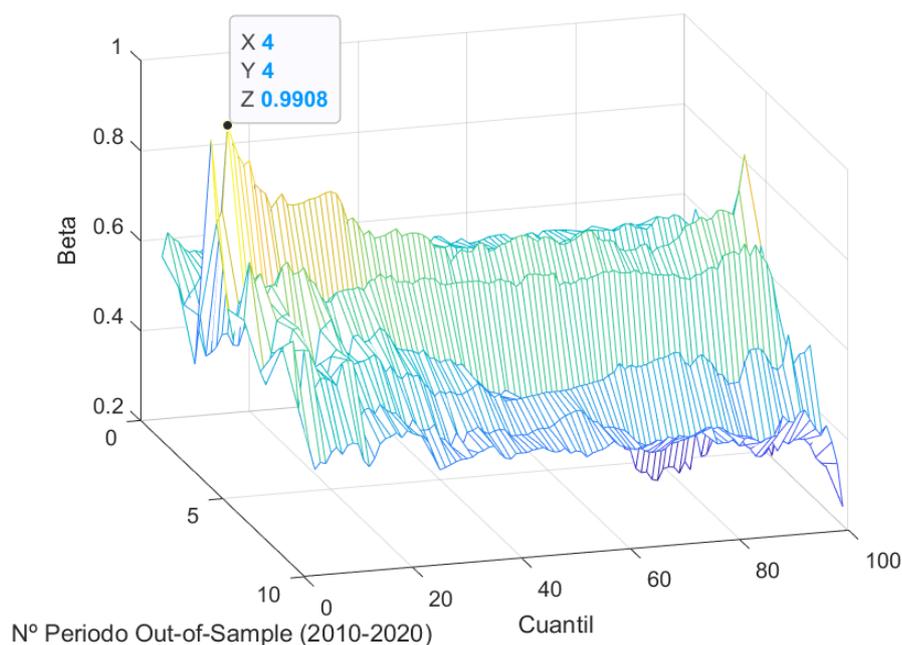
Como se puede apreciar, antes de comisiones todas las carteras, salvo la de *Total Acciones* que maximiza el Ratio de Información, generan un Alfa de Jensen medio anual positivo en los 10 años, aunque en muchos casos cercano a cero. Por otro lado, observamos que las carteras *Quantilic Beta* son las que mayor Alfa han sido capaces de generar dentro de cada grupo de optimización antes y después de comisiones de gestión o de compraventa. Cabe destacar que, con las carteras *Quantilic Beta* conseguimos estar en el pequeño grupo de gestores (ver Fama y French, 2010) que son capaces de ofrecer Alfa positivo después de comisiones al cabo de 10 años, aun sometiendo a las carteras a la comisión máxima de gestión por ley.

Sin embargo, dado que hemos observado en este trabajo que el riesgo sistemático de un activo medido a través de su Beta resultante de aplicar MCO en una regresión lineal puede ocultar información sobre el riesgo sistemático sufrido en los momentos de estrés en el mercado, deberíamos calcular un Alfa de Jensen “Ajustado” por la Beta Bajista de cada cartera. De esta forma, observamos si la cartera ha obtenido una rentabilidad mayor a la que hubiera conseguido el *benchmark* asumiendo la misma cantidad de riesgo de cola, que es el riesgo que verdaderamente afecta al gestor o al inversor.

## Alfa de Jensen “Ajustado”

Como se puede apreciar, el Alfa de Jensen Medio Anual se ha visto escasamente modificado una vez lo hemos ajustado por riesgo sistemático de cola. Concretamente, la cartera que más se ha visto perjudicada ha sido la de *Total Acciones* que busca minimizar la semivarianza, que ha pasado de tener un Alfa medio del 3.6% antes de comisiones a poseer un Alfa Ajustado medio de 2.9%. Esto se debe a que las Betas “en media” estaban escondiendo en pequeña medida riesgo en la cola de pérdidas. Gráficamente:

