

**ANÁLISIS DE CORRELACIÓN Y DEPENDENCIA A LO
LARGO DE DIFERENTES CUANTILES. ENFOQUE
REGRESIÓN CUANTÍLICA, CROSS-QUANTIOGRAM Y
EXTREME DOWNSIDE CORRELATION (EDC)**

Lara Alemañ Ledesma

Trabajo de investigación 21/011

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutores: Dr. Ángel León

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

www.finanzasquantitativas.com



MÁSTER EN BANCA Y FINANZAS CUANTITATIVAS

2020-2021

Análisis de correlación y dependencia a lo largo de diferentes cuantiles. Enfoque regresión cuantílica, Cross-quantilogram y Extreme Downside Correlation (EDC).

Lara Alemañ Ledesma

Tutor: Ángel León Valle

20 de septiembre de 2021

Resumen

El estudio de la relación entre series temporales abarca una amplia literatura a través de medidas de correlación lineal; no obstante, estas medidas pueden esconder aspectos muy relevantes de dichas relaciones. El presente trabajo se sustenta por la no linealidad en las relaciones entre series temporales, lo que hace necesario un estudio de la correlación a lo largo de los distintos cuantiles. Se han utilizado tres metodologías para distintas aplicaciones. La regresión cuantílica nos ha permitido analizar el grado y la estructura de dependencia que mantienen con su mercado las acciones pertenecientes al S&P500, Eurostoxx 600, MSCI Mercados Emergentes y Nikkei 225, comprobando la distinta relación en función de las condiciones existentes en cada mercado. Estos resultados han sido relevantes para la construcción de una cartera con estructura de dependencia asimétrica de cola derecha, esto es, que se relacione con el mercado más que proporcionalmente en etapas de rendimientos excesivamente altos y menos en etapas bajistas. Siguiendo con el análisis de correlación a lo largo de los distintos cuantiles, utilizamos dos medidas adicionales. La metodología Cuantilograma Cruzado (CQ) se ha aplicado para medir el grado de predictibilidad a un día de los cuatro índices bursátiles sobre el resto, comprobando la respuesta asimétrica en función del par de cuantiles considerados. Además, ha resultado interesante su aplicación como medida de riesgo sistémico. Por último, analizamos una medida de correlación contemporánea centrada en la cola inferior, Correlación Caídas Extremas (EDC), comparada con la correspondiente a la cola opuesta.

Palabras claves: Cuantil, regresión cuantílica, estructura de dependencia, Cuantilograma Cruzado, Correlación Caídas Extremas.

Abstract

The study of the relationship between time series covers a large literature through linear correlation measures, however, these measures can hide relevant aspects of these relationships. This paper is based on the non-linearity of the relationships between time series, which makes it necessary to study the correlation across quantiles. Three methodologies have been used for different applications. Quantile regression has allowed us to analyse the degree and structure of dependence that stocks belonging to the S&P500, Eurostoxx 600, Nikkei 225 and MSCI Emerging Markets have with these markets, verifying the different relationship depending on the market conditions. These results have been relevant for the construction of a portfolio with a right-tailed asymmetric dependence structure that follows the market more than proportionally in the bull market and less in the bear market. Following the correlation analysis across quantiles, we use two additional measures. The Cross-quantilogram methodology has been applied to measure the degree of one-day predictability of the four stock market indices over the rest, testing the asymmetric response depending on the pair of quantiles considered. Moreover, its application as a

measure of systemic risk is of interest. Finally, we analyse a contemporaneous correlation measure on the lower tail, Extreme Downside Correlation (EDC), which we compare with the opposite tail.

Keywords: Quantile, quantile regression, structure of dependence, Cross-quantilogram, Extreme Downside Correlation.

Índice

1	Introducción	4
2	Metodología Regresión cuantílica	5
2.1	Presentación del modelo	7
2.2	Aplicación empírica	9
2.2.1	S&P500	10
2.2.2	STOXX Europe 600	21
2.2.3	Mercados Emergentes	25
2.2.4	Nikkei 225	28
2.3	Comparación estructuras de dependencia	31
2.4	Aplicación del estudio para la construcción de carteras	34
3	Metodología Cross-quantilogram	36
3.1	Resultados predictibilidad entre índices	39
3.2	Resultados riesgo sistémico en las empresas del sector financiero	42
4	Metodología Extreme Downside Correlation (EDC)	45
4.1	EDC para el periodo crisis 2008, periodo de tranquilidad y periodo COVID-19	47
4.1.1	EDC para la cola inferior	48
4.1.2	EDC para la cola superior	49
5	Conclusiones	50
	Referencias	52
	Anexos	53

1. Introducción

La crisis financiera de 2008 puso de manifiesto que los mercados no solo se mueven conjuntamente en término medio, sino que la correlación es mayor durante las crisis, agravando un shock inicial y eliminando los beneficios esperados de la diversificación. Además, los cambios que se dan en épocas de crisis muestran que la dependencia entre los activos del mercado es asimétrica y no lineal. Es por ello que el análisis de dependencia entre series temporales financieras requiere ir más allá de la consideración de una relación lineal entre estas, pues mediante un coeficiente de correlación lineal, como puede ser el coeficiente de correlación de Pearson, obtendríamos una incompleta caracterización de la dependencia.

Existe una amplia literatura acerca de la relación no lineal entre series temporales, y más concretamente, entre series temporales financieras. En el presente trabajo utilizaremos distintas metodologías basadas en la relación entre series temporales a lo largo de los distintos cuantiles, determinando así la importancia de analizar las distintas correlaciones no solo en media, sino en función del punto de la distribución considerado. Por un lado, hemos centrado el trabajo en los extensos estudios sobre la modelización de la dependencia entre un conjunto de acciones y el mercado al que pertenecen, realizando la descomposición en grado y estructura propuesta por Baur (2013) y haciendo uso de la técnica de regresión cuantílica de Koenker y Bassett Jr (1978). Por otro lado, se ha extendido el análisis a medidas de correlación no lineal que traten de medir la predictibilidad, como propusieron Han et al. (2016), y la correlación en las colas, Ahelegbey et al. (2021).

Analizamos, en primer lugar, la dependencia existente entre las rentabilidades diarias de determinadas acciones y las de los índices bursátiles a los que pertenecen, observando así la forma en la que las rentabilidades de las acciones se relacionan con su propio mercado en distintos escenarios. En concreto, analizaremos la dependencia de las acciones pertenecientes al índice S&P500, STOXX Europe 600, MSCI Mercados Emergentes y Nikkei 225. Utilizaremos la técnica de regresión cuantílica para descomponer la dependencia en grado y estructura, reflejando esta última la distinta relación con el mercado en función del cuantil considerado, pues resultará interesante observar como cambia la dependencia entre las acciones y su propio índice en función de las condiciones del mercado. Además, trataremos de contrastar si se ha dado un cambio tanto en el grado como en la estructura de dependencia como consecuencia de la crisis del COVID-19. Este análisis de estructura de dependencia puede resultar interesante, por ejemplo, para la construcción de una cartera que obtenga rendimientos más altos que el mercado en una etapa alcista y rendimientos menos negativos que el mercado en una etapa bajista. De esta forma, podríamos formar una cartera que funcione mejor que el mercado en su conjunto. Realizado este análisis y tras la importancia observada de analizar la dependencia entre dos series de rendimientos a lo largo de los cuantiles, el siguiente paso ha sido extender el estudio a través de dos enfoques diferentes a la regresión cuantílica. Por un lado, utilizaremos la metodología conocida como Cross-quantilogram que analiza la

correlación entre dos series de rendimientos a lo largo de toda la distribución. Con esta, analizaremos la predictibilidad a un día de todos los índices de mercado sobre el resto. Adicionalmente, utilizaremos esta misma metodología para aplicarla al estudio del riesgo sistémico de las instituciones financieras. Por otro lado, utilizaremos un coeficiente de correlación que se centra en la dependencia entre dos series de rendimientos en un punto concreto de la distribución, esto es, en la cola inferior. Esta metodología se conoce como Extreme Downside Correlation (EDC), cuyos resultados utilizaremos para comprobar el cambio en la correlación entre los índices bursátiles en las épocas de crisis. El análisis realizado mediante las anteriores metodologías puede ser crucial para poder analizar si cambian los posibles beneficios de diversificación de una cartera con acciones pertenecientes a estos índices como consecuencia de los periodos de crisis analizados, lo que podría suponer un cambio en las estrategias que elijan los inversores para minimizar el riesgo de sus carteras.

El trabajo se estructura de la siguiente manera: La sección 2 se inicia con una explicación de la técnica de regresión cuantílica que será utilizada en los subapartados más próximos para analizar el grado y la estructura de dependencia que mantienen con el mercado las acciones pertenecientes al índice S&P500, STOXX Europe 600, Nikkei 225 y MSCI Mercados Emergentes. La sección 3 se inicia con la metodología Cross-quantilogram y su correspondiente aplicación empírica a la dependencia entre índices bursátiles, así como la aplicación de esta como medida de riesgo sistémico. Por su parte, la sección 4 contiene la aplicación de la metodología Extreme Downside Correlation para analizar la correlación en las colas inferiores y superiores de los índices bursátiles. Por último, analizaremos las principales conclusiones extraídas del trabajo.

2. Metodología Regresión cuantílica

Una regresión pretende encontrar la estructura que relaciona dos variables para tratar de estimar los valores de una de ellas en función de los valores de la otra. El objetivo de una regresión es, por tanto, modelizar la relación existente entre dos variables. En este sentido, la regresión lineal estimada mediante mínimos cuadrados ordinarios (MCO) únicamente permite detectar la estructura que relaciona dos variables en media, es decir, cómo cambia el valor medio de una de las variables (variable endógena) cuando cambia la otra (variable explicativa). La desventaja de este procedimiento clásico de estimación por MCO es que nuestras estimaciones solo son válidas en el centro de la distribución. Sin embargo, una variable puede repercutir en la otra no solo en media, sino afectar a momentos de orden superior como son la asimetría y la curtosis. Por tanto, la estimación por MCO puede no ser la opción más adecuada, pues el valor medio no siempre es el más representativo de la distribución de una variable cuando hay, por ejemplo, heterocedasticidad y valores extremos. Cuando nos enfrentamos a series temporales que no presentan normalidad, especialmente datos con elevada curtosis, es deseable utilizar un estimador

que no sea excesivamente sensible a las observaciones atípicas. Este requisito descarta la estimación por MCO, pues es útil para series gaussianas, pero no lo es para el resto de distribuciones. En concreto, cuando se trata de datos financieros el problema de normalidad suele ser relevante. En este sentido, la regresión cuantílica es una buena alternativa para modelizar la relación entre series financieras, pues permite detectar relaciones no lineales entre variables, analizando la relación a lo largo de los cuantiles. El estimador de regresión cuantílica (QR) es robusto en el sentido de que los valores extremos no pueden distorsionar significativamente los resultados estimados.

La técnica de regresión cuantílica propuesta por Koenker y Bassett Jr (1978), es un método que estima los parámetros de una regresión concreta a partir de la minimización de desviaciones absolutas ponderadas con pesos asimétricos en función del cuantil cuya regresión se esté considerando. Los objetivos que se persiguen con la regresión cuantílica son los mismos que con la regresión lineal por MCO, modelizar la relación entre variables. Sin embargo, esta técnica además de tener la ventaja de no estar sujeta a supuestos como normalidad, homocedasticidad y simetría de los datos, permite conocer la distribución condicional completa de una variable Y , cuando esta varía para diferentes valores de otra variable X , pues en lugar de modelar la media condicional, la regresión cuantílica permite estimar la relación entre la variable de respuesta y sus variables explicativas en cualquier cuantil dado.

La regresión cuantílica permite estimar distintas rectas de regresión para cada cuantil de la variable endógena. El modelo de regresión tiene la siguiente forma:

$$Y_i = X_i\beta_\theta + u_{\theta i} \quad (1)$$

donde Y_i representa la variable endógena, X_i la variable explicativa y β_θ es el coeficiente estimado correspondiente al cuantil θ . En otras palabras, β_θ estima la influencia de X en los cuantiles θ de Y . El resultado de la estimación permite obtener el valor del cuantil condicional: $Q_\theta(Y_i|X_i) = X_i\beta_\theta$.

Al igual que en la regresión MCO, donde las estimaciones de β se obtienen minimizando la suma cuadrática de los residuos, en la regresión cuantílica cada β_θ correspondiente a un cuantil θ se obtiene minimizando la suma de los residuos ponderada en función del cuantil considerado:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_\theta &= \operatorname{argmin}_{\beta_\theta \in \mathbb{R}} \left[\sum_{Y_i \geq X_i\beta_\theta} \theta |Y_i - X_i\beta_\theta| + \sum_{Y_i < X_i\beta_\theta} (1 - \theta) |Y_i - X_i\beta_\theta| \right] \\ &= \operatorname{argmin}_{\beta_\theta \in \mathbb{R}} \left[\sum_i \rho_\theta (y_i - x_i'\beta_\theta) \right] \end{aligned} \quad (2)$$

Esta función a minimizar es la que se conoce como función *check* y tiene la siguiente representación gráfica:

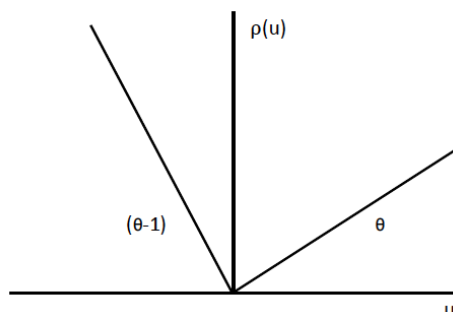


Figura 1: Función Check

Como podemos observar en el gráfico, la pendiente de la función check (ρ_θ), evaluada en los residuos de la recta de regresión (u), toma el valor θ cuando los residuos son positivos y $(\theta - 1)$ cuando los residuos son negativos, siendo θ el valor del cuantil correspondiente a cada recta de regresión.

En la estimación de las regresiones cuantílicas, se realiza una minimización de las desviaciones en valor absoluto ponderadas con estos pesos asimétricos, dándole más o menos peso a cada desviación en función del cuantil cuya recta de regresión se está estimando. Son estos pesos asimétricos los que permiten estimar varias rectas de regresión que pasen por distintos puntos de la distribución, ponderando diferente los residuos positivos y negativos. Por tanto, para la estimación de los coeficientes de cada una de las regresiones cuantílicas que realizaremos, se llevará a cabo la minimización de dicha función check, teniendo en cuenta las distintas ponderaciones en función del cuantil considerado.

2.1. Presentación del modelo

Utilizaremos la regresión cuantílica para analizar la relación entre un conjunto de series de rendimientos y el índice correspondiente al mercado. En concreto, esta técnica nos permitirá descomponer la dependencia en grado y estructura.

La regresión cuantílica nos permitirá estimar la dependencia para distintos cuantiles entre los rendimientos de acciones individuales y el mercado al que pertenezcan cada una de ellas. En concreto, realizaremos 99 regresiones desde el cuantil 1 al 99 %, refiriéndonos con cuantil $x\%$ a aquella observación que deje a su izquierda un $x\%$ de la distribución, esto es, $\theta \in (0.01 - 0.99)$. De esta forma, veremos la estructura de dependencia a través de la imagen de los diferentes valores que tomen los coeficientes de la variable correspondiente al mercado alrededor de todos los cuantiles analizados y el grado de dependencia como el promedio de las 99 betas correspondientes a estos cuantiles. Más concretamente, dada la regresión cuantílica proporcionada por la ecuación [1], la estructura de dependencia viene dada por el vector de

las estimaciones para cada cuantil $\hat{\beta} = (\hat{\beta}_{\theta=0.01}, \dots, \hat{\beta}_{\theta=0.50}, \dots, \hat{\beta}_{\theta=0.99})$ y el grado de dependencia viene dado por la media estimada sobre todos los cuantiles analizados, $\bar{\beta}$. Esto es, el grado de dependencia para cada cuantil determina la estructura de dependencia a través de todos los cuantiles. Según la literatura existente, si encontramos que el grado de dependencia es igual para todos los cuantiles, por ejemplo, con un grado medio de dependencia de $\bar{\beta} = 0.5$, diremos que la estructura es constante. Por el contrario, si el grado de dependencia no se mantiene, sino que cambia entre cuantiles, podemos encontrar diferentes estructuras asimétricas, resultado que determinará la relevancia de realizar este estudio. Si, por un lado, encontramos que el grado de dependencia, teniendo la misma media ($\bar{\beta} = 0.5$), decrece monótonamente desde los cuantiles inferiores a los superiores, existe una estructura de dependencia asimétrica de cola izquierda. Por otro lado, si el grado de dependencia crece monótonamente desde el cuantil extremo inferior al superior, diremos que existe dependencia asimétrica de cola derecha. En los ejemplos anteriores, a pesar de que la estructura es muy diferente, el grado de dependencia medio es el mismo, lo que nos permite ver la importancia de separar grado y estructura, pues si en los tres ejemplos anteriores únicamente consideramos el grado medio de dependencia, parece que la relación entre las distintas variables es la misma. Sin embargo, se oculta información relevante derivada de que la relación entre un conjunto de variables puede no ser lineal.

Además, en el presente trabajo utilizaremos la regresión cuantílica para comprobar si el grado y la estructura de dependencia cambian con el tiempo o se mantienen. En concreto, trataremos de contrastar si existe un cambio tanto en el grado como en la estructura de dependencia como consecuencia de la crisis del coronavirus. Este contraste es muy relevante, pues los mercados se mueven de forma conjunta, pero este movimiento se acentúa sobre todo durante las crisis, lo que a menudo agrava la situación y elimina los efectos beneficiosos esperados de la diversificación. La regresión cuantílica, nos permitirá contrastar si efectivamente hay un cambio en el grado de dependencia que mantienen las series de rendimientos con su propio mercado, así como si el coronavirus ha supuesto un cambio en la estructura de dependencia a lo largo de todos los cuantiles analizados (Azimli, 2020).

El modelo que aplicaremos y que nos permitirá analizar el grado y estructura de dependencia de las acciones con su propio mercado, así como el cambio que se pueda dar como consecuencia de la crisis del COVID-19, es el siguiente:

$$q_{\theta}(r_t|r_{t-1}) = \beta_{\theta}r_{Mcd,t} + \gamma_{\theta}r_{Mcd,t}D_{2020} + \beta_2r_{t-1} + \beta_3r_{t-1}q_{0.95} \quad (3)$$

La regresión cuantílica anterior consta de cuatro variables explicativas para conseguir captar bien cualquier estructura que pueda ser modelizada. En primer lugar, la variable correspondiente al índice de mercado ($r_{Mcd,t}$) nos permitirá analizar la relación existente entre la rentabilidad de cada acción y su

mercado. La segunda de las variables es un producto entre la dummy correspondiente a la época marcada por el coronavirus (D_{2020}) y la variable del mercado comentada anteriormente. En concreto, la dummy que representa a la época del COVID-19 toma el valor 1 a partir del día 13 de marzo de 2020, fecha en la que se decretó el estado de alarma/emergencia en la mayoría de países, hasta el último día disponible en la muestra analizada (19/03/2021) y tomará el valor cero en caso contrario. Esta variable producto nos permitirá analizar la distinta relación entre cada rentabilidad y el mercado como consecuencia del coronavirus, pues representará el cambio marginal del efecto del mercado sobre la rentabilidad con respecto a una época de normalidad. La tercera de las variables es la propia rentabilidad retardada (r_{t-1}), pues puede ser que exista algún tipo de estructura autorregresiva que sea necesario modelizar. Por último, también es interesante analizar el posible efecto marginal que pueda tener la rentabilidad pasada si esta se encuentra en los extremos de la distribución, en concreto, si sobrepasa en valor absoluto el cuantil 95%; recogiendo este efecto la última de las variables explicativas del modelo ($r_{t-1}q_{0.95}$). Esta variable es el producto entre el cuantil que deja un 95% de observaciones a su izquierda, calculado empíricamente para cada rentabilidad individual ($q_{0.95}$), y el pasado de la variable. En los siguientes subapartados, a pesar de haber considerado el conjunto de variables comentadas, nos centraremos únicamente en analizar las variables correspondientes al mercado y al efecto marginal en la relación como consecuencia del COVID-19.

