

LOS ENERGY TOKENS COMO ACTIVO DISRUPTIVO PARA LOS INVERSORES PROPENSOS AL RIESGO. OPTIMIZACIÓN DE CARTERAS UTILIZANDO CRIPTOACTIVOS

Josep Gómez Corral

Trabajo de investigación 25/004

Master en Banca y Finanzas Cuantitativas

Tutores: Dr. Antonio Díaz Pérez
Dr. Carlos Esparcia Sanchis

Universidad Complutense de Madrid

Universidad del País Vasco

Universidad de Valencia

Universidad de Castilla-La Mancha

Máster en Banca y Finanzas Cuantitativas



Los Energy Tokens como activo disruptivo para los
inversores propensos al riesgo.

Optimización de carteras utilizando criptoactivos

Trabajo Final de Máster

Autor:

Josep Gómez Corral

Directores:

Antonio Díaz Pérez
Carlos Esparcia Sanchís

Universidad de Castilla-La Mancha. Junio 2025

*“No se cansen de ser buenos, aunque ser bueno no sirve para mucho.
Sirve para no arrepentirse con uno mismo”*

José Mujica

Als meus iaies, que mai van tindre el privilegi de poder estudiar i arribar tan lluny com jo he fet.

Resumen

Este trabajo analiza el potencial diversificador y de mejora de performance financiera de los *energy tokens* en carteras de empresas energéticas. Estos criptoactivos son objeto interesante de estudio, destacando su capacidad para reducir los costes de transacción, aumentar la liquidez de activos ilíquidos y diversificación. Además, debido a la escasa literatura sobre estos, el estudio obtiene nuevas contribuciones empíricas analizando de forma pionera la *performance* y riesgo de una selección de estos. Siguiendo el trabajo de Esparcia et al. (2023), aplicamos la metodología ADDC-GARCH para optimizar una serie de carteras mediante la modelización de las correlaciones dinámicas. Los hallazgos encontrados demuestran que la combinación correcta de *energy tokens* y empresas del sector energético consigue batir al mercado. Las carteras obtenidas por maximización de Sharpe aprovechan mejor las características de los tokens, resultando un activo interesante para inversores poco adversos al riesgo.

Palabras clave:

energy token, portfolio, optimización de carteras, ADCC-GARCH, performance

Índice

1. Introducción	6
2. Marco teórico	11
2.1. Análisis de gestión de carteras	11
2.2. Tokens	14
2.2.1. Utility tokens	15
2.2.2. Security tokens	16
3. Datos	17
4. Metodología	21
4.1. Carteras	21
4.2. Métodos de optimización de carteras	22
4.2.1. Cartera equiponderada	22
4.2.2. Cartera de mínima varianza	22
4.2.3. Cartera de Sharpe	23
4.3. Modelos econométricos univariantes y multivariantes	24
4.3.1. AR(1). Modelar la ecuación de la media	24
4.3.2. Modelos GARCH. Ajustar las marginales	24
4.3.3. Metodología multivariante	26
4.4. Medidas de <i>performance</i> y riesgo	27
5. Evidencia empírica	29

5.1. Estimaciones del AR(1), GARCH y ADCC-GARCH	29
5.2. Resultados de la optimización de carteras	31
5.2.1. Estrategia equiponderada (EQ)	31
5.2.2. Estrategia de mínima varianza (MV)	33
5.2.3. Estrategia de Sharpe (TS)	35
5.3. Análisis dinámico	37
6. Conclusiones	42
Anexo	44

Índice de figuras

1.	Clasificación de los diferentes activos dentro del mundo de los criptoactivos	7
2.	Evolución de los ratios de Sharpe y Kappa diarios (anualizados) para las carteras equiponderadas	38
3.	Evolución de los ratios de Sharpe y Kappa diarios (anualizados) para las carteras de mínima varianza	39
4.	Evolución de los ratios de Sharpe y Kappa diarios (anualizados) para las carteras de Sharpe	40

Índice de tablas

1.	Clasificación de los activos seleccionados	19
2.	Estadísticos descriptivos de los activos de la muestra	20
3.	Resultados de las estimaciones GARCH univariante y ADCC-GARCH multivariante	30
4.	Estadísticos anuales de las carteras para la estrategia equiponderada	32
5.	Estadísticos anuales de las carteras para la estrategia mínima varianza	34
6.	Estadísticos anuales de las carteras para la estrategia Sharpe	36
7.	Modelos GARCH univariantes seleccionados para cada activo por criterio de Akaike	45
8.	Resultado de Akaike de todos los modelos GARCH univariantes estimados	46
9.	Estadísticos mensuales de las carteras para las estrategias EQ, MV y TS	47

1 Introducción

Aproximadamente hace 400 años, Miguel de Cervantes nos deleitaba con una frase que incluía en el libro *Don Quijote de la Mancha* (Cervantes Saavedra, 1605) acerca de la gestión de riesgos: «Es propio de un hombre sabio guardarse a sí mismo hoy para mañana, y no arriesgar todos sus huevos en una sola cesta». Esta frase, tan simple como propia de un genio, se ha portado hasta la actualidad, especialmente en el ambiente de las finanzas, donde la diversificación es hoy uno de los aspectos claves en la gestión de carteras.

A principios de 2025 se observan caídas en la bolsa y el pánico bursátil generado por las recientes declaraciones del presidente de la superpotencia Estados Unidos, Donald Trump, sobre la aplicación de aranceles elevados tanto a China como a Europa (elEconomista, 2025). Es justo en estos momentos en los que la buena gestión de una cartera y, por tanto, su diversificación, toman gran importancia y marcan la diferencia entre los que llevan todo el día tratando de rebalancear su cartera para minimizar pérdidas, y los que han seguido tomando su café tranquilamente tras leer las noticias.

Por tanto, uno de los aspectos clave en la gestión de carteras es decidir cuáles son los activos que vamos a usar para formarlas. No cabe duda que, en los últimos años, un tipo de activo que ha destacado entre los demás son los *crypto-assets* o criptoactivos. Estos nacieron a mediados de 2009 junto con la tecnología que las protege, el *blockchain*. Así, los *criptoassets* son activos digitales protegidos matemáticamente y mantenidos por una red de compañeros llamada *peer-to-peer*. *Blockchain* es una forma de registrar información en una gran cantidad de dispositivos, simultáneamente, a través de internet, permitiendo encriptar y proteger así la información de los usuarios, permitiendo la anonimidad de estos (Arslanian, 2022; Van der Auwera et al., 2020).

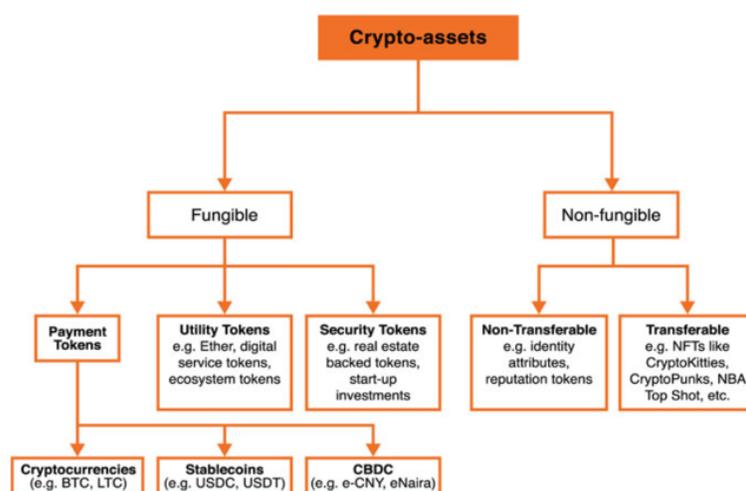
En 2017, el estandarte de las criptomonedas, el Bitcoin, se multiplicó por 20 entre principios de año y mediados de diciembre, desde los 1.000 a los 20.000 dólares, y posteriormente llegando a valer hasta los 50.000 dólares (Fernández, 2018). Podemos llamar a este punto el inicio de *La fiebre de las criptomonedas*, desde el cual hemos visto subidas y caídas de sus precios, así como un desarrollo de su propio mercado con nuevos activos, como los NFT.

Según CoinMarketCap (2025), la capitalización total del mercado cripto es de 2.950 mil millones de dólares, y un volumen de negociación diario de casi 56 mil millones de dólares. Para poner en contexto estas cifras, según Yahoo Finance (2025) el S&P 500 cuenta con un volumen de negociación promedio de 5 mil millones de dólares. Así, este mercado ha estado creciendo a una tasa compuesta anual del 10 %, proyectándose que lo llegue a hacer hasta un 11,1 % en 2028 según previsiones de Fortune Business Insights (2025).

A medida que este mercado ha ido creciendo y atrayendo el interés de los inversores, también lo ha hecho el del mundo académico. Encontramos una extensa muestra de literatura que se encuentra estudiando no solo el comportamiento de estos activos en los mercados, sino el de estos cuando se combinan en carteras de inversión tradicionales y son sometidas a los análisis de *performance* y riesgos habituales. Así, en Aliu et al. (2023) y James y Menzies (2023) se comparan las oportunidades de diversificación y el riesgo de carteras compuestas exclusivamente por criptomonedas con aquellas formadas por activos financieros tradicionales.

La inmensa mayoría de la literatura se centra en las criptomonedas, lo cual es lógico si atendemos a que actualmente existen un total de aproximadamente 15 millones de criptomonedas distintas y son el activo más popular. No obstante, no es el único cryptoactivo que existe. Como podemos ver en la siguiente clasificación, estas solo forman una sub-subcategoría dentro del mundo *crypto*.

Figura 1: Clasificación de los diferentes activos dentro del mundo de los cryptoactivos



Fuente: Arslanian (2022)

Observamos que existe una gran variedad de distintos activos que, al igual que las criptomonedas, aprovechan tecnologías como la *blockchain*, manteniendo las características ventajosas de esta, como la anonimidad o los bajos costes de transacción, e incluso otras interesantes para la gestión de carteras, como la incorrelación con los activos tradicionales (Phemex, 2025; Santander Consumer, 2024), pero que cuentan con propiedades y finalidades totalmente distintas.

Arslanian (2022) describe estas propiedades, destacando que estos activos, en vez de tener una finalidad casi puramente especulativa como por ejemplo las criptomonedas, cuentan con otros fines, como bien sea servir como activo de inversión, incrementar la liquidez de ciertos activos ilíquidos o disminuir los costes de inversión. Todas estas propiedades serán analizadas más deta-

lladamente en la sección 2.2

En este contexto, el objetivo de nuestro trabajo es analizar cómo funciona la relación entre los energy tokens, un tipo de *security token* relacionado con la energía, y activos financieros tradicionales como son las principales empresas energéticas de Estados Unidos, y cuál es la utilidad que puede generar este nuevo activo en la teoría de carteras.

Con esta finalidad, aplicamos metodología tradicional para el análisis de carteras, como Esparcia et al. (2023). Un modelo ADCC GARCH permite estimar las correlaciones dinámicas, que utilizamos posteriormente para rebalancear las carteras por diferentes metodologías. Este modelo presentado en Capiello et al. (2006) se implementa para analizar la conectividad dinámica entre los activos a través del tiempo y las estrategias potenciales de carteras. Así, tratamos de aplicar a diferentes carteras, compuestas por diferentes criterios que marcan la literatura tradicional, varios métodos de optimización para combinar de la manera más óptima posible las acciones de las empresas junto a las de los energy tokens.

Así, todo y que elegimos los tokens por las características que detallamos en la sección 2.2, también existe otro motivo, y es que llevando a cabo este estudio somos prácticamente pioneros en la incorporación de este tipo de criptoactivos para realizar análisis de carteras. La realización de este hecho se dio cuando, buscando la orientación que queríamos darle a este trabajo, tratamos de buscar papers que hubiesen hecho estudios semejantes para poder ver si los resultados podían llegar a ser prometedores. Para nuestra sorpresa, nos encontramos con un nicho escasamente explorado en la literatura.

Otros estudios como Hrytsiuk et al. (2019), Osman et al. (2023) y Tenkam et al. (2022) optimizan carteras utilizando también métodos basados en modelizar la distribución conjunta de los activos, en este caso criptomonedas, pero en ningún caso compuestas por tokens. Los energy tokens también han sido objeto de estudio recientemente. En Nasir et al. (2025), donde se investiga la relación entre estos con diversos tokens, Yousaf et al. (2022) obtienen como resultado de su regresión cuantílica que los *renewable energy tokens* un buen activo diversificante al añadirse a carteras compuestas de activos sobre combustibles fósiles, y Aikins Abakah et al. (2024) estudia la relación de los *energy tokens* con los mercados de energías renovables.

Todos estos papers trabajan con una metodología semejante a la que se usa en este estudio, o con los mismos activos. No obstante, no encontramos trabajos en la literatura reciente que combinen ambas finalidades aplicando la optimización de carteras con energy tokens.

La principal contribución de este estudio es, por tanto, tratar de llenar el vacío que existe en el estudio de otro tipo de activos digitales, ampliando así la gama de trabajos presentes. Nos proponemos el estudio de unos tipos de tokens, los *utility* y *security tokens*, en el contexto de la gestión de carteras, con la finalidad de realizar análisis de riesgo y *performance* para ver cómo se comporta este tipo de criptoactivo cuando se incorporan a carteras combinándose con activos financieros tradicionales. La aportación del paper consiste en aplicar por primera vez metodología de optimización a carteras compuestas por energy tokens.

Obtenemos los datos de Yahoo Finanzas (2025) para 6 empresas del sector energético y 6 energy tokens. Partimos de una muestra que filtramos seleccionando los 6 activos de cada categoría con mayor volumen medio de cotización diaria. Los rendimientos logarítmicos se ajustan mediante distintos GARCHs univariantes y multivariante.

Por tanto, el paper profundiza en el análisis de estos nuevos criptoactivos con el objetivo de comprobar si pueden ser una nueva herramienta interesante para los gestores de carteras, puesto que tratamos de demostrar que los *security tokens* son capaces de mejorar tanto la *performance* como el riesgo de las carteras de inversión tradicionales cuando se combinan adecuadamente. A su vez, también daremos cabida a la suposición contraria, que los activos tradicionales son capaces de mejorar la estabilidad de carteras compuestas puramente por tokens, debido a que estos presentan una mayor volatilidad que los activos financieros tradicionales (Token.com, 2023).

En síntesis, la motivación que tiene nuestro trabajo es seguir expandiendo la metodología y resultados de esta rama. Aportaremos nuestro granito de arena incorporando a toda esta literatura previa un nuevo estudio, tratando de analizar carteras que incluyan estos nuevos activos diversificadores mediante métodos principalmente cuantitativos, proporcionando un análisis de métricas más profundo. De esta forma, abordaremos no solo comparar los resultados obtenidos con los de otros activos. Y además, si no fuera suficiente, explorar cuáles son las debilidades que presentan este tipo de activos a la hora de formar carteras, y cuáles son las alternativas que se encuentran en el mercado para mejorar los resultados obtenidos.

Los principales resultados reportan que la cartera con todos los activos y aquellas con una base de acciones consiguen una mejor estabilidad y *performance* para todos los métodos, mientras que las carteras donde predominan los tokens son mucho más volátiles. No obstante, la implementación de un método que compensa el mayor riesgo con mayor rendimiento, como es Sharpe, consigue darle valor a los tokens y conseguir combinaciones más interesantes, aunque orientadas a inverso-

res menos adversos al riesgo. Además, también encontramos evidencia de que combinaciones de *equity* con algunos tokens individualmente consiguen una buena diversificación para la cartera, aumentando el rendimiento de esta, e incluso eliminando los *downside risks*. Por último, índices como el de Kappa o Farinelli y Tibiletti indican que estas carteras son más interesantes para perfiles de inversores menos adversos al riesgo.