*Ilustración 12.- Superficie de Betas Cartera Mínima Semivarianza Total Acciones*



Donde podemos observar cómo las Betas suben de valor a medida que nos acercamos a los cuantiles inferiores en casi todos los años del periodo *Out-of-Sample*. Concretamente, vemos en el gráfico de las Betas Cuantílicas realizadas cada año del periodo fuera de muestra (26/02/2010-13/02/2020) de la cartera Total Acciones que busca minimizar la semivarianza que en el periodo fuera de muestra de la ventana 4 (2013-2014) se llegan a obtener Betas cercanas a 1 en los cuantiles inferiores frente a la Beta “en media” de 0.73 obtenida para esa cartera en ese periodo.

Por otro lado, las carteras *Quantilic Beta* han visto modificados su Alfa de Jensen pasando de estar en el intervalo 3.54%-8.01% a estar en el intervalo 3.61%-7.63% una vez ajustado por riesgo sistemático de cola. El estrechamiento del intervalo se debe a que el límite inferior de éste está formado por la cartera *Quantilic Beta* que minimiza la varianza la cual consigue, de media en cada periodo, una Beta Bajista promedio menor a la que indica la regresión lineal común. Sin embargo, el límite superior del intervalo está formado por la cartera *Quantilic Beta* que maximiza el Ratio de Sharpe la cual consigue una Beta Bajista promedio mayor a la que indica la regresión lineal común.

Además, considerando las comisiones de gestión, todas las carteras *Quantilic Beta* obtienen un Alfa de Jensen Ajustado positivo. Sin embargo, ninguna de las carteras *Bull Bear Beta* consigue un Alfa de Jensen Ajustado positivo después comisiones de gestión. Finalmente, 5 de las 6 carteras *Total Acciones* consiguen obtener un Alfa de Jensen Ajustado positivo después comisiones de gestión, si bien éste es muy cercano al 0%.

## Periodo de Crisis por Covid-19 (14/02/2020-09/06/2020): Carteras Vs S&P500

De cara a observar el comportamiento de las carteras en un periodo de estrés extremo, vamos a estudiar cómo se han desenvuelto las carteras durante la caída por la Crisis del Covid-19. Para ello, vamos a simular que hubiéramos invertido 100 USD el día 14/02/2020 hasta el día 09/06/2020 en cada una de las carteras.

Tabla 14.- Carteras durante la Crisis por Covid-19

Medida Optimizada	Cartera	Rentabilidad Acumulada Mínima	Rentabilidad a 09/06/2020	Capital Inicial	Capital Mínimo	Capital a 09/06/2020
Benchmark	S&P500	-41.26%	-5.25%	100	66.19	94.88
Mínima Varianza	Quantilic Beta	-49.19%	-6.21%	100	61.15	93.98
	Bull-Bear Beta	-43.40%	-7.97%	100	64.79	92.34
	Total Acciones	-37.20%	-7.72%	100	68.93	92.57
Máximo Sharpe	Quantilic Beta	-46.97%	-1.78%	100	62.52	98.23
	Bull-Bear Beta	-38.50%	0.49%	100	68.04	100.49
	Total Acciones	-44.72%	-3.41%	100	63.94	96.65
Máximo Sortino	Quantilic Beta	-47.80%	-1.93%	100	62.00	98.09
	Bull-Bear Beta	-37.78%	0.96%	100	68.54	100.96
	Total Acciones	-36.81%	2.34%	100	69.21	102.37
Mínima Varianza Negativa	Quantilic Beta	-48.52%	-5.44%	100	61.56	94.71
	Bull-Bear Beta	-41.53%	-7.99%	100	66.02	92.32
	Total Acciones	-38.07%	-8.22%	100	68.34	92.11
Máximo Information Ratio	Quantilic Beta	-46.64%	-2.35%	100	62.73	97.68
	Bull-Bear Beta	-41.01%	-6.16%	100	66.36	94.02
	Total Acciones	-44.91%	-5.54%	100	63.82	94.61
Mínimo Expected Shortfall	Quantilic Beta	-48.20%	-3.34%	100	61.75	96.71
	Bull-Bear Beta	-37.91%	-8.71%	100	68.45	91.66
	Total Acciones	-37.44%	-6.97%	100	68.77	93.27