2.2. Aplicación empírica

El análisis comentado en la sección anterior a través del modelo dado por [3], se ha realizado para todas las acciones pertenecientes al S&P500, Eurostoxx 600, Nikkei 225 y al índice correspondiente a los mercados emergentes (MSCI Emerging Markets). Para ello, se ha hecho uso de las series diarias de rentabilidades de cada una de las acciones pertenecientes a estos índices, así como las rentabilidades diarias de estos mismos. Todas las series que han sido necesarias para la realización del presente trabajo se han extraído de Thomson Reutres. Para cada uno de los índices comentados se han realizado tantas regresiones por cuantil como acciones pertenecen a cada uno de ellos. En cada regresión, se regresan las rentabilidades individuales (r_i) sobre la variable explicativa correspondiente al índice, la variable que representa el efecto marginal del coronavirus y además sobre su propia rentabilidad retardada y el efecto marginal de esta si se encuentra en la cola de la distribución.^[1] Para todos los casos considerados se ha utilizado una muestra distinta, pues aunque todas las series datan hasta el 19 de marzo de 2021, el inicio de estas varía como consecuencia de que se han escogido datos desde la fecha en la que la crisis financiera de 2008 dejase de tener efecto, siendo esta distinta para Estados Unidos, Europa, Japón y para los países considerados emergentes. No obstante, en el anexo uno se amplía la muestra correspondiente a las acciones pertenecientes al S&P500, seleccionando para todas ellas datos desde el año 2000 y añadiendo al modelo anterior la dummy correspondiente a la crisis de 2008 multiplicada por el mercado para poder

[1] Los resultados de todas las regresiones cuantílicas se han obtenido mediante el programa Rstudio haciendo uso del paquete 'quantreg' (Koenker, Portnoy et al., 2018). 9

considerar el impacto de dicha crisis en la estructura de dependencia que estamos considerando.

2.2.1. S&P500

El índice Standard and Poor's 500, es uno de los índices bursátiles más importantes de Estados Unidos, captura aproximadamente el 80 % de toda la capitalización de mercado en dicho país y es considerado el índice más representativo de la situación real del mercado. Lo componen 500 acciones de empresas pertenecientes a 11 sectores económicos. Para pertenecer a dicho índice, las empresas deben cumplir con ciertos criterios, pues únicamente las más grandes y estables de Estados Unidos pueden incluirse en él.

La muestra escogida para analizar la estructura de dependencia con el mercado contiene datos desde el día 01/01/2009 hasta el 19/03/2021. Dado que en el año de inicio de la muestra no todas las acciones que actualmente componen el S&P500 cotizaban, el total de series de rendimientos consideradas es de 444 empresas. Por su parte, el tamaño de estas series de rendimientos es de 3074 observaciones.

Resulta interesante presentar los estadísticos descriptivos de las acciones pertenecientes al índice S&P500. Dado que no sería eficiente mostrar los estadísticos descriptivos para la totalidad de las series de rendimientos y tampoco representar únicamente los estadísticos medios de estas (promedio de las medias, de las desviaciones típicas, de los coeficientes de asimetría y de los coeficientes de curtosis), realizamos a continuación una tabla mediante la cual nos podemos hacer una idea de la forma que tienen las series de rendimientos pertenecientes al S&P500 (León y Ñíguez, 2020).

Tabla 1: Estadísticos descriptivos S&P500

	Media	5 %	25 %	Mediana	75 %	95 %
Media	0.00053	0.00006	0.00032	0.00052	0.00073	0.00106
Des.Típica	0.0202	0.0128	0.0163	0.0195	0.0234	0.0307
Asimetría	-0.383	-1.449	-0.604	-0.284	0.002	0.445
Curtosis	18.83	8.08	11.34	14.77	20.84	39.32

Nota: Total de empresas: 444. Periodo muestral: 01/01/2009 - 19/03/2021 (3074 obs.) Se ha realizado la media, desviación típica, asimetría y curtosis de las 444 series de rendimientos individuales y posteriormente, con la muestra de tamaño 444 de estos cuatro estadísticos se ha hecho la media y los percentiles 5 %, 25 %, 50 %, 75 % y 95 %.

Tras observar los estadísticos descriptivos destacamos que, en media, las empresas tienen una rentabilidad cercana a cero y positiva. Además, más del 95 % de las series siguen teniendo una media positiva, pues el cuantil $\theta = 0.05$ del total de los rendimientos medios es todavía positivo, por lo que afirmamos que la gran mayoría de estas series de rendimientos poseen una media positiva. En cuanto a la volatilidad, solo el 5 % de las empresas supera una desviación típica de 0.037. Con respecto a la asimetría, en media, las series de

rendimientos parecen tener una asimetría negativa. Sin embargo, si nos fijamos en los cuantiles realizados sobre la serie de los 444 coeficientes de asimetría calculados, vemos que más del 25% de las empresas tienen asimetría positiva. Por su parte, la curtosis media es bastante más alta que la de la distribución normal y observando el cuantil $\theta = 0.05$ determinamos que únicamente el 5% de las empresas tiene una curtosis menor de 8, lo que indica que en caso de existir alguna empresa cuyos rendimientos presentasen distribución normal, su proporción sería inferior al 5% del total de estas.

Una vez conocidos los estadísticos descriptivos principales, realizamos el análisis de la estructura mediante el modelo [3] específicamente para las acciones del S&P500. Para observar el grado y la estructura de dependencia calculamos, para cada serie de rentabilidad, los cuantiles θ condicionales al mercado y a sus valores pasados. En concreto, realizamos para cada una de las 444 rentabilidades, r_i , la regresión siguiente para los cuantiles desde el 1 al 99%:

$$q_{\theta}(r_{i,t}|r_{i,t-1}) = \beta_{i,\theta}r_{SP500,t} + \gamma_{i,\theta}r_{SP500,t}D_{2020} + \beta_{i,2}r_{i,t-1} + \beta_{i,3}r_{i,t-1}q_{i,0.95} \quad (4)$$

El objetivo de la anterior regresión, será observar la dependencia entre las rentabilidades del S&P500 con respecto a su propio mercado, además de observar el cambio como consecuencia del COVID-19.

Dado que regresamos un total de 444 series de rendimientos para los 99 cuantiles considerados, no podemos representar la totalidad de sus coeficientes ($\hat{\beta}_{i,\theta}$), es por ello que representamos el promedio de los 444 coeficientes de la variable mercado para cada cuantil ($\hat{\beta}_{\theta}$), dando esto una imagen de la estructura media de dependencia, pues observamos de esta forma si el grado de dependencia entre las acciones y su propio índice cambia o no entre cuantiles. En el siguiente gráfico representamos ($\hat{\beta}_{\theta}$) para cada uno de los cuantiles para los que se ha calculado el coeficiente del mercado.

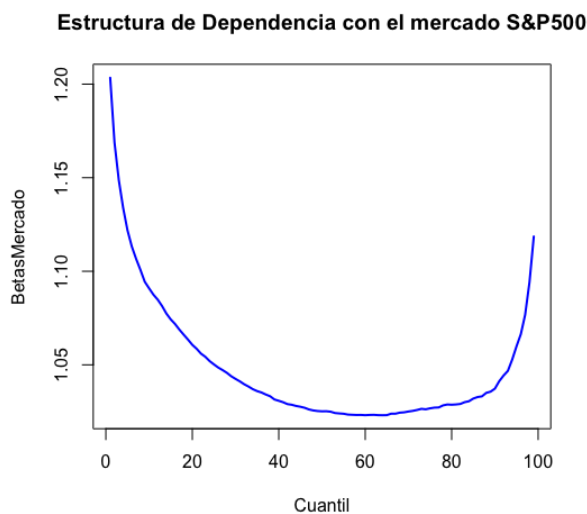


Figura 2: Promedio Beta Mercado entre empresas ($\hat{\beta}_{\theta}$)

Podemos observar como la estructura de dependencia tiene forma de U-Asimétrica de cola izquierda. El grado de dependencia es mayor en las colas de la distribución que en los cuantiles medios, además, es algo mayor en los cuantiles inferiores que superiores. Esta estructura parece indicar que cuando el mercado se encuentra en una etapa bajista, la dependencia con el resto de empresas de ese mismo mercado es mayor que cuando se encuentra en una etapa alcista. Sin embargo, en ambos extremos, la dependencia es mayor que en los cuantiles medios, por lo que podemos destacar que las acciones están menos relacionadas con su propio mercado en épocas de normalidad en comparación con situaciones en las que los rendimientos son excesivamente altos o bajos.

La crisis del COVID-19 ha tenido una repercusión importante en todos los sectores económicos y en todos los países, por lo que puede haberse dado un cambio en la relación de las rentabilidades de las empresas con respecto al índice de mercado correspondiente. En principio, podemos esperar un aumento del grado de dependencia como consecuencia del inicio del coronavirus, pues generalmente se espera un incremento del movimiento conjunto de los rendimientos en un periodo de crisis, comparado con un periodo de tranquilidad.

El cambio marginal en el grado de dependencia medio de las acciones con respecto al mercado viene dado por la media del coeficiente estimado $\hat{\gamma}_\theta$ alrededor de todos los cuantiles, el cual denotaremos por $\bar{\gamma}$. De esta manera, si $\bar{\gamma} > 0$ diremos que ha habido un aumento del grado de dependencia con respecto a la etapa de normalidad ($\bar{\beta}$). Por el contrario, si observamos un cambio marginal negativo, $\bar{\gamma} < 0$, concluiremos que el coronavirus ha supuesto una disminución en el grado medio de dependencia. Este coeficiente γ_θ , mide el efecto marginal en la dependencia durante el periodo del coronavirus. Sin embargo, el efecto agregado del mercado en las rentabilidades individuales para un cuantil específico en la época marcada por el COVID-19 se obtiene mediante la suma de los coeficientes $\hat{\beta}_\theta$ y $\hat{\gamma}_\theta$ para el cuantil concreto θ . Podemos contrastar mediante la siguiente hipótesis si efectivamente se ha dado un cambio en el grado de dependencia medio que mantienen las rentabilidades con su propio mercado.

Hipótesis 1. $H_0 : \bar{\gamma} = 0$. No hay un cambio significativo en el grado de dependencia, frente a la hipótesis alternativa, $H_1 : \bar{\gamma} \neq 0$. Rechazar la hipótesis nula, por tanto, implica que el grado de dependencia cambia durante la crisis del coronavirus.

Este contraste se ha realizado tanto para cada empresa ($\bar{\gamma}_i = 0$), como para el cambio medio entre todas ellas ($\bar{\gamma} = 0$), comprobando que el cambio en el grado de dependencia medio entre las 444 empresas es significativo y de signo negativo, en concreto, $\bar{\gamma} = -0.0022$. Por su parte, el número de empresas para las que se rechaza la hipótesis nula de que la variable no es significativa es de 418, lo que supone un 94.2% de empresas pertenecientes al índice S&P500 para las que el COVID-19 ha supuesto un cambio en la relación que mantenían sus rendimientos con respecto al mercado.

Con la anterior hipótesis, hemos contrastado que efectivamente ha habido un cambio del grado de de-

pendencia medio. Sin embargo, dicho cambio puede no haber sido uniforme entre cuantiles, siendo esta información muy relevante, pues aunque en media se haya producido un aumento o disminución, el efecto puede haber sido el contrario para algunos cuantiles, lo que será relevante para entender completamente la diferencia con respecto a una etapa de normalidad. Por tanto, para observar si ha habido también un cambio en la estructura de dependencia como consecuencia del COVID-19, visualizamos cuál es el efecto del mercado sobre los distintos cuantiles de las rentabilidades, durante una etapa de normalidad y durante la época marcada por el coronavirus. De esta forma, podremos ver el cambio que se ha producido en el grado de dependencia a lo largo de los distintos cuantiles a través del promedio entre empresas del coeficiente de mercado (Beta Mercado = $\hat{\beta}_\theta$) y este más el promedio del efecto marginal que haya supuesto el coronavirus (Beta Mercado Covid = $\hat{\beta}_\theta + \hat{\gamma}_\theta$).

Tabla 2: Cambio en la estructura de dependencia

Cuantiles	Beta Mercado	Beta Mercado Covid
1	1.20	1.06
5	1.12	1.03
10	1.09	1.02
25	1.05	1.01
50	1.03	1.04
75	1.03	1.07
90	1.04	1.09
95	1.06	1.09
99	1.12	1.11
Media	1.04868	1.04646

Nota: Estructura de dependencia antes y después del Covid. La columna de la derecha corresponde al efecto promedio del mercado en las rentabilidades individuales en la etapa condicionada por el Covid, esto es Beta Mercado Covid = $\hat{\beta}_\theta + \hat{\gamma}_\theta$

Como podemos observar, la estructura de dependencia media de las rentabilidades con su propio mercado en la época del coronavirus sufre un cambio notable comparado con la época de normalidad. Por un lado, en los cuantiles inferiores (desde el 1 al 25 %) el cambio es de signo negativo y con una magnitud diferente en cada uno de ellos, siendo mayor en los más extremos. Por otro lado, el cambio es de signo positivo en los cuantiles medios y superiores, a excepción del cuantil 99 % en el que se vuelve a repetir un cambio de signo negativo aunque de pequeña magnitud. Por tanto, y como veremos gráficamente a continuación, el cambio en el grado de dependencia que se da como consecuencia del COVID-19 no es

uniforme entre cuantiles, de hecho, cambia de signo y de magnitud, provocando un efecto diferente que cambia la estructura de dependencia, pues si en una etapa de normalidad observábamos que los cuantiles inferiores tienen mayor grado de dependencia que los superiores, en la etapa marcada por el coronavirus observamos lo contrario. Los resultados anteriores implican que a pesar de que el cambio en el grado de dependencia medio es negativo, este efecto no se mantiene para todos los cuantiles, pues es negativo sobre los cuantiles inferiores, pero positivo en los superiores. Además, el efecto en valor absoluto es mucho mayor en los cuantiles inferiores que en los superiores, donde el cambio es más débil. Por ejemplo, la disminución en el cuantil 1 % es de $\hat{\gamma}_{0.01} = 0.14$ y en el cuantil 95 % el aumento es de $\hat{\gamma}_{0.95} = 0.03$. Por su parte, en el cuantil 99 %, vuelve a darse una disminución del grado de dependencia, aunque de pequeña magnitud, $\hat{\gamma}_{0.99} = 0.01$.

Representamos para cada cuantil, el promedio de los coeficientes que acompañan a la dummy multiplicada por el índice del S&P500 ($\hat{\gamma}_\theta$), representando así el cambio marginal en la estructura de dependencia como consecuencia del COVID-19. Es relevante tener en cuenta si la significatividad de las variables que representan el comentado cambio marginal es o no distinta entre cuantiles y para ello en el siguiente gráfico representamos además el porcentaje de significatividad de las variables por cuantil entre las 444 empresas (eje secundario).

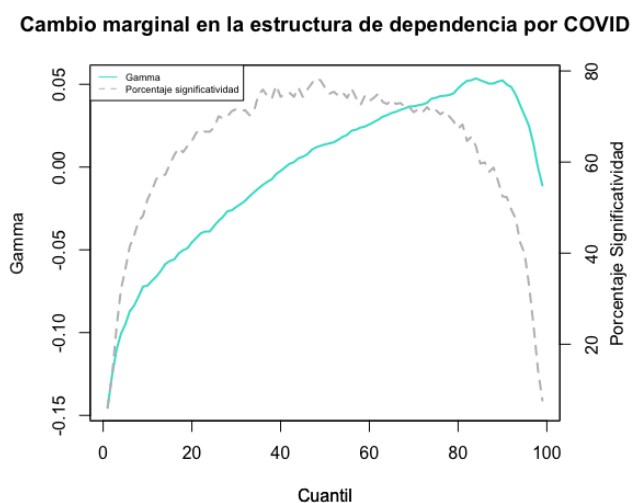


Figura 3: Promedio Gamma entre empresas S&P500 ($\hat{\gamma}_\theta$)

Observamos, como esperábamos a partir de la tabla anterior, que hay un cambio en la estructura de dependencia como consecuencia del coronavirus, pues el efecto marginal de este no es constante entre cuantiles, sino que se produce un efecto marginal negativo sobre el grado de dependencia en los cuantiles inferiores, $\hat{\gamma}_\theta < 0$, que va aumentando hasta convertirse en un efecto positivo a partir del cuantil 25 y hasta el 95 %, donde vuelve a darse un efecto negativo de pequeña magnitud. Además, la significatividad

cambia en función del cuantil considerado, pues la significatividad de este cambio marginal es baja en los cuantiles extremos en comparación con los cuantiles medios, lo que interpretamos como un rasgo más de cambio significativamente diferente en función del cuantil considerado.

Destacamos aquí la importancia de separar el grado y la estructura de dependencia, pues mediante el contraste de la hipótesis 1 que veíamos anteriormente, concluíamos que se había producido como consecuencia del COVID-19 un cambio en el grado de dependencia, comprobando posteriormente que este cambio medio era de signo negativo. Sin embargo, tras analizar el cambio en el grado para cada cuantil, observamos que la disminución del grado de dependencia no ha sido uniforme para todos ellos. Por tanto, visualizar la estructura de dependencia y ver como cambia esta como consecuencia de una crisis como la provocada por el COVID-19 es importante, pues comprender de qué manera los rendimientos reaccionan al mercado cuando este es alcista o bajista es muy útil para los inversores, como también lo es tener en cuenta que las condiciones pueden cambiar ante un periodo de crisis. Si hubiéramos obtenido que el cambio marginal en el grado de dependencia medio era positivo, podríamos haberlo confundido con un efecto contagio, ya que durante las crisis, en general, podemos esperar un aumento del movimiento entre los mercados. Sin embargo, esta afirmación hubiera sido equivocada, ya que definimos efecto contagio como un aumento de la dependencia entre dos activos cuando ambos obtienen rendimientos muy negativos, pero no necesariamente si están en una época de rendimientos positivos muy altos. La relevancia de estos resultados por cuantiles radica en que un aumento en el grado de dependencia en los cuantiles altos, es menos problemático que un aumento de la dependencia en los cuantiles bajos y, por tanto, debemos separar los distintos resultados.

A continuación, representamos la estructura de dependencia para una época de normalidad y para la época marcada por el COVID-19.

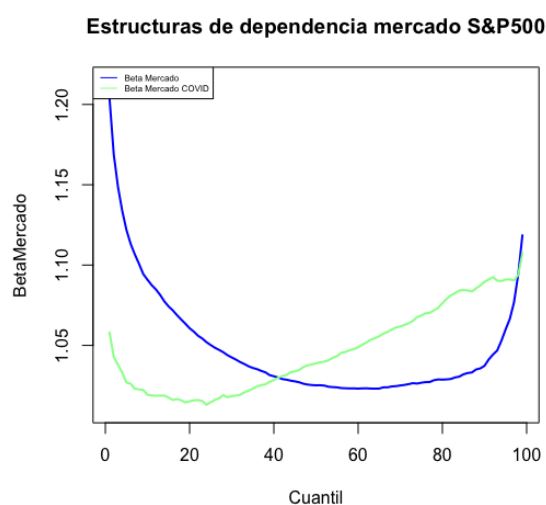


Figura 4: Estructuras de dependencia época normalidad - Covid

Tras representar ambas estructuras, observamos que la forma cambia significativamente, pues la estructura asimétrica de cola izquierda que obteníamos para una época de normalidad, pasa a ser asimétrica de cola derecha, desapareciendo además la forma de U. A partir del cuantil 25 %, el efecto del coronavirus es positivo sobre el grado de dependencia, y es a partir del cuantil 40 % cuando la magnitud de este efecto hace que el grado de dependencia en estos cuantiles superiores sea mayor que en una etapa de normalidad, como hemos observado gráficamente.