La parte restante de este trabajo se estructura de la siguiente manera. La sección 6 realiza un análisis de la literatura relevante de la gestión de carteras, así como de tokens y criptos. Es aquí donde revisamos trabajos que trabajan con una metodología y carteras similares, y que no solo sirven como punto de partida para nuestro análisis, sino que también como muestra de que el trabajo es relevante dentro del mundo académico. El apartado 3 detalla el proceso de obtención de los datos, tanto como los criterios que hemos seguido para seleccionarlos, como el tratamiento que les hemos aplicado para adecuarlos. La sección 4 hace hincapié en la metodología que vamos a seguir, detallando las diferentes carteras a analizar, los métodos de optimización y la base econométrica del ADCC-GARCH usada para medir la relación entre activos. También comentamos las medidas de *performance* y riesgo que usamos para dar sentido a los resultados. Por último, las secciones 5 y 6 están dedicadas a la interpretación de los resultados y la obtención de las conclusiones relevantes que aporte este trabajo a partir de lo obtenido en los apartados anteriores.

2 Marco teórico

Esta sección está dividida en dos partes claramente diferenciadas, necesario para justificar la motivación de nuestro trabajo. La primera sección se compone por una revisión de, tanto la parte más teórica de la gestión de carteras, así como los trabajos previos que existen en este ámbito. Tratamos de mostrar el interés académico del tema que estamos desarrollando, porque existe un cierto y notorio interés en análisis semejantes, así como la necesidad de trabajar con un tipo de activo diferente para marcar diferencias con el resto de estudios. Es decir, que el tema es tanto objeto de estudio, así como que nuestro trabajo aporta a este sector un punto de vista diferente. En este caso, y como vemos a continuación, la mayor diferenciación la marcamos utilizando para nuestro estudio un activo *crypto* que apenas ha sido analizado en el ámbito de la gestión de carteras, como son los tokens. Además una vez obtenemos nuestros resultados, realizamos una comparación. Esto también es útil para contestar una de las preguntas que planteamos en este trabajo, ya que es interesante asegurar si la metodología actual sigue siendo válida para el análisis de estos nuevos activos, que existe una correlación lógica entre resultados de otros estudios y el que realizamos en este trabajo. Esta será la primera parte.

Como hemos comentado anteriormente, la idea principal es aplicar un método de estudio previamente utilizado para el análisis de carteras convencional, pero añadiendo tokens para estudiar cómo puede cambiar las métricas. Para ello, en segundo lugar, es necesario revisar la literatura que atiende a los criptoactivos. Esto es, para conocer su origen, características y propiedades que se poseen, así como sus problemas. Y, sobre todo, tratar de justificar el interés del estudio que hacemos y la relevancia que pueden llegar a tener estos criptoactivos para un gestor de carteras clásico.

2.1 Análisis de gestión de carteras

En 2009, un sistema *peer-to-peer* basado en un libro electrónico llamado *Blockchain technology* fue creado, permitiendo el intercambio de criptoactivos, entre los cuales se encuentran los más famosos, las criptomonedas. Así, este algoritmo seguro, que además cuenta con bajos costos de transacción, llamó la atención de los inversores al ser una novedosa herramienta para diversos ámbitos. Un aspecto que destacan sus propios autores es que, al no ser un gobierno particular el que emite estas monedas, las criptomonedas se encuentran incorrelacionadas con la economía real ((Osman et al., 2023). Como detalla Dyhrberg (2016) estos nuevos activos pueden ser aceptados y servir como refugios en épocas de crisis, especialmente debido a esta desconexión del mundo real.

A raíz de esto el mundo académico también inició su deriva hasta comenzar una nueva rama en la teoría de creación de carteras. Esta consiste en el estudio de riesgo y *performance* de carteras cuando

se produce la inclusión de los nuevos activos. No obstante, la revisión de la bibliografía nos hizo darnos cuenta rápidamente de un problema, y es que los estudios se centran, casi exclusivamente, en las criptomonedas.

Aliu et al. (2023), James y Menzies (2023), Hrytsiuk et al. (2019), Tenkam et al. (2022), Osman et al. (2023), Khakzar Bafruei et al. (2024) y Han et al. (2024) son una pequeña muestra de trabajos donde se comparan las oportunidades de diversificación y el riesgo de carteras. Estos combinan criptomonedas y activos financieros tradicionales, destacando la importancia de la diversificación. La metodología se centra en aplicar técnicas de gestión clásicas de carteras, como CVaR, optimización de media-varianza de Markowitz, o la D-Vine Copula-GARCH, entre otros. Los resultados muestran que, habitualmente, las carteras con criptomonedas resultan mucho más arriesgadas que los *portfolios* de activos financieros clásicos como acciones. Por otro lado, algunos resultados obtenidos fueron que la inclusión de criptomonedas en una cartera puede mejorar la diversificación y el rendimiento, especialmente en inversiones a corto plazo. También que la dinámica colectiva de las criptomonedas es similar a la de los mercados de valores, con períodos de alta correlación durante las crisis.

La base de todos estos trabajos se cimienta en el hecho de que un activo que cuenta con una correlación escasa con el mundo real puede ser un gran aliado a la hora de diversificar nuestras carteras de una forma más eficiente, barata, e incluso, mejorando su rentabilidad. No obstante, es lógico por nuestra parte tratar de explorar dentro de este mundo y buscar en un tipo de activo que no esté tan estudiado. Por eso mismo, decidimos utilizar para nuestro estudio los tokens, los cuales aparecen en la figura 1 mostrada al principio del documento.

Los escasos trabajos previos que incluyen tokens se dividen en diferentes categorías. Respecto a la categoría de *IA Tokens*, Jareño y Yousaf (2023) desarrollan un estudio para determinar los potenciales efectos secundarios entre acciones y tokens relacionados con inteligencia artificial. Utilizando cuantiles, acaban por determinar que esta conectividad se intensifica en los extremos de la distribución. Es decir, que diversificar una cartera de acciones de IA con tokens del mismo sector puede no llegar a funcionar en épocas de crisis, lo que nos deja entrever que los tokens sí tienen una relación con el mundo real.

Por otro lado, también es importante mencionar los trabajos relacionados con los *Real-World Assets Tokens*. Estos ofrecen un punto de vista más cercano a la realidad, puesto que los tokens están relacionados con activos reales. Así, por ejemplo, Baltais y Sondore (2024) detallan cómo la tokenización de activos reales puede incrementar la eficiencia, llegando a poder generar de una forma razonable hasta 130 mil millones de dólares por año en 2030. Este incremento es comparable a la mejora que se dio al cambiar el papel por los registros electrónicos en los años 80. Además, la tokenización de ciertos mercados no solo puede reducir los costes de infraestructura de mercado,

sino que también solucionar el problema de iliquidez que generan algunos. Al tokenizar se hace más accesible la compra de ciertos activos, puesto que solo adquirimos una pequeña parte, como si se tratara de acciones, en vez de un edificio completo, por ejemplo. Estos hechos se respaldan también en los trabajos de Nerella y Badri (2024) y Rehman (2023), considerando que la tecnología que alimenta los tokens, la *blockchain*, puede reducir los riesgos y costes de vender o comprar activos mediante complejas cadenas de suministro. También puede crear nuevas oportunidades de obtener propiedad fraccional, desbloqueando así miles de millones de dólares estancados en activos ilíquidos. No obstante, se recalca también la importancia por parte de los gobiernos, mercados y entes reguladores de proporcionar la normativa y herramientas necesarias para que sea factible operar en este nuevo ecosistema. Por tanto, todavía faltan unos años para que esta tecnología se vuelva accesible a más inversores.

Dentro de esta categoría se encuentran los *Real State Tokens*, relacionados con el mundo inmobiliario. Siguiendo las ideas comentadas sobre tokens como nuevo activo de inversión, estos han empezado a generar un cambio en la forma de invertir en este sector. Así, estos también suponen un punto de interés desde el rendimiento generado, puesto que puede llegar a obtener hasta un 10% más de rentabilidad en el mismo período al invertir en *Real State Tokens* que en índices de precios de viviendas (Bayhoca, 2023). Por otro lado, también es relevante comentar que la tokenización de activos inmobiliarios ha demostrado conseguir que los inversores pasen de poseer carteras insuficientemente diversificadas a unas correctamente diversificadas. La tokenización genera, por tanto, más oportunidades de inversión, generando liquidez a través de la diversificación y facilitando la asignación eficiente de recursos. No obstante, si indagamos en un análisis cuantílico mediante el método QVAR, vuelve a aparecer una fuerte correlación entre los activos reales y sus correspondientes tokens en escenarios extremos (Aharon et al., 2024; Swinkels, 2023). De esta forma deducimos que estos activos sirven para diversificar las carteras de tokens, pero no para desvincularlas del mundo inmobiliario real.

Hemos podido ver a través de los resultados de estos trabajos que los tokens en sí mismos se postulan como un candidato de estudio muy interesante desde un punto de vista del gestor de carteras. Los numerosos beneficios que pueden aportar son ser fuente de posible diversificación y incrementar la rentabilidad de nuestro *portfolio*. Para nuestro trabajo, decidimos decantarnos por una categoría relacionada con la energía, puesto que los tokens que elegimos son los *energy tokens*. Aunque detallamos las características técnicas en el apartado 2.2, es relevante recalcar que la bibliografía que incluye este tipo de tokens no tiene como objetivo principal incluirlos en una cartera para observar su desempeño en medidas de riesgo y *performance*. Por tanto, esto convierte este paper como prácticamente pionero en investigar este campo.

No obstante, los resultados que arrojan en los trabajos también son significativos para nuestro estudio. Nasir et al. (2025) concluyen que los *energy tokens* tienen beneficios diversificadores ante

la incertidumbre política sobre los criptoactivos mediante un estudio de cuantiles cruzados. Por otro lado, Yousaf et al. (2022) determinan a partir de su regresión cuantílica que existe una relación asimétrica y heterogénea en las colas de la distribución entre *renewable energy tokens* y los mercados de combustibles fósiles. Por tanto, la relación entre estos dos es escasa y esto hace de los *renewable energy tokens* un buen activo diversificante al añadirse a carteras compuestas de activos sobre combustibles fósiles. Contrariamente, el trabajo de Aikins Abakah et al. (2024) estudia la relación de los *energy tokens* con los mercados de energías renovables. Utilizando las técnicas de CAViaR y TF-QVAR, demuestran que existe correlación entre ambos mercados en los cuantiles extremos. Además, también exploran los resultados al utilizar una cartera multivariante, de la cual obtienen que existirían beneficios positivos en nuestra cartera si combináramos estos dos activos en ella, optimizando su cartera y mejorando los ratios *risk-return*.

En síntesis, el estudio de los *Energy Tokens* en el ámbito de carteras puede resultar muy interesante de investigar. No solo por ser un trabajo novedoso, sino también por los resultados que se han obtenido en otros estudios, los cuales demuestran que estos activos pueden generar enormes beneficios a los inversores en términos de eficiencia, costes, diversificación y liquidez de mercado.

2.2 Tokens

Blockchain es un protocolo para registrar información en una gran cantidad de dispositivos, simultáneamente, a través de internet. El proceso básico de funcionamiento es el que detallamos a continuación. Cuando alguien hace una nueva transacción, esta debe ser incluida en el *blockchain*. Esta transacción puede ser un intercambio de criptoactivos, contratos, registros o cualquier acción que implique un intercambio de información. La transacción solicitada es en ese instante transmitida a una red mundial *peer-to-peer*, formada por ordenadores conocidos como nodos. Estos nodos tienen que verificar la transacción como legítima, así como el estado del usuario por medio de algoritmos conocidos, almacenando todos una copia del libro mayor. Una vez que se alcanza el consenso entre los nodos, la transacción se convierte en parte de un bloque de datos que contiene otras transacciones en el libro mayor. Si el bloque está completo, compete con otros bloques para convertirse en el siguiente bloque de la *blockchain*. Una vez que el bloque está conectado y asegurado usando criptografía, es permanente e inalterable.

La parte descentralizada de la *blockchain* es una consecuencia del hecho de que el sistema constituye una red *peer-to-peer* mundial y, por lo tanto, la información está almacenada en múltiples ubicaciones. Así, se garantiza que la información sea fácilmente verificable y pública. Como resultado, la información de la *blockchain* es difícil de corromper (Van der Auwera et al., 2020).

Esta es la tecnología que permite el funcionamiento de los tokens, entre otros muchos criptoactivos. Su uso, dado por sus características, es el que permite que estos tengan ciertas ventajas que

comentábamos en la sección 2.1. Por tanto, *blockchain* es la base para cambiar la forma en que se puede comerciar con estos activos. Esta permite hacerlo de una forma más barata, disminuyendo los costes de transacción y almacenamiento. Incluso reduce el tiempo que se demora en confirmar las transacciones al simplificar y evitar la intervención de terceros, como puedan ser notarios, abogados, brokers... debido a que todas las gestiones se realizan mediante la *blockchain*. Además, también elimina la necesidad de, por ejemplo, implicar y incrementar los costes con riesgos como el de contraparte (CVA), debido a que esta tecnología lo elimina al realizar transacciones con validación bilateral.

Por otro lado, también es la tecnología que permite la tokenización, un proceso que consiste en dividir activos en cientos de miles, millones o el número deseado, que se convierten en una especie de acciones representadas por un token digital que se emiten en una *blockchain*. Es así como este proceso incrementa la liquidez de activos que pueden ser muy ilíquidos, como un rascacielos de oficinas, un cuadro, o cualquier activo que el lector desee imaginar. Este aumento de la liquidez consigue reflejar precios más justos de los activos. Otras ventajas son el acceso a más personas, y una reducción en los costes de transacción, puesto que los costes operacionales se reducen al disminuir los intermediarios que participan. También facilita la automatización e incluso la lucha contra el blanqueo de capitales y control del dinero proveniente del mercado negro (Arslanian, 2022; Baltais & Sondore, 2024). Es también notorio mencionar que, según Ma et al. (2023), con su inclusión se mejora la *performance* de las carteras, debido a que por ejemplo los bajos costes pueden permitir rebalances de mayor frecuencia que consigan optimizar mejor.

Por último, en este apartado daremos una definición técnica de los tokens. Los tokens son criptoactivos pertenecientes a la categoría de intercambiables o *fungible*, puesto que son funcionalmente idénticos a otros y por tanto intercambiables por otro token de ese mismo criptoactivo. Nosotros trabajaremos con dos tipos de token. Tienen dos funciones principales diferentes, pero en la práctica muchas veces es muy costoso definir a cuál categoría pertenecen. Estos son los *utility tokens* y los *security tokens*.

2.2.1 Utility tokens

Los *utility tokens* se definen como criptoactivos diseñados para ser consumidos y proveer un servicio o utilidad específica. Por ejemplo, un token de consumo puede ser empleado para acceder a un servicio que ofrece cierta *blockchain*, como pueda ser utilizar almacenamiento en la nube. Teóricamente, estos activos han sido concebidos para ofrecer un largo abanico de beneficios para los consumidores, permitiendo gran flexibilidad en la coordinación para el intercambio de derechos de consumo (Arslanian, 2022).

2.2.2 Security tokens

Los *security tokens* son instrumentos cuya función principal es servir como activo de inversión financiera para el poseedor del token, por lo que se consideran *securities* o incluso *commodities* bajo la mayoría de regímenes regulatorios. Estos pueden ser, por un lado, casos en los que los activos físicos preexistentes o derechos legales (como un bono o una acción en acciones) se tokenizan en una cadena de bloques. Por otro lado, casos en los que se crean nuevas oportunidades de inversión que son nativas del ecosistema de criptoactivos (incluido un número significativo de ICO (oferta inicial de monedas) que tienen características similares a las *securities*).

Teóricamente, no hay límite para los activos que podrían tokenizarse, incluidos los instrumentos financieros como acciones, bonos y derivados o materias primas como el oro o el trigo. Sin embargo, en la práctica, estos instrumentos ya se negocian activamente en mercados, lo que dificulta que las soluciones basadas en *blockchain* los desplacen, al menos a corto plazo. Esta tecnología puede ser potencialmente más disruptiva en los activos con mercados existentes que son no estandarizados, desconectados o ineficientes, como el de las obras de arte (Ma et al., 2023).

