

TRANSFORMACIÓN WAVELET, MODELOS SARIMA Y GARCH PARA LA PREDICCIÓN DE PRECIOS DIARIOS DE ELECTRICIDAD

Alejandro Torres Ponce

Trabajo de investigación 21/007

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutores: Dra. Ainhoa Zarraga
Dr. Aitor Ciarreta

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

www.finanzasquantitativas.com

Transformación *Wavelet*, modelos *SARIMA* y *GARCH* para la predicción de precios diarios de electricidad.

Alejandro Torres Ponce

July 2, 2021

Resumen

En este trabajo se revisa la capacidad de predicción, para precios horarios del Mercado Ibérico de Electricidad - Polo Español, de modelos estadísticos de tipo *SARIMA* y *SARIMA-GARCH* combinados junto a la denominada Transformación *Wavelet*. La citada transformación, cuando se trabaja con la serie agregada de precios horarios, consigue junto a estos modelos estadísticos (de acuerdo a varios estudios) destacables resultados en términos de predicción para distintos mercados eléctricos. Se propone revisar esta metodología con datos actualizados de precios para la electricidad en España, publicados por el Operador del Mercado Ibérico de Electricidad (OMIE), y predecir a partir de cada una de las 24 series de precios históricos por hora.

Abstract

This work reviews the prediction capacity, for hourly prices of the Iberian Electricity Market - Spanish Pole, of statistical models of the *SARIMA* and *SARIMA-GARCH* type combined together with the so-called *Wavelet* Transformation. The aforementioned transformation, when working with the aggregate series of hourly prices, achieves together with these statistical models (according to various studies), remarkable results in terms of prediction for different electricity markets. It is proposed to review this methodology with updated price data for electricity in Spain, published by the Iberian Electricity Market Operator (OMIE) and to predict from each of the 24 historical price series per hour.

Índice

1	Introducción	3
2	Marco Teórico	4
2.1	Modelos utilizados	4
2.1.1	Modelo SARIMA	5
2.1.2	Modelos de heterocedasticidad condicional	5
2.2	Transformación Wavelet	7
2.3	Contrastes de raíces unitarias	9
2.4	Métricas de error	12
2.5	Contraste de Diebold-Mariano	13
3	Datos empleados en el estudio	15
3.1	Análisis descriptivo	18
4	Resultados	24
4.1	Comparativa por horas	26
5	Conclusiones	33
A	Librerías de Python	37
B	Series constitutivas derivadas de la <i>DWT</i>	38

1 Introducción

En mercados eléctricos liberalizados como en el que se centra este estudio, el Mercado Ibérico de Electricidad (*MIBEL*) - Polo Español, cada día los productores y consumidores realizan pujas (de oferta y demanda) por la electricidad para cada una de las 24 horas del día siguiente. Por tanto, diariamente se obtiene un precio por casación para todas las horas del día posterior. Así, la predicción de precios eléctricos es una tarea fundamental en la previsión financiera de muchas empresas, y numerosos estudios y metodologías tratan de encontrar modelos estadísticos fiables que les ayuden en esta tarea.

A pesar de la gran cantidad de modelos que han sido desarrollados en los últimos años [4], algunos estudios como [1] revelaron la alta eficacia en términos de predicción de modelos econométricos sencillos. Combinando éstos con un adecuado tratamiento de la serie de precios original se logra, en otros mercados eléctricos, métricas de error (como las presentadas en este trabajo) muy ajustadas [2]. Desde entonces, un amplio número de técnicas [3] se están aplicando en la predicción de precios eléctricos que pueden combinarse con la metodología presentada en este trabajo: la Transformación *Wavelet*.

En este trabajo se busca evaluar la capacidad predictiva de dos familias de modelos econométricos muy conocidos en la literatura: modelos *SARIMA* y *SARIMA-GARCH*. Esto último se estudiará en el contexto actual del *MIBEL* - Polo Español. Dicho mercado, tal y como ocurre en otros eléctricos, está sometido a cambios en la legislación y su funcionamiento que han podido invalidar o mejorar la capacidad predictiva de los mismos. Se utilizan un total de 18960 datos (790 días) de precios horarios extraídos de la web del Operador del Mercado Ibérico de Electricidad (OMIE) para una muestra comprendida entre el 25/10/2018 y el 23/12/2020. La metodología utilizada en este trabajo ha sido implementada a partir del lenguaje de programación *Python*¹.

Se revisa una conocida técnica que profundiza en el tratamiento previo de los datos mediante la denominada Transformación *Wavelet*, proponiendo una modelización a partir de las 24 series de precios horarios (transformadas en unas determinadas series constitutivas) para las dos familias de modelos ya

¹Las librerías utilizadas pueden consultarse en el Anexo A.

comentadas: *SARIMA* y *SARIMA-GARCH*. Sobre cada una de estas series se identificará y estimará un modelo particular, dando lugar a una modelización independiente de las mismas.

De manera preliminar, se describen las 24 series horarias de precios y se justifica trabajar con ellas y no con la serie agregada de precios. Asimismo, se estudian los estadísticos descriptivos de las mismas y se efectúan contrastes de raíces unitarias, necesarios para conocer el orden de diferenciación que debe considerarse en los modelos. Finalmente, se comentan los resultados obtenidos en términos de diversas métricas de error y se compara la capacidad predictiva de los diferentes modelos propuestos a partir del contraste de *Diebold-Mariano*. En la Sección 2 puede encontrarse el marco teórico utilizado en el desarrollo del estudio, definiendo todos los estadísticos y modelos necesarios.

El objetivo final, por tanto, es estudiar cómo afecta la Transformación *Wavelet* (aplicada mediante funciones *Wavelet* de tipo *Daubechies*) a la capacidad predictiva de los modelos *SARIMA* y *SARIMA-GARCH* para precios en el *MIBEL - Polo Español*. La metodología anterior se compara con los resultados obtenidos a partir de un modelo *benchmark SARIMA* y otro *SARIMA-GARCH*, que utilizan las series originales de precios.

2 Marco Teórico

2.1 Modelos utilizados

Se presentan dos familias de modelos econométricos muy utilizados en la literatura y en la predicción de precios financieros. Por un lado, se utilizan modelos de tipo *Seasonal-ARIMA* ó *SARIMA*. Por otro lado, se incorporan estructuras de tipo *GARCH* debido a la evidencia de heterocedasticidad condicional encontrada en los residuos al cuadrado de los anteriores. Así, el segundo tipo de modelos estimados serán de tipo *SARIMA-GARCH*.

Además, los anteriores modelos se estimarán de acuerdo a dos enfoques: a partir de las series originales y a partir de las series constitutivas obtenidas tras aplicar la denominada *Discrete Wavelet Transformation* o *DWT*, explicada de manera general en el apartado 2.4 de este trabajo.

2.1.1 Modelo SARIMA

Las series de precios eléctricos se caracterizan por tener un marcado comportamiento estacional que es importante recoger en los modelos utilizados para predecir. Lo anterior es el motivo por el cual se utilizan modelos de tipo *SARIMA*. Para una serie y se tiene:

$$\begin{aligned} (1 - \phi_1 L - \dots - \phi_p L^p)(1 - \Phi_m L - \dots - \Phi_{m \cdot P} L^{m \cdot P}) \Delta_d \Delta_D y_t \\ = (1 - \theta_1 L - \dots - \theta_q L^q)(1 - \Theta_m L - \dots - \Theta_{m \cdot Q} L^{m \cdot Q}) a_t \end{aligned} \quad (1)$$

donde p , d y q representan el orden autorregresivo (AR), el orden de diferenciación necesario para conseguir estacionariedad en la serie (siendo Δ el operador diferencia) y el orden de medias móviles (MA) del modelo, respectivamente. Por su parte, P , D y Q se utilizan para denotar los órdenes de la parte estacional del modelo, siendo m la longitud del periodo estacional considerado. Además, ϕ y θ representan los coeficientes asociados a los retardos del orden AR y MA, respectivamente, mientras que Φ y Θ son los coeficientes asociados a los órdenes AR y MA estacionales del modelo. Por último, L representa el operador retardo ($\Delta_d \Delta_D y_{t-j} = \Delta_d \Delta_D y_t \cdot L^j$) y a_t es el residuo del modelo, para el que asumimos una distribución $N(0, \sigma^2)$.

El parámetro d será siempre igual a 0 cuando las series a modelizar sean estacionarias en media y varianza, tal y como ocurre para las series en diferencias simples², pero podría ser distinto de 0 cuando se trabaja con las series derivadas de la Transformación *Wavelet*. Para identificar el orden del modelo a utilizar, se seleccionan aquellos que minimizan el *Akaike Information Criterion (AIC)* para cada una de las series consideradas. Por su parte, el parámetro m se elige en base a las funciones de autocorrelación simple y parcial (*ACF* y *PACF*, respectivamente) observadas en cada caso.

2.1.2 Modelos de heterocedasticidad condicional

Los agrupamientos de volatilidad son comunes en las series financieras (y, por tanto, en las series de precios eléctricos con las que se trabaja en este estudio), siendo entonces necesario plantear modelos que consideren esta circunstancia. Para ello, se observan las *ACF* y *PACF* de los residuos al cuadrado de

²Ver apartado 3.2.

los modelos *SARIMA* buscando algún tipo de estructura que justifique la inclusión de modelos de tipo GARCH. Estos últimos son capaces de recoger de manera adecuada este tipo de comportamiento en las series originales de precios.

Se presentan, de cara a este estudio, los modelos *GARCH* y su variante, el *GJR*, que se utilizan en las series en función de la significatividad de sus parámetros (por tanto, de su idoneidad) en aquellos modelos en los que se incorpora la modelización de la volatilidad.