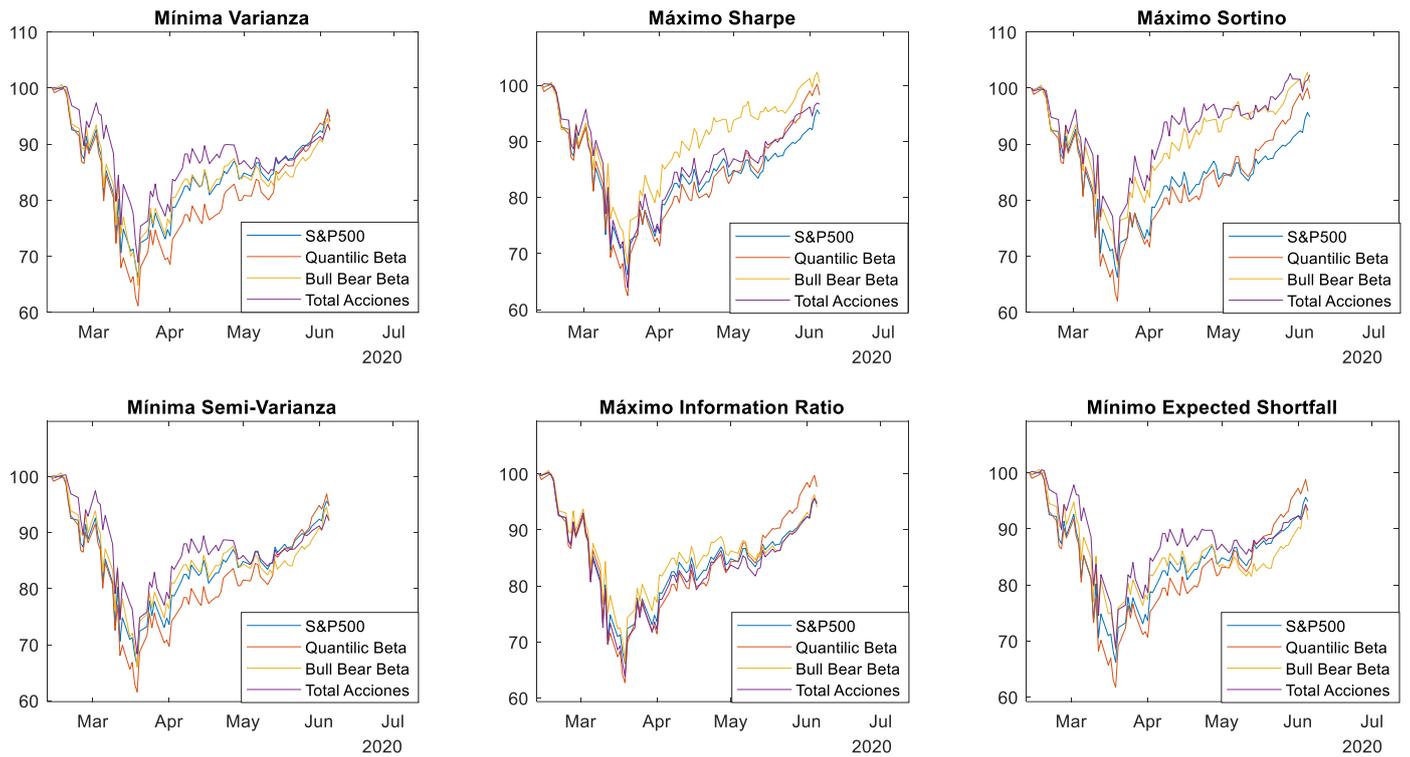
Nota. Esta tabla muestra la rentabilidad acumulada de las carteras antes de comisiones a día 09/06/2020 tras sufrir las caídas por la Crisis del Covid-19, así como la pérdida máxima habida entre el día 14/02/2020 hasta el día 09/06/2020.