3 Datos

En esta sección detallamos cuál ha sido el proceso de obtención y selección de los datos. Como comentamos en la sección 2.2, nuestro estudio trata de diferenciarse del resto de trabajos previos innovando en la parte de los activos que van a ser utilizados. Por ello, tras investigar y encontrar el nicho de los tokens, nos centramos en una categoría que tiene una contraparte en el mundo financiero más cercano a la realidad.

Dentro de la categoría de Energy token, seleccionamos los objetos de estudio a partir de la información de páginas como *CoinMarketCap*¹ o *CoinGecko*² decidimos decantarnos por la categoría de Energy Tokens, algunos de los cuales también encontramos en el paper de Aikins Abakah et al. (2024). Nos encontramos en medio de una revolución energética con la finalidad de transicionar de las energías no renovables hacia un sistema que se nutra de fuentes renovables (Jawerth, 2020). Por tanto, para conseguir frenar el cambio climático y los demás efectos que genera el uso de energías basadas en combustibles fósiles (Iberdrola, 2025), puede ser interesante ver cómo se comportan los activos tradicionales del sector energético junto con estos nuevos energy tokens. De esta forma, seleccionamos de esta categoría una muestra de los 21 energy tokens que se encontraban en una mayor capitalización de mercado según la página.

Respecto a las empresas del sector energético, en *CompaniesMarketCap*³ encontramos un ranking que contenía ordenadas por mayor capitalización de mercado a empresas pertenecientes al sector energético. Su elección se debe a que resulta la contraparte natural de los energy tokens. Por tanto, la combinación de ambas permite medir la correlación de los tokens con el mundo real y la capacidad de diversificación de estos. Además, para conseguir una muestra lo menos sesgada posible por factores externos como pueda ser la moneda, factores macroeconómicos o políticos, decidimos filtrar la lista de empresas para trabajar solo con las mayores empresas energéticas de Estados Unidos, de las cuales seleccionamos las 21 con mayor capitalización de mercado.

Seleccionar las empresas de un único país, como en este caso Estados Unidos, nos facilita por otro lado la tarea de escoger al menos dos carteras *benchmark*, las cuales nos servirán como punto de comparación para nuestros resultados. Así, utilizamos dos índices propios del país estadounidense, como son el *S&P 500*, y el *S&P 500 Energy*, siendo este último una propia selección dentro del índice que solo contiene las empresas de energía.

¹"Top Energy Tokens by Market Capitalization", *CoinMarketCap* (mayo 2025). <https://coinmarketcap.com/view/energy/>, consultado el 6 de abril de 2025.

²"Energy – Categories", *CoinGecko* (2025). <https://www.coingecko.com/en/categories/energy>, consultado el 6 de abril de 2025.

³"Largest energy companies by Market Cap", *CompaniesMarketCap* (2025). <https://companiesmarketcap.com/energy/largest-companies-by-market-cap>, consultado el 6 de abril de 2025.

Así, tomando como referencia los energy tokens y empresas energéticas que aparecen en ambos rankings, así como los índices mencionados, procedemos a descargar los datos. Estos los obtenemos de la página de *Yahoo Finance*⁴, mediante una rutina de R. Descargamos los datos históricos de precios, así como los datos de volumen de cotización diaria. Consideramos únicamente los días con negociación para ambos tipos de activos, por lo que hacemos los ajustes necesarios para usar los 252 datos anuales (aproximadamente) que reflejan los días laborables.

Respecto al período elegido, dado que los tokens son activos que se han originado muy recientemente, utilizaremos como inicio de este el primer día con datos de cotización para todos los tokens preseleccionados para la muestra. El fin de esta, en cambio, lo marcamos en el último mes completo previo al inicio de este análisis. Por tanto, concretamos nuestra muestra con datos para el período comprendido entre el 17/12/2021 y el 28/02/2025.

Por otro lado, también descargamos los datos diarios que usaremos como tipo de interés libre de riesgo para calcular el ratio de Sharpe. Con este propósito, usamos como referencia los *Market Yield on U.S. Treasury Securities at 1-Month Constant Maturity*⁵. A partir de estos datos, los transformamos de tipos a rendimientos diarios. Para ello, dado un tipo de interés anual nominal r , calculamos el valor del activo libre de riesgo al cabo de un día como:

$$P_{t+1} = P_t \cdot (1 + r)^{1/T}$$

siendo $T = 250$ (días laborales diarios).

El rendimiento diario correspondiente se obtiene como:

$$R_{f,\text{diario}} = \ln \left(\frac{P_{t+1}}{P_t} \right)$$

siendo esta forma consistente con el cálculo de rendimientos en tiempo continuo, que son los que utilizamos en este trabajo.

Por último, para elegir la muestra final, que sería de 6 activos de cada tipo, se usa como criterio de selección el volumen medio de negocio dentro de la muestra, siendo elegidos los 6 con mayor volumen medio. Así, realizamos este cálculo en R y elegimos los 12 activos que formarán parte de nuestro estudio.

⁴"Yahoo Finanzas – Cotizaciones y Datos Financieros", Yahoo Finanzas (2025). <https://es.finance.yahoo.com>, consultado el 6 de abril de 2025.

⁵"1-Month Treasury Constant Maturity Rate (DGS1MO)", Federal Reserve Bank of St. Louis (2025). <https://fred.stlouisfed.org/series/DGS1MO>, consultado el 10 de abril de 2025.

A continuación, se muestran los activos elegidos en la tabla 1, junto al volumen medio diario de negociación. La tabla 2 refleja un resumen estadístico para los rendimientos logarítmicos diarios de los activos que forman parte de nuestra muestra seleccionada. En el anexo 1 se muestra una tabla con una definición más detallada para cada activo.

De forma general, podemos ver que la media diaria de los rendimientos de los tokens es parecida a las empresas, aunque algunos presentan medias negativas. En general, presentan también una desviación típica o volatilidad más elevada, lo cual entraba dentro de la suposición que hacíamos para este tipo de activos. Observamos para todos los activos leptocurtosis, debido a que para todos el valor de la *kurtosis* es superior a 3, superando a la de la distribución normal. El test de Jarque-Bera indica para todos los activos la no-normalidad en sus rendimientos, hecho esperable viendo los valores de *kurtosis* y *skewness*.

Por otro lado, los test de Dickey-Fuller aumentado (ADF) y el de Phillips-Perron (PP) confirman la supresión de la raíz unitaria en todas las series al usar los rendimientos logarítmicos en lugar de los precios corrientes. También podemos confirmar la estacionariedad tanto en media como varianza en las series, indicado por el test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS). Los test Ljung-Box (Q) muestran escasa autocorrelación entre los rendimientos y sus retardos, únicamente para 3 activos y el primer retardo. Por último, el test de Multiplicador de Lagrange (LM) identifica la presencia de autocorrelación estadísticamente significativa para los rendimientos al cuadrado. Todo y no ser especialmente fuerte en nuestra muestra, lo reduciremos al estimar los modelos AR-GARCH univariantes.

Tabla 1: Clasificación de los activos seleccionados

Nombre	Ticker	Categoría	Volumen de negociación diario medio
Pacific Gas and Electric Company	PCG	Equity	17 178 260
NextEra Energy, Inc.	NEE	Equity	9 795 787
Exelon Corporation	EXC	Equity	7 197 141
Vistra Corp.	VST	Equity	5 194 232
PPL Corporation	PPL	Equity	5 187 977
The Southern Company	SO	Equity	4 536 036
Powerledger	POWR.USD	Energy Token	933 000
SunContract	SNC.USD	Energy Token	168 060
Electrify.Asia	ELEC.USD	Energy Token	7 444 000
Cardano	ADA.USD	Energy Token	860 979 900
Energy Web Token	EWT.USD	Energy Token	46 900
Energi	NRG.USD	Energy Token	1 257 300

Fuente: Elaboración propia. Información de <https://es.finance.yahoo.com>, <https://coinmarketcap.com/view/energy/>, <https://companiesmarketcap.com/energy/largest-companies-by-market-cap/>

Tabla 2: Estadísticos descriptivos de los activos de la muestra

Estadístico	PCG	NEE	EXC	VST	PPL	SO	POWR	SNC	ELEC	ADA	EWT	NRG	SP500	SP500 Energy
Tipo	Equity	Equity	Equity	Equity	Equity	Equity	Token	Token	Token	Token	Token	Token	Benchmark	Benchmark
Media	0.00045	-0.00007	0.00041	0.00236	0.00038	0.00058	0.00081	0.00047	-0.00017	-0.00181	-0.00129	-0.00125	0.00032	0.00077
Desv	0.0173	0.0176	0.0136	0.0295	0.0122	0.0123	0.0467	0.0409	0.0344	0.0457	0.0438	0.0680	0.0109	0.0168
Skewness	-0.60	-0.59	-0.60	-1.52	-0.54	-0.10	2.09	0.59	-0.35	0.06	1.62	-0.08	-0.23	-0.29
Kurtosis	6.84	7.16	5.81	25.10	5.49	4.04	27.90	10.90	7.40	5.64	22.10	6.68	4.72	4.71
JB	571	659	328	17552	260	39.7	22436	2244	699	246	13186	478	109	112
	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***	(0.000)***
ADF	-9.97	-9.11	-9.66	-8.22	-9.22	-9.23	-8.10	-9.54	-9.13	-8.85	-8.59	-8.15	-9.42	-9.71
	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***
PP	-826	-842	-806	-864	-906	-895	-896	-836	-907	-893	-920	-809	-767	-838
	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***	(0.01)***
KPSS	0.12	0.05	0.10	0.26	0.14	0.06	0.33	0.10	0.29	0.76	0.40	0.19	0.22	0.23
	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.100)	(0.010)***	(0.077)*	(0.100)	(0.100)	(0.100)
Q(1)	0.03	0.40	1.60	3.07	0.00	0.60	1.20	0.54	4.15	1.23	7.08	0.69	0.19	0.23
	(0.863)	(0.528)	(0.205)	(0.080)*	(0.961)	(0.437)	(0.273)	(0.463)	(0.042)**	(0.267)	(0.008)***	(0.407)	(0.663)	(0.633)
Q(2)	0.32	0.45	1.66	3.66	0.97	1.10	1.20	0.68	4.15	2.04	8.89	0.69	1.90	0.38
	(0.853)	(0.798)	(0.435)	(0.160)	(0.615)	(0.577)	(0.549)	(0.711)	(0.125)	(0.361)	(0.012)**	(0.708)	(0.387)	(0.829)
Q(5)	3.34	5.21	1.67	9.29	7.28	7.22	3.69	11.0	7.31	2.54	18.8	4.35	2.47	2.62
	(0.647)	(0.390)	(0.893)	(0.098)*	(0.201)	(0.205)	(0.595)	(0.051)*	(0.199)	(0.771)	(0.002)***	(0.500)	(0.781)	(0.758)
LM(3)	0.76	0.99	1.64	8.58	7.29	6.52	1.33	1.51	6.02	2.23	9.67	1.39	1.92	0.38
	(0.860)	(0.804)	(0.651)	(0.035)**	(0.063)*	(0.088)*	(0.722)	(0.681)	(0.111)	(0.527)	(0.021)**	(0.708)	(0.589)	(0.944)
LM(5)	3.31	5.47	1.64	9.35	7.32	7.12	3.92	11.5	6.84	2.52	20.4	4.34	2.56	2.59
	(0.652)	(0.361)	(0.896)	(0.095)*	(0.198)	(0.212)	(0.561)	(0.042)**	(0.233)	(0.773)	(0.001)***	(0.501)	(0.767)	(0.763)
LM(7)	4.78	6.15	3.95	12.0	8.51	7.81	7.17	13.1	7.59	12.6	23.3	12.0	4.44	4.63
	(0.687)	(0.523)	(0.785)	(0.101)	(0.290)	(0.350)	(0.411)	(0.069)*	(0.370)	(0.082)*	(0.001)***	(0.102)	(0.728)	(0.705)

Fuente: Elaboración propia. Esta tabla muestra un resumen de los principales estadísticos y tests de contraste utilizados en el análisis econométrico de las compañías y energy tokens, S&P 500 y S&P 500 Energy. Las abreviaturas utilizadas son: JB = test de Jarque-Bera, ADF = test de Dickey-Fuller aumentado, PP = test de Phillips-Perron, KPSS = test de Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin, Q = test de Ljung-Box para retardos 1, 2 y 5, LM = test de Lagrange Multiplier para los retornos al cuadrado en retardos 3, 5 y 7. Nota: los símbolos *, ** y *** indican significación al 10 %, 5 % y 1 % respectivamente en los *p-values*.

4 Metodología

Esta sección está dedicada a detallar el problema de optimización de las carteras y los modelos econométricos que hay detrás de este, así como se va a dar la evaluación del *risk-return*. Para ello, seguimos la metodología aplicada por Esparcia et al. (2023) a otro tipo de activos, pero que también será relevante aplicarlo en el trabajo que nos atañe. Por ello, en primer lugar mostraremos cuáles van a ser las carteras que formaremos en 4.1. El apartado 4.2 cubre las características de los 3 métodos empleados para el rebalanceo de las carteras, mientras que el apartado 4.3 detalla la estructura de correlación asimétrica y la variabilidad introducida para el calibrado del problema de optimización de las carteras. En tercer y último lugar, la subsección 4.4 muestra los estadísticos que usaremos para valorar los resultados obtenidos respecto al riesgo y rendimiento de las carteras.

4.1 Carteras

A continuación numeramos las diferentes carteras que vamos a formar, siempre siguiendo un sentido a la hora de elegir la combinación de activos que las forman. Por ello, nuestro trabajo tiene como base 15 carteras diferentes, algunas dadas por la teoría clásica del estudio de carteras, y otras por objetivos que hemos planteado en este trabajo.

- **AllAssets:** Contiene los 12 activos, los 6 tokens y 6 acciones.
- **Cartera Base de Activos (CBA):** Formada solo por las 6 empresas.
- **Cartera Base de Tokens (CBT):** Formada solo por los 6 energy tokens
- **CBA + Token:** CBA + ADA, CBA + POWR, CBA + ELEC, CBA + EWT, CBA + NRG, CBA + SNC
- **CBT + Empresa:** CBT + PCG, CBT + NEE, CBT + EXC, CBT + VST, CBT + PPL, CBT + SO

La finalidad de *CBA+* es ver cuál es el aporte individual de cada energy token a una cartera formada por acciones. Comprobamos así si un solo activo diferente es capaz de mejorar el rendimiento de estas carteras, teniendo en cuenta que se presupone que estos van a ser más volátiles. Por ello, tratamos de ver si estas carteras son capaces de nutrirse de este incremento del rendimiento proporcionado por una mayor volatilidad, a la vez que absorber el incremento del riesgo generado. Analizamos también el comportamiento de las carteras pero desde el punto de vista contrario. Con *CBT+* vemos si una acción es capaz de amortiguar la elevada volatilidad que puede presentar una cartera formada por tokens poco diversificada, al pertenecer todos a la misma categoría.

4.2 Métodos de optimización de carteras

Uno de los pioneros en implementar la construcción de carteras optimizadas bajo algún criterio fue Markowitz (1952). Desde entonces, las formas de realizar esta optimización han crecido exponencialmente. Es por ello que nosotros seguiremos tres diferentes métodos, que mediante diferentes criterios tratarán de maximizar los rendimientos esperados mientras minimizan los riesgos esperados.

4.2.1 Cartera equiponderada

Este primer método de optimización consiste en elegir unos pesos fijos y iguales para todos los activos de la cartera tal que:

$$w_i = \frac{1}{n} \quad \text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1 \quad (1)$$

siendo w_i el peso de cada activo i y n el número total de activos que forman la cartera, la cual se mantiene sin rebalancear óptimamente para todo el período muestral. Esta estrategia, todo y ser simple, es defendida en los trabajos de Ernst et al. (2017), Plyakha et al. (2012) y Malladi y Fabozzi (2017) como una cartera difícil de batir.