Para visualizar de forma más concreta el grado de dependencia, dividimos nuestras series de rendimientos por sectores económicos a los que pertenecen cada una de ellas.

Estructura de dependencia con el mercado por sectores

Para descomponer la estructura de dependencia y poder ver diferencias entre los distintos sectores que componen el S&P500, realizamos el mismo análisis que antes pero separado en 11 sectores económicos.

Los sectores en los que se clasifican las acciones del S&P500 son : sector tecnología de la información (Tecn), sector energía (Energ), sector financiero (Finan), sector materiales (Mater), sector servicios públicos (Util), sector consumo básico (ConSt), sector salud (Salud), sector industria (Indst), sector servicios comunicación (Srvcom), sector consumo discrecional (CmDis), sector inmobiliario (RealS).

Es interesante, en primer lugar, conocer la matriz de correlaciones entre los 11 sectores económicos que aparece a continuación:

Tabla 3: Matriz de correlaciones entre sectores económicos

	Tecn	Energ	Finan	Mater	Util	ConSt	Salud	Indst	Srvcm	CmDis	RealS
Tecn	1	0.651	0.712	0.778	0.535	0.692	0.757	0.808	0.692	0.877	0.633
Energ	0.651	1	0.708	0.788	0.503	0.574	0.617	0.784	0.560	0.673	0.560
Finan	0.712	0.708	1	0.783	0.511	0.614	0.660	0.829	0.595	0.767	0.795
Mater	0.778	0.788	0.783	1	0.568	0.680	0.717	0.887	0.620	0.807	0.677
Util	0.535	0.503	0.511	0.568	1	0.730	0.597	0.603	0.551	0.551	0.614
ConSt	0.692	0.574	0.614	0.680	0.730	1	0.756	0.724	0.674	0.719	0.619
Salud	0.757	0.617	0.660	0.717	0.597	0.756	1	0.756	0.629	0.755	0.580
Indst	0.808	0.784	0.829	0.887	0.603	0.724	0.756	1	0.655	0.855	0.707
Srvcm	0.692	0.560	0.595	0.620	0.551	0.674	0.629	0.655	1	0.702	0.551
CmDis	0.877	0.673	0.767	0.807	0.551	0.719	0.755	0.855	0.702	1	0.709
RealS	0.633	0.560	0.795	0.677	0.614	0.619	0.580	0.707	0.551	0.709	1

Como podemos observar, las correlaciones entre distintos sectores económicos son bastante altas, pues en ningún caso encontramos correlaciones inferiores a 0.5. Esta alta correlación no es sorprendente, pues todos ellos, a pesar de ser distintos sectores económicos, pertenecen al mismo índice bursátil, el S&P500, y se verán afectados por numerosos shocks y crisis comunes al mercado estadounidense.

Para cada una de las acciones pertenecientes a cada sector económico, se realiza la regresión cuantílica comentada anteriormente y se representa la estructura de dependencia para el promedio de tantas acciones como correspondan a cada sector. Es decir, visualizaremos el promedio de las betas de mercado por sector en vez del promedio para el total de las 444 acciones que componían el S&P500. De esta forma, podremos ver como la estructura de dependencia entre las acciones y el mercado es diferente en función del sector económico considerado. Además, veremos el cambio en el grado y la estructura de dependencia como consecuencia del COVID-19 para cada uno de estos.

En primer lugar, podemos contrastar la hipótesis de si en cada sector ha habido un cambio en el grado de dependencia, es decir, contrastamos la hipótesis 1 por sector. Dicho contraste nos permite ver para qué porcentaje de empresas el coronavirus implica un cambio en el grado de dependencia.

Tabla 4: Resultados hipótesis 1

	Total empresas	Empresas con cambio en el grado de dependencia	Porcentaje	Cambio en el grado de dependencia medio
Tecnología	67	66	98.5 %	-0.0339
Energía	18	18	100 %	0.0645
Finanzas	61	56	91.8 %	-0.0587
Materiales	20	18	90 %	-0.095
Utilidades	28	28	100 %	0.3072
ConsumoSt	30	29	96.7 %	0.0339
Salud	55	52	100 %	-0.0432
Industria	61	59	96.7 %	-0.1074
ServComunc	17	16	94.1 %	-0.1004
ConsDiscr	52	42	80.08 %	0.0834
Inmobiliario	29	28	96.6 %	0.0815

Nota: Hipótesis 1. $H_0 : \hat{\gamma} = 0$. No hay cambio en el grado medio de dependencia por el COVID. La tercera columna corresponde al porcentaje de empresas para las que se ha dado este cambio en el grado medio de dependencia.

Los resultados de la significatividad del cambio en el grado de dependencia como consecuencia del COVID-19 no son muy diferentes entre sectores. En la mayoría de estos, más del 90% de sus empresas

han cambiado el grado medio de dependencia que tenían con el mercado como consecuencia del coronavirus, a excepción del sector consumo discrecional en el que solo un 80 % de las empresas ha experimentado dicho cambio. Sin embargo, sí que observamos diferencias en el signo de este cambio medio, pues para algunos de los sectores, el coronavirus implica un aumento del grado de dependencia, pero para seis de los once analizados observamos un efecto negativo.

Una vez contrastada dicha hipótesis, sabemos en qué porcentaje de empresas ha habido un cambio en el grado de dependencia. Además, conocemos el cambio medio en la dependencia para cada uno de los sectores, pero para poder determinar sus diferencias por cuantil y concluir si ha habido cambio o no en la estructura, presentamos para distintos cuantiles el promedio por sector de las betas de mercado en una época de normalidad y en la etapa marcada por el coronavirus.

Tabla 5: Betas Mercado época Normal ($\hat{\beta}_\theta$)

Cuantiles	Tecn	Energ	Finan	Mater	Util	ConSt	Salud	Indst	Srvcm	CmDis	RealS
1	1.21	1.74	1.73	1.22	0.70	0.60	0.92	1.22	1.12	1.15	1.54
5	1.19	1.43	1.45	1.22	0.65	0.63	0.90	1.20	1.05	1.13	1.28
10	1.18	1.35	1.36	1.19	0.61	0.63	0.91	1.18	1.05	1.12	1.17
25	1.16	1.29	1.26	1.16	0.60	0.63	0.91	1.15	1.03	1.08	1.03
50	1.15	1.26	1.22	1.13	0.57	0.62	0.90	1.13	1.01	1.06	0.95
75	1.14	1.26	1.24	1.13	0.55	0.60	0.91	1.13	1.03	1.07	0.95
90	1.13	1.26	1.31	1.11	0.53	0.59	0.88	1.13	1.02	1.09	1.03
95	1.13	1.28	1.41	1.12	0.52	0.57	0.86	1.14	1.04	1.12	1.13
99	1.11	1.27	1.69	1.16	0.55	0.56	0.82	1.19	1.00	1.13	1.44

Tabla 6: Betas Mercado época COVID-19 ($\hat{\beta}_\theta + \hat{\gamma}_\theta$)

Cuantiles	Tecn	Energ	Finan	Mater	Util	ConSt	Salud	Indst	Srvcm	CmDis	RealS
1	1.11	1.32	1.24	0.98	1.01	0.69	0.83	1.07	0.82	1.21	1.14
5	1.11	1.28	1.19	0.97	0.96	0.64	0.84	1.02	0.86	1.13	1.12
10	1.11	1.28	1.20	1.00	0.91	0.64	0.83	1.01	0.90	1.11	1.09
25	1.11	1.27	1.19	1.04	0.86	0.62	0.82	1.02	0.93	1.11	1.07
50	1.12	1.35	1.23	1.06	0.84	0.64	0.86	1.03	0.91	1.15	1.10
75	1.14	1.43	1.26	1.07	0.88	0.66	0.88	1.04	0.94	1.21	1.13
90	1.13	1.48	1.27	1.10	0.93	0.68	0.90	1.07	0.95	1.24	1.18
95	1.11	1.47	1.25	1.10	0.97	0.69	0.90	1.07	0.95	1.27	1.21
99	1.07	1.45	1.32	1.16	1.00	0.64	0.92	1.13	0.93	1.29	1.19

Las anteriores tablas nos dan una idea de como cambia el grado de dependencia entre cuantiles y entre distintos sectores económicos. En general, observamos que el grado de dependencia en una etapa de normalidad es menor en los cuantiles superiores que en los cuantiles inferiores, lo que ya adelantábamos anteriormente mediante el análisis gráfico para el total de las series pertenecientes al S&P500. Otro rasgo a destacar es el diferente impacto que parece tener la crisis del coronavirus en los distintos cuantiles y entre los distintos sectores, pues para algunos de ellos, el COVID-19 cambia totalmente la estructura de dependencia como consecuencia del distinto signo del efecto marginal entre cuantiles. Además, observamos un cambio importante en la magnitud del grado de dependencia en todos ellos.

Representamos a continuación las estructuras de dependencia para cada sector en una época normal y en la época marcada por el COVID-19. De esta manera, podemos visualizar gráficamente las distintas estructuras de dependencia por sector.

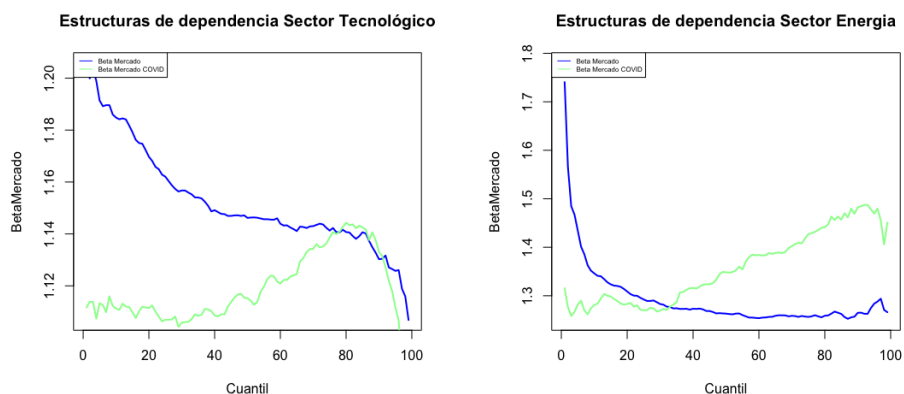


Figura 5: Estructuras de Dependencia por sector Tecnológico - Energía

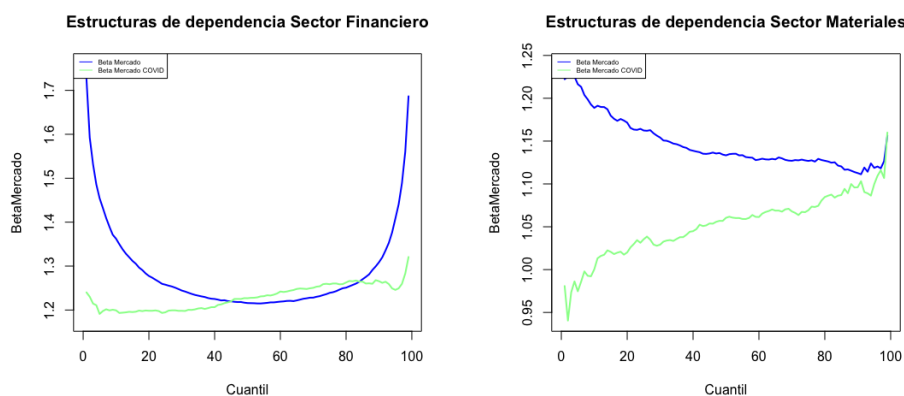


Figura 6: Estructuras de Dependencia por sector Financiero - Materiales

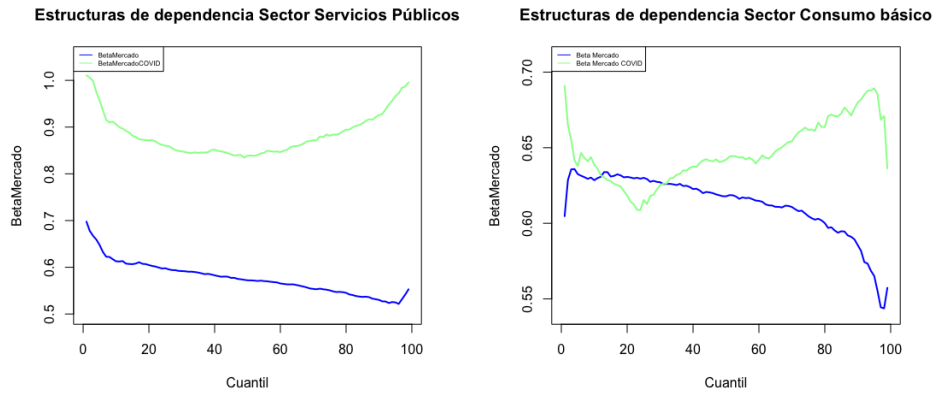


Figura 7: Estructuras de Dependencia por sector Servicios públicos - Consumo básico

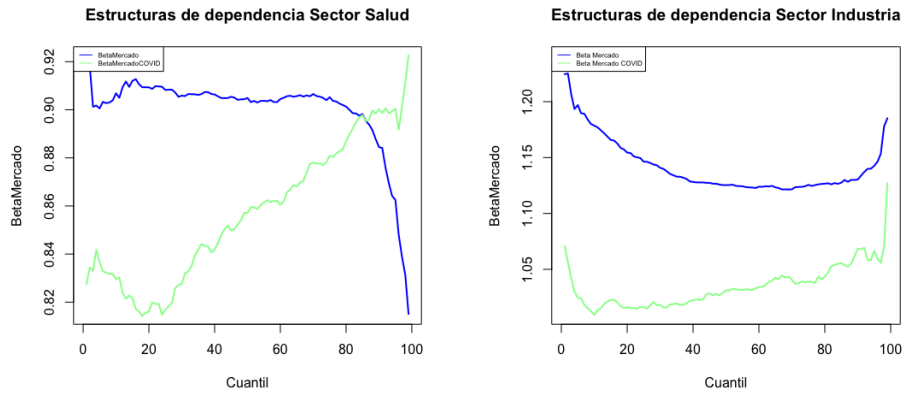


Figura 8: Estructuras de Dependencia por sector Salud - Industria

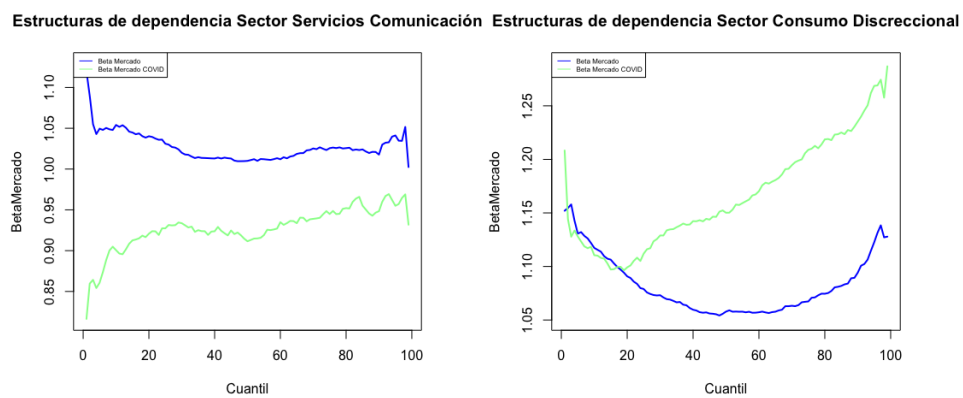


Figura 9: Estructuras de Dependencia por sector Servicios Comunicación - Consumo Discrecional

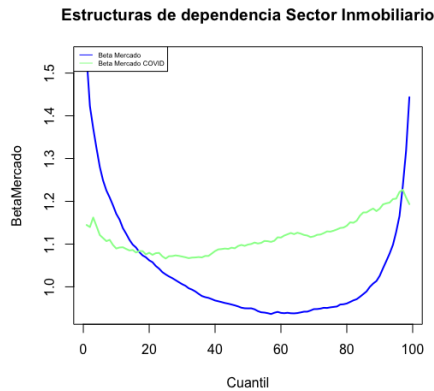


Figura 10: Estructuras de Dependencia por sector Inmobiliario

Como podemos observar, las diferencias entre las estructuras de dependencia por sector son importantes tanto antes como después del coronavirus. Si para la totalidad de las acciones pertenecientes al S&P500 encontrábamos una estructura de dependencia en forma de U-asimétrica de cola izquierda en una etapa de normalidad, esta es muy diferente para alguno de los sectores. Por ejemplo, los sectores tecnológico, energético, materiales, consumo básico, salud y servicios de comunicación presentan un decrecimiento desde los cuantiles más bajos a los más altos, siendo este decrecimiento de diferente velocidad entre todos ellos. El efecto del COVID-19 sobre estos sectores comentados es también muy diferente. Por ejemplo, encontramos como la estructura del sector energía cambia desde estructura asimétrica de cola izquierda a asimétrica de cola derecha. Además, en el sector materiales se produce un cambio desde una estructura decreciente a la estructura contraria. Por su parte, los sectores financiero, servicios públicos, industrial, consumo discrecional e inmobiliario, a pesar de presentar antes del 2020 una estructura en forma de U-asimétrica, esta se pierde para la mayoría de ellos tras el inicio del coronavirus.

2.2.2. STOXX Europe 600

Stoxx Europe 600 es un índice bursátil compuesto de las 600 principales compañías por capitalización bursátil europeas. Los 600 componentes de dicho índice representan a las empresas de gran, media y pequeña capitalización de 17 países europeos.

Para analizar la estructura de dependencia entre las acciones que componen dicho índice y el mercado se ha utilizado una muestra desde el 01/01/2013 hasta el 19/03/2021. Se ha iniciado esta muestra en 2013 para que no exista ninguna influencia en los datos de la crisis financiera de 2008, ya que tuvo repercusión en Europa durante los años anteriores a 2013. A continuación, aparecen los principales estadísticos de los rendimientos de empresas pertenecientes a dicho índice, calculados de la misma manera que para el índice anterior.

Tabla 7: Estadísticos descriptivos Eurostoxx 600

	Media	5 %	25 %	Mediana	75 %	95 %
Media	0.00031	-0.00025	0.00006	0.00027	0.00051	0.00102
Des.Típica	0.0188	0.0130	0.0159	0.0183	0.0212	0.0268
Asimetría	-0.592	-1.605	-0.915	-0.502	-0.199	0.198
Curtosis	16.84	7.40	9.95	13.25	19.51	35.32

Nota: Total de empresas: 498. Periodo muestral: 01/01/2013 - 19/03/2021 (2133 obs.). Se ha realizado la media, desviación típica, asimetría y curtosis de las 498 series de rendimientos individuales y posteriormente, con la muestra de tamaño 498 de estos cuatro estadísticos se ha hecho la media y los percentiles 5 %, 25 %, 50 %, 75 % y 95 %.

La anterior tabla de estadísticos descriptivos nos da una idea de las acciones que componen dicho índice. En media, no parecen tener rendimientos muy altos, pues son cercanos a cero y solo el 5 % de las empresas tienen una rentabilidad media superior al 0.00102 (cuantil $\theta = 0.95$). En cuanto a la desviación típica, que podemos relacionar con volatilidad, la mayoría de acciones tienen una volatilidad entre 0.0188 y 0.0268. Si observamos la asimetría, destacamos que más del 75 % de acciones presentan asimetría negativa en sus rendimientos, por lo que la mayoría de acciones pertenecientes al Eurostoxx 600 poseen rendimientos cuya distribución es asimétrica negativa. En cuanto a la curtosis, los resultados indican valores bastante más altos que la distribución normal para todas las series consideradas.