GARCH

Los modelos *Generalized-ARCH* o *GARCH*, propuestos por [17] en 1986, son capaces de modelizar la varianza de las series financieras con muy pocos retardos. Este tipo de modelos se incorpora junto a otros sobre la media que eliminan la dependencia lineal de las series (como los *SARIMA*), definiendo la varianza condicional en cada momento t como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (2)$$

$$\omega > 0; \alpha_i, \beta_j \geq 0; \sum_{i=1}^{\max(p,q)} (\alpha_i + \beta_i) < 1$$

donde $a_t = \sigma_t \epsilon_t$ es el residuo del modelo sobre la media (*SARIMA*) y ϵ_t se distribuye como un ruido blanco³, ω es un parámetro constante y α_i y β_j representan los parámetros *ARCH* y *GARCH*, respectivamente. Por su parte, q y p representan los órdenes *ARCH* y *GARCH*, respectivamente.

GJR-GARCH

El modelo *GJR-GARCH* es una variante del anterior y fue desarrollado por [18] en 1993, incluyendo un parámetro de asimetría γ que permite recoger efectos asimétricos en la volatilidad. Típicamente, la variabilidad de los mercados no cambia de la misma manera ante rendimientos (o variaciones) positivos o negativos en los precios. De esta manera, en el *GJR-GARCH* la

³Media y varianza constantes. Típicamente como una Normal(0, 1).

varianza condicional viene dada por la siguiente expresión:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q [\alpha_i + \gamma I(a_{t-i} < 0)] a_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (3)$$

donde ω es un parámetro constante, γ representa el parámetro de asimetría, $I(\cdot)$ es la función indicatriz que toma el valor 1 ante shocks negativos (y 0 en caso contrario) y α_i y β_j representan los parámetros *ARCH* y *GARCH*, respectivamente. Por su parte, q y p representan los órdenes *ARCH* y *GARCH*, respectivamente.

El orden de los modelos *GARCH* se identifican individualmente de acuerdo a la metodología Box-Jenkins [6].

2.2 Transformación Wavelet

La transformación propuesta para la muestra utilizada para estimar los modelos de este trabajo, la Transformación *Wavelet*, se utiliza en áreas como la compresión de datos o el procesamiento de imágenes [16], además de su aplicación en el análisis de series temporales como en este estudio. En concreto, en este trabajo, se utiliza la denominada *Discrete Wavelet Transformation* o *DWT*, utilizada en la mayoría de aplicaciones prácticas de este tipo de funciones *Wavelet* y, en particular, en el análisis de series financieras. La *DWT* viene dada por la siguiente expresión:

$$C_w(m, n) = 2^{-\left(\frac{m}{2}\right)} \sum_{t=0}^{T-1} P_t^H \Phi\left(\frac{t - n2^m}{2^m}\right) \quad (4)$$

donde $C_w(m, n)$ representa la serie⁴ de coeficientes de orden n (que será igual al orden escogido para la función *Wavelet* utilizada) y nivel m perteneciente a la serie P^H (serie de precios para la hora H). Además, $\Phi(\cdot)$ representa la función *Wavelet* escogida, que en este caso será la *Daubechies* de orden $n = 2^5$. Este tipo de funciones son las más utilizadas en aplicaciones prácticas de la *DWT* tal y como se muestra en [1], [2] y [3].

⁴La longitud de cada serie de coeficientes dependerá del modo de extensión de la señal elegido en las funciones de *Python* [11].

⁵El orden n es escogido a base de prueba y error en función del comportamiento de las series. Autores como [1] recomiendan órdenes bajos para este tipo de funciones.

A partir de los coeficientes obtenidos según la ecuación (4), es posible recuperar las series originales agregando las denominadas series constitutivas a partir de la función *Wavelet* inversa [20]. Esto último se consigue a partir de algoritmos de multi-resolución implementados en la librería *PyWavelets*. La *DWT* permite, entonces, transformar cada una de las series originales en una serie de aproximación (A_l) y l series de detalles (D_1, \dots, D_{l-1}, D_l), donde l es igual al nivel de resolución máximo de la serie original. En este trabajo se utiliza un nivel de resolución máximo $l = 3$ y, por tanto, tendremos que $m = 1, 2, 3$. Ejemplos de estas series pueden consultarse en el Anexo B de este trabajo, donde se aprecia que la serie de aproximación es más suave que la original y las series de detalles recogen el comportamiento de alta frecuencia. Si agregamos todas las series constitutivas anteriores, según el nivel elegido, obtendremos la serie original. Cada serie de precios horarios viene dada por la siguiente expresión:

$$P^H = A_3^H + D_1^H + D_2^H + D_3^H \quad (5)$$

La *DWT* presenta la ventaja de ser capaz de aislar el comportamiento de alta frecuencia de la serie original en las denominadas series de detalles (por ejemplo, el comportamiento estacional de la serie o los valores atípicos), generando también una serie más suave que la original: la serie de aproximación. Una vez desagregada la serie original de precios en las series constitutivas, es posible realizar predicciones para los valores de cada una de ellas. Para ello, se modelizan por separado y se obtiene la predicción de la serie original mediante la suma de éstas. Por tanto, tenemos que para obtener una predicción de cada serie horaria original:

$$F_t^H = F_t^{D_1,H} + F_t^{D_2,H} + F_t^{D_3,H} + F_t^{A_3,H} \quad (6)$$

donde $F_t^{D_1,H}$, $F_t^{D_2,H}$ y $F_t^{D_3,H}$ son las predicciones de la primera, segunda y tercera serie de detalles, respectivamente, de la serie original de precios de la hora H en el día t . Por su parte, $F_t^{A_3,H}$ es la predicción para la serie de aproximación de la serie original de precios de la hora H en el día t .

Así, la *DWT* presentada anteriormente se utilizará para generar nuevas series que se modelizarán con base en los dos modelos anteriores (*SARIMA* y *GARCH*). En este caso y para cada una de las series P^H se obtendrán,

como ya se ha comentado anteriormente, las 4 series constitutivas. De esta manera, tras aplicar la *DWT* se utilizarán un total de $24 \cdot 4 = 96$ series. Es preciso señalar que cuando se utiliza la *DWT* no es necesario convertir las series en estacionarias, puesto que posteriormente se trabaja con cada una de las series constitutivas obtenidas en cada caso.

El primero de los enfoques utilizados a partir de la *DWT* estima modelos de tipo *SARIMA* para todas las series constitutivas en cada caso. Por el contrario, el segundo de los enfoques descompone la modelización en la serie de aproximación y las series de detalles, utilizando en el primer caso un modelo de tipo *SARIMA* (los residuos al cuadrado de la serie de aproximación no muestran evidencia de heterocedasticidad condicional) y modelos de tipo *SARIMA-GARCH* para las series de detalles.

2.3 Contrastes de raíces unitarias

Para estimar los modelos en los que se utilizan las series originales (sin aplicarles la *DWT*) es necesario que nos aseguremos de que éstas son estacionarias en media y varianza, puesto que de no serlo será necesario tomar diferencias. Para ello se realizan tres conocidos contrastes de raíces unitarias para cada una de las 24 series: *Augmented Dickey-Fuller Test*, *Philips-Perron* y *KPSS*.

Los dos primeros contrastes son los más utilizados en la literatura científica, pero en ocasiones muestran resultados contradictorios. Para ayudar a asumir hipótesis de integración de las series, nos ayudamos del tercer estadístico, el *KPSS*, que ofrece un enfoque ligeramente distinto por utilizar la hipótesis nula inversa a los anteriores: de no rechazarla se asumiría estacionariedad. A continuación se definen brevemente los contrastes:

Augmented Dickey-Fuller (ADF)

En este contraste se propone estimar la siguiente regresión:

$$P_t^H = \alpha_1 P_{t-1}^H + \sum_{j=2}^p \alpha_j P_{t-j}^H + u_t \quad (7)$$

o equivalentemente

$$\Delta P_t^H = \gamma P_{t-1}^H + \sum_{j=1}^{p-1} \gamma_j \Delta P_{t-j}^H + u_t \quad (8)$$

donde $\gamma = (\alpha_1 + \dots + \alpha_p) - 1$ y $\gamma_j = -(\alpha_{j+1} + \dots + \alpha_{j+p})$ para $j = 1, 2, \dots, p-1$ y, también, u_t se distribuye $iid(0, \sigma_u^2)$. Asimismo, posdrían incorporarse un parámetro constante y/u otro que recoja la tendencia de la serie regresada. Se consideran dos casos a la hora de realizar los contrastes para cada serie: incorporando el parámetro constante y con el parámetro constante y el componente de tendencia. El estadístico de contraste viene dado por la siguiente expresión:

$$DF = \frac{\hat{\gamma}}{\hat{\sigma}_{\hat{\gamma}}} \quad (9)$$

Se puede contrastar $H_0: \gamma = 0$ frente a $H_1: \gamma < 0$, asumiendo estacionariedad para P_t^H en caso de rechazarla. Los valores críticos para el estadístico pueden obtenerse por simulación suponiendo cierta la hipótesis nula y normalidad de u_t [5].

Philips-Perron (P-P)

En Philips-Perron se propone un ajuste del estadístico utilizado en ADF , puesto que se asume que el término de error está autocorrelacionado y podría presentar heterocedasticidad. El estadístico de $P-P$, considerando que la regresión estimada es (7), viene dado por la siguiente expresión:

$$PP = \frac{(\hat{\alpha} - 1)}{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}}} \left(\frac{\hat{\gamma}_0}{\hat{\lambda}^2} \right)^{1/2} - 0.5(\hat{\lambda}^2 - \hat{\gamma}_0) \left(\frac{1}{\hat{\lambda}} \right) \left\{ T \frac{\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}}}{\hat{\sigma}_u} \right\} \quad (10)$$

donde

$$\hat{\gamma}_j = T^{-1} \sum_{t=j+1}^T \hat{u}_t \hat{u}_{t-j}$$

\hat{u}_t = residuos de la regresión estimada

$$\hat{\lambda}^2 = \hat{\gamma}_0 + 2 \sum_1^q \left(1 - \frac{j}{q+1}\right) \hat{\gamma}_j$$

$$\hat{\sigma}_u^2 = (T-c)^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{u}_t^2$$

$\hat{\sigma}_{\hat{\alpha}}$ = desviación típica estimada de $\hat{\alpha}$

c = número de parámetros estimados en la regresión

pudiéndose contrastar la hipótesis nula de no estacionariedad de la misma manera que en el *ADF*.