4.2.2 Cartera de mínima varianza

El método de optimización de mínima varianza (sin ventas en corto) se puede abordar como un problema de optimización dinámica en el que la exposición al riesgo de la cartera se minimiza cada fin de mes, fm , de la siguiente manera:

$$\min_{w_{t_m}} \left(\sigma_{P_{t_m}}^2 \right) = w_{t_m}^T \Sigma_{t_m} w_{t_m} \quad \text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^n w_{i_{t_m}} = 1, \quad 0 \leq w_{i_{t_m}} \leq 1 \quad (2)$$

donde Σ_{t_m} es la matriz de covarianzas dinámica de dimensión $n \times n$, y w_{t_m} es el vector variable en el tiempo de los pesos que estarán asignando una ponderación a cada activo dentro de la cartera.

La formación de la varianza dinámica de la cartera $\left(\sigma_{P_{t_m}}^2 \right)$ requiere la estimación de la matriz de varianzas condicional (Σ_{t_m}) , siendo la diagonal principal la varianza de los rendimientos de cada activo elegido, mientras que el resto de elementos son las covarianzas entre los rendimientos de los activos, por pares. Así, a partir de las correlaciones y desviaciones condicionales estimadas, la matriz de covarianzas condicional se obtiene como un producto cruzado tal que $\Sigma_{t_m} = D_{f_{t_m}} R_{t_m} D_{t_m}$.

En este caso, D_{t_m} es el resultado de la matriz condicional de desviaciones típicas, siendo una matriz diagonal cuyos elementos diferentes de 0 de esta son las volatilidades condicionales extraídas del respectivo modelo del estilo GARCH (1,1) univariante elegido y estimado para cada activo (detallado en 4.3.2). Por otro lado, nos referimos con R_{t_m} a la matriz de correlaciones dinámica que obtenemos mediante el modelo ADCC-GARCH (apartado 5.1) para cada mes de la muestra, que es cuando se dan los rebalances. Esta matriz tiene una diagonal principal formada por unos, y $n(n-1)$ correlaciones condicionales fuera de la diagonal.

4.2.3 Cartera de Sharpe

El tercer y último método que usamos para la optimización de nuestras carteras consiste en la maximización del Criterio de Sharpe (sin ventas en corto). Se define el problema de optimización de la cartera:

$$\max_{w_{t_m}} \text{Sharpe} = \max_{w_{t_m}} \left(\frac{w_{t_m}^{*\top} \mu - \hat{r}_f}{\sqrt{w_{t_m}^{*\top} \Sigma_{t_m} w_{t_m}^*}} \right) \quad \text{sujeto a} \quad \sum_{i=1}^n w_{i t_m} = 1, \quad 0 \leq w_{i t_m} \leq 1 \quad (3)$$

donde w_{t_m} representa el vector de pesos de la cartera en el rebalanceo mensual, siendo $w_{t_m}^{*\top}$ la combinación óptima de pesos que maximiza Sharpe. μ es el vector de retornos esperados condicionales de los activos estimados para ese mes, \hat{r}_f es el tipo libre de riesgo estimado para el mismo periodo a partir de los datos de bonos estadounidenses a un mes, y Σ_{t_m} es la misma matriz de covarianzas condicional de los activos (Maller et al., 2010).

Por tanto, los dos objetivos establecidos son:

$$\text{Maximizar el retorno esperado:} \quad w^{*\top} \mu - \hat{r}_f,$$

$$\text{Minimizar la volatilidad de la cartera:} \quad \sqrt{w^{*\top} \Sigma w^*}.$$

eligiendo la combinación de pesos $w^{*\top}$ que maximizará el ratio de Sharpe.

Este proceso permite construir carteras dinámicas que maximizan el ratio de Sharpe en cada rebalanceo, utilizando información condicional y modelos de volatilidad avanzados, y reportar un Sharpe ratio realista considerando el tipo libre de riesgo vigente en cada período.

4.3 Modelos econométricos univariantes y multivariantes

Cabe recalcar que, todo y que el rebalanceo de las carteras se produce mensualmente, t_m , que está basado en cada matriz de covarianzas Σ_{t_m} resultante a final de cada mes, el modelo autorregresivo está calculado diariamente, t . Entonces, seleccionamos cada Σ_{t_m} resultante a final de mes con la finalidad de optimizar nuestras carteras. Los principales modelos autorregresivos estimados para nuestro trabajo son AR (4.3.1), GARCH (4.3.2) y ADCC-GARCH (5.1).

4.3.1 AR(1). Modelar la ecuación de la media

En primer lugar, para modelar la heterocedasticidad condicional univariante, implementamos un AR(1):

$$\begin{aligned} r_{j,t} &= \phi_j r_{j,t-1} + \varepsilon_{j,t} \\ \varepsilon_{j,t} &= \sigma_{j,t} \eta_{j,t}, \quad \eta_{j,t} \sim f_{j,t}(0, 1, \xi_{j,t}, \nu_{j,t}). \end{aligned} \quad (4)$$

siendo $r_{j,t}$ el rendimiento del activo utilizado, $\varepsilon_{j,t}$ coincide con los residuos del período actual, $\sigma_{j,t}$ representa la volatilidad de los diferentes rendimientos, y $\eta_{j,t}$ son las innovaciones estandarizadas. Posteriormente, cada uno de los modelos univariantes GARCH (4.3.2) son estimados a partir de las innovaciones o residuos de este modelo AR(1).

4.3.2 Modelos GARCH. Ajustar las marginales

Para estimar la varianza dinámica, proponemos 4 diferentes especificaciones de modelos GARCH (1,1). Este paso lo hacemos para permitir que, si es necesario, se ajusten las marginales mediante modelos asimétricos. De esta forma se introducen términos que capturan el *leverage effect* donde los shocks negativos generan mayor volatilidad que shocks positivos de la misma magnitud. Además, asumir errores distribuidos mediante una t de Student permite modelizar colas gruesas y valores altos en los extremos de los rendimientos, mejorando así el ajuste cuando el mercado se encuentra en situaciones de alta volatilidad.

Elegimos 4 modelos entre los cuales asignamos uno a cada activo mediante el criterio de Akaike. Calculamos este valor para los 4 modelos y los 12 activos, quedándonos con el que menor valor de Akaike dé. De esta forma aseguramos que será el que mejor ajusta la varianza dinámica para cada uno.

El primer modelo es el GARCH (1,1) estándar de Bollerslev (1987). Así, estimaremos la varianza como:

$$\begin{aligned}\sigma_{j,t}^2 &= \omega_j + \alpha_j \varepsilon_{j,t-1}^2 + \beta_j \sigma_{j,t-1}^2 \\ \varepsilon_{j,t} &= \sigma_{j,t} \eta_{j,t}, \quad \eta_{j,t} \sim \mathcal{N}(0, 1).\end{aligned}\tag{5}$$

donde ω_j representa la constante del modelo, α_j es el parámetro del componente ARCH y aporta información acerca de la intensidad inicial de los choques de mercado en el proceso univariante, β_j es el componente GARCH o persistencia del proceso, $\varepsilon_{j,t-1}$ refleja el residuo o innovación del modelo en el periodo anterior, y por último $\sigma_{j,t-1}^2$ corresponde a la varianza en el instante anterior $t - 1$. Los residuos $\eta_{j,t}$ se asumen con distribución normal estándar $\mathcal{N}(0, 1)$

El segundo modelo propuesto es un GARCH (1,1) idéntico al anterior, pero con la diferencia de que los residuos $\eta_{j,t}$ ahora asumen una distribución t -Student $t_{\nu_j}(0, 1)$:

$$\begin{aligned}\sigma_{j,t}^2 &= \omega_j + \alpha_j \varepsilon_{j,t-1}^2 + \beta_j \sigma_{j,t-1}^2 \\ \varepsilon_{j,t} &= \sigma_{j,t} \eta_{j,t}, \quad \eta_{j,t} \sim t_{\nu_j}(0, 1).\end{aligned}\tag{6}$$

En tercer lugar, con la finalidad de superar alguna debilidad que pueda presentar el GARCH clásico, proponemos el modelo GARCH exponencial o EGARCH. Este va a permitir efectos asimétricos entre rendimientos de activos positivos y negativos mediante una nueva innovación ponderada (Tsay, 2010).

$$\begin{aligned}\log(\sigma_{j,t}^2) &= \omega_j + \beta_j \log(\sigma_{j,t-1}^2) + \alpha_j \left(\frac{\varepsilon_{j,t-1}}{\sigma_{j,t-1}} \right) + \gamma_j \left(\left| \frac{\varepsilon_{j,t-1}}{\sigma_{j,t-1}} \right| - \mathbb{E} \left| \frac{\varepsilon_{j,t-1}}{\sigma_{j,t-1}} \right| \right) \\ \varepsilon_{j,t} &= \sigma_{j,t} \eta_{j,t}, \quad \eta_{j,t} = \frac{\varepsilon_{j,t}}{\sigma_{j,t}} \sim t_{\nu_j}(0, 1).\end{aligned}\tag{7}$$

En este modelo, ω_j es la constante, β_j mide la persistencia de la volatilidad condicional a lo largo del tiempo, α_j captura el impacto directo de los shocks pasados, y γ_j modela la asimetría o efecto apalancamiento, es decir, la diferente reacción de la volatilidad ante shocks positivos y negativos. La modelización en logaritmos garantiza que la varianza condicional sea siempre positiva, sin necesidad de imponer restricciones sobre los parámetros. Los residuos $\eta_{j,t}$ pueden asumir una distribución t -Student estandarizada $t_{\nu_j}(0, 1)$, lo que permite capturar eventos extremos en la distribución de los retornos. Por último, el término $\mathbb{E} \left| \frac{\varepsilon_{j,t-k}}{\sigma_{j,t-k}} \right|$ es la esperanza de la magnitud del error estandarizado, que para la distribución $t_{\nu_j}(0, 1)$ se calcula en función de los grados de libertad ν_j .

Esta especificación asimétrica y flexible del modelo EGARCH permite capturar de manera conjunta la persistencia de la volatilidad, los efectos de apalancamiento y la presencia de colas gruesas, tres características empíricas fundamentales de las series de retornos financieros.

Por último, elegimos el modelo GJR-GARCH, que tiene una respuesta cuadrática de la volatilidad a las sorpresas recibidas en el mercado, con distintos coeficientes para las malas noticias y para las buenas noticias. A su vez, mantiene la hipótesis de que la menor volatilidad se alcanza cuando no haya sorpresas (Tsay, 2010). Se define como:

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q (\alpha_i a_{t-i}^2 + \gamma_i \mathbb{I}_{\{a_{t-i} < 0\}} a_{t-i}^2) + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (8)$$

$$r_t = \mu + a_t, \quad a_t = \sigma_t \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim t_\nu(0, 1)$$

donde ω es la constante, α_i mide el impacto simétrico de los choques pasados, y γ_i recoge la asimetría o efecto apalancamiento: un valor positivo de γ_i implica que los choques negativos incrementan más la volatilidad que los positivos de igual magnitud. La función indicadora $\mathbb{I}_{\{a_{t-i} < 0\}}$ toma valor uno si el retardo del residuo es negativo y cero en caso contrario. Finalmente, β_j mide la persistencia de la volatilidad a través de sus retardos.

4.3.3 Metodología multivariante

Con la finalidad de analizar la conectividad dinámica entre los activos a lo largo del tiempo y las potenciales estrategias de gestión de carteras propuestas en la sección 4.2, implementamos el *Asymmetric Dynamic Conditional Correlation - Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity* o ADCC-GARCH de Tse y Tsui (2002) y Cappiello et al. (2006) como metodología multivariante. Este modelo es uno de los principales exponentes para captar y medir la dependencia no lineal. Además, cuenta con características interesantes de cara a su implementación, como una gran eficiencia y sencillez a la hora de aplicarlo, así como una interpretación clara. Esta eficiencia computacional permite aplicarla en estudios que, como el nuestro, pretenden hacer muchos cálculos a raíz del rebalanceo mensual de las carteras.

Por tanto, para estimar las correlaciones dinámicas implementamos el modelo ADCC-GARCH (1,1). Este modelo depende de variables instrumentales $q_{ij,t}$, que siguen el proceso:

$$q_{ij,t} = \left(\bar{q}_{ij} - \alpha_{ij} \bar{q}_{ij} - \beta_{ij} \bar{q}_{ij} - \xi_{ij} \bar{q}_{ij} \right) + \alpha_{ij} (\eta_{i,t-1} \eta_{j,t-1}) + \beta_{ij} q_{ij,t-1} + \xi_{ij} (\eta_{i,t}^- \eta_{j,t}^-). \quad (9)$$

donde $q_{ij,t}$ representa la variable instrumental que confiere las covarianzas en cada punto del tiempo, mientras que $\hat{q}_{ij,t}$ es su forma condicional, que expresa lo mismo pero de forma condicional. α_{ij} mide las innovaciones del mercado que afectan la dependencia, β_{ij} indica la persistencia en la correlación, ξ_{ij} controla el comportamiento sesgado de la estructura de dependencia, mientras que $\eta_{i,t}$ y $\eta_{j,t}$ son la nueva información estandarizada obtenida del modelo GARCH univariante.

Por último, $\eta_{i,t}^-$ y $\eta_{j,t}^-$ representan los errores estandarizados *zero-treshold*, que toman el valor de $\eta_{i,t}$ y $\eta_{j,t}$ cuando estos son menores que cero, y valen cero en caso contrario.

Por tanto, para extraer las correlaciones condicionales $\rho_{ij,t}$, las variables instrumentales $q_{ij,t}$ se tipifican:

$$\rho_{ij,t} = \frac{q_{ij,t}}{\sqrt{q_{ii,t}} \sqrt{q_{jj,t}}} \quad (10)$$

(Esparcia et al., 2023; Tsay, 2010)

4.4 Medidas de *performance* y riesgo

De nuevo, continuando con la dinámica implementada en trabajos como Esparcia et al. (2023) y Díaz et al. (2023), que siguen la metodología de Sharpe (1994), Kaplan y Knowles (2004), y Farinelli y Tibiletti (2008), en este apartado detallamos cómo se realiza el análisis de los resultados.

En primer lugar, la evaluación de la *performance* se obtiene a raíz de la construcción de diversas carteras mediante los rendimientos históricos. Para cada metodología se recalculan a final de cada mes los pesos dinámicos de la cartera, w_{t_m} , y obtenemos el rendimiento de la cartera durante el resto de días de negociación del mes siguiente, $r_{p,t_m+\ell}$, mediante la siguiente expresión:

$$r_{P,t_m+\ell} = w_{t_m}' r_{\text{assets},t_m+\ell}$$

donde w_{t_m}' es el vector transpuesto de los pesos obtenidos mediante el rebalanceo de las carteras cada final de mes, permaneciendo invariante para el resto del mes hasta el siguiente rebalanceo. $r_{\text{assets},t_m+\ell}$ es el vector columna dinámico para los rendimientos de los activos ℓ días después de la construcción de la cartera.

En segundo lugar, también es necesario analizar medidas que ofrecen valor ajustado por riesgo. Puesto que la naturaleza de los activos objeto de estudio, los energy tokens, es poseer una volatilidad tan elevada, es necesario poner en contexto los posibles rendimientos elevados que puedan ofrecer y determinar si es interesante asumir el riesgo adicional. Así, para saber qué estrategias reportan una mejor *risk-performance*, usamos tres medidas diferentes.