Como en el apartado anterior, regresamos el modelo [3] para cada una de las rentabilidades de acciones pertenecientes al Eurostoxx 600:

$$q_{\theta}(r_{i,t}|r_{i,t-1}) = \beta_{i,\theta} r_{EurSx,t} + \gamma_{i,\theta} r_{EurSx,t} D_{2020} + \beta_{i,2} r_{i,t-1} + \beta_{i,3} r_{i,t-1} q_{i,0.95} \quad (5)$$

A continuación, representamos la estructura de dependencia entre las acciones pertenecientes al Eurostoxx 600 y el propio mercado. La siguiente gráfica nos da una idea de como cambia el grado de dependencia en promedio de las acciones con su propio mercado alrededor de los cuantiles.

Estructura de Dependencia con el mercado Eurostoxx

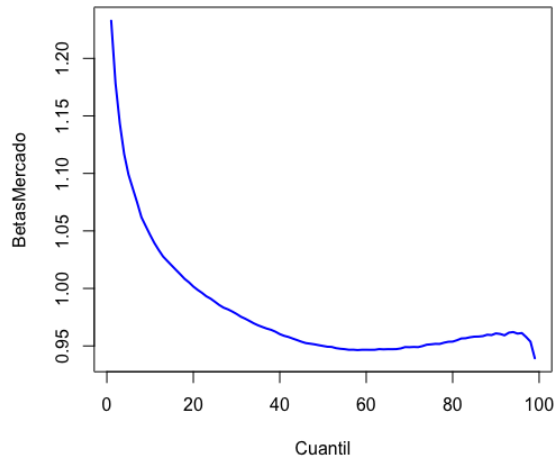


Figura 11: Promedio Beta Mercado entre empresas ($\hat{\beta}_\theta$)

La estructura de dependencia no es constante, sino que el grado de dependencia va disminuyendo desde los cuantiles más bajos a los cuantiles más altos, tomando el promedio de las betas de mercado valores de 1.20 en los cuantiles más bajos y de 0.95 en los más altos. Por tanto, las acciones del Eurostoxx600 se relacionan más con su propio mercado en épocas de rendimientos bajos que en épocas de normalidad o de rentabilidad muy positiva. El grado de dependencia disminuye rápidamente hasta la mediana, donde se estabiliza y no cambia significativamente en los cuantiles superiores a esta. Esta estructura es bastante diferente de la que observábamos para las acciones del S&P500 con respecto a dicho índice.

Para determinar si el COVID-19 ha tenido impacto en el grado de dependencia de las acciones del Eurostoxx 600 con respecto a su mercado, contrastamos la hipótesis 1 comentada anteriormente, es decir, contrastamos si el cambio en el grado de dependencia medio entre los cuantiles es significativo ($H_0 : \bar{\gamma} = 0$). Realizado este contraste para cada una de las empresas, encontramos que el inicio del coronavirus ha supuesto un cambio significativo en el grado de dependencia para 458 empresas, lo que supone un 92.3 % del total. El signo de dicho cambio es positivo, pero cercano a cero. En concreto, el cambio marginal medio en el grado de dependencia es de 0.096.

Para determinar si ha habido un cambio en la estructura de dependencia, podemos observar gráficamente el promedio de los coeficientes que acompañan a la variable producto entre el mercado y la dummy del coronavirus. Gráficamente observaremos si el cambio marginal promedio de la dependencia es o no constante entre cuantiles. Adicionalmente, el eje secundario que aparece a la derecha del gráfico representa el porcentaje de significatividad de dicha variable por cuantil.

Cambio marginal en la estructura de dependencia por COVID

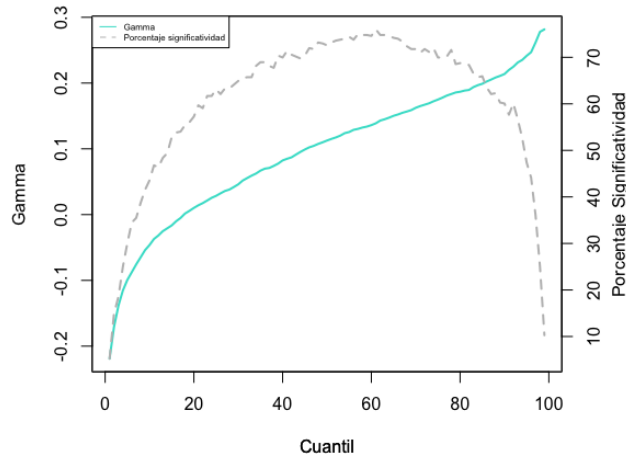


Figura 12: Promedio Gamma entre empresas Eurostoxx ($\hat{\gamma}_\theta$)

Como podemos observar, el cambio que se da en la dependencia como consecuencia del COVID-19 no es uniforme entre cuantiles, sino que el coronavirus disminuye la dependencia en los cuantiles más bajos y aumenta la dependencia a partir del cuantil 20%, creciendo monótonamente hasta llegar al máximo valor en los cuantiles más altos. Al igual que para la variable que representaba el cambio marginal en la estructura de las acciones de S&P500, la significatividad toma su mayor valor en los cuantiles medios, siendo de pequeña magnitud en los extremos.

Si representamos la estructura de dependencia en una época de normalidad junto con la estructura en la época marcada por el coronavirus, podemos observar mejor el cambio que se da en dicha estructura al comparar ambas gráficamente.

Estructuras de dependencia mercado Eurostoxx

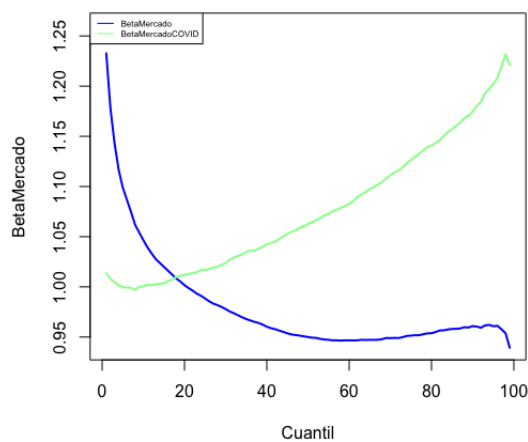


Figura 13: Estructuras dependencia época normalidad - Covid

El cambio que se da en la estructura de dependencia es relevante, pues como observamos, ahora la estructura es asimétrica de cola derecha. En otras palabras, el COVID-19 implica que los rendimientos de las acciones pertenecientes al mercado Eurostoxx 600 dependen menos del mercado cuando se encuentran en una etapa bajista y la dependencia es mayor en épocas alcistas. Es decir, la nueva estructura nos indica que las acciones del Eurostoxx 600 están más relacionadas con el mercado cuando presentan rendimientos excesivamente altos que cuando presentan rendimientos muy bajos. En este mercado, por tanto, el coronavirus implica unas mejores condiciones en cuanto a la estructura de dependencia que presentan con el mercado, pues para los inversores resulta peligroso el hecho de que las acciones se relacionen más con el mercado en etapas bajistas, ya que supone que ante un periodo de crisis las acciones caigan tanto o más que el mercado en su conjunto. De esta manera, el cambio en la estructura de dependencia provocado por el coronavirus podría resultar favorable.

2.2.3. Mercados Emergentes

Los mercados emergentes son las economías de los países que están en pleno desarrollo. Tienen algunas características de un mercado desarrollado, pero no cumplen con todos los estándares para ser denominados como tal. Esta definición incluye tanto a países que pueden convertirse en mercados desarrollados en el futuro como a aquellos que lo fueron en el pasado.

Para este apartado, se ha utilizado una muestra desde el día 01/01/2010 hasta el 19/03/2021 para que no exista impacto en los datos de la crisis de 2008. Con dicha muestra, disponemos de un total de 25 empresas con una longitud de 2926 observaciones. A continuación, presentamos los estadísticos principales de las empresas que pertenecen a los llamados países emergentes.

Tabla 8: Estadísticos descriptivos Mercados Emergentes

	Media	5 %	25 %	Mediana	75 %	95 %
Media	-0.00004	-0.00034	-0.00017	0.00001	0.00014	0.00025
Des.Típica	0.0159	0.0108	0.0131	0.0145	0.0178	0.0239
Asimetría	-1.040	-3.646	-0.884	-0.735	-0.513	-0.228
Curtosis	20.71	6.64	9.82	11.80	18.41	79.36

Nota: Total de empresas: 25. Periodo muestral: 04/01/2010 - 19/03/2021 (2926 obs.). Se ha realizado la media, desviación típica, asimetría y curtosis de las 25 series de rendimientos individuales y posteriormente, con la muestra de tamaño 25 de estos cuatro estadísticos se ha hecho la media y los percentiles 5 %, 25 %, 50 %, 75 % y 95 %.

De los estadísticos descriptivos correspondientes a las acciones de empresas que pertenecen a los mercados emergentes encontramos, al contrario que para los dos mercados anteriores, que en media las empresas

tienen una rentabilidad negativa, aunque cercana a cero. En cuanto a la desviación típica, encontramos valores que no suelen superar el 0.0239. Por su parte, todas las rentabilidades parecen presentar asimetría negativa y como era de esperar, la curtosis está muy por encima de tres para la mayoría de empresas, lo que nos permite afirmar que las rentabilidades de acciones pertenecientes a los mercados emergentes no presentan distribución normal, al igual que encontrábamos para los apartados anteriores.

El siguiente paso en el análisis es realizar la regresión cuantílica [3] para poder determinar el grado y estructura de dependencia de las acciones pertenecientes a los mercados emergentes y su cambio como consecuencia del COVID-19:

$$q_{\theta}(r_{i,t}|r_{i,t-1}) = \beta_{i,\theta} r_{MerEm,t} + \gamma_{i,\theta} r_{MerEm,t} D_{2020} + \beta_{i,2} r_{i,t-1} + \beta_{i,3} r_{i,t-1} q_{i,95} \quad (6)$$

A continuación, tratamos de visualizar como es la estructura de dependencia entre las acciones de empresas que pertenecen a los llamados mercados emergentes y el índice correspondiente a estas (MSCI Emerging Markets). Para ello, representamos el promedio por cuantil del coeficiente que acompaña a la variable del mercado.

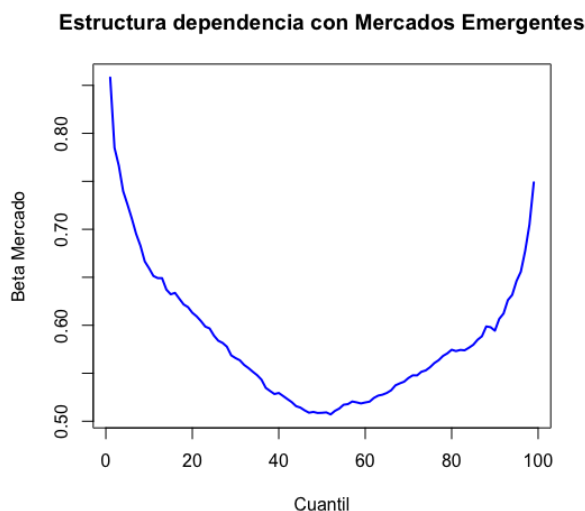


Figura 14: Promedio Beta Mercado entre empresas ($\hat{\beta}_{\theta}$)

La estructura de dependencia tiene forma de U-asmétrica de cola izquierda, como veíamos para el S&P500. Las acciones de empresas pertenecientes al índice de Mercados Emergentes tienen una mayor dependencia con su mercado cuando se encuentran en los cuantiles bajos de la distribución. Por su parte, en los cuantiles medios, el grado de dependencia es menor que en ambas colas.

En este apartado, al igual que para los índices analizados anteriormente, contrastamos a partir de la

hipótesis 1 si ha habido un cambio en el grado de dependencia medio como consecuencia del COVID-19. Encontramos, tras la realización del contraste, que para 21 empresas de las 25 pertenecientes a este índice se ha producido, en promedio, un cambio en el grado de dependencia, suponiendo esto un 84 % del total. Este porcentaje es menor que para los índices Eurostoxx 600 y S&P500, pero sigue siendo bastante alta la significatividad del cambio. El signo del cambio medio en el grado de dependencia es negativo, en concreto, toma un valor de -0.1134.

Para observar el cambio gráficamente, representamos a continuación el promedio por cuantil de las betas que acompañan a la dummy multiplicada por el mercado, junto con el porcentaje de significatividad, cuyos valores aparecen en el eje secundario.

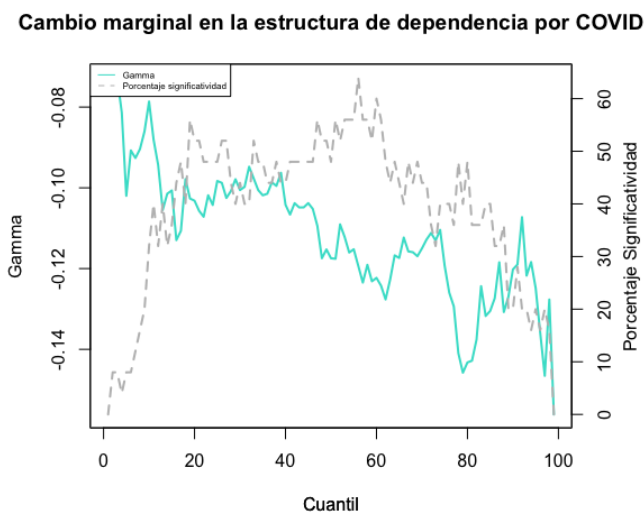


Figura 15: Promedio Gamma entre empresas ($\hat{\gamma}_\theta$)

Tras visualizar el gráfico, observamos como el cambio que se da en la estructura de dependencia parece importante. El COVID-19 ha provocado una disminución del grado de dependencia en todos los cuantiles, siendo esta disminución menor para los cuantiles más bajos, desde los que va haciéndose mayor a medida que tomamos cuantiles más grandes. De hecho, disminuye el grado de dependencia en los cuantiles extremos superiores en más de 0.14. Adicionalmente, si analizamos la significatividad de dicha variable observamos que, al igual que para los anteriores índices, la significatividad es menor para los cuantiles extremos en comparación con los cuantiles medios. Concluimos, por tanto, que sí parece haber un cambio en la estructura de dependencia como consecuencia del coronavirus. Para observar la nueva estructura de dependencia, representamos conjuntamente esta para ambas épocas.

Estructuras de dependencia Mercados Emergentes

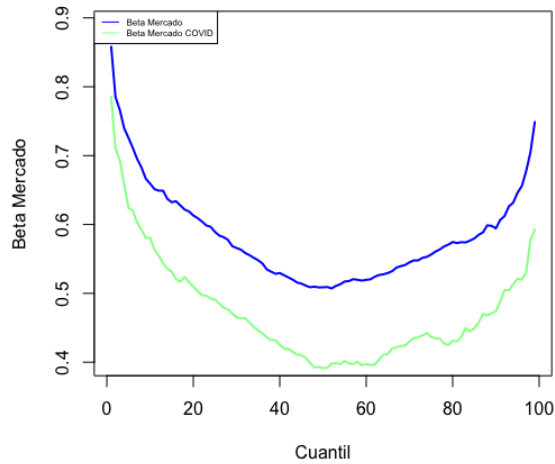


Figura 16: Estructura dependencia época normalidad - Covid

La forma de U-asimétrica de cola izquierda no cambia como consecuencia del COVID-19, no obstante, esta crisis ha disminuido el grado de dependencia en todos los cuantiles, sobre todo en los más altos donde la disminución es de una magnitud importante. Aunque el cambio no es simétrico en todos los cuantiles, las acciones pertenecientes al índice correspondiente a los mercados emergentes se relacionan menos con el mercado que con respecto a una etapa de normalidad en todos los cuantiles considerados. Este hecho puede resultar positivo si nos centramos en los cuantiles bajos, pues disminuye el riesgo a que en etapas de crisis todas las acciones sigan los rendimientos extremos negativos. Sin embargo, el resultado hubiera sido más favorable si se visualizara un aumento de la dependencia en etapas alcistas.

2.2.4. Nikkei 225

El índice bursátil denominado Nikkei 225 es el más popular del mercado japonés, componiéndolo las 225 empresas seleccionadas de los 450 valores más líquidos que cotizan en la bolsa de Tokio. La lista de sus componentes es revisada cada año, introduciendo los cambios, generalmente, a principios de octubre para reflejar las variaciones del entorno del mercado. Es el principal índice bursátil que refleja la evolución del mercado japonés.

Para este apartado, la muestra utilizada contiene valores desde el día 05/01/2009 hasta el 19/03/2021. Esta muestra supone un total de 2986 observaciones. A pesar de que el índice lo componen 225 empresas, al escoger la muestra desde 2009 hay algunas de ellas que hoy están cotizando pero no lo hacían en dicha fecha, es por ello que el total de acciones consideradas para este apartado es de 211.

A continuación, observamos los estadísticos descriptivos de las acciones que componen dicho índice:

Tabla 9: Estadísticos descriptivos Nikkei

	Media	5 %	25 %	Mediana	75 %	95 %
Media	0.00045	-0.00001	0.00031	0.00040	0.00065	0.00087
DesviaciónTípica	0.01954	0.01555	0.01758	0.01942	0.02134	0.02378
Asimetría	0.03500	-0.43883	-0.10241	0.12718	0.23813	0.32716
Curtosis	7.54291	5.69321	6.07349	6.55482	9.70845	10.14167

Nota:Total empresas: 211. Periodo muestral: 05/01/2009 - 19/03/2021 (2986 obs.).Se ha realizado la media, desviación típica, asimetría y curtosis de las 211 series de rendimientos individuales y posteriormente, con la muestra de tamaño 211 de estos cuatro estadísticos se ha hecho la media y los percentiles 5 %, 25 %, 50 %, 75 % y 95 %.

Observamos como la mayoría de acciones pertenecientes al índice Nikkei tienen una rentabilidad media positiva, pues el cuantil 5 % de las 211 medias muestra un dato negativo, pero el 25 % es positivo. En cuanto a la asimetría, los rendimientos presentan un dato positivo en media que coincide con un mayor número de empresas cuyos rendimientos tienen asimetría positiva. Por su parte, como era de esperar, la mayoría de acciones presentan una curtosis mayor que la de la distribución normal, aunque los valores son más pequeños que lo que observábamos para índices anteriores.

El siguiente paso en el análisis ha sido realizar la regresión cuantílica [3] para el mercado Nikkei 225:

$$q_{\theta}(r_{i,t}|r_{i,t-1}) = \beta_{i,\theta}r_{Nikkei,t} + \gamma_{i,\theta}r_{Nikkei,t}D_{2020} + \beta_{i,2}r_{i,t-1} + \beta_{i,3}r_{i,t-1}q_{i,95} \quad (7)$$

A continuación, tratamos de visualizar la estructura de dependencia entre las acciones de empresas que pertenecen al índice Nikkei y este mismo. Para ello, representamos el promedio por cuantil del coeficiente que acompaña a la variable del mercado.