KPSS

Por último se plantea un contraste, el *KPSS*, que invierte la hipótesis nula de los anteriores [7]. En este caso, al no rechazar la hipótesis nula estamos asumiendo estacionariedad para la variable dependiente. Para calcular el *KPSS* se regresa la variable dependiente (P^H ó ΔP^H , en nuestro caso) contra una constante, c , y/o una tendencia lineal (que tiene a η como coeficiente asociado):

$$P_t^H = c + \eta t + u_t \quad (11)$$

Su estadístico es igual a la siguiente expresión:

$$KPSS = \frac{T^{-2} \sum_{t=1}^T SP_t^2}{\hat{\sigma}_u^2} \quad (12)$$

donde $SP_t = \sum_{i=1}^t \hat{u}_i$ es la suma parcial de los residuos de la regresión hasta el momento t y $\hat{\sigma}_u^2$ es la varianza estimada de los residuos. Por su parte, los valores críticos del contraste fueron proporcionados por los autores en el *paper* original.

De esta manera, este último estadístico nos ayudará a establecer la hipótesis (de estacionariedad) a asumir en caso de que el *ADF* y el *P-P* ofrezcan resultados contradictorios.

2.4 Métricas de error

Tras la revisión de algunos trabajos de la literatura científica relacionada, se encuentra que las métricas de error utilizadas son diversas y presentan ventajas y desventajas en función del tipo de serie utilizada (financiera o no financiera) y del mercado en cuestión (bursátil, eléctrico, etc.). Por lo anterior, en este estudio se consideran algunas de las métricas más conocidas.

sMAPE

El *Symmetric Mean Absolute Percentage Error* o *sMAPE* se define como sigue:

$$sMAPE = \frac{100}{N_F} \sum_{t=1}^{N_F} \frac{|F_t^H - P_t^H|}{|P_t^H| + |F_t^H|} \quad (13)$$

donde N_F es el número de días para los que se realizan predicciones, P_t^H es el precio real observado para el día t y F_t^H la predicción para el mismo día t .

MAPE

El *Mean Absolute Percentage Error* es una de las métricas más utilizadas y conocidas. Sin embargo, presenta el problema de darle más peso a las desviaciones negativas (infraestimaciones de los precios), tal y como se explica, por ejemplo, en [15]. Se define como:

$$MAPE = \frac{100}{N_F} \sum_{t=1}^{N_F} \left| \frac{P_t^H - F_t^H}{P_t^H} \right| \quad (14)$$

donde se utiliza la misma notación que en el *sMAPE*.

RMSE y MSE

El *Mean Squared Error* mide la desviación respecto a los valores reales a partir del promedio de los errores al cuadrado.

$$MSE = \frac{1}{N_F} \sum_{t=1}^{N_F} (P_t^H - F_t^H)^2 \quad (15)$$

A pesar de que el MSE tiene la ventaja de ser más fácil de interpretar, también es común encontrar trabajos en los que se utiliza la raíz cuadrada del *MSE*.

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{N_F} \sum_{t=1}^{N_F} (P_t^H - F_t^H)^2} \quad (16)$$

continuando con la misma notación que en los estadísticos anteriores.

MAE

Por último, el *Mean Absolute Error* (expresado en las mismas unidades que las series comparadas) se define de acuerdo a:

$$MAE = \frac{\sum_{t=1}^{N_F} |F_t^H - P_t^H|}{N_F} \quad (17)$$

con notación idéntica a las anteriores.

En la sección 4 de Resultados se comparan los estadísticos anteriores que se obtienen tanto para el horizonte completo de previsión (7 días) como por hora. Esto se hace para las dos familias de modelos (y para cada enfoque: aplicando la *DWT* y trabajando con las series constitutivas ó trabajando directamente sobre las series originales) considerados en el estudio: *SARIMA* y *SARIMA-GARCH*.

2.5 Contraste de Diebold-Mariano

Con motivo de comparar la capacidad predictiva de los diferentes modelos propuestos, es necesario plantear un contraste que nos permita concluir que un modelo es significativamente mejor en términos estadísticos que otro. En

este trabajo se utiliza el conocido *Contraste de Diebold-Mariano* [19], ampliamente utilizado en la literatura.

Si realizamos un total de N_F predicciones para la hora H y para dos diferentes modelos M_1 y M_2 tenemos que los errores para cada uno de ellos son:

$$\begin{aligned} e_{M_1, t-h}^H &= F_{t+h, M_1}^H - P_{t+h}^H \\ e_{M_2, t-h}^H &= F_{t+h, M_2}^H - P_{t+h}^H \end{aligned}$$

donde h es el horizonte de previsión considerado, F_{t+h, M_1}^H y F_{t+h, M_2}^H son las predicciones en $t+h$ para los modelos M_1 y M_2 , respectivamente, y P_{t+h}^H el precio real observado.

A partir de los errores de ambos modelos, para cada predicción en cada tiempo t tenemos el diferencial:

$$d_t^H = (e_{M_1, t}^H)^2 - (e_{M_2, t}^H)^2$$

donde e_t^H representa el error de predicción definido anteriormente en cada tiempo t , para cada serie H y para cada modelo M_1 y M_2 . Finalmente, el estadístico de *Diebold-Mariano* se define y distribuye (bajo H_0) como:

$$DM = \frac{\frac{1}{N_F} \sum_{j=1}^{N_F} d_{T-j+1}}{\frac{1}{N_F} \left[\gamma_0 + 2 \sum_{k=1}^{K-1} \gamma_k \right]} \sim N(0, 1) \quad (18)$$

donde el numerador es la media de todos los diferenciales, \bar{d} , y el denominador su varianza, $V(\bar{d})$. Por último:

$$\gamma_k = \frac{1}{N_F} \sum_{j=k+1}^{N_F} (d_{T-j+1} - \bar{d})(d_{T-j+1-k} - \bar{d})$$

donde $K = \text{entero}(N_F^{1/3} + 1)$. Así, vemos que un modelo será significativamente mejor que otro (en términos de predicción) cuando se rechace la hipótesis nula de que la esperanza de d_t es igual a 0.

3 Datos empleados en el estudio

Para la elaboración de este trabajo se han utilizado los ficheros *marginal_pdbc* que se publican diariamente en la web del *OMIE*⁶ y que contienen los precios de casación diarios para cada una de las horas. La muestra completa utilizada incluye datos diarios desde el 25/10/2018 hasta el 23/12/2020, dividiendo la misma en una submuestra para la estimación de los modelos que comprende desde el inicio de la muestra completa hasta el día 16/12/2020 y dejando una submuestra para evaluar la capacidad predictiva de los modelos para los 7 días restantes (del 17/12/2020 hasta el 23/12/2021), periodo que se utilizará como horizonte de predicción.

La gran variabilidad observada en los precios diarios del Mercado Ibérico de Electricidad⁷ (*MIBEL*) debida al temporal *Filomena* [8], que sacudió el país la segunda semana de enero y que paralizó durante días grandes ciudades como Madrid, es el motivo por el cual se ha decidido considerar el estudio para datos hasta el 23/12/2020. De esta manera se eliminan de la muestra aquellos días que podrían estar contaminados con las previsiones meteorológicas o el desarrollo del suceso.

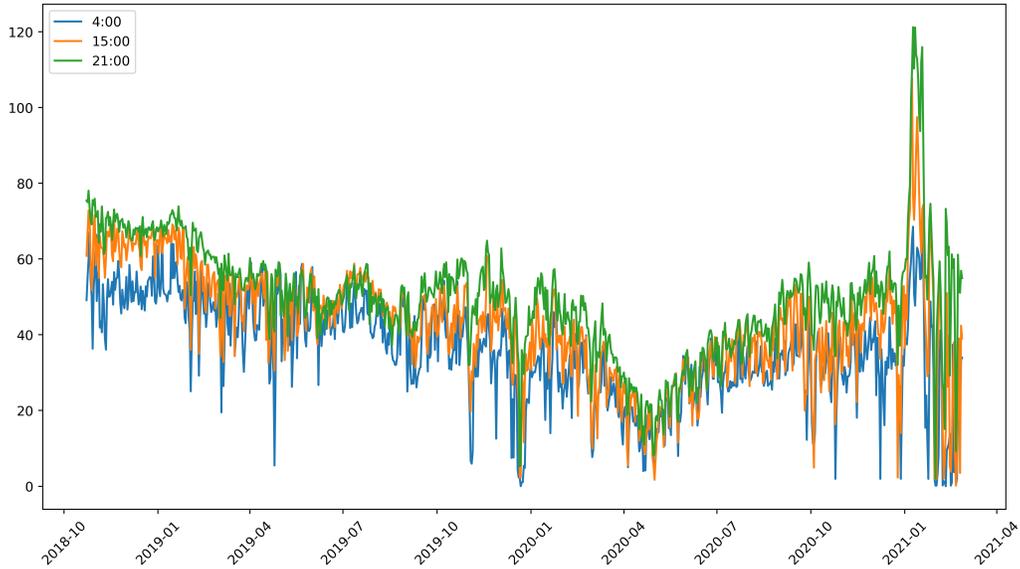
Con motivo de evidenciar lo anterior, la Figura 1 dibuja el histórico de precios diarios del *MIBEL* para 3 series representativas de los periodos de tarificación⁸ y para toda la muestra, incluyendo los primeros meses de 2021 (a los que se hace referencia):

⁶<https://www.omie.es/es>

⁷Especialmente para el polo Español, que es el que nos ocupa.

⁸Valle, Llano y Punta, tal y como se refleja en la Figura 2.

Figura 1: Muestra de Series horarias (25/10/2018 - 26/2/2021).



Los datos muestrales obtenidos⁹ se han ordenado de acuerdo a dos enfoques, a partir de los cuales es posible realizar la predicción de precios para la semana siguiente:

- **Series desglosadas por hora:** de esta manera se obtienen 24 series de precios de longitud T , una para cada hora del día, que permite enfocar el análisis particularizando en las mismas.
- **Serie agregada de precios:** con este enfoque se obtiene una única serie de precios que agrega las $T \cdot 24$ observaciones de la muestra.