La primera de ellas es el Ratio de Sharpe (1994), que mide el exceso de rendimiento medio por unidad total de riesgo. Como interés libre de riesgo utilizamos las tasas diarias de los rendimientos obtenidos de los valores del Tesoro de Estados Unidos a vencimiento constante de 1 mes. Es lógico

que la cartera que optimizamos maximizando su ratio tenga el mejor valor de este criterio.

$$\text{Sharpe} = \frac{w_{t_m}^{*\top} \mu - \hat{r}_f}{\sqrt{w_{t_m}^{*\top} \Sigma_{t_m} w_{t_m}^*}} \quad (11)$$

Como segunda medida de riesgo proponemos una que solo considere el riesgo de cola inferior o izquierdo, es decir, el de las colas. Sharpe no diferencia entre exceso de volatilidad positiva o negativa. Por ello, incluimos el índice Kappa de Kaplan y Knowles (2004), que mediante los *Lower Partial Moments* (LPM) trata con las desviaciones negativas de los rendimientos de un rendimiento mínimo aceptable h . $E(r_p)$ informa sobre el rendimiento promedio durante el período estudiado, $\text{LPM}_{m,h}(r)$ representa el LPM de orden m y umbral h . m puede obtener diferentes valores según el tipo de inversor, tomando valores de 0,5 para el inversor agresivo, 1,5 para el moderado y 10 para el defensivo. Por tanto, a mayor valor obtenido, mejor es el desempeño de la cartera y genera buenos rendimientos ajustados a riesgos de grandes pérdidas.

$$K(h, m) = \frac{E(r_p) - h}{[\text{LPM}_{m,h}(r)]^{1/m}} \quad (12)$$

Por último, para cubrir también los *Upper Partial Moments* (UPM), optamos por los ratios propuestos por Farinelli y Tibiletti (2008), que nos ayudarán a comparar los eventos positivos y negativos del mercado. Respecto a los valores de q y m , a medida que son más grandes, implican la preferencia del inversor por mayores rendimientos esperados, o contrariamente, mayor aversión a las pérdidas esperadas, respectivamente. Usaremos para (q, m) los valores $(0,5, 2)$ para inversores defensivos, $(1, 1)$ para inversores moderados y $(3, 0,5)$ para inversores agresivos. De nuevo, un valor alto indica que la cartera obtiene grandes ganancias (cuadráticas) en comparación con pérdidas lineales.

$$FT(\theta, q, m) = \frac{\sqrt[q]{\text{UPM}(\theta, q)}}{\sqrt[m]{\text{LPM}(\theta, m)}} \quad \text{sujeto a } q > 0, m > 0 \quad (13)$$

5 Evidencia empírica

En este apartado, el problema de estimación de las carteras por los 3 métodos se lleva a cabo junto a la estimación dinámica del ADCC-GARCH, obteniendo así los pesos óptimos para cada método y las diferentes combinaciones de carteras. Es aquí donde vemos si las hipótesis que planteamos durante el desarrollo teórico, relacionadas con cómo pueden afectar unos activos a otros en el comportamiento de las carteras. Por tanto, comprobamos si la combinación de las dos categorías que tenemos realmente aportan beneficios en términos de rendimiento y *risk-performance*. Así, nuestra principal finalidad es comparar para cada método de optimización cuáles son las combinaciones de activos que mejor han funcionado, y el porqué.

5.1 Estimaciones del AR(1), GARCH y ADCC-GARCH

La modelización de la estructura de dependencias entre los rendimientos de los activos para la posterior optimización comienza con el AR(1) y GARCH univariante. Mediante los modelos propuestos se permite que, en caso de ser necesario, se aplique una distribución t de Student corriente o bien asimétrica. De esta forma se captura correctamente la conectividad tanto en el centro como en las colas de la distribución conjunta.

Los resultados de la elección de los modelos GARCH para cada activo se muestran en el anexo 2. 9 son modelizados mediante el eGARCH, 2 mediante el gjrGARCH, y 1 mediante el GARCH estándar pero con distribución t de Student. De esta forma, todos son modelizados con una distribución t de Student, lo cual concuerda con los resultados que vimos en la tabla 2, donde rechazábamos la hipótesis de normalidad. Por otro lado, aseguramos que aquellos activos que necesitan una modelización asimétrica en las colas se les aplique un modelo que lo permita.

La tabla 3 expone los resultados obtenidos de la estimación de los modelos AR(1)-GARCH descritos en los apartados 4.3.1, 4.3.2 y . Estos reflejan que el modelado univariante es correcto tanto para las empresas de energía como para los energy tokens. Los tests de Ljung-Box (Q(5)) y del Multiplicador de Lagrange (LM(7)) para las innovaciones y innovaciones al cuadrado, respectivamente, no rechazan la hipótesis nula de ausencia de autocorrelación. Por tanto, indica que los modelos capturan bien la dinámica temporal de la media y varianza.

Respecto a los parámetros, phi (ϕ) es el único que muestra para prácticamente todos los activos no significatividad. Por ende, los rendimientos no dependen del retardo puesto que este es el coeficiente autorregresivo del AR(1). En cambio, omega (ω) sí que es significativa y indica que hay un mínimo de volatilidad en las series, en algunos casos ligeramente negativo, y en otros nula.

Tabla 3: Resultados de las estimaciones GARCH univariante y ADCC-GARCH multivariante

Panel A: Parámetros y estadísticas de la distribución univariante									
Activo	Modelo	ϕ	ω	α	β	γ_1	Shape	Q(5)	LM(7)
PCG	sGARCH	-0.051 (-1.52)	0.000 (0.70)	0.033 (3.95)***	0.964 (110.32)***	NA	5.249 (7.58)***	3.343 (0.65)	4.778 (0.69)
NEE	eGARCH	-0.011 (-0.34)	-0.526 (-1.82)*	-0.076 (-2.08)**	0.936 (26.57)***	0.137 (1.14)	4.542 (6.59)***	5.214 (0.39)	6.146 (0.52)
EXC	eGARCH	0.052 (1.58)	-0.373 (-118.68)***	-0.062 (-2.57)**	0.957 (1387.99)***	0.077 (7.03)***	4.728 (5.72)***	1.670 (0.89)	3.951 (0.79)
VST	eGARCH	-0.050 (-1.52)	-0.026 (-3.71)***	0.035 (2.46)**	0.996 (839.26)***	0.108 (3.01)***	4.669 (7.54)***	9.293 (0.10)	11.982 (0.10)
PPL	eGARCH	0.008 (0.20)	-0.658 (-4.09)***	-0.115 (-3.71)***	0.926 (51.48)***	0.169 (3.39)***	7.455 (4.00)***	7.278 (0.20)	8.509 (0.29)
SO	gjrGARCH	-0.052 (-1.39)	0.000 (2.23)**	0.034 (0.97)	0.731 (6.99)***	0.113 (2.18)**	9.118 (3.28)***	7.221 (0.20)	7.809 (0.35)
POWR	gjrGARCH	-0.070 (-2.03)**	0.001 (3.52)***	0.548 (2.72)***	0.477 (5.59)***	-0.396 (-2.03)**	3.025 (8.27)***	3.692 (0.59)	7.174 (0.41)
ELEC	eGARCH	-0.060 (-1.77)*	-0.380 (-2.69)***	0.003 (0.09)	0.944 (45.50)***	0.234 (3.86)***	3.745 (7.20)***	7.308 (0.20)	7.586 (0.37)
ADA	eGARCH	-0.022 (-1.45)	-0.427 (-1.95)*	0.033 (0.96)	0.932 (26.64)***	0.279 (3.86)***	4.858 (6.04)***	2.536 (0.77)	12.592 (0.08)*
EWT	eGARCH	-0.080 (-2.28)**	-0.506 (-2.91)***	0.064 (1.72)*	0.922 (34.67)***	0.295 (4.63)***	3.863 (7.20)***	18.815 (0.00)***	23.324 (0.00)***
NRG	eGARCH	0.004 (0.11)	-0.096 (-3.66)***	0.028 (1.28)	0.983 (209.57)***	0.151 (3.15)***	5.399 (5.69)***	4.351 (0.50)	11.962 (0.10)
SNC	eGARCH	-0.032 (-2.85)***	-0.344 (-2.45)**	0.004 (0.11)	0.947 (43.87)***	0.308 (4.01)***	3.204 (8.44)***	11.040 (0.05)*	13.096 (0.07)*
Panel B: Parámetros de la distribución multivariante									
		α_{Joint}	β_{Joint}	ξ	ν				
Distribución conjunta		0.0083	0.9211	0.02073	6.6888				

Fuente: Elaboración propia. Esta tabla contiene los resultados de la estimación de los modelos GARCH univariantes. Los parámetros son presentados junto a sus *t-values* entre paréntesis, representando *, ** y *** la significación estadística al 10 %, 5 % y 1 % respectivamente. Para el Ljung-Box (Q) y el test del Multiplicador de Lagrange (LM), los valores entre paréntesis son los *p-values*. Estos valores sirven para el rechazo o no de la hipótesis nula en cada caso a una significación concreta.

Por otro lado, el parámetro alpha (α) generalmente muestra valores o bien no significativos, o muy pequeños. Indica por tanto que los shocks de nueva información afectan escasamente a nuestras variables. Por otro lado, el parámetro beta (β) sí muestra significatividad y unos valores altos, lo que implica que la dependencia entre activos es persistente en el tiempo. Por último, el parámetro gamma (γ_1) recoge los efectos asimétricos, mientras que (*Shape*) recoge los grados de libertad de la distribución t de Student. Los resultados muestran que para casi todos nuestros activos existe asimetría en la volatilidad, por lo que los shocks positivos no afectarán igual que los negativos. Por otro lado, los valores elevados en los grados de libertad representan colas pesadas en los rendimientos, lo que justifica el uso de modelos que ajustan con la t de Student.

En síntesis, consideramos que con esta modelización reducimos los posibles problemas que podía presentar la muestra de forma previa al análisis, y estimamos correctamente los parámetros de los que se nutre el modelo multivariante.

5.2 Resultados de la optimización de carteras

En los siguientes subapartados, mostraremos los resultados obtenidos de la optimización de las carteras, así como una interpretación de estos. Posteriormente, en el apartado ?? realizaremos un análisis de forma gráfica para poder interpretar estos datos de una forma más visual.

5.2.1 Estrategia equiponderada (EQ)

El método de cartera equiponderada no requiere ninguna optimización, puesto que los pesos se mantienen fijos durante todo el período. Por tanto esta cartera no resulta en muchas ocasiones la óptima, puesto que no se puede rebalancear bajo ningún criterio. No obstante, sirve para comprobar el comportamiento de cada cartera cuando los activos padecen todos los cambios del mercado. Los resultados se muestran en la tabla 4.

Observamos que las carteras compuestas principalmente por las empresas de energía (*CBA*) obtienen un mejor rendimiento, y una volatilidad menor. Esto provoca que sean las carteras más deseadas en cuanto a rendimiento por unidades de riesgo, como se observa con Sharpe. De hecho, esta diferencia se reduce con la cartera que los combina todos (*AllAssets*). No obstante, sigue sin ser suficiente para justificar la inclusión de los *energytokens*, que incorporan rendimientos negativos y una elevada volatilidad. Por último, vemos que en este caso ninguna cartera es capaz de batir al mercado energético (*SP500 Energy*). El resto de medidas concuerdan con el mismo razonamiento.

Tabla 4: Estadísticos anuales de las carteras para la estrategia equiponderada

Cartera	Rendimientos	Volatilidad	Sharpe	VaR _{1%}	VaR _{5%}	Kappa _{0,5}	Kappa _{1,5}	Kappa ₁₀	FT _{def}	FT _{mod}	FT _{agr}
AllAssets	0.069	0.332	0.0050	0.0573	0.0337	0.094	0.023	0.0044	0.220	1.04	7.11
CBA	0.176	0.196	0.0431	0.0303	0.0207	0.429	0.105	0.0241	0.269	1.16	7.09
CBA+ADA	0.115	0.216	0.0215	0.0382	0.0223	0.238	0.061	0.0147	0.246	1.09	6.72
CBA+EWT	0.122	0.209	0.0243	0.0354	0.0215	0.260	0.068	0.0148	0.248	1.10	6.97
CBA+ELEC	0.153	0.199	0.0352	0.0332	0.0196	0.364	0.089	0.0175	0.262	1.14	7.00
CBA+NRG	0.130	0.248	0.0223	0.0421	0.0242	0.230	0.060	0.0127	0.246	1.09	6.53
CBA+POWR	0.193	0.210	0.0453	0.0358	0.0217	0.443	0.109	0.0238	0.269	1.17	7.85
CBA+SNC	0.160	0.199	0.0372	0.0324	0.0195	0.377	0.093	0.0225	0.264	1.14	7.09
CBT	-0.039	0.593	-0.0086	0.1080	0.0597	-0.029	-0.007	-0.0012	0.201	0.98	7.15
CBT+EXC	-0.026	0.513	-0.0084	0.0926	0.0503	-0.023	-0.005	-0.0010	0.202	0.99	7.14
CBT+NEE	-0.034	0.515	-0.0094	0.0919	0.0497	-0.030	-0.007	-0.0013	0.202	0.98	7.08
CBT+PCG	-0.016	0.517	-0.0071	0.0922	0.0512	-0.014	-0.003	-0.0006	0.203	0.99	7.19
CBT+PPL	-0.014	0.513	-0.0069	0.0926	0.0508	-0.012	-0.003	-0.0005	0.203	0.99	7.17
CBT+SO	-0.012	0.511	-0.0067	0.0915	0.0507	-0.011	-0.002	-0.0004	0.204	0.99	7.16
CBT+VST	0.054	0.526	0.0015	0.0928	0.0521	0.048	0.011	0.0020	0.208	1.02	7.31
SP500	0.081	0.173	0.0212	0.0303	0.0174	0.220	0.054	0.0131	0.233	1.08	7.10
SP500 Energy	0.194	0.266	0.0227	0.0446	0.0255	0.342	0.085	0.0187	0.252	1.13	7.12

Fuente: Elaboración propia. Los resultados son de la optimización de la estrategia equiponderada para el período comprendido entre el 17/12/2021 y el 28/02/2025, siendo *SP500* y *SP500 Energy* las carteras *benchmark*. Se calcula el *VaR* diario (Value at Risk) para un nivel de confianza del 1% o 5%. *Sharpe* calcula la media diaria de la rentabilidad de la cartera dividida por la volatilidad, ajustando por el tipo libre de riesgo. *Kappa* se calcula con m 0,5 para el inversor agresivo, 1,5 para el moderado y 10 para el defensivo. *FT* es el ratio Farinelli y Tibiletti, con valores (q, m) de (0,5, 2) para inversores defensivos, (1, 1) para moderados y (3, 0,5) para agresivos.

5.2.2 Estrategia de mínima varianza (MV)

Los resultados de la tabla 5 muestran que la cartera con todos los activos *AllAssets* es la que menor volatilidad reporta, junto con un rendimiento aceptable. Además, su ratio de Sharpe se encuentra entre los mejores, así como su VaR. Respecto a las medidas de riesgo de Kappa (*Kappa*) y Farinelli-Tibiletti (*FT*), de nuevo también se encuentra entre las que mejor *performance* obtienen, superando constantemente a las carteras base de tokens *CBTs* y manteniendo un nivel cercano a las carteras con base de activos *CBAs*.

La cartera *CBA* tiene el mayor valor en Sharpe, lo que implica que es la que mejor rendimiento por unidad de riesgo aporta al inversor. Además, la inclusión de ningún token individual consigue batirla en términos de *performance*. No obstante, todo y que la inclusión de estos implica una reducción de *performance* en todos los casos, observamos una reducción relevante de *downside risk* al incluir los tokens *EWT*, *ELEC* y *SNC*. Esto se advierte en los mejores resultados obtenidos para $VaR_{1\%}$. No obstante, para $VaR_{5\%}$ esta mejora solo se refleja con *SNC*. Por último, *CBA* resulta la cartera más robusta frente a los diferentes niveles de aversión al riesgo según los valores de *Kappa*. También vemos resultados bastante semejantes para *FT* indicando que los rendimientos medios en los mejores escenarios respecto a los peores se mantienen constantes.

Por otro lado, *CBT*, que contiene exclusivamente tokens, es la que refleja el peor comportamiento en términos de *performance* y *downside risk*. No obstante, esta cartera mejora notablemente con la inclusión de *PPL* y *SO*, que consiguen tanto incrementar sus rendimientos como disminuir la volatilidad. La mejora es especialmente notable con *VST*, aunque esta última es la que menos mejora su VaR. Siguiendo en la misma corriente, *CBT* muestra colas de pérdidas más pronunciadas que de ganancias ($K < 0$, $FT < 1$). Pero, de nuevo, *PPL*, *SO*, y sobre todo *VST*, aportan una reducción de la asimetría de colas y mejoras en la protección ante eventos extremos, con un perfil de riesgo-cola razonable. Estas mejoras son observables en los incrementos en todos los valores de *Kappa* y *FT*.