Como se puede apreciar, las carteras *Quantilic Beta* son las carteras que más caen durante la caída acontecida por la Crisis del Coronavirus. No obstante, todas las carteras obtienen unas pérdidas bastante fuertes independientemente del objetivo de optimización que persiguieran, siendo estas no muy lejanas a las de las carteras *Quantilic Beta*.

Sin embargo, 4 de las 6 carteras *Quantilic Beta* se recuperan con mayor velocidad que el índice S&P500 acabando con rentabilidades superiores a éste, salvo en las carteras de mínima varianza y mínima semivarianza, donde las carteras *Quantilic Beta* obtienen rentabilidades muy similares al índice.

Por otro lado, las carteras *Quantilic Beta* superan en rentabilidad a día 09/06/2020 al resto de carteras en 4 de los 6 casos, siendo las excepciones las carteras correspondientes a la maximización del Ratio de Sharpe y del Ratio de Sortino.

*Ilustración 13.- Gráfico Evolución Carteras durante la Crisis por Covid-19*



## 7.- Conclusiones

Actualmente, en la industria de gestión de carteras es ampliamente utilizada la medida Beta para evaluar el riesgo que posee un activo o cartera de activos. Sin embargo, dadas las características de los activos financieros, en especial de renta variable, a menudo puede existir una falsa percepción del riesgo que verdaderamente se está asumiendo en una posición al usar esta Beta resultante de aplicar una regresión lineal, es decir, de hallar la relación lineal producto de la esperanza condicional del rendimiento de una posición condicional a los rendimientos del mercado en el que se encuentra.

En este sentido, en este trabajo hemos podido observar que, en el conjunto de acciones que forman el Índice S&P500, la Beta “en media” de una acción es probable que esté escondiendo mucha información dado que las Betas de las acciones son cambiantes no sólo temporalmente sino dependiendo de la coyuntura económica en la que nos encontremos: crisis o bonanza en el mercado. Por esta razón, es importante estudiar las Betas resultantes de aplicar regresión cuantílica de un activo o cartera, para tener una noción más correcta del verdadero riesgo que se está asumiendo.

Gracias a esta técnica de regresión y al uso de una ventana móvil, obtenemos una Beta cambiante de cada acción con el S&P500 por cada cuantil, pudiendo usar toda esta información para explotar nuestro método *Quantilic Beta*: seleccionar acciones que, por un lado, suban más en mercados alcistas y, por otro lado, bajen menos en mercados bajistas. A las acciones que cumplen este criterio las hemos llamado acciones “estrella”.

Como se ha podido comprobar, nuestro método *Quantilic Beta* selecciona acciones que batan al mercado en términos de rentabilidad en la mayoría de los años del periodo *Out-of-Sample*, resultado que no debería ocurrir por azar sino por construcción. La razón de esto es que las carteras *Quantilic Beta* son carteras que, en cierto modo, están cuasi-indexadas al S&P500 en momentos de calma en el mercado pero que se despegan del índice en mercados alcistas al tratar de tener una estructura de Betas convexa en los cuantiles superiores.

Cabe destacar que el efecto de las comisiones de compraventa que asume un inversor institucional no merman apenas la rentabilidad de las carteras, a diferencia de las comisiones de gestión, que si éstas ascienden a un 2.25% correspondiente al máximo por ley, merman la rentabilidad de las carteras notoriamente. No obstante, las carteras *Quantilic Beta* después de aplicar comisiones de gestión superan con creces al S&P500 en términos de rentabilidad acumulada en los 10 años.