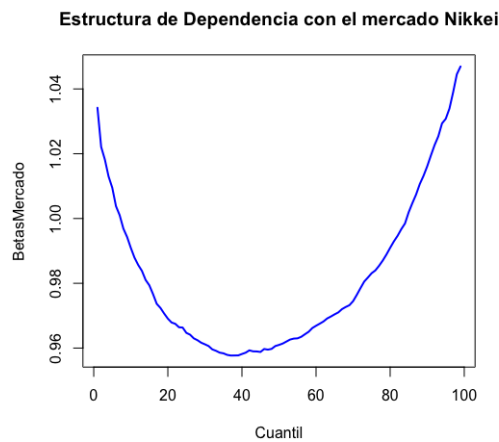


Figura 17: Promedio Beta Mercado entre empresas ($\hat{\beta}_{\theta}$)

Como podemos observar, la estructura de dependencia media que mantienen las acciones pertenecientes al índice Nikkei 225 con su propio mercado no es muy diferente a la que encontrábamos para las acciones del S&P500 o de los mercados emergentes. La estructura de dependencia tiene forma de U-asimétrica de cola derecha. Esto es, las acciones se relacionan más con su propio mercado cuando se encuentran en una situación de mercado bajista o alcista, siendo mayor esta relación en el mercado alcista. Esta estructura resulta algo más favorable que la observada para los índices anteriores, pues resulta menos peligroso que la mayor dependencia de las acciones con el mercado se encuentre en los cuantiles altos que en los extremos inferiores.

Tal y como realizábamos en los apartados anteriores, podemos contrastar la hipótesis de significatividad del cambio en el grado medio de dependencia como consecuencia de la crisis del coronavirus. Los resultados del contraste de dicha hipótesis 1 informan que para el 90 % de las empresas pertenecientes al índice Nikkei225, el COVID-19 supone un cambio significativo en el grado de dependencia medio que mantienen con el mercado. Además, dicho cambio es de signo negativo aunque de pequeña magnitud, $\bar{\gamma} = -0.00095$.

A continuación, se muestra el promedio de la variable que representa el cambio marginal del grado de dependencia como consecuencia del COVID-19 alrededor de los cuantiles. De esta manera, podremos determinar si también ha habido un cambio en la estructura de dependencia y no únicamente en el grado medio que observábamos tras contrastar la hipótesis 1.

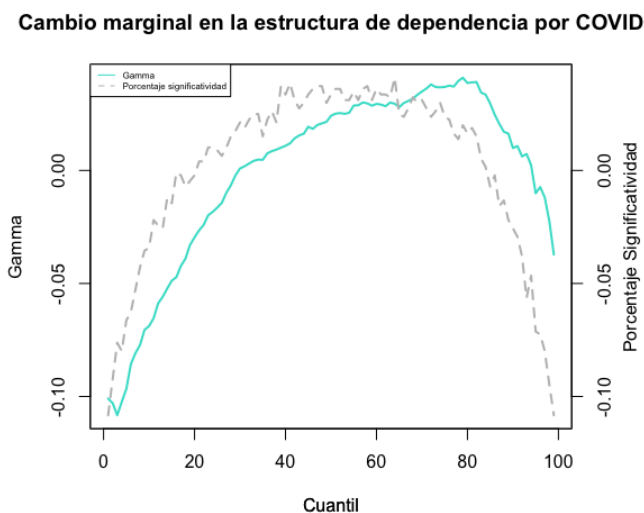


Figura 18: Promedio Gamma entre empresas ($\hat{\gamma}_\theta$)

Este gráfico nos muestra un cambio del grado de dependencia que no es constante entre cuantiles, pues el cambio es negativo en los cuantiles inferiores, pasando a un cambio positivo en los cuantiles medios.

Sin embargo, el COVID-19 también supone una disminución del grado de dependencia en el mercado alcista en comparación con una etapa de normalidad. Adicionalmente, en el gráfico podemos observar el porcentaje de significatividad de la variable que representa el cambio marginal entre las empresas pertenecientes al índice Nikkei 225. Al igual que para el resto de mercados, la significatividad es diferente en función del cuantil, siendo mayor para los cuantiles medios, reflejando esto también el diferente impacto del COVID-19 sobre la dependencia en función del cuantil considerado.

A continuación, podemos representar ambas estructuras de dependencia, en una etapa de normalidad y en la etapa marcada por el coronavirus y observar si esta ha cambiado o no significativamente.

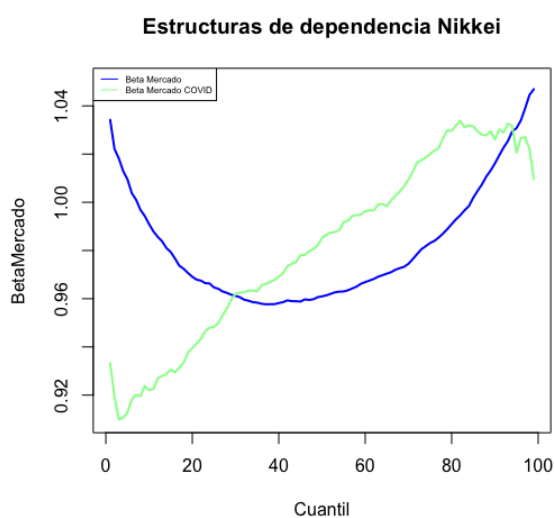


Figura 19: Estructuras de dependencia época normalidad - Covid

El cambio en la dependencia es importante, pues la forma de U-asimétrica que visualizábamos en una etapa de normalidad pasa a una estructura totalmente diferente. El grado de dependencia va aumentando desde los cuantiles inferiores a los superiores con una ligera disminución en los extremos superiores. Sin embargo, sigue siendo destacable como la mayor dependencia se encuentra en los cuantiles superiores, al igual que en la etapa de normalidad considerada. Por su parte, la dependencia en los cuantiles medios es mayor que en los cuantiles extremos inferiores, al contrario que en una etapa de normalidad. El cambio puede resultar relevante para los inversores que tendrán que tener en cuenta que en etapas de rendimientos bajos la dependencia con el mercado es menor, pudiéndose aprovechar de estas mejores condiciones en cuanto al menor riesgo.

2.3. Comparación estructuras de dependencia

A continuación, podemos representar las estructuras de dependencia de los cuatro índices considerados para poder comparar el distinto tamaño y estructura de estas, así como el cambio que se produce como

consecuencia del coronavirus.

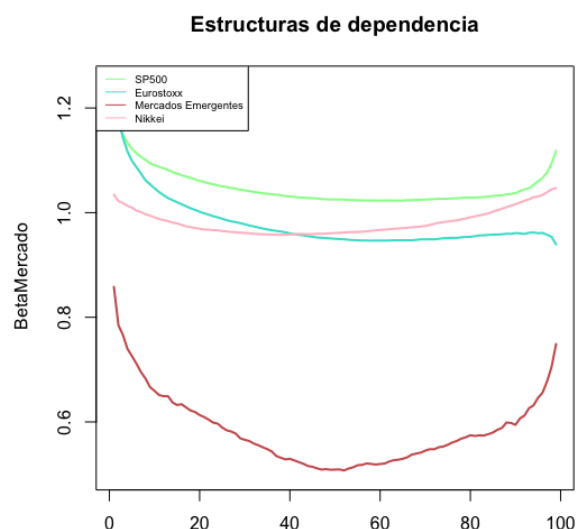


Figura 20: Promedios Beta Mercado entre empresas para cada mercado

Observamos como las acciones que más dependencia presentan con su propio mercado son las pertenecientes al índice S&P500, pues en todos los cuantiles los movimientos del mercado se trasladan más que proporcionalmente a los movimientos de los rendimientos individuales. En concreto, los coeficientes de la variable perteneciente al mercado oscilan entre $\beta_\theta = 1.06$ y $\beta_\theta = 1.2$. Por su parte, una magnitud de dependencia parecida tienen las acciones pertenecientes al Eurostoxx 600 con valores desde $\beta_\theta = 0.95$ a $\beta_\theta = 1.2$. Las acciones del índice Nikkei 225 tienen una dependencia menor que las acciones del Eurostoxx en los cuantiles inferiores y mayor en los superiores. Por último, las acciones pertenecientes a empresas de los denominados países emergentes tienen una dependencia con respecto a su mercado bastante por debajo de la que presentan las acciones de los índices S&P500, Eurostoxx y Nikkei, pues el mercado afecta menos que proporcionalmente a las rentabilidades individuales en todos los cuantiles, con valores que oscilan desde $\beta_\theta = 0.5$ a $\beta_\theta = 0.8$. Es destacable en el anterior gráfico como tanto la dependencia con el mercado de las acciones de S&P500 y de los mercados emergentes tiene forma de U-asimétrica de cola izquierda. Sin embargo, esta forma es mucho más pronunciada para el mercado de los emergentes, es decir, hay más diferencia entre la dependencia que se da en los cuantiles extremos que en los medios para este último que para las acciones pertenecientes al índice S&P500, en el que la forma no es tan pronunciada. En comparación a estos, la dependencia con el mercado de las acciones de Eurostoxx 600 decrece desde los cuantiles inferiores a los superiores, no dándose esta particular forma de U. Por su parte, la dependencia de las acciones de Nikkei tienen una dependencia en forma de U-asimétrica de cola derecha.

A continuación, representamos la variable correspondiente al cambio marginal en la dependencia como

consecuencia de la crisis del coronavirus:

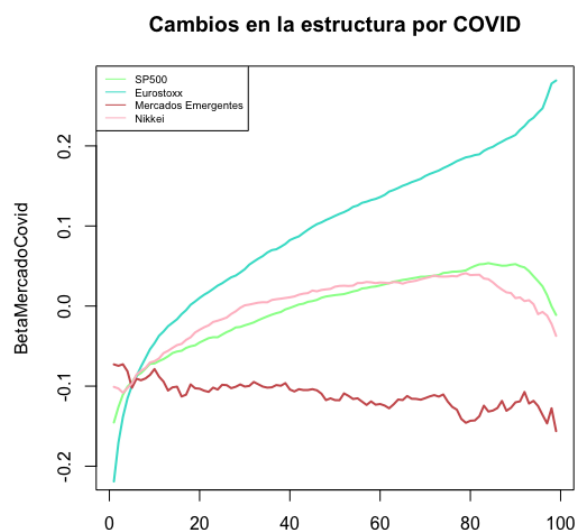


Figura 21: Cambios marginales promedio entre empresas del efecto del mercado

Observamos que todos los cambios tienen distinta forma y magnitud. Por un lado, la magnitud del cambio en valor absoluto es mayor para las acciones pertenecientes a Eurostoxx 600 en la mayoría de los cuantiles. Este cambio es negativo en los cuantiles inferiores, aumentando hasta el máximo valor en los cuantiles extremos superiores. Por otro lado, el cambio en el grado de dependencia a lo largo de todos los cuantiles para las acciones del S&P500 y Nikkei es de menor magnitud que el anterior, pero tienen forma parecida, pues crece la dependencia desde los cuantiles inferiores a los superiores a excepción de la caída que se da en los cuantiles extremos superiores, representando un cambio marginal negativo. Por último, para las empresas pertenecientes a los mercados emergentes, el cambio en el grado de dependencia en todos los cuantiles es menor y tiene una estructura más constante. Sin embargo, sí podemos observar un ligero decrecimiento desde los cuantiles inferiores a los superiores, lo que implica una mayor reducción en el grado de dependencia en los cuantiles superiores.

A continuación, podemos representar la estructura de dependencia en la etapa marcada por el coronavirus y así poder determinar si cambia la comparación con respecto a la época de normalidad representada en uno de los gráficos anteriores.

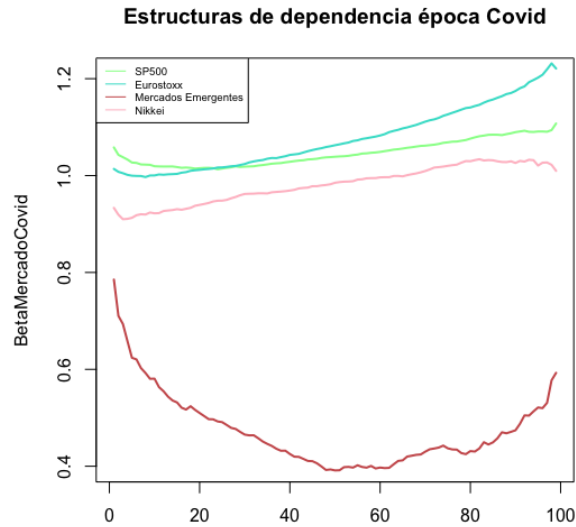


Figura 22: Estructuras de dependencia para cada mercado época Covid

Como observamos, en la época marcada por el coronavirus, la dependencia con el mercado de las empresas pertenecientes a los llamados mercados emergentes, sigue siendo menor que para el resto de los índices considerados. Sin embargo, en comparación con lo que encontrábamos en una época de normalidad, ahora el índice con mayor dependencia con el mercado en la mayoría de los cuantiles es el Eurostoxx 600 en vez del S&P500. Por debajo de la dependencia de los dos índices anteriores se encuentra la dependencia del Nikkei 225, que como consecuencia del COVID-19, ha disminuido con respecto a una época de normalidad. Tras la anterior comparación, determinamos que el COVID ha supuesto que las acciones pertenecientes al mercado europeo se relacionen más con el mercado en su conjunto que en una época de normalidad en los cuantiles superiores, pero no tanto en los inferiores, donde las acciones del S&P500 siguen teniendo mayor relación con su mercado. Para todos los mercados la situación puede resultar ahora más favorable, pues la dependencia de las acciones individuales con respecto a su mercado es menor en los cuantiles bajos, lo que provocará que durante las crisis no disminuyan los beneficios de diversificación, pues son cuando más se necesitan.

2.4. Aplicación del estudio para la construcción de carteras

El análisis de la dependencia que mantienen distintas acciones con su propio mercado y su descomposición en grado y estructura que se ha llevado a cabo a través de la regresión cuantílica, tiene una importante aplicación para la construcción de carteras. Para los inversores puede resultar interesante conocer como las acciones se relacionan con su propio mercado en distintos escenarios. En este sentido, en los apartados anteriores hemos visto distintas estructuras de dependencia calculadas a partir del promedio entre la totalidad de acciones pertenecientes a cada uno de los mercados, no representándose la estructura de

dependencia individual que presentan cada una de las acciones por separado. Sin embargo, para los inversores resultaría de interés observar la estructura de dependencia de las acciones individuales. De esta forma, se podría utilizar el estudio realizado a través de la regresión cuantílica para escoger aquellas acciones cuya estructura de dependencia con el mercado sea más favorable. Una estructura de dependencia favorable podría ser una estructura asimétrica de cola derecha, pues resulta peligroso que las acciones estén más relacionadas con su mercado en etapas bajistas, que generalmente coincidirán con condiciones económicas difíciles. Un inversor podría construir una cartera que funcione mejor que cada uno de los mercados. Así, podemos construir cuatro carteras correspondientes a cada uno de los mercados analizados escogiéndole únicamente aquellas acciones que se relacionen más que proporcionalmente con el mercado en etapas alcistas $\beta_\theta > 1$, con $\theta \in (0.9 - 0.99)$ y menos que proporcionalmente en etapas bajistas $\beta_\theta < 1$, con $\theta \in (0.01 - 0.1)$. De esta forma, la estructura de dependencia de nuestras carteras, formadas únicamente por las acciones pertenecientes a cada uno de los índices que cumplen las características anteriores, tienen la siguiente forma:

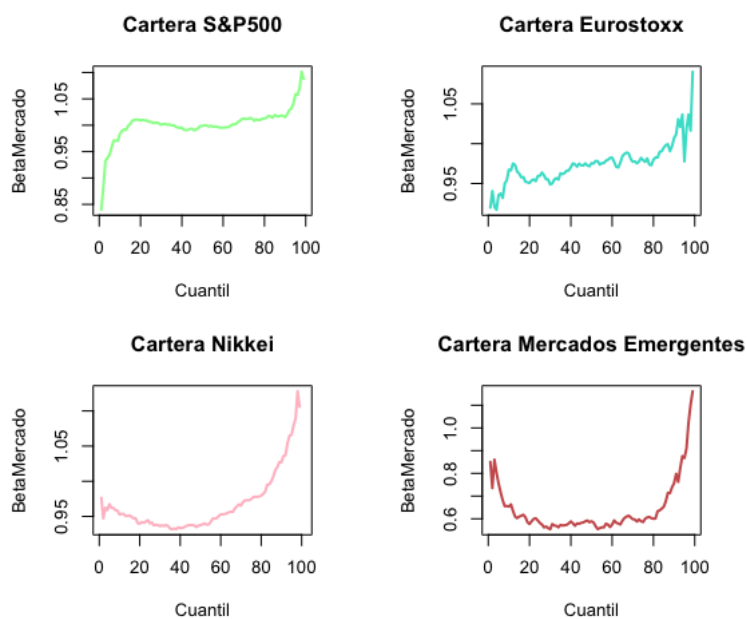


Figura 23: Estructuras de dependencia carteras seleccionadas para cada mercado

Las estructuras resultantes de la selección de las acciones en base al criterio anterior, resulta muy interesante. Estas carteras, en etapas de rendimientos muy bajos, no caerán tanto como el mercado en su conjunto, pues la dependencia, medida por la beta que acompaña a la variable mercado, es menor que uno. Además, resulta interesante y muy favorable que estas acciones sigan más que proporcionalmente al mercado en etapas en las que los rendimientos son excesivamente altos. De esta forma, un inversor que quiera centrarse en algunos de los mercados analizados, podría formar una cartera que contenga mejores

características que el mercado en su conjunto.

A continuación, en los dos apartados siguientes, procederemos a dejar a un lado el análisis de dependencia de las acciones con sus índices de mercado a través de la regresión cuantílica para continuar con dos nuevas metodologías basadas también en el estudio de la correlación a lo largo de los cuantiles y, por tanto, cuya finalidad será medir la relación no lineal entre series temporales. Esta relación no lineal es el sustento del trabajo, pues la relevancia de los resultados de la regresión cuantílica anterior se basan en que la dependencia entre las series no es lineal y por ello, cambia la relación entre estas en función del par de cuantiles considerado. Las dos metodologías posteriores tratarán de incorporar al estudio nuevos métodos para medir la correlación entre series temporales, utilizados ahora para distintas aplicaciones que nos permitan extraer otras conclusiones relevantes.

3. Metodología Cross-quantilogram

El primer enfoque adicional que utilizaremos se conoce como metodología Cross-quantilogram, cuya traducción es cuantilograma cruzado.

El enfoque del cuantilograma apareció por primera vez de la mano de Linton y Whang (2007) para medir la predictibilidad en diferentes cuantiles de la distribución de una serie temporal estacionaria. Lo aplicaron para probar que una serie temporal no tiene predictibilidad direccional. Más concretamente, su hipótesis nula era que el conjunto de información pasada de la serie temporal estacionaria y_t no mejora la predicción sobre y_t si está por encima o por debajo de determinado cuantil incondicional. Más adelante, en un estudio reciente Han et al. (2016) extendió dicho enfoque a un entorno bivalente. El resultado de dicho estudio, Cross-quantilogram, mide la dependencia entre cuantiles de dos series temporales y, por tanto, su finalidad es medir la dependencia no lineal entre series. En este sentido, si una de las series analizadas la consideramos atrasada o adelantada en k periodos, el Cross-quantilogram nos permitirá analizar la predictibilidad direccional de los cuantiles de una serie temporal hacia los cuantiles de la otra pasados k periodos.