Los resultados confirman los postulados formulados, y es que podemos ver que son las acciones las que están siendo capaces de, al combinarse con los tokens, reducir la volatilidad y aumentar el rendimiento de la cartera en todos los casos. No obstante, para al menos esta estrategia, podemos concluir que no es deseable incorporar a nuestras acciones tokens, siendo la única excepción cuando se busca reducir el *downside risk*, lo que se consigue en algunos de los casos mencionados anteriormente.

Comentar también que, comparando los resultados de la tabla 4 para la cartera equiponderada, las carteras *CBAs* ahora optimizadas sí superan en algunas ocasiones a *SP500 Energy*, y constantemente a *SP500*. Especialmente en *Sharpe* y *VaR*.

Tabla 5: Estadísticos anuales de las carteras para la estrategia mínima varianza

Cartera	Rendimientos	Volatilidad	Sharpe	VaR _{1%}	VaR _{5%}	Kappa _{0,5}	Kappa _{1,5}	Kappa ₁₀	FT _{def}	FT _{mod}	FT _{agr}
AllAssets	0.189	0.170	0.0545	0.0279	0.0176	0.544	0.131	0.0276	0.282	1.20	7.45
CBA	0.216	0.177	0.0621	0.0309	0.0177	0.610	0.145	0.0332	0.287	1.22	7.58
CBA+ADA	0.204	0.175	0.0583	0.0297	0.0179	0.579	0.138	0.0315	0.283	1.21	7.56
CBA+EWT	0.191	0.175	0.0534	0.0302	0.0178	0.535	0.128	0.0277	0.278	1.20	7.46
CBA+ELEC	0.205	0.171	0.0600	0.0284	0.0177	0.595	0.142	0.0312	0.286	1.22	7.57
CBA+NRG	0.206	0.176	0.0588	0.0302	0.0179	0.582	0.139	0.0316	0.285	1.21	7.54
CBA+POWR	0.205	0.174	0.0590	0.0300	0.0179	0.580	0.140	0.0316	0.284	1.21	7.52
CBA+SNC	0.196	0.171	0.0567	0.0285	0.0175	0.571	0.136	0.0306	0.286	1.21	7.52
CBT	-0.278	0.482	-0.0419	0.0913	0.0505	-0.256	-0.064	-0.0098	0.174	0.90	6.32
CBT+EXC	0.068	0.204	0.0083	0.0329	0.0213	0.158	0.038	0.0076	0.233	1.06	7.01
CBT+NEE	0.034	0.237	-0.0019	0.0384	0.0245	0.064	0.016	0.0039	0.226	1.03	6.71
CBT+PCG	0.060	0.247	0.0047	0.0429	0.0253	0.116	0.027	0.0053	0.223	1.04	7.03
CBT+PPL	0.143	0.186	0.0344	0.0297	0.0187	0.360	0.090	0.0210	0.260	1.14	7.13
CBT+SO	0.142	0.188	0.0335	0.0309	0.0180	0.350	0.088	0.0197	0.260	1.13	7.19
CBT+VST	0.267	0.320	0.0443	0.0531	0.0304	0.404	0.099	0.0185	0.253	1.15	7.75
SP500	0.081	0.173	0.0212	0.0303	0.0174	0.220	0.054	0.0131	0.233	1.08	7.10
SP500 Energy	0.194	0.266	0.0227	0.0446	0.0255	0.342	0.085	0.0187	0.252	1.13	7.12

Fuente: Elaboración propia. Los resultados son de la optimización de mínima varianza para el período entre el 17/12/2021 y el 28/02/2025, siendo *SP500* y *SP500 Energy* las carteras *benchmark*. Se calcula el *VaR* diario (Value at Risk) para un nivel de confianza del 1% o 5%. *Sharpe* calcula la media diaria de la rentabilidad de la cartera dividida por la volatilidad, ajustando por el tipo libre de riesgo. *Kappa* se calcula con m 0,5 para el inversor agresivo, 1,5 para el moderado y 10 para el defensivo. *FT* es el ratio Farinelli y Tibiletti, con valores (q, m) de (0,5, 2) para inversores defensivos, (1, 1) para moderados y (3, 0,5) para agresivos.

5.2.3 Estrategia de Sharpe (TS)

La tabla 6 presenta una diferencia apreciable respecto a las tablas 4 y 5 anteriores, y es que se observa una notable mejora en la optimización de las carteras a nivel general, y muy notoria para las carteras de tokens. Podemos presuponer que la elevada volatilidad que muestran los *energy tokens* provoca que, a la hora de buscar las carteras de mínima varianza, sus rendimientos se vean notablemente afectados tratando de minimizar su riesgo. No obstante, como en este caso buscamos maximizar un ratio que valora el rendimiento por riesgo, parece ser que los elevados rendimientos de los tokens consiguen paliar los efectos de la volatilidad. Esto da lugar a carteras en las que ahora sí es interesante su inclusión.

Para esta estrategia, destaca la cartera de *AllAssets* puesto que es la que mayor ratio de Sharpe consigue. Lo hace mediante una combinación de unos rendimientos elevados y una volatilidad, si bien elevada, de las mejores para esta estrategia. También obtiene unos valores para ambos *VaR* que están entre los más reducidos, mientras que las métricas *Kappa* y *FT* nos muestran que seguir esta estrategia se comporta bien frente a riesgos moderados. No obstante, pierde bastante atractivo para los inversores más adversos al riesgo. Esta conclusión es esperable debido a que es la estrategia que, optimizando, obtenemos una mayor volatilidad. Por tanto, si los inversores son poco adversos al riesgo, esta cartera será muy atractiva ya que obtendrán altos retornos pese a la posibilidad de pérdidas elevadas.

Las carteras con base de las empresas energéticas (*CBAs*), vemos que por primera vez la incorporación de los tokens *ADA*, *ELEC* y *NRG* mejora la *performance* de la cartera base. Se destaca la mejora con la incorporación de *POWR*, que a pesar de incrementar la volatilidad, incrementa mucho más el rendimiento. El comportamiento respecto al *VaR* es bastante parejo para todas. De la misma forma, los ratios de (*Kappa*) y (*FT*) son similares, destacando levemente las carteras con *PWR* y *ELEC*.

Las carteras con base de tokens (*CBTs*), vemos una clara disminución de la *performance* si la comparamos con las carteras con base de acciones (*CBAs*). No obstante, mejoran respecto a los dos otros métodos que hemos mostrado anteriormente. Así, la cartera base (*CBT*) mejora en todos los casos su *performance* excepto en uno, la cual cosa se advierte si observamos el ratio de Sharpe, más elevado para las combinaciones con alguna acción. El caso en el que se incorpora (*VST*) consigue doblar prácticamente el rendimiento de la cartera base y disminuye a la mitad su volatilidad, obteniendo así un Sharpe que se aproxima mucho al de las carteras (*CBAs*). No obstante, son carteras aún más arriesgadas, reflejado en los valores más elevados para todos los *VaR*, así como en los valores de (*Kappa*) y (*FT*). Por ende se refuerza la idea de que serán carteras más óptimas para los inversores propensos al riesgo.

Tabla 6: Estadísticos anuales de las carteras para la estrategia Sharpe

Cartera	Rendimientos	Volatilidad	Sharpe	VaR _{1%}	VaR _{5%}	Kappa _{0,5}	Kappa _{1,5}	Kappa ₁₀	FT _{def}	FT _{mod}	FT _{agr}
AllAssets	0.456	0.228	0.1140	0.0348	0.0212	1.110	0.253	0.0440	0.324	1.39	8.98
CBA	0.417	0.226	0.1040	0.0348	0.0218	0.977	0.234	0.0545	0.309	1.36	8.73
CBA+ADA	0.425	0.228	0.1060	0.0349	0.0211	0.996	0.236	0.0524	0.310	1.36	8.76
CBA+EWT	0.417	0.227	0.1040	0.0350	0.0214	0.973	0.233	0.0536	0.309	1.36	8.70
CBA+ELEC	0.423	0.224	0.1070	0.0342	0.0219	1.000	0.240	0.0549	0.314	1.37	8.74
CBA+NRG	0.423	0.228	0.1050	0.0351	0.0220	0.996	0.234	0.0530	0.309	1.36	8.77
CBA+POWR	0.461	0.235	0.1120	0.0350	0.0222	1.090	0.251	0.0432	0.312	1.39	9.08
CBA+SNC	0.404	0.220	0.1040	0.0350	0.0204	0.975	0.231	0.0527	0.319	1.35	8.68
CBT	0.348	0.643	0.0300	0.1170	0.0592	0.277	0.068	0.0100	0.204	1.11	8.86
CBT+EXC	0.164	0.385	0.0200	0.0652	0.0335	0.235	0.053	0.0084	0.206	1.08	9.80
CBT+NEE	0.419	0.531	0.0440	0.0938	0.0464	0.407	0.102	0.0201	0.223	1.16	9.39
CBT+PCG	0.388	0.315	0.0690	0.0559	0.0273	0.703	0.160	0.0306	0.260	1.25	10.7
CBT+PPL	0.255	0.398	0.0330	0.0680	0.0335	0.357	0.083	0.0136	0.213	1.13	10.9
CBT+SO	0.249	0.235	0.0550	0.0350	0.0216	0.552	0.133	0.0226	0.261	1.21	9.65
CBT+VST	0.665	0.393	0.0990	0.0707	0.0366	0.973	0.215	0.0426	0.290	1.34	9.46
SP500	0.081	0.173	0.0212	0.0303	0.0174	0.220	0.054	0.0131	0.233	1.08	7.10
SP500 Energy	0.194	0.266	0.0227	0.0446	0.0255	0.342	0.085	0.0187	0.252	1.13	7.12

Fuente: Elaboración propia. Los resultados son de la optimización de la estrategia de Sharpe para el período comprendido entre el 17/12/2021 y el 28/02/2025, siendo *SP500* y *SP500 Energy* las carteras *benchmark*. Se calcula el *VaR* diario (Value at Risk) para un nivel de confianza del 1% o 5%. *Sharpe* calcula la media diaria de la rentabilidad de la cartera dividida por la volatilidad, ajustando por el tipo libre de riesgo. *Kappa* se calcula con m 0,5 para el inversor agresivo, 1,5 para el moderado y 10 para el defensivo. *FT* es el ratio Farinelli y Tibiletti, con valores (q, m) de (0,5, 2) para inversores defensivos, (1, 1) para moderados y (3, 0,5) para agresivos.

Por último, vemos que este método es el único que consigue que todas sus carteras batan a las dos que usamos como *benchmarks*, obteniendo así mejores resultados que el mercado empleando una estrategia más agresiva.

5.3 Análisis dinámico

Para proporcionar más robustez y valor a este trabajo, examinamos la evolución diaria de la *performance* en este último subapartado del bloque de resultados. Para ello, graficamos la evolución diaria (anualizada) del ratio de Sharpe (11) y el índice de *Kappa* (4.4) con $m = 2$, el cual es equivalente al ratio de Sortino. Este último solo tiene en cuenta la desviación típica de los rendimientos negativos (*downside deviation*), y permite medir el rendimiento ajustado al riesgo a la baja. Los gráficos recogen solo el período 2023-2025 debido a que la ventana de *rolling* es de 252 días para conseguir capturar ciclos completos de mercado y que los ratios reflejen correctamente el comportamiento.

Los gráficos de la figura 2 representan los ratios mencionados para las carteras equiponderadas, donde vemos una alta sensibilidad a la volatilidad de algunos tokens. A raíz de la distribución equiponderada de pesos, se generan variaciones notables en ambos ratios. No obstante, observamos que la evolución es semejante, coincidiendo los picos más elevados con el período de euforia de tokens vivido en verano de 2023 (Binance News, 2023). Se deja entrever que los tokens también son un activo que es influenciado por las corrientes del mercado, aunque también percibimos que es capaz de corregirse a sí mismo estabilizando estos ratios a partir de finales de 2024.

Por otro lado, los gráficos 3 y 4 exhiben patrones similares para ambos métodos. Para todas las carteras, *Kappa* supera sistemáticamente a Sharpe, lo que indica que la mayor parte de la volatilidad está en el lado positivo de las colas y que la penalización por caídas (*downside risk*) está siendo correctamente capturada. Este hecho significa que la mayoría de las variaciones se deben a rendimientos positivos o volatilidad simétrica. Por tanto, las carteras minimizan las colas negativas, maximizando el *upside* y estando menos expuestas al *drawdown*.

Para el método de mínima varianza, vemos que ambos ratios para la cartera base de tokens son casi siempre negativos. Todo y que la cartera *AllAssets* consigue resultados similares a la de *CBA*, parece que la integración individual de algunos tokens a esta última mejora la *performance*. Este hecho consigue desplazar ambos ratios ligeramente al alza y con mayor estabilidad desde 2024. Por tanto, la correcta elección de tokens aporta diversificación real, reduciendo las correlaciones negativas y aprovechando los movimientos alcistas.

Figura 2: Evolución de los ratios de Sharpe y Kappa diarios (anualizados) para las carteras equiponderadas

Rolling Sharpe & Kappa ... Método EQ

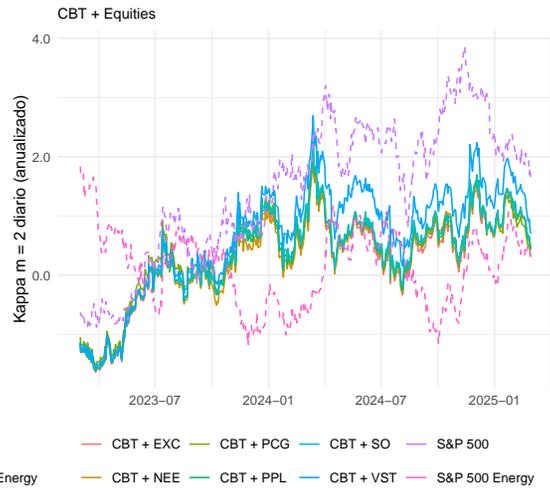
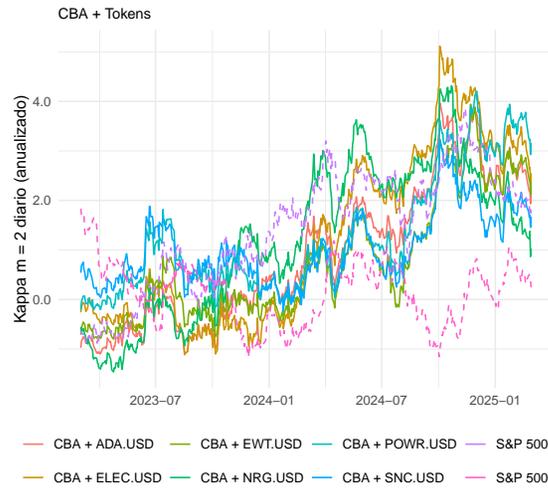
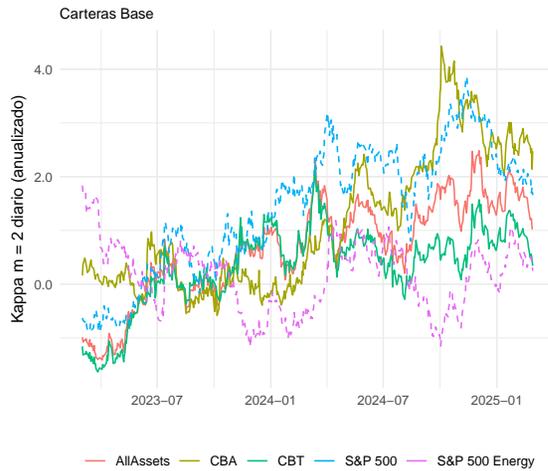
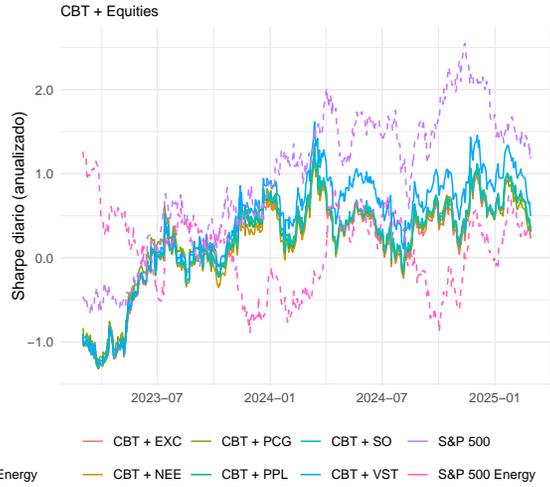
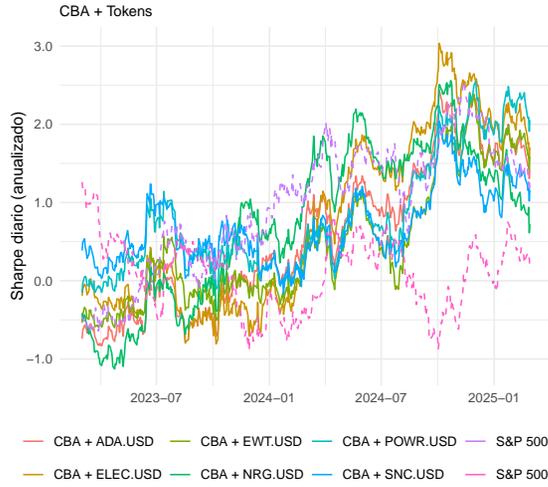
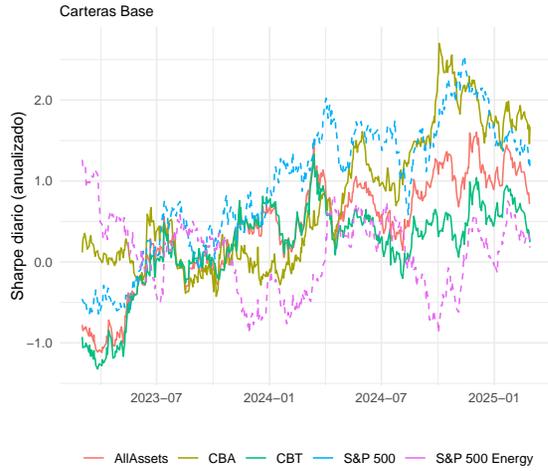