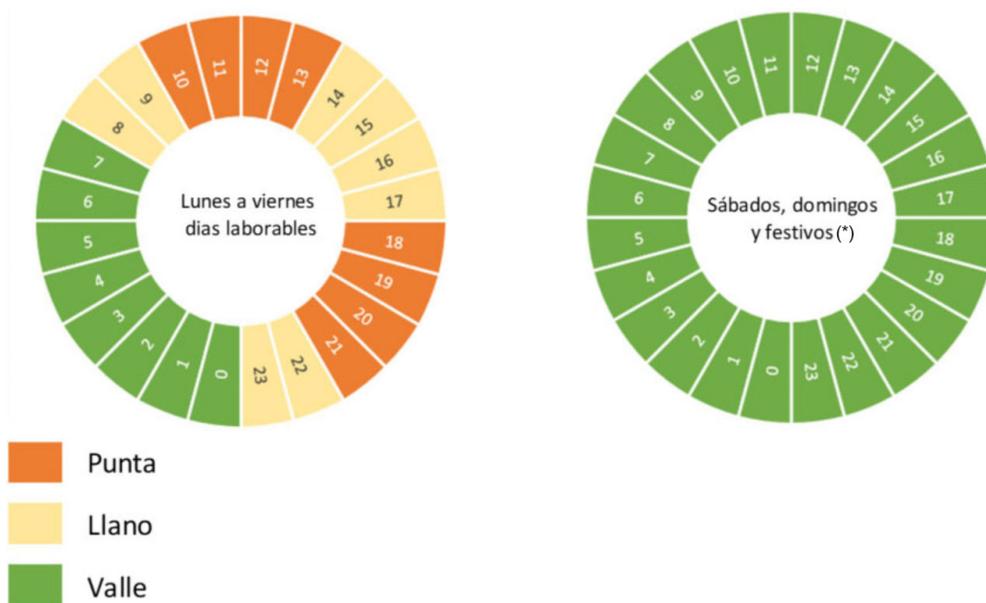
⁹Para la pertinente extracción de los datos, se ha escrito un código que permite el *scrapping* de los ficheros directamente desde la web (para el caso de ficheros de días correspondientes a 2021) así como la extracción y depuración de los ficheros contenidos en ficheros *.zip* que agregan todos los ficheros en cada año transcurrido (anteriores al año en curso). En el mismo se han considerado múltiples particularidades de los ficheros, posibles diferencias entre ellos y todo tipo de consideraciones de formato que permite recoger información de manera eficiente y realizar la ordenación de la misma.

En ambos casos, T representa el número de días considerados en la muestra.

Tradicionalmente, las predicciones en los mercados eléctricos se han venido realizando a partir de la serie agregada de precios, pero en los años más recientes algunos autores [7] han obtenido resultados más favorables cuando han trabajado con las 24 series desglosadas. De esta manera, se entiende que el comportamiento de los precios es distinto en función de la hora del día, algo que se confirma con los estadísticos descriptivos de las series utilizadas en este trabajo.

Esto último tiene mucho sentido si lo ligamos al comportamiento de los patrones de consumo de electricidad, una idea que se ha reforzado recientemente con la entrada en vigor en España del *Real Decreto 148/2021, de 9 de marzo* [14], en cumplimiento de la normativa europea y de aplicación en el país desde el pasado 1 de junio de 2021. De esta manera, según la *Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (CNMC)* [13], "(...) Todos los consumidores pasan a tener un peaje con discriminación horaria en los términos de potencia y energía. Esto quiere decir el precio será diferente según el horario de consumo (punta/valle/llano)". Los distintos tramos son los que se muestran en la siguiente Figura:

Figura 2: Periodos de tarificación de electricidad desde el 1/6/2021.



Fuente: Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (CNMC).

Por lo anterior, se decide trabajar a partir de las series desglosadas por hora para realizar la predicción completa del precio del día t .

3.1 Análisis descriptivo

Se han realizado los cálculos de estadísticos principales y contrastes de normalidad para las 24 series de precios consideradas en la muestra. Los resultados obtenidos se muestran en el Cuadro 1:

Cuadro 1: Estadísticos Descriptivos de Series de Precios Horarios

Serie (H)	Media	std	Mín.	Mediana	Máx.	Exc. Kurtosis	Asimetría
1	42.3622	13.2926	0.5100	42.1100	72.8200	-0.1500	-0.2543
2	39.4665	13.1588	0.5000	39.5500	70.4600	-0.1888	-0.2451
3	37.2489	12.8829	0.0100	37.3650	69.3900	-0.1542	-0.2688
4	35.9946	12.7519	0.0100	36.1000	67.0800	-0.1590	-0.3270
5	35.5499	12.7043	0.0100	35.7350	65.4100	-0.1518	-0.3832
6	36.6012	12.7854	0.0100	37.0650	65.1800	-0.1153	-0.4170
7	39.5100	13.1867	0.0100	40.1800	70.2200	-0.0183	-0.4068
8	42.9481	14.0837	0.0100	44.0450	75.0100	-0.0694	-0.3852
9	44.5740	14.1825	0.0100	45.6700	76.0100	-0.0785	-0.4212
10	45.6155	14.1144	0.0100	46.7100	77.0600	-0.0493	-0.4256
11	45.1618	14.2263	0.2000	46.2850	77.1400	-0.0903	-0.3835
12	44.5642	14.0592	1.0000	45.3000	77.0100	-0.0960	-0.3559
13	44.3337	13.8416	2.0500	45.2950	76.8200	-0.1405	-0.3582
14	43.9972	13.8130	2.0100	44.7850	74.2300	-0.1375	-0.3450
15	42.6367	13.7627	1.7000	43.2750	72.8200	-0.1364	-0.2966
16	41.4006	14.0205	1.0200	42.3250	71.1800	-0.1640	-0.2735
17	41.4087	14.1149	1.0200	42.4550	71.2200	-0.1371	-0.2836
18	43.0660	14.5302	1.9500	43.9800	74.1500	-0.1242	-0.2916
19	45.2221	14.4715	2.3000	45.8950	75.0000	-0.1469	-0.2467
20	47.2649	13.8164	3.3000	48.1550	75.7500	0.0384	-0.3164
21	48.4390	13.0064	5.2600	49.8600	78.0500	0.2055	-0.4125
22	48.3542	12.3631	3.8800	49.7950	75.7500	0.0559	-0.3840
23	46.3433	12.1774	2.3000	46.9800	72.3900	-0.0484	-0.2412
0	43.3946	12.4086	2.3000	43.6350	70.1600	-0.1969	-0.1311

Nota: *Mín* se refiere al precio mínimo, *Máx.* al precio máximo, *std* a la desviación típica y *Exc. Kurtosis* al exceso de Kurtosis sobre la de la Distribución Normal o Gaussiana (*Exc. K* = $K - 3$).

Si nos fijamos en los resultados mostrados en el Cuadro anterior, ya vemos que las series de precios horarios se comportan de manera diferente en función de la hora del día en la que nos encontremos (por ejemplo, la serie de la hora 4 -cuando el consumo de electricidad es menor- tiene una mediana de 36.1000 €/MWh, que contrasta con los 49.7950 €/MWh de la serie de la hora 22), tal y como se adelantaba en el apartado anterior. Es también observable cómo los estadísticos obtenidos son muy parecidos entre algunos grupos horarios (horas centrales de la madrugada -3 a 6h-, durante las horas de la mañana -7 a 12h- o después del mediodía hasta el final de la tarde -13 a 19h-), con ligeras variaciones en los precios promedio. Se detectan, sin embargo, comportamientos particularmente distintos en las horas de la noche.

Por su parte, también podemos apreciar que la variabilidad de las series (medida por su desviación típica) es muy parecida entre ellas. Sin embargo, esta última es ligeramente inferior en las horas de mayor y menor consumo (horas centrales de la madrugada y horas finales del día), donde los precios medios son los más altos y más bajos, respectivamente. Se obtienen las mayores medidas de dispersión para la series de las horas 18 y 19 -últimas horas de la tarde y antesala de las horas más caras del día: de 20 a 23h-.

Asimismo, el contraste de Normalidad realizado a partir del *Jarque-Bera* para todas las series arroja un *p-value* igual a 0 en todos los casos, rechazando la hipótesis nula de Normalidad. La ausencia de normalidad también podemos verla en la asimetría (negativa en todos los casos) y el apuntamiento en la distribución de probabilidad de las series (medido a través del exceso de Kurtosis). En general, las distribuciones de probabilidad de las series de precios horarios muestran un comportamiento platicúrtico (menos apuntadas y con colas más estrechas que la distribución Normal) a excepción de las series de 20 a 22h, que muestran un comportamiento leptocúrtico (más apuntada con colas más gruesas).

En cuanto a los contrastes de raíces unitarias, considerando un nivel de significación $\alpha = 5\%$ y de acuerdo a los resultados que se muestran en el Cuadro 2, en general no rechazamos H_0 para el caso del *ADF*. Sin embargo, los resultados del *P-P* contradicen a los del anterior, rechazando H_0 en todos los casos. El último contraste (*KPSS*), que considera la H_0 contraria a los dos anteriores (no rechazar la hipótesis nula para el *KPSS* implicaría asumir que la serie es estacionaria), muestra *p-values* cercanos a 0 que hacen que rechazemos H_0 . Así, con el último contraste se respaldan los resultados obtenidos para el *ADF*: las series de precios horarios, en general, no son estacionarias tanto cuando se incluye un componente tendencial como cuando no lo hacemos.

Cabe matizar, sin embargo, el comportamiento de algunas series en particular: las de las horas 1, 5, 6 y 0.

- **Serie de la hora 1:** para esta serie se rechaza la hipótesis nula en los tres estadísticos. Ante dichos resultados, se asume no estacionariedad y por tanto diferenciaremos la serie.
- **Series de las horas 5, 6 y 0:** el comportamiento de estas series mues-

tra resultados diferentes en el *ADF* cuando se incluye el componente tendencial t . Puesto que para el resto de casos el *KPSS* se ha utilizado para resolver la contradicción en los resultados de los otros dos contrastes, se asume no estacionariedad para las mismas de acuerdo a los resultados del mismo. Las series deberán ser transformadas tomando diferencias simples.