Sean $\{(\mathbf{y}_1, \mathbf{y}_2) : t \in \mathbb{Z}\}$ dos series temporales estacionarias, con función de distribución incondicional $F_i(\cdot)$, función de densidad incondicional f_i , y la correspondiente función para calcular el cuantil incondicional $q_i(\theta_i) = \inf \{v : F_i(v) \geq \theta_i\}$ para $\theta_i \in (0.05, 0.10 \dots 0.90, 0.95)$. Para un par arbitrario de $\theta = (\theta_1, \theta_2)$, estaremos interesados en estimar la dependencia entre los eventos $\{y_{1t} \leq q_{1,t}(\theta_1)\}$ y $\{y_{2,t-k} \leq q_{2,t-k}(\theta_2)\}$ para $k = \pm 1, \pm 2, \dots$. Siendo k la variable que controla los retardos/adelantos en la predicción de una serie a otra en términos diarios. En la literatura, $\{1 [y_{it} \leq q_{i,t}(\cdot)]\}$ se conoce como proceso quantile-hit para $i = 1, 2$. Por tanto, definimos el cuantilograma cruzado como la correlación cruzada de los procesos quantile-hit:

$$\rho_{\theta}(k) = \frac{E \left[\psi_{\theta_1} (y_{1t} - q_{1,t}(\theta_1)) \psi_{\theta_2} (y_{2,t-k} - q_{2,t-k}(\theta_2)) \right]}{\sqrt{E \left[\psi_{\theta_1}^2 (y_{1t} - q_{1,t}(\theta_1)) \right]} \sqrt{E \left[\psi_{\theta_2}^2 (y_{2,t-k} - q_{2,t-k}(\theta_2)) \right]}}, k = \pm 1; \pm 2 \dots p \quad (8)$$

Donde $\psi_a(u) \equiv 1[u < 0] - a$

Esta metodología nos permite calcular distintos coeficientes de correlación para la dependencia entre dos series temporales. En concreto, establece distintas relaciones entre el conjunto de datos de ambas series temporales que exceden determinados umbrales, siendo estos los distintos cuantiles calculados. Así, si dividimos la serie en partes, según traspasen los distintos cuantiles empíricos calculados, podremos observar si la correlación entre dos series temporales es la misma en distintos puntos de la distribución.

Dado que el coeficiente de correlación presentado anteriormente no es contemporáneo, sino que calcula la dependencia entre dos series temporales, una de ellas retardada k periodos (días), podemos utilizarlo para calcular la predictibilidad de los cuantiles de una serie temporal sobre los cuantiles de la otra.

Como primera aplicación, utilizamos la versión incondicional de la metodología Cross-quantilogram para medir la predictibilidad sobre cada uno de los índices bursátiles a través de la información proporcionada por el resto de estos. En concreto, hemos calculado la predictibilidad a un día de todas las series de índices bursátiles sobre el resto.

El cuantilograma cruzado muestral aparece en la fórmula siguiente, la que hemos aplicado al conjunto de series de rendimientos de índices bursátiles. ^[2]

$$\hat{\rho}_{\theta}(k) = \frac{\sum_{t=k+1}^T \psi_{\theta_1} (y_{1t} - \hat{q}_1(\theta_1)) \psi_{\theta_2} (y_{2,t-k} - \hat{q}_2(\theta_2))}{\sqrt{\sum_{t=k+1}^T \psi_{\theta_1}^2 (y_{1t} - \hat{q}_1(\theta_1))} \sqrt{\sum_{t=k+1}^T \psi_{\theta_2}^2 (y_{2,t-k} - \hat{q}_2(\theta_2))}} \text{ Para } k = \pm 1 \quad (9)$$

Por construcción $\hat{\rho}_{\theta}(k) \in [-1, 1]$ donde $\hat{\rho}_{\theta}(k) = 0$ corresponde al caso de no predictibilidad. Por ejemplo, si consideramos y_1 como los rendimientos del S&P500 e y_2 como los rendimientos de Eurostoxx, el valor de $\hat{\rho}_{\theta}(k) = 0$ implica que si los rendimientos de Eurostoxx se encuentran por debajo (arriba) de un determinado cuantil $q_2(\theta_2)$ en $t-k$, esta información no ayudará a predecir si los rendimientos del S&P500 están por debajo (arriba) de un cuantil $q_1(\theta_1)$ en el momento t . El parámetro k controla la predictibilidad desde una serie a otra en términos de días.

El correspondiente test estadístico, utilizado por Han en su artículo de 2016, contrasta $H_0: \rho_{\theta}(1) = \dots = \rho_{\theta}(p) = 0$, frente a la hipótesis alternativa $H_1: \exists k, \rho_{\theta}(k) \neq 0, k = 1, 2, \dots, p$ donde estarían interesados en la predictibilidad direccional desde el evento $\{x_{2,t-k} \leq q_{2,t-k}(\theta_2) : k = 1, 2, \dots, p\}$ al evento $\{x_{1,t} \leq q_{1,t}(\theta_1)\}$. Para realizar este contraste, proponen el test estadístico Ljung-Box, que viene dado por:

[2] Los resultados han sido obtenidos mediante Rstudio a través de programación manual del CQ junto con el paquete 'quantilogram'. (Oka et al., 2020)

$$Q_{\theta}^*(p) = T(T+1) \sum_{k=1}^p \frac{\rho_{\theta}^{*2}(k)}{T-k} \sim X_p^2 \quad \text{bajo } H_0 \quad (10)$$

De esta forma, se rechazaría la hipótesis nula si $Q_{\theta}^*(p) > X_{1-\alpha,p}^2$ donde $1 - \alpha$ corresponde al nivel de confianza utilizado, que será de un 95 % y $X_{1-\alpha,p}^2$ es el α -cuantil de la distribución chi-cuadrado con p grados de libertad, siendo p el número de retardos. Rechazar la hipótesis nula implica la existencia de predictibilidad direccional entre ese par de cuantiles de las dos series analizadas. No obstante, dado el excesivo número de parámetros bajo la hipótesis nula de no existencia de capacidad predictiva, sugieren utilizar el Bootstrap Estacionario de Politis, Romano y Wolf (1999) para estimar el estadístico y sus bandas de confianza. Este es un Bootstrap con reemplazamiento en bloque cuya particularidad radica en tener en cuenta la dependencia existente en los datos y, a diferencia de los Bootstrap de bloque habituales, la pseudo muestra se construye en base a una secuencia de bloques cuya longitud es aleatoria y sigue una distribución geométrica. ^[3]

No obstante, en el presente trabajo, únicamente nos centramos en analizar el Cross-quantilogram entre los índices bursátiles a un día, es decir, para cada par de cuantiles contrastamos $H_0 : \rho_{\theta}(1) = 0$ frente a $H_1 : \rho_{\theta}(1) \neq 0$.

Esta metodología se ha utilizado en varios estudios de diversa índole. Por un lado, Han et al. (2016) lo utilizaron para medir el riesgo sistémico a través de aplicar el correlograma cruzado a la dependencia en las colas entre las series de rendimientos de las acciones de una institución financiera individual y el sistema financiero en su conjunto. Por su parte, dos posteriores artículos han utilizado dicha metodología para observar la interdependencia entre dos series a lo largo de los cuantiles, pues no solo ayuda a identificar el signo de la relación, sino que también demuestra como la correlación varía a través de los distintos escenarios del mercado. Baumohl y Lyócsa (2017) lo pusieron en práctica para observar si la dependencia a lo largo de los cuantiles resultaría útil al determinar si un activo puede considerarse o no activo refugio, pues si se observa interdependencia entre los rendimientos de las acciones que conforman tu cartera y cierto activo en una etapa de mercado bajista, podemos considerar este como activo refugio y añadirlo a nuestra cartera con el fin de que en periodos de crisis compense los rendimientos negativos de la cartera en su conjunto.

Los resultados de estos coeficientes los mostramos a continuación en forma de heat maps. Veremos, por tanto, el efecto que tienen los rendimientos de cada uno de los índices en cada punto de la distribución del resto. (Naeem et al., 2021)

[3] Para mayor detalle véase Politis y White (2004) y Patton, Politis y White (2009)

3.1. Resultados predictibilidad entre índices

A continuación, presentamos los resultados del Cross-quantilogram entre los índices considerados a lo largo de los cuantiles. En el eje X siempre aparecen los 19 cuantiles (0.05-0.95) de la variable retardada, es decir, de la variable que veremos si es capaz de influenciar, pasado un día, los movimientos de la variable que aparece en el eje Y.

Presentamos los resultados del efecto a un día de cada uno de los índices sobre el resto, pues en los mercados financieros, la información suele incorporarse a precios y rendimientos en el muy corto plazo. Cabe destacar que los coeficientes proporcionados por dicha metodología no estadísticamente significativos, contrastado esto mediante el test estadístico anterior, se han considerado como cero en los siguientes heat maps.

En concreto, disponemos de un total de 361 coeficientes de correlación (19x19) por cada par de series analizadas a continuación.

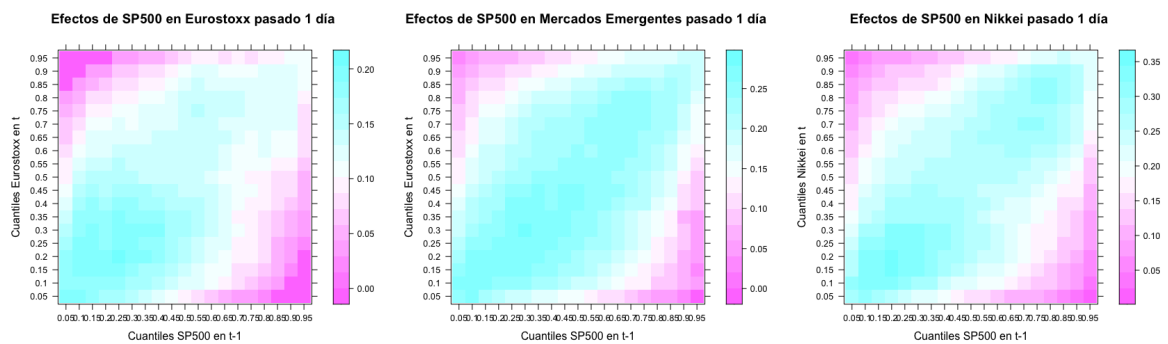


Figura 24: Efectos de S&P500 en los distintos índices a 1 día

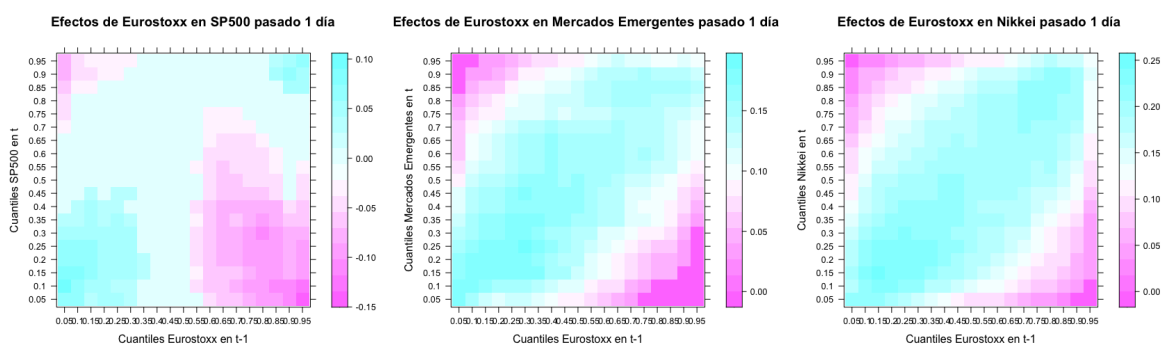


Figura 25: Efectos de Eurostoxx en los distintos índices a 1 día

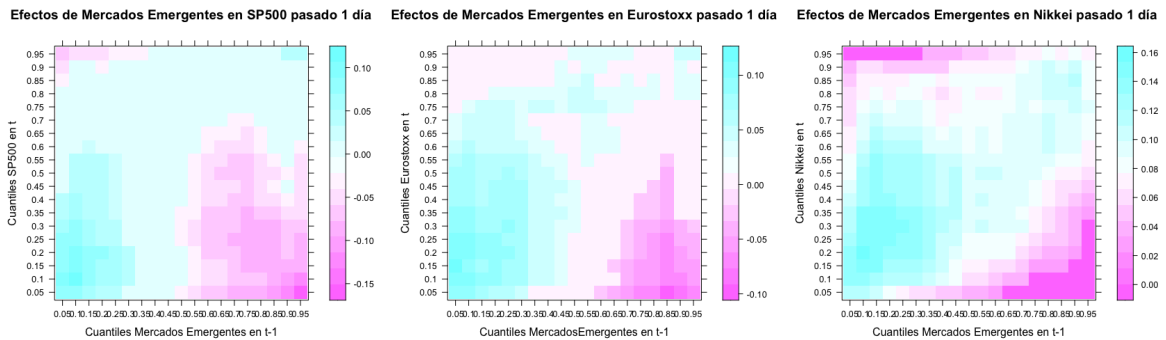


Figura 26: Efectos de Mercados emergentes en los distintos índices a 1 día

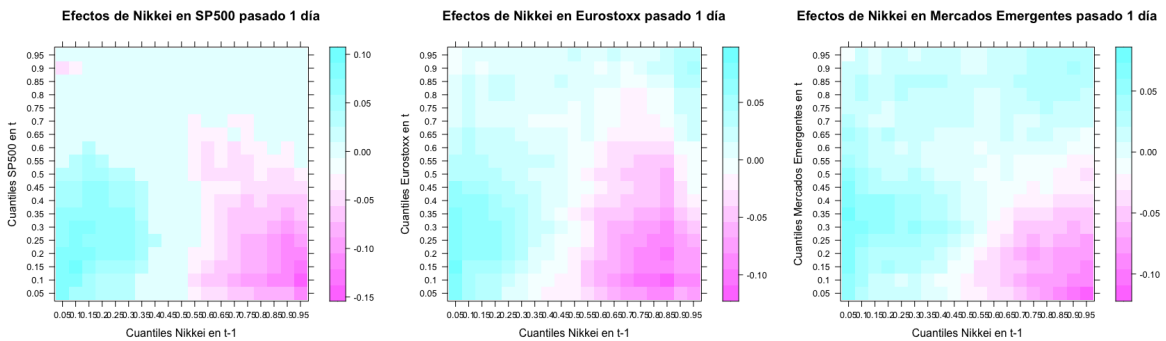


Figura 27: Efectos de Nikkei en los distintos índices a 1 día

En los anteriores correlogramas, podemos ver como afecta de forma asimétrica cada uno de los índices a toda la distribución del resto. Así, dada la distinta correlación que se observa entre cada par de cuantiles, vemos la importancia de descomponer en cuantiles la correlación entre dos series de rendimientos, pues si bien observamos para la mayoría de ellos que los rendimientos extremos negativos son seguidos por rendimientos también muy negativos del resto de los índices, el efecto suele ser insignificante o negativo desde los cuantiles inferiores a los superiores o viceversa, mostrando como los efectos de los rendimientos de cada uno de los índices sobre el resto pueden diferir en función de las condiciones de mercado en las que nos encontremos. Estos resultados pueden parecer contradictorios, pero realmente están mostrando que la dependencia cuantílica desde unos mercados a otros tiene una naturaleza cambiante; hay momentos en los que los rendimientos extremos negativos van seguidos de rendimientos extremos positivos en el resto de mercados y momentos en los que los rendimientos negativos se trasladan igualmente al resto de los mercados. En general, para todas las relaciones analizadas observamos una correlación positiva entre los rendimientos en el mercado bajista y alcista. Es decir, los rendimientos de cada uno de los índices siguen la misma tendencia que el resto cuando las condiciones del mercado son extremas. Estos resultados pueden ser válidos para inversores, pues estos deberían ser conscientes de la estructura de dependencia asimétrica que mantienen los rendimientos de las acciones pertenecientes a los distintos

índices considerados. Si, por ejemplo, quisieran formar una cartera formada por acciones de distintos mercados que mantenga los beneficios de diversificación en todos los escenarios posibles, no bastaría con un análisis de dependencia lineal.

No obstante, los anteriores correlogramas únicamente representan la dependencia a un día, es decir como afectan los rendimientos de cada uno de los índices a los rendimientos del resto en un día. Como sabemos, esta correlación podría diferir si tenemos en cuenta la dependencia a más días. Para esto, nos hemos centrado únicamente en la correlación entre los cuantiles extremos, lo que coincide con las esquinas de los anteriores heat maps, pero ahora para distintos retardos. Así, representamos a continuación un correlograma para cada correlación a distintos días ($k = 1, \dots, 20$) entre los cuantiles extremos. En estos, la correlación correspondiente al primer retardo coincide con los extremos de los heat maps analizados anteriormente. En concreto, nos centramos únicamente en analizar la correlación a lo largo de los cuantiles entre Eurostoxx y S&P500 en los dos sentidos. Estos resultados aparecen a continuación:

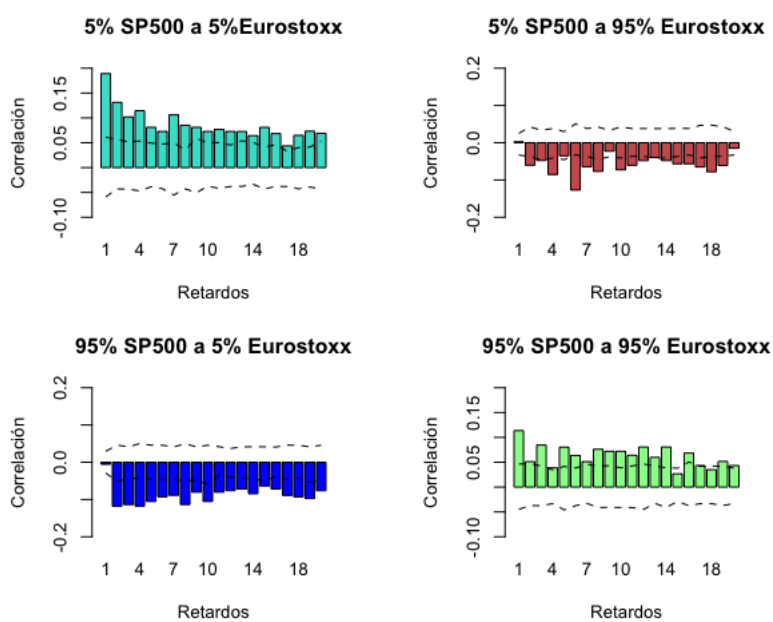


Figura 28: Efectos de S&P500 sobre Eurostoxx

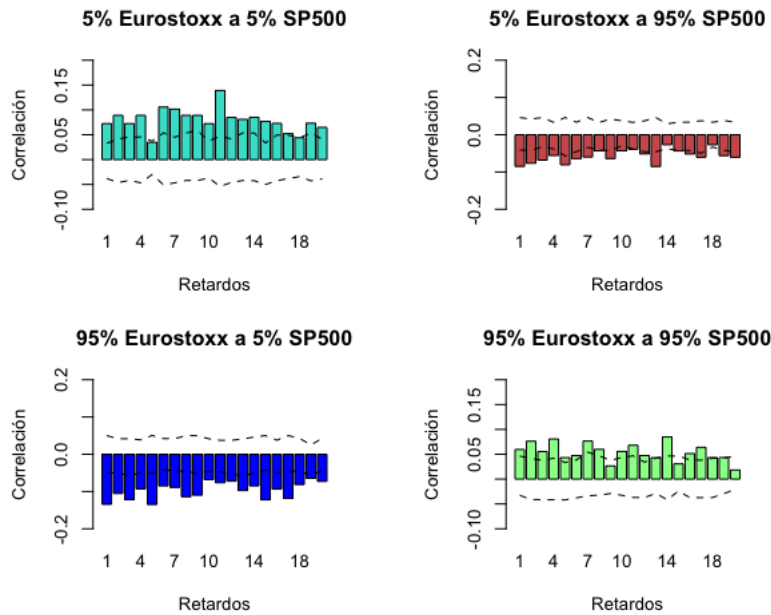


Figura 29: Efectos de Eurostoxx sobre S&P500

En primer lugar, destacamos de los anteriores gráficos como en general el índice S&P500 influye más sobre el Eurostoxx en todos los puntos de la distribución que viceversa. Además, es destacable el mayor efecto de S&P500 sobre Eurostoxx 600 a un día en las mismas condiciones de mercado, comparado con el efecto a más días. Sin embargo, para el resto de correlaciones analizadas resulta también relevante el efecto a más días, aunque como se puede observar, el efecto de Eurostoxx en los rendimientos del S&P500 es de pequeña magnitud en comparación con el anterior. De esta forma, hemos podido comprobar que podría resultar interesante realizar un análisis del Cross-quantilogram a más días y analizar así la predictibilidad no solo a un día.^[4] En el Anexo 2 se puede encontrar el resultado del test Ljung-Box aplicado para la totalidad de coeficientes de correlación calculados para cada relación observada anteriormente. La mayoría de coeficientes calculados mediante la metodología Cross-quantilogram son estadísticamente significativos, a excepción de la predictibilidad a un día del S&P500 sobre el Eurostoxx en los cuantiles inferiores de ambos.