Figura 3: Evolución de los ratios de Sharpe y Kappa diarios (anualizados) para las carteras de mínima varianza

Rolling Sharpe & Kappa ... Método MV

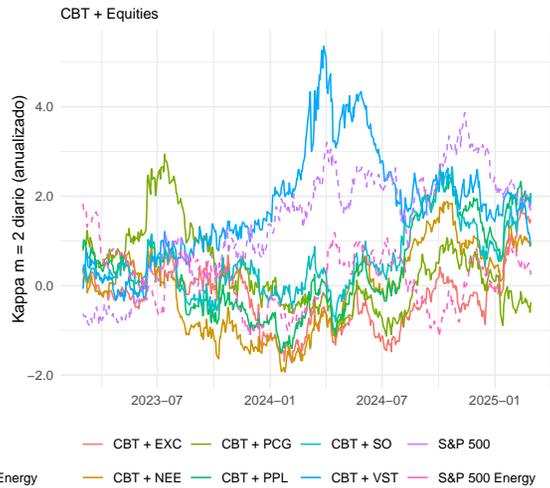
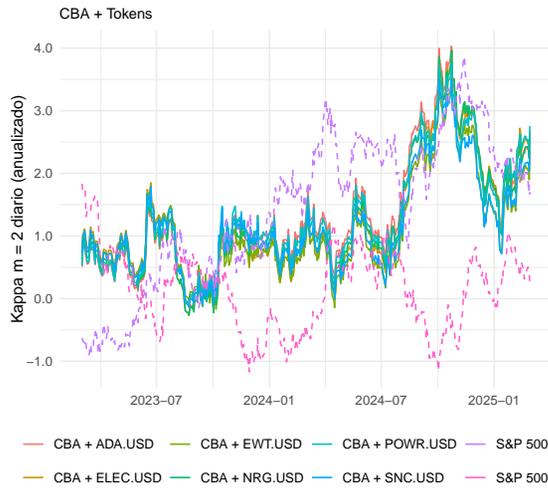
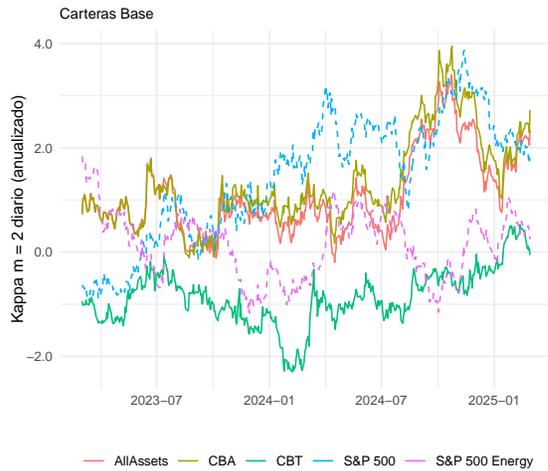
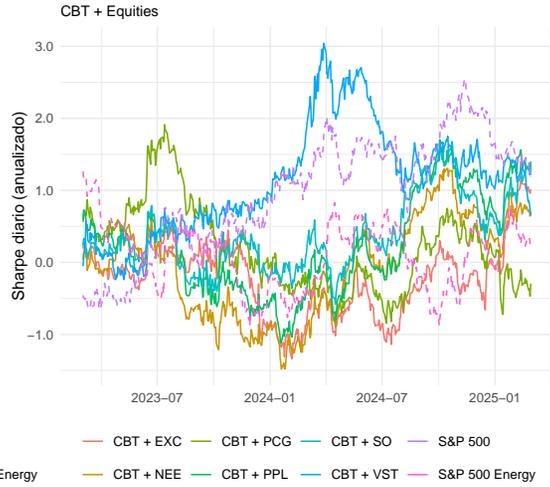
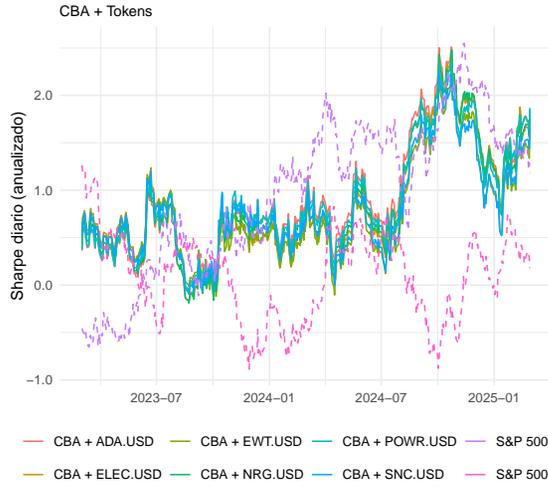
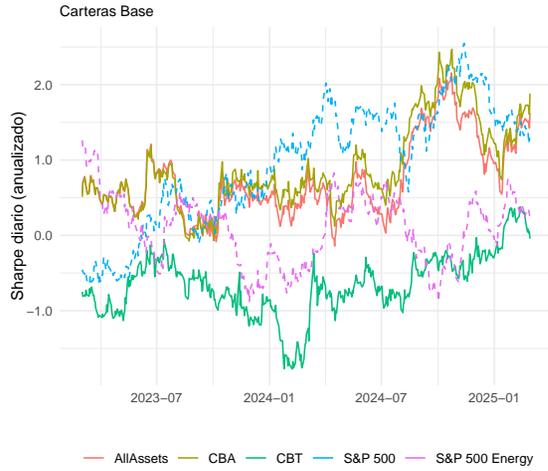
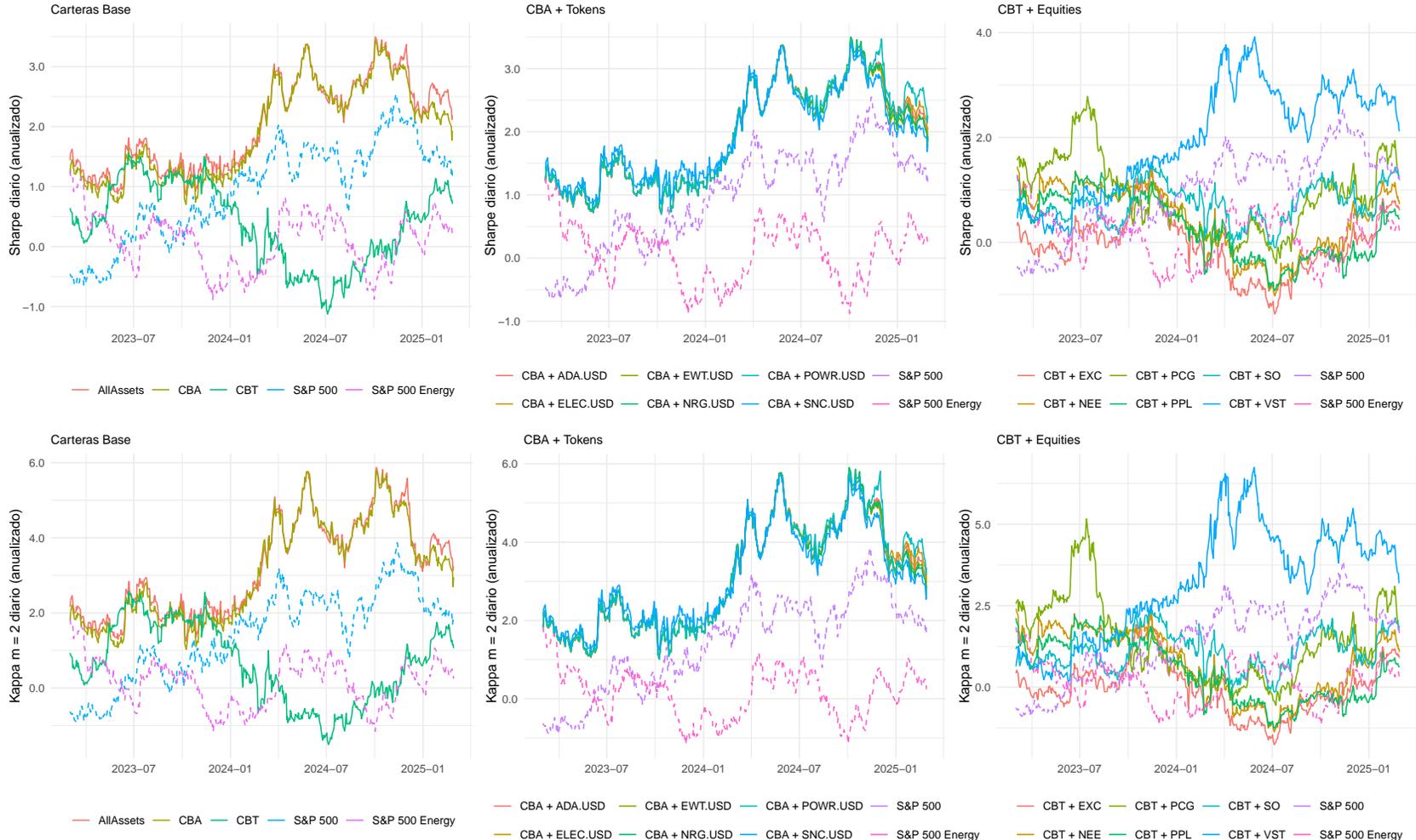


Figura 4: Evolución de los ratios de Sharpe y Kappa diarios (anualizados) para las carteras de Sharpe

Rolling Sharpe & Kappa ... Método TS



Este efecto es todavía más pronunciado para la metodología de Sharpe, donde el ratio de Kappa se eleva hasta niveles muy altos. Por tanto, podemos afirmar que la metodología TS (Tangente Sharpe o método de maximización del ratio de Sharpe) captura mejor los sesgos de cola positiva de los tokens.

Observamos resultados muy diferentes cuando tenemos la cartera base de tokens combinada con alguna *equity*. En la mayoría de los casos de la estrategia de mínima varianza no consigue mejorar la *performance* y obtener ratios positivos. En cambio, sí ocurre cuando la estrategia es la de Sharpe. Podemos afirmar que esta metodología potencia mucho la protección frente a pérdidas, capturando los excesos de rentabilidad de ambos activos sin comprometer la estabilidad ante pérdidas elevadas, o al menos compensándolas.

Cabe destacar la utilidad que aporta a las *CBT* la incorporación de *VST* y *PCG*, que consiguen elevar ambos ratios de una forma muy pronunciada. La razón es la baja interdependencia de estos dos activos respecto a la cartera, junto a unos posibles rendimientos elevados y constantes de ambos. Estos factores explican el incremento de ambos ratios, que se nutren de una mejor diversificación, reduciendo la volatilidad agregada y reforzando la gestión de las colas negativas y la estabilidad de los rendimientos.

Por último, nos centramos en como se comportan las carteras *benchmark*. En general, vemos que la cartera de *S&P500* obtiene unos valores elevados respecto a todos los métodos y carteras, siendo muy difícil de batir. De hecho, solo son las carteras optimizadas maximizando Sharpe las que consiguen obtener mejores resultados de una forma más constante. Este hecho es explicado por un método de *performance* medido por unidades de riesgo, el cual favorece una cartera compuesta por 500 activos, más diversificada y con menos volatilidad.

No obstante, vemos que se puede batir con solo 12 activos, eligiendo la combinación y método adecuados. Además, si nos centramos en el sector de la energía con *S&P500 energy*, las carteras base y las *CBA+* consiguen obtener mejores resultados constantemente. Por tanto, podemos afirmar que la combinación entre acciones del sector energético con *energy tokens* consigue obtener mejor *performance* que un índice del mercado de la energía.

6 Conclusiones

El objetivo planteado es combinar el uso de *energy tokens* en carteras junto a otros activos del sector de la energía, con la finalidad de evaluar su *performance* y comportamiento ante el riesgo. Es decir, comprobar si este tipo de criptoactivo resulta un activo interesante para los gestores de carteras, y pueden obtener beneficios al incorporarlos en sus *portfolios*

A lo largo de este trabajo hemos llevado a cabo, en primer lugar, una exploración de la bibliografía para demostrar que el objetivo de este estudio no solo es un tema de actualidad, sino que también se trata de un trabajo pionero y relevante de cara a los siguientes años. Esto viene dado por la naturaleza de los activos que analizamos, los *energy tokens*, que son de reciente creación. Además, es un activo que puede ser muy importante durante los siguientes pasos de las finanzas por su capacidad de aumentar la eficiencia, incrementar la liquidez y disminuir los costes de las operaciones.

A continuación, se ha desarrollado detalladamente la metodología aplicada en este paper, y demostrado que su uso es apropiado para la modelización de estos activos y objetivos perseguidos.

De esta forma, hemos obtenido una serie de resultados relevantes que contestan a las preguntas que nos planteamos al principio de este paper. En primer lugar, comprobamos que la combinación de acciones de empresas del sector energético y *energy tokens*, bajo los métodos apropiados de construcción de carteras, aporta resultados interesantes para los gestores de carteras. La cartera *AllAssets* trabaja bien, consiguiendo combinar de una forma óptima rendimiento y riesgo. Se comporta de forma correcta en las colas y combina las propiedades de ambos activos para formar una cartera consistente y firme ante los cambios del mercado.

En general, las carteras que mejor funcionan son las carteras con base de activos *CBA+*, debido a que aprovechan la estabilidad proporcionada por unas acciones menos volátiles. Junto con algún token que les proporciona un extra de rentabilidad, siguen correctamente diversificadas y se comportan correctamente en las colas.

No obstante, cuando llevamos a cabo una optimización por Sharpe, los tokens consiguen una mejor *performance* compensando la mayor volatilidad con incrementos de sus rendimientos. Por ende, supone que la estrategia de mínima varianza no es óptima para este tipo de activos, puesto que su optimización no permite la explotación de sus características. Para este método, las carteras *CBT+* funcionan correctamente. Lo hacen especialmente bien ciertas empresas que consiguen reducir notablemente tanto la varianza como los riesgos de cola negativa, sin afectar notablemente a los rendimientos. Aún así, consideramos que estas carteras se adaptan a inversores que posean un perfil propenso al riesgo, puesto que siguen siendo carteras con una volatilidad elevada y

riesgos de grandes pérdidas en períodos donde el mercado no funciona a su favor.