Transformación de las series

En el caso particular del *MIBEL* no encontramos precios iguales a 0 ó negativos en nuestra muestra, pero la presencia de precios cercanos a 0 limita las transformaciones en diferencias logarítmicas, algo muy utilizado en series financieras. Se opta entonces por tomar diferencias simples en los precios, práctica habitual cuando se trabaja con series de mercados de electricidad. Así, se generan 24 series en diferencias simples (ΔP^H) siendo cada observación:

$$\Delta P_t^H = P_t^H - P_{t-1}^H \text{ para } H = 1, 2, 3, \dots, 23, 0$$

donde P_t^H representa el precio horario en t para la hora H .

De acuerdo al mismo criterio elegido para las series de precios, se realizan los test de raíces unitarias para las series ΔP^H obteniendo estacionariedad en todos los casos. Se concluye de esta forma que las series de precios son Integradas de Orden 1 $-I(1)$ - y las series en diferencias simples son estacionarias. Los resultados se muestran en el Cuadro 3.

Cuadro 2: Contrastes de raíces unitarias. Series de Precios Horarios

Serie (H)	ADF (ct)	P-P (ct)	KPSS (ct)	ADF (c)	P-P (c)	KPSS (c)
1	-3.7292 (0.0205)	-14.2737 (0.0)	0.4947 (0.0001)	-2.9296 (0.042)	-9.5415 (0.0)	2.507 (0.0001)
2	-2.3594 (0.4014)	-15.0981 (0.0)	0.4835 (0.0001)	-1.9688 (0.3004)	-10.4416 (0.0)	2.5914 (0.0001)
3	-2.5468 (0.305)	-15.4933 (0.0)	0.4773 (0.0001)	-1.9196 (0.3229)	-11.0366 (0.0)	2.5892 (0.0001)
4	-2.5382 (0.3091)	-15.5081 (0.0)	0.4545 (0.0001)	-1.8856 (0.3389)	-11.2835 (0.0)	2.5853 (0.0001)
5	-3.8759 (0.0131)	-15.2135 (0.0)	0.4487 (0.0001)	-1.9044 (0.33)	-11.2231 (0.0)	2.5538 (0.0001)
6	-3.8161 (0.0158)	-14.6093 (0.0)	0.4451 (0.0001)	-1.9489 (0.3094)	-10.8347 (0.0)	2.5034 (0.0001)
7	-2.5148 (0.3206)	-16.0746 (0.0)	0.491 (0.0001)	-2.1262 (0.2341)	-12.1234 (0.0)	2.3678 (0.0001)
8	-2.1635 (0.5104)	-15.9159 (0.0)	0.4813 (0.0001)	-2.0355 (0.2712)	-12.0566 (0.0)	2.2551 (0.0001)
9	-1.8858 (0.662)	-15.7404 (0.0)	0.4877 (0.0001)	-1.9183 (0.3235)	-11.6702 (0.0)	2.2583 (0.0001)
10	-1.754 (0.7265)	-14.4365 (0.0)	0.4879 (0.0001)	-1.8868 (0.3383)	-10.1441 (0.0)	2.269 (0.0001)
11	-1.6753 (0.7616)	-13.2299 (0.0)	0.4865 (0.0001)	-1.8759 (0.3435)	-8.9134 (0.0)	2.3118 (0.0001)
12	-1.8242 (0.693)	-12.474 (0.0)	0.4906 (0.0001)	-1.9261 (0.3199)	-8.2601 (0.0)	2.3652 (0.0001)
13	-1.8161 (0.6969)	-12.5785 (0.0)	0.4934 (0.0001)	-1.885 (0.3391)	-8.3293 (0.0)	2.3868 (0.0001)
14	-1.9777 (0.6135)	-12.582 (0.0)	0.4875 (0.0001)	-1.964 (0.3026)	-8.3305 (0.0)	2.3884 (0.0001)
15	-2.0832 (0.5555)	-12.7871 (0.0)	0.481 (0.0001)	-2.0547 (0.2631)	-8.6158 (0.0)	2.3704 (0.0001)
16	-1.9519 (0.6274)	-13.388 (0.0)	0.4633 (0.0001)	-2.0638 (0.2593)	-9.2252 (0.0)	2.3238 (0.0001)
17	-1.9085 (0.6503)	-12.9506 (0.0)	0.4431 (0.0001)	-2.0857 (0.2503)	-9.2095 (0.0)	2.171 (0.0001)
18	-1.8096 (0.7001)	-11.7819 (0.0)	0.4319 (0.0001)	-2.1278 (0.2335)	-8.6097 (0.0)	1.9793 (0.0001)
19	-1.5748 (0.8021)	-9.1626 (0.0)	0.4276 (0.0001)	-2.1119 (0.2398)	-6.8876 (0.0)	1.8068 (0.0001)
20	-1.6476 (0.7732)	-7.6911 (0.0)	0.431 (0.0001)	-2.1276 (0.2336)	-5.7594 (0.0)	1.8081 (0.0001)
21	-1.7926 (0.7083)	-6.8017 (0.0)	0.4627 (0.0001)	-2.1151 (0.2385)	-5.0802 (0.0)	1.9007 (0.0001)
22	-1.6107 (0.7882)	-7.7767 (0.0)	0.5042 (0.0001)	-1.9141 (0.3254)	-5.226 (0.0)	2.2513 (0.0001)
23	-2.0825 (0.5559)	-8.8526 (0.0)	0.5366 (0.0001)	-2.1245 (0.2348)	-5.717 (0.0)	2.3533 (0.0001)
0	-3.5882 (0.0309)	-11.0525 (0.0)	0.563 (0.0001)	-2.2026 (0.2053)	-6.9924 (0.0)	2.4827 (0.0001)

Nota: el cuadro muestra los valores de los estadísticos de contraste con p -value entre paréntesis. Asimismo, c representa un parámetro constante y t un parámetro de tendencia.

Cuadro 3: Contrastes de raíces unitarias. Series de Diferencias Simples

Serie (H)	ADF (ct)	P-P (ct)	KPSS (ct)	ADF (c)	P-P (c)	KPSS (c)
1	-9.9895 (0.0)	-68.0125 (0.0)	0.0235 (0.95)	-9.9668 (0.0)	-67.7479 (0.0)	0.0818 (0.6823)
2	-10.6737 (0.0)	-66.6076 (0.0)	0.0222 (0.9612)	-10.6608 (0.0)	-66.4362 (0.0)	0.0831 (0.6746)
3	-10.5382 (0.0)	-65.5832 (0.0)	0.021 (0.97)	-10.5302 (0.0)	-65.4515 (0.0)	0.0693 (0.7569)
4	-10.6091 (0.0)	-64.831 (0.0)	0.0183 (0.9858)	-10.6092 (0.0)	-64.7765 (0.0)	0.0544 (0.8491)
5	-10.5224 (0.0)	-63.2928 (0.0)	0.0179 (0.9874)	-10.5238 (0.0)	-63.2612 (0.0)	0.0515 (0.8674)
6	-10.373 (0.0)	-60.6501 (0.0)	0.0176 (0.9887)	-10.3745 (0.0)	-60.6191 (0.0)	0.0506 (0.8729)
7	-9.2633 (0.0)	-66.5953 (0.0)	0.0179 (0.9874)	-9.2511 (0.0)	-66.5128 (0.0)	0.0545 (0.8488)
8	-9.031 (0.0)	-65.1694 (0.0)	0.02 (0.9767)	-9.0053 (0.0)	-65.0473 (0.0)	0.0516 (0.8667)
9	-8.8534 (0.0)	-65.9304 (0.0)	0.0215 (0.9664)	-8.8167 (0.0)	-65.7797 (0.0)	0.0514 (0.8683)
10	-8.4817 (0.0)	-66.3335 (0.0)	0.0223 (0.9605)	-8.4332 (0.0)	-66.1019 (0.0)	0.0528 (0.8595)
11	-8.5009 (0.0)	-64.8257 (0.0)	0.0219 (0.9638)	-8.4431 (0.0)	-64.5279 (0.0)	0.0594 (0.8182)
12	-8.4035 (0.0)	-59.5896 (0.0)	0.0211 (0.9696)	-8.3524 (0.0)	-59.341 (0.0)	0.0598 (0.816)
13	-7.6817 (0.0)	-58.7724 (0.0)	0.021 (0.9702)	-7.6387 (0.0)	-58.5517 (0.0)	0.0616 (0.8046)
14	-8.4763 (0.0)	-59.0668 (0.0)	0.0205 (0.9732)	-8.4354 (0.0)	-58.869 (0.0)	0.0618 (0.8034)
15	-8.5364 (0.0)	-58.7988 (0.0)	0.0197 (0.9781)	-8.4923 (0.0)	-58.6441 (0.0)	0.0602 (0.8134)
16	-7.7844 (0.0)	-60.5786 (0.0)	0.0201 (0.976)	-7.7293 (0.0)	-60.4177 (0.0)	0.0554 (0.8432)
17	-7.6295 (0.0)	-60.3166 (0.0)	0.0212 (0.9685)	-7.5672 (0.0)	-60.145 (0.0)	0.0576 (0.8298)
18	-8.1077 (0.0)	-59.2264 (0.0)	0.0229 (0.9554)	-8.0215 (0.0)	-58.9807 (0.0)	0.0694 (0.7559)
19	-7.9415 (0.0)	-54.2609 (0.0)	0.0264 (0.9191)	-7.811 (0.0)	-53.8412 (0.0)	0.1196 (0.4976)
20	-7.5883 (0.0)	-51.4295 (0.0)	0.0285 (0.8934)	-7.4647 (0.0)	-50.9632 (0.0)	0.1395 (0.4238)
21	-9.1935 (0.0)	-50.8915 (0.0)	0.0294 (0.8805)	-9.0825 (0.0)	-50.3711 (0.0)	0.1736 (0.3256)
22	-8.3195 (0.0)	-54.3547 (0.0)	0.0257 (0.9268)	-8.2455 (0.0)	-53.9838 (0.0)	0.1411 (0.4185)
23	-9.5886 (0.0)	-58.4128 (0.0)	0.0256 (0.9273)	-11.8321 (0.0)	-57.9933 (0.0)	0.1423 (0.4145)
0	-11.9567 (0.0)	-63.0628 (0.0)	0.0226 (0.958)	-11.9263 (0.0)	-62.6852 (0.0)	0.1211 (0.4916)

Nota: el cuadro muestra los valores de los estadísticos de contraste con p -value entre paréntesis. Asimismo, c representa un parámetro constante y t un parámetro de tendencia.