Sin embargo, la estrategia presenta algún que otro inconveniente. En primer lugar, existen pocas acciones “estrella” en el índice por ventana móvil (cuyo tamaño se escoge de manera arbitraria aunque esté justificado), provocando que las carteras posean riesgo específico, es decir, que tengamos carteras no totalmente diversificadas. Por otro lado, aunque por diseño no debería ocurrir si las rentabilidades pasadas fueran plenamente representativas de rentabilidades futuras, no se consigue que las carteras caigan menos en periodos de crisis en el mercado, como se ha podido comprobar al estudiar el Máximo *Drawdown* realizado o el periodo relativo a la crisis del Covid-19, si bien las carteras

*Quantilic Beta* son, en media, las que más rápido se han recuperado de las caídas. Cabe destacar que las caídas no son mucho más fuertes que las del índice de referencia o del resto de carteras a pesar de tener, en media, un número reducido de acciones. No obstante, debido al número reducido de acciones por cartera, cualquier medida que utilicemos para evaluar el riesgo de las carteras nos indica que las carteras *Quantilic Beta* son las más arriesgadas.

Sin embargo, al ajustar las rentabilidades de las carteras *Quantilic Beta* por diversas medidas de riesgo, se ha comprobado que éstas son las que mejor rentabilidad por unidad de riesgo ofrecen en comparación al resto de carteras y al S&P500, aun incluyendo en su cálculo la comisión máxima anual de gestión permitida en la mayoría de los casos.

Cabe mencionar que el proceso de *Asset Allocation* influye en la evolución futura de las carteras, pero resulta más determinante la selección de acciones a entrar en las carteras *Quantilic Beta* que la distribución de pesos de las acciones en la propia cartera, ya que, como vemos, las carteras van en la misma dirección (coincidente con la del mercado) pero con diferentes amplificaciones de los movimientos. Hemos visto cómo las carteras que minimizan medidas de riesgo se comportan de manera muy parecida y, a su vez, las carteras que maximizan medidas de rentabilidad ajustada por riesgo se comportan también de manera muy similar.

No podemos obviar que, a raíz del estudio de las Betas cuantílicas, hemos visto cómo existen medidas de *performance* que pueden estar sesgadas al usar la Beta tradicional en su medición. Estas medidas son, en particular, el Alfa de Jensen y el Ratio de Treynor. En el caso del Alfa de Jensen, hemos visto cómo la mitad del total de las carteras son capaces de generar un Alfa de Jensen medio anual positivo al cabo de los 10 años después de comisiones de gestión, encontrándose todas las carteras *Quantilic Beta* en este grupo. Sin embargo, estas carteras podrían haber estado sometidas a un riesgo sistemático mayor al que afirma la Beta “en media” en los momentos de caídas en el mercado. Por esta razón, hemos calculado un Alfa de Jensen “Ajustado” por riesgo sistemático de cola de pérdidas (una aproximación más cercana al verdadero riesgo asumido) y hemos comprobado que, al tratarse de carteras compuestas por varios activos, el Alfa de Jensen medio anual no se ve especialmente modificado. No obstante, esto no quita de que algún año alguna cartera haya obtenido Alfa de Jensen positivo y, una vez ajustado por riesgo sistemático de cola, haya obtenido un Alfa de Jensen negativo. Cabe destacar que todas las carteras *Quantilic Beta* ofrecen un Alfa de Jensen “Ajustado” medio anual positivo al cabo de los 10 años después de comisiones de gestión, a diferencia de las carteras *Bull Bear Beta* y *Total Acciones*, donde, por un lado, ninguna de las carteras *Bull Bear Beta* es capaz de obtener Alfa de Jensen “Ajustado” medio anual positivo después de comisiones y, por otro lado, las carteras *Total Acciones* ofrecen un Alfa de Jensen “Ajustado” medio anual muy próximo a cero después de comisiones.