3.2. Resultados riesgo sistémico en las empresas del sector financiero

Desde la crisis financiera de 2008 se ha demostrado ampliamente que los fallos generalizados de las instituciones financieras individuales pueden suponer una externalidad importante para el resto del mercado financiero, así como para la economía en su conjunto. El grado de interconexión entre las instituciones y el conjunto del sistema en momentos de dificultad, desempeña un reto importante para todos los medidores de riesgo basados en la cola, pues resulta de gran utilidad su uso como medidas de riesgo sistémico.

[4] Este análisis se ha realizado para todas las combinaciones de índices mostradas anteriormente, incluyéndose únicamente los resultados a un día por no encontrar demasiada relevancia adicional en los resultados.

Como podemos observar, el efecto a un día de las acciones financieras sobre el mercado es diferente en función del par de cuantiles considerado, lo que favorece la idea de utilizar una medida no lineal para el cálculo del riesgo sistémico. Por un lado, los coeficientes del CQ para el par de cuantiles $(\theta_{SP} = 0.05, \theta_{Fin} = 0.05)$ y $(\theta_{SP} = 0.95, \theta_{Fin} = 0.95)$ son similares, aunque en general son algo mayores para la cola inferior. Sin embargo, estas correlaciones son negativas para los cuantiles cruzados y cercanas a cero para los cuantiles correspondientes a la mediana. Tras estos resultados, por tanto, podemos justificar que es mayor la relación de las acciones del sector financiero con el mercado en etapas de rendimientos extremos que en momentos en los que el mercado se encuentra más calmado.

Puede resultar relevante para complementar el análisis de riesgo sistémico, calcular el Cross-quantilogram sobre la predictibilidad a más días, pues posiblemente el efecto sea también significativo para poder considerar cuál es la contribución al riesgo sistémico de cada una de las instituciones financieras. Para ello, extrapolamos el análisis al cálculo del CQ entre un conjunto de instituciones y el mercado para $k = 1, \dots, 20$. Para este estudio, escogemos cuatro instituciones financieras: JP Morgan, Goldman Sachs, Bank of America y Morgan Stanley. A continuación, observaremos cuál es el efecto de estas sobre el mercado de S&P500 a distintos días.

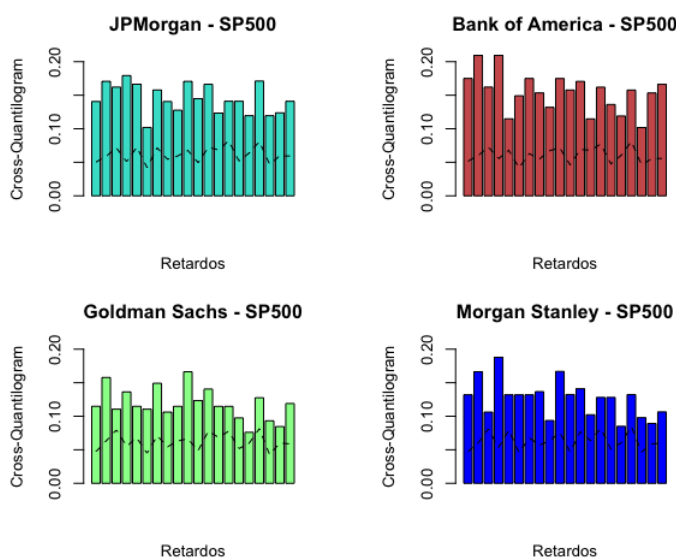


Figura 31: Efectos de las acciones individuales a un día sobre el índice S&P500

Como observamos, el efecto de estas instituciones financieras sobre el mercado estadounidense sigue siendo significativo hasta 20 días, pues los rendimientos extremos negativos de estas, están correlacionados positivamente con los rendimientos extremos negativos del mercado pasados k días. Este resultado es relevante para determinar como repercute cada una de ellas en el mercado en su conjunto, siendo el efecto en el mercado parecido para las cuatro acciones analizadas.

4. Metodología Extreme Downside Correlation (EDC)

La metodología EDC, cuya traducción podría ser correlación entre caídas extremas, fue propuesta por Ahelegbey et al. (2021). Es una técnica basada en un coeficiente de correlación que mide la relación marginal entre un par de variables continuas centrándose en la cola de sus distribuciones y, por tanto, está relacionada con medir la correlación en distintos puntos de la distribución y no solo en media como mide, por ejemplo, el coeficiente de correlación de Pearson. En concreto, es una medida que calcula el coeficiente de correlación para la cola inferior de las distribuciones de un par de series temporales. La motivación que inició esta metodología es la importancia del riesgo en la toma de decisiones de inversión, unido al consenso existente de que la relación entre los rendimientos de los activos varía y depende de las condiciones de mercado, lo que además ha quedado demostrado con los resultados obtenidos mediante las metodologías utilizadas anteriormente.

Sea $X_{i,t}$ los rendimientos del activo i en el momento t y sea μ_i la media histórica del activo i , EDC mide la correlación en la cola entre los activos i y j y viene dado por:

$$EDC_{\theta,ij} = \frac{\sum_{t=1}^T [(X_{i,t} - \mu_i)_\theta (X_{j,t} - \mu_j)_\theta]}{\left[\sum_{t=1}^T (X_{i,t} - \mu_i)_\theta^2\right]^{1/2} \left[\sum_{t=1}^T (X_{j,t} - \mu_j)_\theta^2\right]^{1/2}} \quad (11)$$

$$\text{Donde } (X_{it} - \mu_i)_{0.05} = \begin{cases} (X_{i,t} - \mu_i), & \text{if } X_{i,t} < X_{0.05,i} = F_X^{-1}(0.05) \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (12)$$

Como su propio nombre indica, es una correlación entre las caídas de los rendimientos, es decir, su definición es aplicable a medir la correlación entre las colas inferiores de dos series de rendimientos. Sin embargo, y dado el estudio realizado anteriormente, extenderemos esta metodología también para calcular la correlación contemporánea entre las colas superiores de dos series de rendimientos, cuya definición podría ser correlación entre subidas extremas. De esta forma, podemos comparar los resultados de las distintas correlaciones entre las colas. Para el cálculo del coeficiente de correlación entre las colas superiores, en la expresión [11] ahora definimos:

$$(X_{it} - \mu_i)_{0.95} = \begin{cases} (X_{i,t} - \mu_i), & \text{if } X_{i,t} > X_{0.95,i} = F_X^{-1}(0.95) \\ 0, & \text{En otro caso} \end{cases} \quad (13)$$

La cola de la distribución de una serie de rentabilidad corresponde técnicamente a ganancias extremadamente bajas (cola izquierda) o rendimientos muy altos (cola derecha). Por un lado, nos centramos en la cola izquierda para estudiar el movimiento conjunto en los rendimientos de los activos durante las épocas de estrés. Siguiendo la práctica habitual, utilizamos el nivel $\theta = 0.05$, que corresponde a un nivel

de confianza del 95 % en nuestra aplicación empírica. Por otro lado, observaremos también si en épocas de rendimientos excesivamente altos, la correlación es mayor o menor que en épocas de normalidad o de rendimientos muy negativos.

A continuación, presentamos en forma de tabla los coeficientes obtenidos para cada par de índices considerados y para cada cola analizada:

Tabla 10: Resultados EDC, $\theta = 0.05$

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.5522	0.4450	0.2232
Eurostoxx	0.5522	-	0.6183	0.3423
MercEmerg	0.4450	0.6183	-	0.4484
Nikkei	0.2232	0.3423	0.4484	-

Nota: Correlación cola inferior. La matriz es simétrica porque se está calculando un coeficiente de correlación contemporáneo.

Tabla 11: Resultados EDC, $\theta = 0.95$

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.5574	0.4508	0.2102
Eurostoxx	0.5574	-	0.6365	0.3269
MercEmerg	0.4508	0.6365	-	0.5275
Nikkei	0.2102	0.3269	0.5275	-

Nota: Correlación cola superior. La matriz es simétrica porque se está calculando un coeficiente de correlación contemporáneo.

Tabla 12: Resultados EDC, $\theta = 0.05$ $\theta = 0.95$

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	-0.0079	-0.0072	-0.0400
Eurostoxx	-0.0316	-	-0.0026	-0.0200
MercEmerg	-0.0486	-0.0135	-	-0.0028
Nikkei	-0.1300	-0.0389	-0.0091	-

Nota: Los resultados por debajo de la diagonal principal corresponden a la correlación entre el cuantil 0.05 de las filas de rendimientos y el cuantil 0.95 de las columnas. Los resultados por arriba de la diagonal principal corresponden a la correlación entre el cuantil 0.95 de las filas de rendimientos y el cuantil 0.05 de las columnas.

En general, podemos observar como no difiere en gran medida la correlación entre las colas inferiores y superiores de los distintos índices, pues las series que presentan una mayor correlación en la cola izquierda, también presentan elevada correlación en la cola derecha. El anterior análisis puede ser crucial para formar una cartera diversificada que no pierda los beneficios de diversificación en periodos de estrés. Así, los resultados anteriores nos encaminarían a construir una cartera formada por distintas acciones del S&P500 y Nikkei, pues la correlación es baja en la cola inferior, por lo que cuando nos encontremos en una etapa de rendimientos bajos en ambos mercados, nos beneficiará más que esté compuesta por acciones que no estén tan correlacionadas en escenarios de crisis. La última tabla considerada, muestra la correlación entre mercados cuando uno de ellos está en una etapa bajista y el otro en una alcista. Este resultado también es interesante analizarlo porque al ser distintos mercados pueden encontrarse ambos en periodos de rendimientos muy dispares. En este caso, es interesante observar las capacidades de diversificación de los mercados entre sí cuando uno de ellos está en una etapa bajista y el resto alcista. Así, ante una situación de crisis que afecte fundamentalmente a un solo mercado, podremos utilizar las acciones del resto para incluirlas en nuestra cartera compensando los rendimientos negativos extremos obtenidos en uno los índices.

A continuación, repetimos el mismo análisis pero separado para tres periodos muestrales, el periodo protagonizado por la crisis financiera de 2008, 01/07/2007 - 31/12/2008, el periodo considerado de normalidad, desde el 01/01/2010 hasta el 31/12/2019 y el periodo del coronavirus, 13/03/2021 - 19/03/2021.

4.1. EDC para el periodo crisis 2008, periodo de tranquilidad y periodo COVID-19

Como hemos comprobado anteriormente, tanto por el método de Cross-quantilogram como mediante la metodología EDC, la naturaleza de las relaciones entre índices bursátiles es cambiante, siendo en general positiva entre los mismos cuantiles y negativa desde los cuantiles inferiores a superiores y viceversa. Dados estos distintos resultados, podemos comprobar si estas diferencias en la relación se deben a los cambios que se suelen dar en las relaciones bursátiles en los periodos de crisis. Esto lo comprobaremos calculando los mismos coeficientes de correlación centrados en las colas que utilizábamos anteriormente (EDC), pero ahora para tres periodos distintos: crisis financiera de 2008, normalidad y crisis del coronavirus. Además de comprobar lo anterior, podremos observar si hay un aumento de la correlación en las colas de la distribución en los dos periodos de crisis analizados en comparación con el periodo de normalidad.

4.1.1. EDC para la cola inferior

Tabla 13: Resultados EDC crisis financiera 2008

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.5434	0.4960	0.2089
Eurostoxx	0.5434	-	0.8452	0.5687
MercEmerg	0.4960	0.8452	-	0.6262
Nikkei	0.2089	0.5687	0.6262	-

Nota: Correlación entre los índices en la cola inferior durante la crisis de 2008

Tabla 14: Resultados EDC periodo normalidad

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.5988	0.5426	0.2622
Eurostoxx	0.5988	-	0.5898	0.2875
MercEmerg	0.5426	0.5898	-	0.3687
Nikkei	0.2622	0.2875	0.3687	-

Nota: Correlación entre los índices en la cola inferior periodo normalidad

Tabla 15: Resultados EDC periodo Covid

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.8032	0.7362	0.4595
Eurostoxx	0.8032	-	0.7079	0.4075
MercEmerg	0.7362	0.7079	-	0.3898
Nikkei	0.4595	0.4075	0.3898	-

Nota: Correlación entre los índices en la cola inferior durante el Covid

Cabe destacar en las anteriores tablas como ambas crisis han supuesto un aumento de la correlación en la cola inferior para la mayoría de pares de índices. En concreto, durante la crisis del 2008 es destacable la mayor correlación entre Mercados Emergentes y Eurostoxx y entre Mercados Emergentes y Nikkei. No obstante, la crisis financiera de 2008 no supuso un aumento de la correlación en la cola inferior tan destacable como el aumento como consecuencia de la crisis del COVID-19. Este aumento es considerable

para la totalidad de pares de índices analizados, siendo el cambio más importante el que se observa para la correlación entre S&P500 y el resto de índices.

4.1.2. EDC para la cola superior

Tabla 16: Resultados EDC crisis financiera 2008

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.2356	0.3642	0.2688
Eurostoxx	0.2356	-	0.5565	0.4655
MercEmerg	0.3642	0.5565	-	0.7535
Nikkei	0.2688	0.4655	0.7535	-

Nota: Correlación entre índices en la cola superior durante la crisis 2008

Tabla 17: Resultados EDC periodo normalidad

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.4877	0.3689	0.1725
Eurostoxx	0.4877	-	0.5227	0.1980
MercEmerg	0.3689	0.5227	-	0.3056
Nikkei	0.1725	0.1980	0.3056	-

Nota: Correlación entre índices en la cola superior durante una época de normalidad

Tabla 18: Resultados EDC periodo Covid

	S&P500	Eurostoxx	MercEmerg	Nikkei
S&P500	-	0.5901	0.3580	0.4028
Eurostoxx	0.5901	-	0.5947	0.6060
MercEmerg	0.3580	0.5947	-	0.6196
Nikkei	0.4028	0.6060	0.6196	-

Nota: Correlación entre índices en la cola superior durante el Covid

En las anteriores tablas observamos como el movimiento conjunto en la cola superior también es diferente en función el periodo considerado. Por una parte, no se observa que la crisis del 2008 haya supuesto un

aumento homogéneo de la relación en los rendimientos excesivamente altos, pues para algunos pares de índices se da un aumento de la correlación (Nikkei con respecto al resto), pero el efecto es el contrario para otras correlaciones. Sin embargo, el coronavirus sí que parece haber aumentado la correlación de los rendimientos en la cola superior para todas las relaciones, a excepción del par Nikkei y Mercados Emergentes. Dados los resultados en las dos colas, afirmamos que la crisis del coronavirus ha supuesto, en general, un mayor aumento de la correlación entre los distintos mercados en condiciones de mercado extremas, que el cambio que se ha dado como consecuencia de la crisis financiera del 2008. Estas diferencias entre las correlaciones en distintas etapas, podrían ser la explicación de la naturaleza cambiante de las relaciones entre cuantiles al considerar la muestra completa, confirmando el necesario análisis de los coeficientes de correlación en distintos cuantiles, esto es, en distintos escenarios del mercado.

5. Conclusiones

En el presente trabajo se ha estudiado, en primer lugar, la dependencia que mantienen determinadas acciones con su propio mercado, haciendo uso de la técnica de regresión cuantílica, pues permite hacer una descomposición de la dependencia en grado y estructura. Principalmente, esta metodología es útil para encontrar estructuras de dependencia asimétricas que ayuden a reforzar la teoría de que las acciones no mantienen una relación lineal con el mercado. En concreto, se ha aplicado este estudio a los mercados bursátiles estadounidense, europeo, japonés, así como al mercado compuesto por aquellos países considerados emergentes. Para tres de los índices bursátiles considerados (S&P500, Mercados Emergentes y Nikkei 225), la estructura de dependencia a lo largo de los cuantiles presenta forma de U-asimétrica, de cola izquierda para los dos primeros y de cola derecha para el mercado japonés. Este resultado es interesante, pues no tiene la misma interpretación ni relevancia una mayor relación con el mercado en épocas alcistas o de tranquilidad que en el mercado bajista. A efectos de la diversificación, podría resultar peligroso que las acciones se relacionen con su mercado en mayor medida cuando el mercado presenta en su conjunto rendimientos negativos, pues entonces en periodos de crisis la diversificación pierde potencial cuando resulta más necesaria. Para el S&P500 y Mercados Emergentes, a pesar de que la mayor dependencia se encuentra en los cuantiles más bajos, también se observa una dependencia elevada en los cuantiles superiores de la distribución, demostrando entonces que las acciones pertenecientes a dichos índices se relacionan más con su mercado en épocas alcistas y bajistas en comparación con situaciones en las que los rendimientos no son tan extremos. Esta metodología se ha aplicado para la elección de aquellas acciones con buenas propiedades en términos de estructura de dependencia, obteniendo así una cartera que se relaciona menos que proporcionalmente con el mercado en etapas bajistas y se relaciona más que proporcionalmente en etapas alcistas, lo que resulta muy favorable para los inversores interesados en determinados mercados. Además, la relevancia de los resultados radica en demostrar la necesidad

de elaborar un análisis de dependencia como el realizado, separando grado y estructura, para tomar conciencia de los diferentes resultados en función de los cuantiles considerados.

Dada la importancia demostrada del análisis anterior, el resto de trabajo se basa en utilizar dos metodologías adicionales, también basadas en el estudio de una distinta correlación entre dos series temporales alrededor de los diferentes cuantiles. No obstante, principalmente aplicamos esta metodología a la correlación entre los cuatro índices bursátiles considerados. Por un lado, mediante la metodología Cross-quantilogram se estudia el grado de predictibilidad de los rendimientos de índices bursátiles sobre el resto en distintos puntos de la distribución, comprobando el diferente impacto que la evolución de un índice tiene sobre el resto en función de las condiciones que el mercado esté atravesando. Estos resultados son muy interesantes, pues dada la dependencia asimétrica encontrada entre cada par de índices, no basta con conocer el signo de los rendimientos de un índice para saber la respuesta del resto, pues la naturaleza de las relaciones es cambiante. Además, una aplicación importante es el uso del Cross-quantilogram como medida de riesgo sistémico, pues nos ha permitido analizar la influencia de los rendimientos extremos negativos de las instituciones financieras en el mercado, demostrando la mayor correlación en las colas inferiores que en el resto de la distribución.

Por último, terminamos profundizando el análisis a través del denominado Extreme Downside Correlation (EDC). Esta metodología propone un coeficiente de correlación centrado en las colas inferiores de la distribución, metodología que hemos ampliado a la cola superior para efectuar una comparación entre los distintos coeficientes de correlación. Los resultados ofrecen una visión de la diferente correlación en las colas, ampliando el análisis al cálculo de dichos coeficientes en distintas etapas, comprobando así el aumento general de la correlación en las colas durante la crisis del 2008 y la crisis del coronavirus.

Dados los resultados obtenidos mediante las aplicaciones empíricas de las tres metodologías utilizadas, hemos determinado la relevancia de considerar medidas de correlación no lineal entre las series temporales de rentabilidades, pues para todas las utilizadas, se ha demostrado la diferente dependencia en función de los cuantiles considerados, es decir, las correlaciones obtenidas son significativamente diferentes en función de las condiciones del mercado. De esta manera, se ha mostrado la importancia de realizar un análisis de dependencia no sólo en media, sino teniendo en cuenta los distintos cuantiles para, por ejemplo, medir el riesgo asociado a la disminución de los beneficios de diversificación en etapas de crisis, como para cualquier decisión de construcción de carteras, así como para su uso como medida de riesgo sistémico.