4 Resultados

En el siguiente Cuadro se muestran los estadísticos de error de predicción para la serie agregada de precios. De acuerdo a éstos, el modelo *benchmark* parece tener una mayor precisión que el resto para todas las métricas de error consideradas. De acuerdo a estos resultados preliminares, la *DWT* no ofrece una mejora en términos de capacidad predictiva en este tipo de modelos.

Cuadro 4: Errores predicción serie completa

	sMAPE (%)	MAPE (%)	RMSE	MSE	MAE
SARIMA-GARCH	8.9322	8.5192	5.1481	26.5030	4.0712
SARIMA	7.4960	7.2870	4.1313	17.0678	3.2914
DWT-SARIMA-GARCH	9.3740	9.3740	5.5960	31.3148	4.3691
DWT-SARIMA	9.3892	9.8696	5.6096	31.4679	4.3786

Según los resultados obtenidos utilizando el contraste de *Diebold-Mariano* (*DM*) (considerando el *sMAPE* como criterio), el modelo *SARIMA* es estadísticamente mejor haciendo predicción que el resto de modelos considerados. Los resultados para el *DM* por pares de modelos se muestran en el siguiente Cuadro:

Cuadro 5: Contraste *Diebold-Mariano* por pares de modelos. Serie completa de predicción

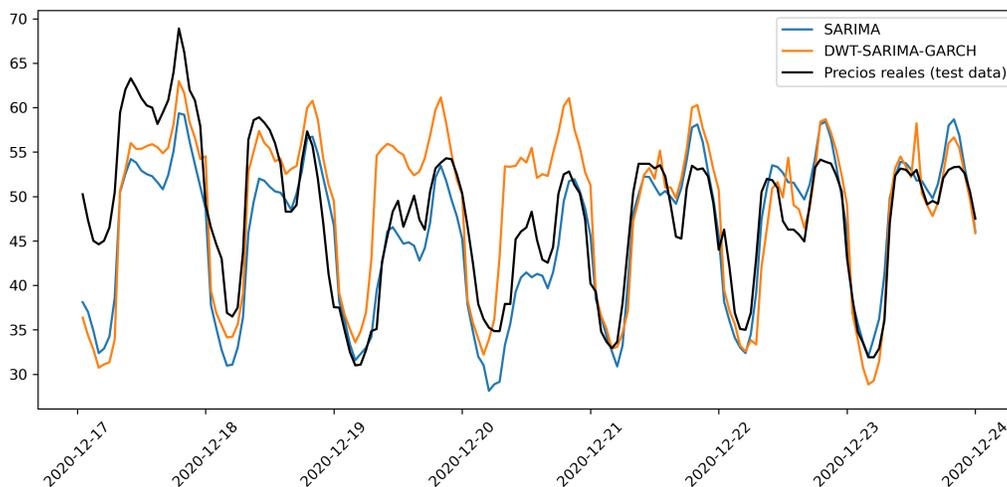
	SARIMA-GARCH	SARIMA	DWT-SARIMA-GARCH	DWT-SARIMA
SARIMA-GARCH		2.5137 (0.0129)	3.1533 (0.0019)	3.1571 (0.0019)
SARIMA	2.5137 (0.0129)		3.1533 (0.0019)	3.1571 (0.0019)
DWT-SARIMA-GARCH	3.1533 (0.0019)	3.1533 (0.0019)		1.3225 (0.1878)
DWT-SARIMA	3.1571 (0.0019)	3.1571 (0.0019)	1.3225 (0.1878)	

Nota: el cuadro muestra los valores de los estadísticos de contraste con *p-value* entre paréntesis. Un *p-value* inferior a 0.05 indica que uno de los modelos es estadísticamente mejor que el otro a la hora de predecir.

Además, se observa que para la *DWT* el modelo que incorpora componentes *GARCH* se comporta de forma muy parecida a aquél que no los considera, tal y como podemos ver en los resultados del Cuadro 5 (no se rechaza la hipótesis nula para el *DM*).

En la siguiente figura se muestran las predicciones obtenidas para el modelo *DWT-SARIMA-GARCH* y para el *benchmark* (*SARIMA*)¹⁰, junto a los precios observados.

Figura 3: Predicciones del DWT-SARIMA-GARCH y el SARIMA.



Fuente: elaboración propia.

A priori, y según la impresión que ofrece la Figura 3, se aprecia como el modelo a partir de la Transformación *Wavelet* parece tener una mayor precisión que el *benchmark* para los dos primeros días del horizonte de predicción, ofreciendo sin embargo este último un mejor comportamiento a partir del tercer día de la muestra predicha. Además, gracias a las predicciones para los días 19 y 20 de diciembre (sábado y domingo, respectivamente) puede apreciarse que los modelos considerados no consiguen recoger adecuadamente el efecto fin de semana. Esto último distorsiona negativamente las métricas de error en todos los casos.

La intuición anterior parece confirmarse en la Figura 4, donde puede apreciarse un mejor comportamiento general del modelo *benchmark* respecto al que tiene el modelo a partir de la *DWT*, con picos de errores mucho más

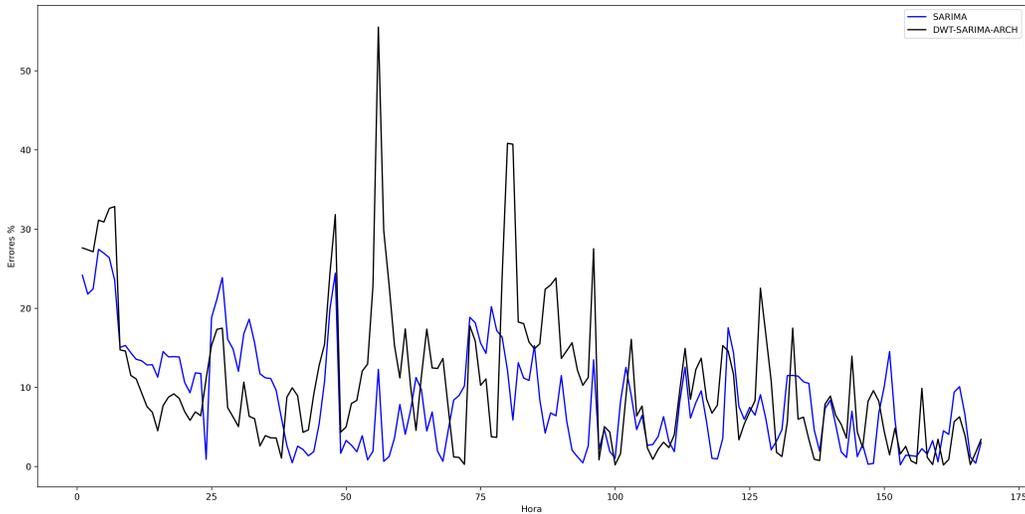
¹⁰Por ser los mejores entre los modelos para las series transformadas en términos de las métricas de error consideradas.

pronunciados y menos estabilidad general. No obstante, cabe destacar la mejora en estos últimos en el final del horizonte de predicción, que podría estar indicándonos que éstos son más apropiados para realizar predicción a más largo plazo. Los errores representados en la Figura 4 se han calculado como en [1]:

$$error_t^H = \frac{P_t^H - F_t^H}{P_t^H} \cdot 100 \quad (19)$$

donde P_t^H representa el precio del día t perteneciente a la muestra de contraste en la hora H y F_t^H la predicción para el precio en el mismo instante temporal que el anterior.

Figura 4: Errores (%) por hora respecto a la muestra.



Fuente: elaboración propia.

4.1 Comparativa por horas

De cara a profundizar en el análisis, se calculan las métricas de error (mostradas en los Cuadros 6 a 9) para las predicciones realizadas para cada una de las horas y con cada modelo, y no para las $7 \cdot 24 = 168$ predicciones de

manera agregada. De esta manera se puede aislar una mejor precisión potencial de algún modelo para alguna hora en concreto, algo que tendría lógica de acuerdo al comportamiento heterogéneo que tienen las mismas.

Si nos fijamos en los Cuadros 6 a 9 vemos que existen algunas series horarias en las que las predicciones de los modelos *DWT* son más precisas que las del modelo *benchmark*, tomando como referencia el estadístico *sMAPE*. Se trata de las series de las horas 2¹¹, 5, 6, 11, 12, 13 y 14.

Lo anterior podría estar indicándonos que una modelización independiente más minuciosa de cada una de las series, sin necesidad del uso de una familia de modelos común o un tratamiento homogéneo de las mismas, podría mejorar los resultados en términos de la precisión de la predicción. Con todo, no puede asegurarse que el comportamiento de las series se agrupe de una manera similar para otras muestras u otros mercados, limitando la rapidez y capacidad de automatización de las predicciones¹².

¹¹En este caso, las métricas de error *MSE* y *RMSE* dan más precisión a las predicciones hechas por el modelo *SARIMA*.

¹²Las predicciones ajustadas de los precios deben conocerse con rapidez por productores y consumidores, para que éstos puedan definir sus estrategias de optimización de beneficios/costes.