A raíz de lo que hemos aprendido en este trabajo, podrían ser objeto de estudio los siguientes temas:

- Estrategia *Quantilic Beta* “*through the cycle*”: construir carteras que vayan indexadas al mercado siempre en subidas pero limitando las pérdidas extremas, es decir, una suerte de opción *call* continua. Para ello, habría que implementar en la estrategia una compra sistemática de opciones *put* muy *out of the money* sobre el índice de referencia: cuando el mercado sea alcista y pueda estar sobrevalorado dado un periodo de complacencia (por ejemplo), la volatilidad será baja y ésto, sumado a seleccionar opciones muy *out of the money*, provocará que las primas de las opciones sean muy baratas. En caso de crisis fuertes en el mercado, estas opciones serán ejercidas obteniendo rentabilidades bastante altas debido al pago de primas reducidas. De igual manera, podría valer la compra recurrente de volatilidad a través de *calls* muy *out of the money* sobre la volatilidad implícita del índice de referencia. El pago de las primas podría llevarse a cabo con los dividendos obtenidos de las acciones en cartera o con una proporción muy reducida de la cartera, de manera que no mermen la rentabilidad de forma notoria.
  
- Betas cuantílicas de modelos multifactoriales: seleccionar acciones para entrar en cartera estudiando las Betas por cuantil de cada acción con cada factor de riesgo usando el mismo criterio: Beta Bajista  $< 1$  y Beta Alcista  $> 1$ . No obstante, podría no haber concordancia entre Betas de diferentes factores sobre las decisiones de inversión (si consideráramos el Modelo Fama-French de 3 factores, podría ocurrir que una acción de acuerdo a las Betas cuantílicas con el factor mercado sea buena alternativa de compra y, sin embargo, las Betas cuantílicas con el factor *Small Minus Big (SMB)* nos indicara la venta en corto de esta misma acción (Beta Bajista  $> 1$  y Beta Alcista  $< 1$ ).
  
- Estrategias *Long-Short*: compra de acciones con Beta Bajista  $< 1$  y Beta Alcista  $> 1$  y venta en corto de acciones con Beta Bajista  $> 1$  y Beta Alcista  $< 1$ .

## 8.- Bibliografía

Allen, D., and Singh, A. (2009). *Minimizing loss at times of financial crisis: quantile regression as a tool for portfolio investment decisions*. Research Online.

Chen, N., Roll, R. and S. Ross (1986). *Economic forces and the stock market*. Journal of business 59 (3), 383–403.

Fama, E. and French, K. (1993). *Common Risk Factors in the Returns on Stocks and Bonds*. Journal of Financial Economics, Vol. 33 (1), 3-56.

Fama, E. and French, K. (2010). *Luck versus Skill in the Cross-Section of Mutual Fund Returns*. The Journal of Finance, 65, 1915-1947.

Howton, S. and D. Peterson (1998). *An examination of cross-sectional realized stock returns using a varying-risk beta model*. Financial Review 33, 199-212.

Jensen, M. (1968). *The Performance of Mutual Funds in the Period 1945-1964*. Journal of Finance Vol. 23 (2), 389-416.

Koenker, R. W. and Bassett, G. (1978). *Regression Quantiles*. Econometrica, vol. 46 (1), 33-50.

Litner, J. (1965). *Security prices, risk, and maximal gains from diversification*. The Journal of Finance, 20 (4), 587–615.

Markowitz, H. (1952). *Portfolio Selection*. The Journal of Finance, Vol. 7(1), 77-91.

Ross, S., (1976). *The arbitrage theory of capital asset pricing*. Journal of Economic Theory, 1976, vol. 13 (3), 341-360.

Sharpe, W. F. (1966) *Mutual fund performance*. The Journal of Business, 39, 119-138.

Sharpe, W. F. (1964). *Capital asset prices: A theory of market equilibrium under conditions of risk*. The Journal of Finance, Vol. 19 (3), 425-442.

Sortino, F. A. and Van Der Meer, R. (1991). *Downside Risk*. Journal of Portfolio Management. Vol. 18, 27-31.

Treynor, J. L. (1965) *How to Rate Management of Investment Funds*. Harvard Business Review, 43, 63-75.

Treynor, J. L. and Black, F. (1973). *How to Use Security Analysis to Improve Portfolio Selection*. The Journal of Business, vol. 46 (1), 66-86.