Referencias

- Ahelegbey et al. (2021). “Tail risk measurement in crypto-asset markets”. En: *International Review of Financial Analysis* 73, pág. 101604.
- Azimli, Asil (2020). “The impact of COVID-19 on the degree of dependence and structure of risk-return relationship: A quantile regression approach”. En: *Finance Research Letters* 36, pág. 101648.
- Baumohl, Eduard y Stefan Lyócsa (2017). “Directional predictability from stock market sector indices to gold: A cross-quantilogram analysis”. En: *Finance Research Letters* 23, págs. 152-164.
- Baur, Dirk G (2013). “The structure and degree of dependence: A quantile regression approach”. En: *Journal of Banking & Finance* 37(3), págs. 786-798.
- Han, Heejoon et al. (2016). “The cross-quantilogram: Measuring quantile dependence and testing directional predictability between time series”. En: *Journal of Econometrics* 193(1), págs. 251-270.
- Koenker, Roger y Gilbert Bassett Jr (1978). “Regression quantiles”. En: *Econometrica: journal of the Econometric Society*, págs. 33-50.
- Koenker, Roger, Stephen Portnoy et al. (2018). “Package ‘quantreg’”. En: *Cran R-project. org*.
- León, Ángel y Trino-Manuel Ñíguez (2020). “Modeling asset returns under time-varying semi-nonparametric distributions”. En: *Journal of Banking & Finance* 118, pág. 105870.
- Linton, Oliver y Yoon-Jae Whang (2007). “The quantilogram: With an application to evaluating directional predictability”. En: *Journal of Econometrics* 141(1), págs. 250-282.
- Muzikářová, Ivana (2015). “Measuring systemic risk in time-frequency domain”. En: *Univerzita Karlova, Fakulta sociálních věd*.
- Naeem, Muhammad Abubakr et al. (2021). “Asymmetric relationship between green bonds and commodities: Evidence from extreme quantile approach”. En: *Finance Research Letters*, pág. 101983.
- Oka, Tatsushi et al. (2020). “Package ‘quantilogram’”. En:
- Patton, Andrew, Dimitris N Politis y Halbert White (2009). “Correction to “Automatic block-length selection for the dependent bootstrap” by D. Politis and H. White”. En: *Econometric Reviews* 28(4), págs. 372-375.
- Politis, Dimitris N, Joseph P Romano y Michael Wolf (1999). “Subsampling”. En: *Springer Science & Business Media*.
- Politis, Dimitris N y Halbert White (2004). “Automatic block-length selection for the dependent bootstrap”. En: *Econometric reviews* 23(1), págs. 53-70.

Anexos

A.1. Modelo Covid - Crisis 2008

Se ha utilizado una muestra diferente, más amplia, para poder considerar también el cambio en la estructura de dependencia que se dio como consecuencia de la crisis de 2008. En concreto, la muestra utilizada contiene datos desde el día 03/01/2000 hasta el 19/03/2021. No obstante, al escoger una muestra tan alejada en el tiempo, muchas de las acciones que considerábamos anteriormente, no cotizaban en el año 2000. Es por ello que para este análisis las empresas utilizadas son menos que las que hemos utilizado para el resto del trabajo.

Para este modelo se ha utilizado un total de 382 series de rendimientos, coincidentes con las empresas que pertenecían al índice S&P500 desde inicios del año 2000. La muestra es de tamaño 5337 para cada una de las acciones consideradas.

Para obtener el grado y la estructura de dependencia calculamos para cada serie de rentabilidades diarias (r_i) los cuantiles θ condicionales desde el cuantil 1 al 99 % mediante la regresión cuantílica siguiente :

$$q_{\theta}(r_{i,t}|r_{i,t-1}) = \beta_{i,\theta}r_{SP500} + \gamma_{i,\theta}r_{SP500,t}D_{2020} + \alpha_{i,\theta}r_{SP500,t}D_{2008} + \beta_{i,2}r_{t-1} + \beta_{i,3}r_{t-1}q_{i,95} \quad (14)$$

En ella, regresamos cada una de las rentabilidades pertenecientes al índice S&P500 con respecto a las mismas variables explicativas que en el modelo [4] e intentamos analizar además como cambia la relación entre cada rentabilidad con el mercado durante la crisis financiera de 2008. Para ello, añadimos la rentabilidad del mercado multiplicada por una dummy que toma el valor uno desde el día uno de agosto de 2007 hasta el 31 de diciembre de 2008 y cero en caso contrario, recogiendo esta el efecto de la crisis del 2008.

Representamos a continuación la estructura de dependencia de las rentabilidades del S&P500 con respecto al mercado en una época de normalidad, obtenida con los datos de esta nueva muestra más amplia.

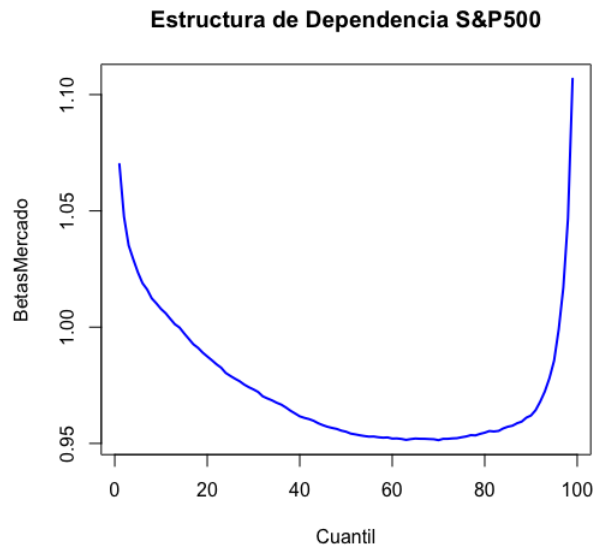


Figura 32: Promedio Beta Mercado entre empresas ($\hat{\beta}_\theta$)

Podemos observar como la estructura de dependencia tiene forma de U-Asimétrica de cola derecha. El grado de dependencia es mayor en las colas de la distribución que en los cuantiles medios, siendo algo mayor en los cuantiles superiores que inferiores. La estructura es algo diferente a la que observábamos para la muestra considerada para el resto de trabajo, en la que únicamente considerábamos datos desde el inicio del año 2009, pues aunque se mantiene la forma de U, observábamos asimetría de cola izquierda. Este cambio puede deberse a esta diferencia entre muestras, ya que en esta última analizada tenemos en cuenta nueve años adicionales que han podido ser determinantes en el cambio hacia una estructura de dependencia con el mercado asimétrica de cola derecha.

Contrastamos si el inicio del coronavirus ha supuesto un cambio significativo en el grado de dependencia de cada rentabilidad con respecto al mercado, además de contrastar esto mismo para el inicio de la crisis del 2008. Para ello, contrastamos si el promedio alrededor de los cuantiles de ambas dummies por el mercado es significativo para cada una de las series de rentabilidades. Es decir, contrastamos la hipótesis 1 ahora también para la dummy correspondiente a la crisis de 2008 $H_0 : \bar{\alpha}_i = 0$, que llamaremos hipótesis 2. Los resultados de dicho contraste muestran un total de 358 empresas para las que el COVID-19 ha supuesto un cambio en el grado de dependencia que mantenían con respecto al índice de mercado, lo que supone un 94.7% del total. Por su parte, realizamos el contraste de si la crisis de 2008 ha supuesto un cambio en el grado de dependencia y encontramos un total de 363 empresas para las que así ha sido, lo que supone un 96%.

Podemos observar gráficamente si además ha habido un cambio en la estructura de dependencia a través de la representación del promedio entre empresas para cada cuantil de los coeficientes que representan

el cambio marginal en la regresión [14].

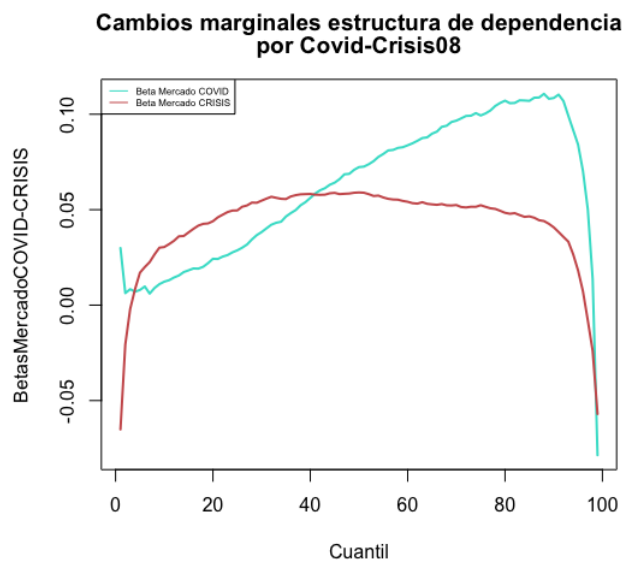


Figura 33: Promedio Gamma, Promedio Alpha

Con este gráfico podemos observar que se da un cambio en la estructura de dependencia como consecuencia de estas dos crisis, pues el cambio que se da en el grado de dependencia no es uniforme entre los cuantiles.

Por un lado, observamos como el cambio como consecuencia de la crisis de 2008 tiene forma de U invertida. Es decir, la crisis supone una disminución del grado de dependencia en los cuantiles más extremos de la distribución, pero un aumento en los cuantiles medios. Una forma muy diferente presenta el cambio como consecuencia del COVID-19, pues supone un aumento del grado de dependencia en todos los cuantiles, que en general va aumentando hasta llegar al cuantil extremo superior en el que se produce una disminución de más de 0.05 del grado de dependencia.

Representamos a continuación la estructura de dependencia en una época de normalidad junto con esta misma en las épocas de crisis consideradas para observar estas diferencias:

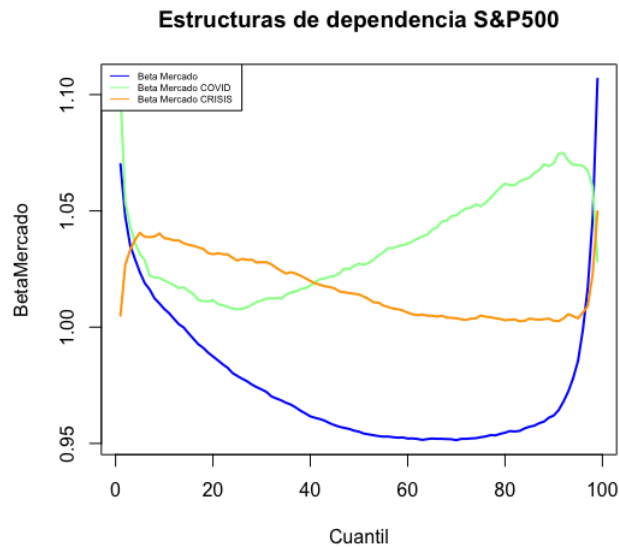


Figura 34: Estructura de Dependencia época normalidad - Covid - Crisis2008

En contraposición a la estructura de U asimétrica para una etapa de normalidad, encontramos dos estructuras en forma de S, inversas para cada una de las crisis. Por un lado, la estructura de una etapa marcada por el COVID-19, presenta mayor grado de dependencia en el cuantil más bajo, que va disminuyendo hasta el cuantil 20 en el que se inicia un aumento del grado de dependencia hasta el cuantil 90, a partir del cual se vuelve a dar una disminución. Por su parte, la estructura de una etapa marcada por la crisis de 2008 tiene su menor valor en el cuantil extremo inferior, a partir del cual aumenta el grado de dependencia únicamente hasta el cuantil 10 en el que disminuye débilmente hasta volver a subir a partir de los cuantiles extremos superiores que presentan el grado de dependencia más alto.

Por tanto, la crisis del coronavirus genera, en media, mayor grado de dependencia en todos los cuantiles, a excepción de en los extremos superiores, en comparación con una época de normalidad. Por su parte, la crisis de 2008 implica un mayor grado de dependencia en los cuantiles medios con respecto a una etapa de normalidad, pero no en los cuantiles extremos, en los que la dependencia es menor.

Estos mismos resultados podemos calcularlos para cada sector económico, obteniendo los datos siguientes:

Tabla 19: Resultados hipótesis 1 y 2

Sector	Total empresas	Porcentaje para las que el efecto del covid es significativo	Porcentaje para las que el efecto de la crisis 2008 es significativo
Tecnología	56	92.9 %	100 %
Energía	19	100 %	89.5 %
Finanzas	47	95.7 %	95.7 %
Materiales	19	94.7 %	89.5 %
Utilidades	25	100 %	96.2 %
ConsumerSt	28	96.6 %	93.1 %
Salud	47	97.9 %	97.9 %
Industria	57	86.2 %	96.6 %
ServComun	11	100 %	90.9 %
ConsDiscr	41	97.6 %	95.2 %
Inmobiliario	25	92.3 %	100 %

Nota: Hipótesis 1 $H_0 : \hat{\gamma} = 0$. No hay cambio en el grado medio de dependencia por el COVID. Hipótesis 2 $H_0 : \hat{\alpha} = 0$. No hay cambio en el grado medio de dependencia por la crisis financiera de 2008.

Observamos como todos los porcentajes son muy altos, indicando que tanto el COVID-19 como la crisis financiera de 2008 suponen un cambio significativo en el grado de dependencia que mantienen las rentabilidades de las acciones son su propio mercado. Una vez determinada la significatividad de estas variables, observamos el signo de dicho cambio marginal en promedio para las empresas de cada sector.

Tabla 20: Cambio marginal medio en el grado de dependencia

Sector	Cambio en el grado medio de dependencia por covid	Cambio en el grado medio de dependencia por crisis08
Tecnología	-0.1624	-0.2624
Energía	0.3293	0.2037
Finanzas	0.0954	0.2208
Materiales	0.0261	0.0639
Utilidades	0.3442	0.1872
ConsumerSt	0.0690	0.0484
Salud	-0.0312	-0.1183
Industria	-0.0429	-0.0324
ServComunc	-0.1131	-0.0316
ConsDiscr	0.1356	0.0349
Inmobiliario	0.3699	0.5939
Total	0.0612	0.0428

Nota: Para cada sector se ha realizado la media de los coeficientes que representan el cambio marginal en el grado de dependencia como consecuencia de cada una de las crisis.

Como podemos observar, el grado de dependencia cambia positiva o negativamente en función del sector, tanto como consecuencia de la crisis del 2008 como por la crisis del coronavirus. Si evaluamos el cambio medio para la totalidad de empresas, es positivo para ambos periodos de crisis considerados, sin embargo la magnitud es mayor para el caso del COVID-19. Por tanto, podemos afirmar que el grado de dependencia de las acciones pertenecientes al S&P500 con el mercado, ha sufrido una mayor transformación como consecuencia del coronavirus que por la crisis del 2008, siendo este cambio para ambos positivos. Al contrario que para el modelo en el que solo considerábamos el coronavirus, el efecto de este es positivo. Esta diferencia de signo se puede deber a la distinta muestra considerada, pues en este apartado es bastante más amplia, pudiendo esto afectar a los resultados medios. Además, cabe destacar que los sectores que presentan un cambio positivo o negativo en el grado de dependencia como consecuencia de la crisis del 2008, son los mismos en los que el coronavirus afecta con el mismo signo.

Tanto los resultados de la hipótesis uno, como el promedio analizado en la tabla anterior, nos dan una idea del signo y la magnitud del cambio en el grado de dependencia medio. Sin embargo, es interesante analizar el grado alrededor de los cuantiles para observar el posible cambio en la estructura de dependencia.

A.2. Estadístico Ljung-Box para el correlograma calculado mediante Cross-quantilogram

Tabla 21: Estadístico Ljung-Box sobre Cross-quantilogram efectos S&P500 a Eurostoxx

	5 %SP-5 %Eurostoxx	5 %SP-95 %Eurostoxx	95 %SP-5 %Eurostoxx	95 %SP-95 %Eurostoxx
Q(1)	180.7385***	0.0348	0.1524	65.2897***
Q(2)	267.7521***	18.3590***	70.3122***	78.5644***
Q(3)	320.3117***	29.8482***	135.6067***	114.6811***
Q(4)	386.5839***	66.5956***	205.7724***	122.2721***
Q(5)	419.8177***	72.8347***	261.8576***	154.9180***
Q(6)	446.5538***	154.4151***	305.4350***	175.4375***
Q(7)	503.5122***	175.3583***	345.1923***	188.6998***
Q(8)	540.2558***	205.2512***	410.4985***	218.0472***
Q(9)	573.4845***	207.8258***	443.1392***	244.2735***
Q(10)	600.2133***	234.5545***	499.2305***	270.4980***
Q(11)	630.1015***	253.0542***	531.8685***	291.2184***
Q(12)	656.8266***	264.6652***	561.2096***	324.1479***
Q(13)	683.5499***	272.5695***	587.4286***	342.2510***
Q(14)	704.4777***	284.1754***	623.5345***	375.1780***
Q(15)	737.6987***	300.3730***	644.0342***	378.7821***
Q(16)	761.4309***	316.5681***	670.2477***	402.5143***
Q(17)	771.0885***	337.9221***	710.3360***	412.0437***
Q(18)	792.4407***	368.6342***	754.2712***	418.2524***
Q(19)	819.6658***	387.5142***	802.2302***	431.8028***
Q(20)	843.8621***	388.6249***	831.8303***	441.3248***

Nota: Resultados estadísticos Ljung-Box de los coeficientes de correlación que representan el efecto de S&P500 sobre Eurostoxx en k días (Q(1)-Q(20)). *** Representan significatividad al 1 %

Tabla 22: Estadístico Ljung-Box sobre Cross-quantilogram efectos Eurostoxx a S&P500

	5 %Eurostoxx-5 %SP	5 %Eurostoxx-95 %SP	95 %Eurostoxx-5 %SP	95 %Eurostoxx-95 %SP
Q(1)	26.4919***	36.4330***	91.3748***	17.9378***
Q(2)	66.5892***	66.0614***	147.4563***	47.2948***
Q(3)	93.0774***	89.5867***	222.6625***	62.8099***
Q(4)	133.1736***	105.2749***	266.6004***	95.7497***
Q(5)	139.3155***	138.2135***	358.6264***	105.1820***
Q(6)	195.8354***	158.9449***	395.0546***	116.5204***
Q(7)	247.9861***	177.0621***	435.1489***	146.1409***
Q(8)	288.0799***	186.4868***	500.9409***	164.2558***
Q(9)	328.1730***	207.2117***	562.0120***	167.8024***
Q(10)	354.6485***	216.6314***	585.5231***	183.4761***
Q(11)	452.4907***	224.3161***	615.1373***	206.9851***
Q(12)	488.9131***	237.7242***	641.6091***	218.3085***
Q(13)	522.1367***	274.4630***	689.5666***	227.7208***
Q(14)	558.8746***	278.0692***	725.9871***	264.1413***
Q(15)	588.7566***	287.6036***	801.7782***	268.8799***
Q(16)	615.7294***	301.1616***	846.0766***	282.2780***
Q(17)	629.6089***	319.6478***	917.3113***	302.9851***
Q(18)	639.3937***	323.3163***	950.8257***	312.5121***
Q(19)	666.6188***	339.3242***	971.9578***	322.0365***
Q(20)	687.9666***	357.8033***	998.9234***	323.7286***

Nota: Resultados estadísticos Ljung-Box de los coeficientes de correlación que representan el efecto de Eurostoxx sobre S&P500 en k días (Q(1)-Q(20)). *** Representan significatividad al 1%