Cuadro 6: Errores SARIMA-GARCH

Serie (H)	sMAPE	MAPE	RMSE	MSE	MAE
1	13.3412	12.0651	7.2536	52.6142	5.6800
2	13.4388	12.3118	6.5069	42.3391	5.3216
3	11.7197	10.6289	5.9938	35.9251	4.3858
4	10.5921	9.5861	5.5651	30.9698	3.7859
5	13.7612	12.6174	5.9505	35.4088	4.7735
6	13.2116	12.2175	5.9295	35.1591	4.7872
7	13.8782	13.0188	6.3966	40.9163	5.5289
8	11.1598	10.6822	6.0103	36.1234	5.2257
9	7.0416	6.6110	5.2438	27.4973	3.6932
10	7.2173	6.8274	4.9464	24.4664	3.7665
11	7.2379	6.9088	4.6573	21.6905	3.7794
12	8.8233	8.5381	5.0995	26.0049	4.5152
13	9.1756	8.8439	5.1845	26.8794	4.6151
14	7.4040	7.2421	4.2756	18.2809	3.7118
15	6.5827	6.4701	3.9136	15.3161	3.2466
16	7.3966	7.2498	4.4767	20.0407	3.5829
17	7.0581	7.0055	4.2664	18.2018	3.5407
18	6.8936	6.6475	4.4879	20.1410	3.6528
19	6.8461	6.8123	4.7942	22.9845	3.9469
20	6.0909	6.1845	4.2624	18.1679	3.5019
21	5.4194	5.4307	3.3193	11.0180	3.0056
22	5.1589	5.0826	3.7756	14.2550	2.7437
23	6.4396	6.5360	4.4412	19.7240	3.1762
0	8.4847	8.9430	4.6849	21.9483	3.7418

Cuadro 7: Errores SARIMA

Serie (H)	sMAPE	MAPE	RMSE	MSE	MAE
1	12.6968	11.5082	7.0349	49.4894	5.4313
2	13.5635	12.6190	6.2580	39.1621	5.3695
3	11.8060	10.8071	5.8425	34.1349	4.4174
4	10.5591	9.5600	5.5515	30.8190	3.7751
5	14.3932	13.0495	6.2177	38.6599	4.9511
6	14.2207	12.9793	6.2604	39.1923	5.0954
7	15.2579	14.0958	6.7707	45.8418	5.9933
8	11.6490	11.0321	6.2452	39.0027	5.4236
9	8.0223	7.5451	5.4599	29.8105	4.1534
10	7.1435	6.7093	5.0878	25.8857	3.7094
11	7.3441	6.9721	4.7914	22.9571	3.8091
12	9.3774	8.9816	5.3023	28.1140	4.7575
13	10.0577	9.6015	5.4715	29.9370	5.0255
14	7.7219	7.4799	4.3874	19.2491	3.8397
15	6.0532	5.8637	3.8818	15.0685	2.9518
16	7.4597	7.2204	4.4583	19.8768	3.5793
17	6.6137	6.4876	4.1470	17.1977	3.2863
18	6.7352	6.4513	4.5286	20.5085	3.5506
19	6.6367	6.5451	4.6274	21.4127	3.8085
20	5.7269	5.7601	3.9396	15.5205	3.2769
21	4.8111	4.7820	3.0926	9.5643	2.6660
22	4.8433	4.7543	3.7773	14.2683	2.5768
23	6.5452	6.6222	4.4541	19.8392	3.2294
0	8.4249	8.8615	4.6480	21.6042	3.7144

Cuadro 8: Errores DWT-SARIMA-GARCH

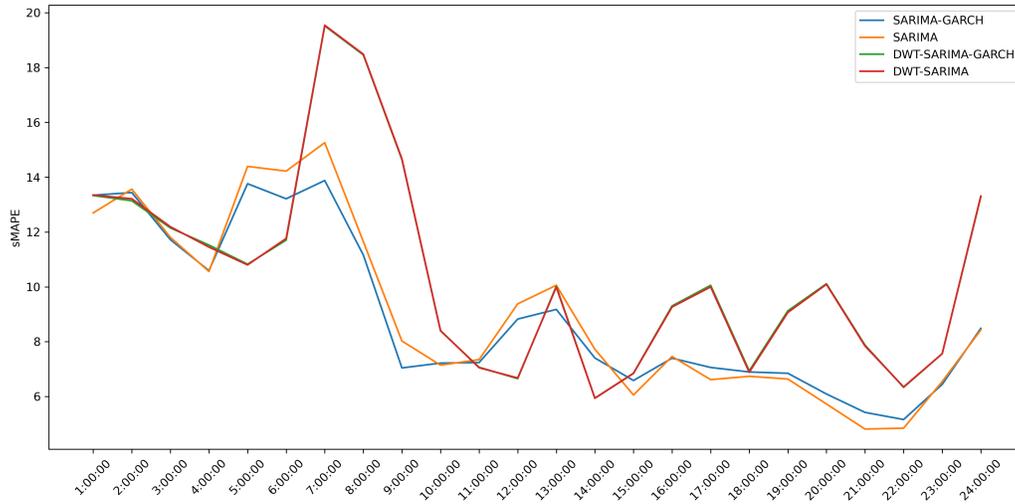
Serie (<i>H</i>)	sMAPE	MAPE	RMSE	MSE	MAE
1	13.3307	12.1069	7.1972	51.8004	5.6632
2	13.1393	12.0365	6.5513	42.9201	5.2118
3	12.1479	11.2293	5.8234	33.9121	4.5130
4	11.5234	10.5176	5.8262	33.9448	4.0595
5	10.8249	9.9860	5.7064	32.5634	3.8455
6	11.7043	10.7896	6.2591	39.1764	4.3312
7	19.5167	18.6246	9.0472	81.8515	7.8374
8	18.4607	20.7689	10.6724	113.8996	8.7408
9	14.6401	15.8837	8.8219	77.8256	7.3156
10	8.3937	8.8475	5.8209	33.8828	4.4281
11	7.0647	7.3381	5.0404	25.4061	3.7757
12	6.6508	6.8552	4.3202	18.6645	3.5087
13	10.0220	10.5982	5.8532	34.2597	5.2823
14	5.9421	6.1594	3.7781	14.2740	3.0261
15	6.8495	7.2639	4.3895	19.2674	3.3920
16	9.3022	9.8207	5.2701	27.7736	4.6108
17	10.0552	10.7750	6.2440	38.9874	5.1168
18	6.9354	7.1729	4.5962	21.1253	3.8263
19	9.1230	9.5020	5.5686	31.0092	5.2725
20	10.1104	10.6279	6.0606	36.7311	5.8250
21	7.8734	8.1884	4.6352	21.4853	4.3905
22	6.3335	6.5780	4.0933	16.7555	3.3841
23	7.5580	8.0367	4.8127	23.1622	3.7465
24	13.2757	14.7226	7.3252	53.6590	6.1189

Cuadro 9: Errores DWT-SARIMA

Serie (H)	sMAPE	MAPE	RMSE	MSE	MAE
1	13.3486	12.1219	7.2042	51.9004	5.6701
2	13.2117	12.0898	6.5897	43.4246	5.2375
3	12.1912	11.2621	5.8427	34.1370	4.5273
4	11.4494	10.4540	5.8074	33.7263	4.0359
5	10.7996	9.9641	5.7009	32.5005	3.8374
6	11.7641	10.8358	6.2786	39.4210	4.3502
7	19.5413	18.6269	9.0627	82.1330	7.8441
8	18.4842	20.7672	10.6616	113.6691	8.7494
9	14.6699	15.8864	8.8119	77.6499	7.3282
10	8.4036	8.8515	5.8128	33.7890	4.4332
11	7.0487	7.3143	5.0286	25.2871	3.7675
12	6.6744	6.8668	4.2996	18.4867	3.5219
13	9.9890	10.5566	5.8278	33.9636	5.2636
14	5.9343	6.1483	3.7682	14.1992	3.0221
15	6.8403	7.2532	4.3830	19.2104	3.3873
16	9.2645	9.7744	5.2461	27.5217	4.5917
17	9.9962	10.7008	6.2027	38.4739	5.0851
18	6.8827	7.1115	4.5656	20.8451	3.7969
19	9.0645	9.4358	5.5379	30.6678	5.2383
20	10.0903	10.6048	6.0481	36.5800	5.8131
21	7.8408	8.1520	4.6162	21.3096	4.3717
22	6.3477	6.5944	4.1030	16.8345	3.3920
23	7.5608	8.0412	4.8178	23.2109	3.7480
0	13.3078	14.7671	7.3562	54.1139	6.1362

En la Figura 5 se dibujan los errores medios por hora para cada uno de los modelos recogidos en los Cuadros anteriores. En ella podemos observar cómo los modelos estimados a partir de la *DWT* obtienen un mejor estadístico de error (*sMAPE*) que el modelo *benchmark*.

Figura 5: sMAPE por hora y modelo.



Fuente: elaboración propia.

5 Conclusiones

En este trabajo se han planteado dos familias distintas de modelos económicos estimados a partir de dos enfoques diferentes: mediante las series originales de precios horarios y a partir de las series constitutivas derivadas de la *DWT*. Tras analizar los resultados obtenidos en el estudio, se extraen algunas importantes conclusiones.

Los resultados obtenidos en el estudio evidencian, en general y para la muestra y el horizonte de previsión considerado, mejores resultados en términos de predicción para el modelo utilizado como *benchmark* (*SARIMA*) que los obtenidos cuando se utiliza la metodología propuesta a partir de modelos combinados con la Transformación *Wavelet*. Con todo, el uso de una muestra u horizonte de predicción diferentes, así como la evaluación del comportamiento de los modelos en otros mercados eléctricos podrían arrojar distintos resultados.

Debe resaltarse, no obstante, que los modelos propuestos a partir de la *DWT* logran mejores resultados en las predicciones de algunas series horarias que las que realiza el *SARIMA*, de acuerdo a los errores medios por hora. Este hecho abre la puerta a una modelización más particularizada por hora, o lo que parece más lógico según la nueva tarificación, a grupos horarios. Para esto último se propone, como metodología futura de trabajo, el agrupamiento por series horarias en función de la tarificación, algo que por el momento queda fuera del alcance de este trabajo debido a la muestra considerada. La combinación de diferentes técnicas como el uso de distintas familias de modelos o transformaciones aplicadas a las series originales, aislando el comportamiento del precio según la hora y los patrones de consumo podrían lograr resultados muy prometedores en la predicción de precios de energía.

Asimismo, el uso de modelos a partir de técnicas más avanzadas como *Machine Learning*, Inteligencia Artificial (IA ó AI, por sus siglas en inglés) y aún más complejas como *Deep Learning*¹³ aplicados a esta cuestión están siendo desarrollados con gran éxito en la actualidad. Así, podrían utilizarse

¹³El *Deep Learning* consiste en una automatización aún más profunda de las técnicas aplicadas de *Machine Learning*.

en trabajos futuros combinando la aplicación de la *DWT* desarrollada en este trabajo. Estos modelos cada vez son más utilizados en este campo de investigación, de acuerdo a autores como [4].

Por último, cabe destacar la alta dependencia que los precios eléctricos tienen de numerosas variables exógenas (más de 30, según estudios como [12]), que no son accesibles de forma gratuita (como por ejemplo datos meteorológicos) y que podrían mejorar los resultados obtenidos.

Referencias

- [1] A. J. Conejo, M. A. Plazas, R. Espínola y A. B. Molina, *Day-Ahead Electricity Price Forecasting Using the Wavelet Transform and ARIMA Models*. IEEE Transactions On Power Systems, 20, N^o. 2, p. 1035-1042, 2005.
- [2] V. Kumar, N. Singh, D. K. Singh y S. R. Mohanty, *Short-Term Electricity Price Forecasting Using Hybrid SARIMA and GJR-GARCH Model*. Lecture Notes on Data Engineering and Communications Technologies p. 299-310, 2018.
- [3] J. Lago, F. De Ridder y B. De Schutter, *Forecasting spot electricity prices: Deep learning approaches and empirical comparison of traditional algorithms*. Applied Energy, 221, p. 386-405, 2018.
- [4] H. Ghoddsi, G. G. Creamer y N. Rafizadeh, *Machine learning in energy economics and finance: A review*. Energy Economics, 81, p. 709-727, 2019.
- [5] J. D. Hamilton, *Time Series Analysis*. Princeton University Press, 1994.
- [6] E. P. Box, G. M. Jenkins y G. C. Reinsel, *Time Series Analysis: Forecasting & Control*. Prentice-Hall, 1994.
- [7] D. Kwiatkowski, P. C. B. Phillips, P. Schmidt y Y. Shin, *Testing the null hypothesis of stationarity against the alternative of a unit root*. Journal Of Econometrics, 54, p. 159-178, 1992.
- [8] V. T. Benayas y F. Peinado, *‘Filomena’, cronología de un desastre a cámara lenta en Madrid*. Diario El País, enero 2021 .
- [9] P. C. B. Phillips y P. Perron, *Testing for a unit root in time series regression*. Biometrika, 75, p. 335-346, 1988.
- [10] Seabold, Skipper y J. Perktold, *statsmodels: Econometric and statistical modeling with python*. Proceedings of the 9th Python in Science Conference, 2010.
- [11] G. R. Lee, R. Gommers, F. Wasilewski, K. Wohlfahrt y A. O’Leary, *Py-Wavelets: A Python package for wavelet analysis*. Journal of Open Source Software, 2019.

- [12] T. Miriyev, A. Contu, K. Schäfers y I. G. Ion, *Hybrid Modelling Approaches for Forecasting Energy Spot Prices*. Winter ECMI Modelling Week, 2019.
- [13] Comisión Nacional de los Mercados y la Competencia (CNMC), *La nueva factura de la luz*, www.cnmc.es, 2021.
- [14] Gobierno de España, *Real Decreto 148/2021, de 9 de marzo*. Boletín Oficial del Estado (BOE), 2021.
- [15] S. Makridakis, *Accuracy measures: theoretical and practical concerns*. International Journal of Forecasting, 9(4), p. 527-529, 1993.
- [16] Chervyakov, Lyakhov y Nagornov, *Quantization Noise of Multilevel Discrete Wavelet Transform Filters in Image Processing*. Optoelectronics, Instrumentation and Data Processing, 2018.
- [17] T. Bollerslev, *Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity*. Journal of Econometrics 31 (3), p. 307–327, 1986.
- [18] Glosten, Jagannathan y Runkle, *Relationship between the expected value and volatility of the nominal excess returns on stocks*. Journal of Finance 48, p. 1779-1802, 1993.
- [19] F.X. Diebold, y R. S. Mariano, *Comparing predictive accuracy*. Journal of Business Economic Statistics 13 (3), p. 253-264, 1995.
- [20] Y. Nievergelt, *Wavelets Made Easy*. Cambridge, MA: Birkhäuser, 1999.

A Librerías de Python

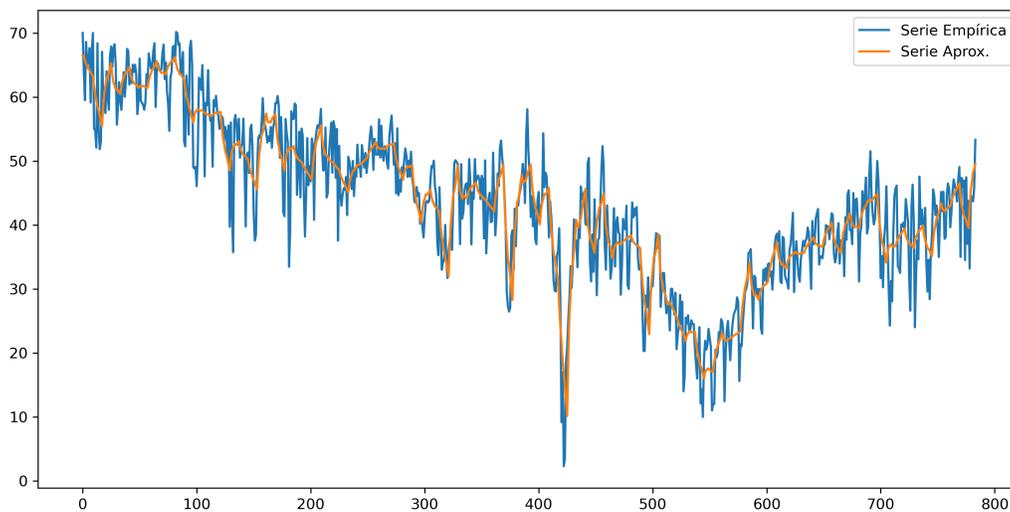
El código necesario para obtener los resultados presentados en este trabajo se ha desarrollado íntegramente en el lenguaje de programación *Python* y, en particular, a partir del editor *Spyder*. Durante la elaboración del código para la obtención y limpieza de los datos, así como la modelización y cálculos, se han utilizado algunas importantes librerías. A saber:

- **Pandas**: uno de los pilares fundamentales en el análisis de datos con *Python* por la eficiencia de sus *DataFrame*, funciones para la depuración y manipulación de los datos, así como otras muchas utilidades.
- **Numpy**: esta librería, troncal también en el análisis de datos con *Python*, incorpora una gran cantidad de funciones matemáticas avanzadas y permite generar y trabajar con grandes objetos vectoriales y matriciales. Muy buena integración con la librería *Pandas*.
- **Statsmodels**: se trata de la librería de referencia para modelos estadísticos en *Python*, conteniendo además muchas otras herramientas estadísticas para un análisis completo. Perfectamente integrada con *Numpy* y *Pandas*.
- **Arch**: la equivalente a paquetes como *rugarch* en *R*, contiene los modelos de heterocedasticidad condicional más utilizados en la literatura científica. Sus funciones y modelos han sido utilizados para la metodología propuesta en este trabajo.
- **PyWavelets**: librería muy completa dotada de funciones muy interesantes y bien implementadas para el *Wavelet Analysis*. La metodología para la *DWT* se ha implementado utilizando las funciones de esta librería, que incorpora las funciones *Wavelet* y los algoritmos necesarios para hacer las transformaciones. Todas las funcionalidades y guía de uso se recogen en [11], la documentación generada por los autores.
- **Pmdarima**: esta librería incluye algunas potentes funciones estadísticas implementadas en el entorno de programación *R*, como *auto_arima*, una útil herramienta en la identificación de modelos de tipo *SARIMA*. Debido a la notable cantidad de modelos utilizados en este estudio, sirve de gran ayuda en la identificación de los mismos que condicionan los resultados de predicción obtenidos.

B Series constitutivas derivadas de la *DWT*

Serie de aproximación (A_3)

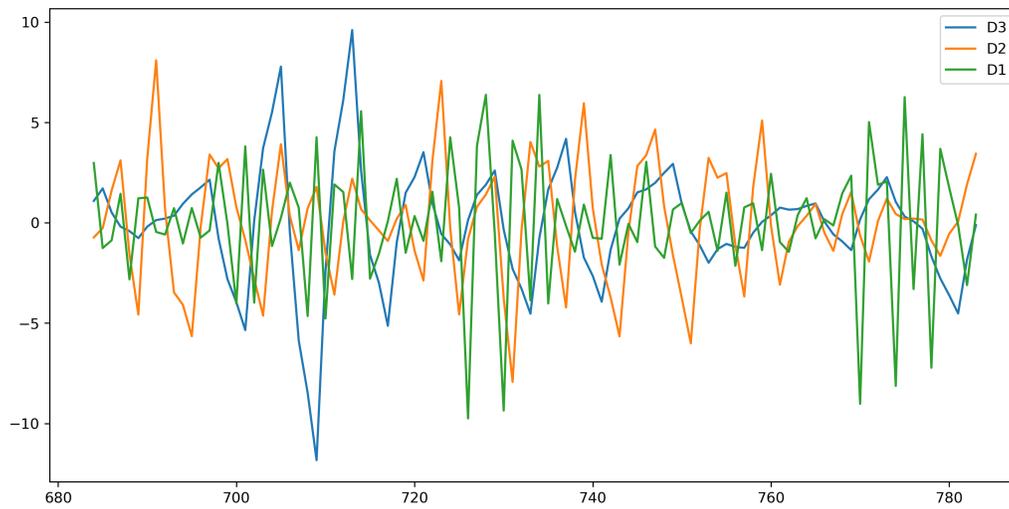
Figura B.1. Serie de aproximación para la serie horaria de las 0h



Fuente: elaboración propia.

Series de detalles (D_1 , D_2 , D_3)

Figura B.2. Series de detalle para la serie horaria de las 0h



Fuente: elaboración propia.