Los resultados muestran un efecto de diversificación entre los *energy tokens* y los mercados de energía, especialmente en los períodos de estabilidad. En cambio, en las colas negativas ambos activos muestran alta correlación, lo que indica que en períodos de crisis la diversificación puede dejar de ser tan buena. No obstante, las carteras más estables (*CBA*s) son capaces de eludir este riesgo. El resto de carteras no lo omiten tan claramente, pero ciertas combinaciones se muestran bien compensadas respecto a este riesgo con los rendimientos positivos, de nuevo para inversores con un talante por el riesgo.

Por tanto, no ha sido necesario involucrar un tercer tipo de activo perteneciente a otro mercado in-correlado para conseguir eludir riesgos de cola. A diferencia de otros trabajos, donde es necesario para construir carteras bien diversificadas, especialmente bajo períodos de recesión o inestabilidad política. De esta forma, afirmamos que nuestros resultados son consistentes con la literatura desarrollada en el apartado .

La combinación de *energy tokens* incluso con activos de mercados correlacionados, supone la obtención de carteras correctamente diversificadas. Estas eliminan los riesgos de cola negativos y obtienen *performances* muy atractivas, especialmente para inversores con apetito por el riesgo. También facilita la gestión de carteras, puesto que permite diversificarla con un número reducido de activos.

En síntesis, este trabajo muestra que la combinación de los dos activos objetos de estudio, los *energy tokens* y empresas del sector energético, bajo una optimización correcta, es capaz de reportar resultados de rendimientos y riesgo que son capaces de superar a carteras *benchmarks*. La menor variabilidad de las acciones consigue reducir la mayor volatilidad de los tokens, que a su vez consiguen aumentar el rendimiento de nuestra cartera. Además, también justificamos que métodos que permiten mayor variabilidad de nuestra cartera si esta se compensa con incrementos mayores de rendimiento, como Sharpe, son más apropiados para trabajar con tokens, debido a su naturaleza.

Por último, obtenemos evidencia de que estos activos son interesantes por sus propiedades que van más allá de sus rendimientos. A medida que se popularicen, será interesante aplicar modelos que puedan captar todos los otros beneficios que reportan (aumento de la liquidez, ahorro de costes...) y que pueden destacar a los tokens como activos todavía más interesantes para los gestores de carteras.

Anexo

A. Clasificación de los activos seleccionados para la muestra

- **Pacific Gas and Electric Company (PCG)** – *Equity*: Empresa estadounidense que proporciona electricidad y gas natural a clientes en el norte y centro de California.
- **NextEra Energy, Inc. (NEE)** – *Equity*: Compañía líder en energía renovable en EE. UU., propietaria de Florida Power & Light Company.
- **Exelon Corporation (EXC)** – *Equity*: Una de las mayores empresas de servicios públicos en EE. UU.; sirve a más de 10 millones de clientes a través de seis utilidades.
- **Vistra Corp. (VST)** – *Equity*: Empresa integrada de generación y venta minorista de electricidad con operaciones en EE. UU.
- **PPL Corporation (PPL)** – *Equity*: Empresa estadounidense que proporciona electricidad y gas natural a aproximadamente 3.5 millones de clientes.
- **The Southern Company (SO)** – *Equity*: Una de las mayores productoras de electricidad, que opera generando y distribuyendo energía en el sureste de EE. UU.
- **Powerledger (POWR.USD)** – *Energy Token*: Plataforma basada en blockchain que permite el comercio descentralizado de energía renovable, transparente y eficiente.
- **SunContract (SNC.USD)** – *Energy Token*: Ecosistema que conecta productores y consumidores mediante contratos inteligentes, permitiendo el intercambio directo de electricidad.
- **Electrify.Asia (ELEC.USD)** – *Energy Token*: Plataforma blockchain que facilita la compraventa de energía en mercados descentralizados, promoviendo la eficiencia energética.
- **Cardano (ADA.USD)** – *Energy Token*: Plataforma de blockchain que busca ofrecer una infraestructura segura y escalable para aplicaciones descentralizadas, incluyendo soluciones energéticas.
- **Energy Web Token (EWT.USD)** – *Energy Token*: es el token operativo detrás de Energy Web Chain, y tiene como objetivo traer diversidad al sector de la energía al permitir a los desarrolladores crear aplicaciones descentralizadas.
- **NRG (NRG.USD)** – *Energy Token*: Token utilizado en la plataforma Energy Web Chain, orientada a la descarbonización y digitalización del sector energético.

Fuente: Elaboración propia. Información de <https://es.finance.yahoo.com>, <https://coinmarketcap.com/view/energy/>, <https://companiesmarketcap.com/energy/largest-companies-by-market-cap/>

B. Resultados para los modelos GARCH unifactoriales

En este primer anexo se adjuntan los resultados del test de Akaike realizados para seleccionar para cada activo el modelo GARCH univariante que mejor modela sus propiedades. El test de Akaike se define como:

$$AIC = 2k - 2 \ln(L(\hat{\theta})) \quad (14)$$

donde $L(\hat{\theta})$ es la función de verosimilitud evaluada en los parámetros estimados $\hat{\theta}$, y k es el número de parámetros libres del modelo. A menor valor de este coeficiente, mejor es la estimación del modelo respecto a los datos, por lo que buscamos los modelos con menor valor de Akaike para cada activo.

Así, a continuación podemos ver dos tablas, una primera con el modelo elegido para cada activo u token, así como los resultados de Akaike, y una segunda con todos los resultados,

Tabla 7: Modelos GARCH univariantes seleccionados para cada activo por criterio de Akaike

Asset	model	GarchOrder	dist	AIC	BIC
PCG	sGARCH	1,1	std	-5.47	-5.44
NEE	eGARCH	1,1	std	-5.41	-5.37
EXC	eGARCH	1,1	std	-5.86	-5.82
VST	eGARCH	1,1	std	-4.66	-4.62
PPL	eGARCH	1,1	std	-6.09	-6.05
SO	gjrGARCH	1,1	std	-6.00	-5.97
POWR.USD	gjrGARCH	1,1	std	-3.74	-3.70
ELEC.USD	eGARCH	1,1	std	-4.12	-4.08
ADA.USD	eGARCH	1,1	std	-3.49	-3.45
EWT.USD	eGARCH	1,1	std	-3.82	-3.78
NRG.USD	eGARCH	1,1	std	-2.72	-2.68
SNC.USD	eGARCH	1,1	std	-3.94	-3.91

Tabla 8: Resultado de Akaike de todos los modelos GARCH univariantes estimados

Asset	model	GarchOrder	dist	AIC	BIC
PCG	sGARCH	1,1	norm	-5.38	-5.35
PCG	sGARCH	1,1	std	-5.47	-5.44
PCG	eGARCH	1,1	std	-5.47	-5.43
PCG	gjrGARCH	1,1	std	-5.47	-5.43
NEE	sGARCH	1,1	norm	-5.23	-5.20
NEE	sGARCH	1,1	std	-5.40	-5.37
NEE	eGARCH	1,1	std	-5.41	-5.37
NEE	gjrGARCH	1,1	std	-5.41	-5.37
EXC	sGARCH	1,1	norm	-5.81	-5.78
EXC	sGARCH	1,1	std	-5.86	-5.83
EXC	eGARCH	1,1	std	-5.86	-5.82
EXC	gjrGARCH	1,1	std	-5.86	-5.82
VST	sGARCH	1,1	norm	-4.49	-4.46
VST	sGARCH	1,1	std	-4.66	-4.62
VST	eGARCH	1,1	std	-4.66	-4.62
VST	gjrGARCH	1,1	std	-4.66	-4.62
PPL	sGARCH	1,1	norm	-6.01	-5.99
PPL	sGARCH	1,1	std	-6.07	-6.03
PPL	eGARCH	1,1	std	-6.09	-6.05
PPL	gjrGARCH	1,1	std	-6.08	-6.04
SO	sGARCH	1,1	norm	-5.98	-5.95
SO	sGARCH	1,1	std	-6.00	-5.97
SO	eGARCH	1,1	std	-6.00	-5.96
SO	gjrGARCH	1,1	std	-6.00	-5.97
POWR.USD	sGARCH	1,1	norm	-3.28	-3.25
POWR.USD	sGARCH	1,1	std	-3.74	-3.70
POWR.USD	eGARCH	1,1	std	-3.74	-3.70
POWR.USD	gjrGARCH	1,1	std	-3.74	-3.70
ELEC.USD	sGARCH	1,1	norm	-3.99	-3.96
ELEC.USD	sGARCH	1,1	std	-4.12	-4.09
ELEC.USD	eGARCH	1,1	std	-4.12	-4.08
ELEC.USD	gjrGARCH	1,1	std	-4.12	-4.08
ADA.USD	sGARCH	1,1	norm	-3.40	-3.37
ADA.USD	sGARCH	1,1	std	-3.48	-3.45
ADA.USD	eGARCH	1,1	std	-3.49	-3.45
ADA.USD	gjrGARCH	1,1	std	-3.48	-3.44
EWT.USD	sGARCH	1,1	norm	-3.55	-3.52
EWT.USD	sGARCH	1,1	std	-3.81	-3.78
EWT.USD	eGARCH	1,1	std	-3.82	-3.78
EWT.USD	gjrGARCH	1,1	std	-3.82	-3.78
NRG.USD	sGARCH	1,1	norm	-2.65	-2.62
NRG.USD	sGARCH	1,1	std	-2.71	-2.68
NRG.USD	eGARCH	1,1	std	-2.72	-2.68
NRG.USD	gjrGARCH	1,1	std	-2.71	-2.67
SNC.USD	sGARCH	1,1	norm	-3.72	-3.69
SNC.USD	sGARCH	1,1	std	-3.94	-3.90
SNC.USD	eGARCH	1,1	std	-3.94	-3.91
SNC.USD	gjrGARCH	1,1	std	-3.93	-3.89

C. Estadísticos mensuales de las carteras para los 3 métodos

Tabla 9: Estadísticos mensuales de las carteras para las estrategias EQ, MV y TS

Cartera	EQ				MV				TS			
	Rendimientos	Volatilidad	VaR ₁ %	VaR ₅ %	Rendimientos	Volatilidad	VaR ₁ %	VaR ₅ %	Rendimientos	Volatilidad	VaR ₁ %	VaR ₅ %
AllAssets	0.00646	0.1060	0.2110	0.1250	0.0156	0.0461	0.0757	0.0620	0.0384	0.0668	0.1010	0.0736
CBA	0.0146	0.0558	0.0995	0.0840	0.0179	0.0493	0.0773	0.0657	0.0350	0.0650	0.1000	0.0744
CBA+ADA.USD	0.00987	0.0679	0.1000	0.0926	0.0170	0.0494	0.0773	0.0671	0.0357	0.0660	0.1040	0.0740
CBA+EWT.USD	0.0106	0.0686	0.1120	0.0896	0.0158	0.0483	0.0771	0.0710	0.0351	0.0662	0.1080	0.0740
CBA+ELEC.USD	0.0128	0.0584	0.1020	0.0768	0.0170	0.0475	0.0781	0.0593	0.0354	0.0633	0.0792	0.0717
CBA+NRG.USD	0.0115	0.0827	0.1320	0.1180	0.0172	0.0501	0.0774	0.0668	0.0355	0.0662	0.1040	0.0738
CBA+POWR.USD	0.0164	0.0677	0.0943	0.0825	0.0171	0.0492	0.0784	0.0681	0.0389	0.0702	0.1050	0.0743
CBA+SNC.USD	0.0131	0.0553	0.0826	0.0790	0.0163	0.0481	0.0755	0.0652	0.0339	0.0630	0.1010	0.0747
CBT	-0.00142	0.1850	0.3960	0.2300	-0.0258	0.1110	0.3610	0.2230	-0.0258	0.1110	0.3610	0.2230
CBT+EXC	-0.00085	0.1600	0.3450	0.2010	0.00519	0.0496	0.0865	0.0619	0.0128	0.1070	0.1950	0.1210
CBT+NEE	-0.00154	0.1600	0.3460	0.2100	0.00252	0.0636	0.1390	0.0894	0.0337	0.1520	0.2300	0.1870
CBT+PCG	0.00005	0.1610	0.3500	0.1940	0.00458	0.0648	0.1610	0.1120	0.0335	0.1060	0.1640	0.0925
CBT+PPL	0.00039	0.1620	0.3450	0.2000	0.0120	0.0541	0.0964	0.0859	0.0203	0.1050	0.2300	0.1870
CBT+SO	0.00029	0.1590	0.3450	0.1980	0.0115	0.0482	0.0655	0.0620	0.0203	0.0615	0.1080	0.0669
CBT+VST	0.00645	0.1690	0.3430	0.1910	0.0213	0.0825	0.1440	0.1120	0.0573	0.1280	0.1720	0.1410

Fuente: Elaboración propia. Esta tabla contiene los resultados mensuales para las estrategias equiponderada (EQ), mínima varianza (MV) y Sharpe (TS) entre el 17/12/2021 y el 28/02/2025.

Referencias

- Aharon, D. Y., Ali, S., & Brahim, M. (2024). Connectedness at extremes between real estate tokens and real estate stocks. *International Review of Financial Analysis*, 95, 103425.
- Aikins Abakah, E. J., Chowdhury, M. A. F., Abdullah, M., & Hammoudeh, S. (2024). Energy tokens and green energy markets under crisis periods: A quantile downside tail risk dependence analysis. *International Review of Economics and Finance*, 96, 103636.
- Aliu, F., Nuhiu, A., Krasniqi, B. A., & Jusufi, G. (2023). Modeling the optimal diversification opportunities: the case of crypto portfolios and equity portfolios. *Emerald Insight*, 50(1), 123-145. <https://www.emerald.com/insight/1086-7376.htm>
- Arslanian, H. (2022). *The Book of Crypto: The Complete Guide to Understanding Bitcoin, Cryptocurrencies and Digital Assets*. Palgrave Macmillan.
- Baltais, M., & Sondore, E. (2024). Economic impact potential of real-world asset tokenization. *Stockholm School of Economics Riga y University of Technology Sydney*.
- Bayhoca, B. (2023). *Structural Review and Performance Evaluation of Real State Tokens* (inf. téc.). KTH Royal Institute of Technology.
- Binance News. (2023). *2023 será el año de la divergencia de precios de los tokens criptográficos: Bank of America* [Accedido: 12 de junio de 2025]. <https://www.binance.com/es/square/post/258905>
- Bollerslev, T. (1987). A conditionally heteroskedastic time series model for speculative prices and rates of return. *Review of Economics and Statistics*, 69(3), 542-547.
- Cappiello, L., Engle, R. F., & Sheppard, K. (2006). Asymmetric dynamics in the correlations of global equity and bond returns. *Journal of Financial Econometrics*, 4(4), 537-572. <https://doi.org/10.1093/jjfinec/nbl005>
- Cervantes Saavedra, M. d. (1605). *El ingenioso hidalgo Don Quijote de la Mancha* [Edición original]. Planeta.
- CoinMarketCap. (2025). *Crypto Market Charts*. Consultado el 5 de mayo de 2025, desde <https://coinmarketcap.com/charts/>
- Díaz, A., Esparcia, C., & Huélamo, D. (2023). Stablecoins as a tool to mitigate the downside risk of cryptocurrency portfolios. *North American Journal of Economics and Finance*, 64, 101838. <https://doi.org/10.1016/J.NAJEF.2022.101838>
- Dyhrberg, A. H. (2016). Bitcoin, gold and the dollar – A GARCH volatility analysis. *Finance Research Letters*, 16, 85-92. <https://doi.org/10.1016/j.frl.2015.10.008>
- elEconomista. (2025, abril). *Los rumores sobre los aranceles generan una montaña rusa en las bolsas: el Ibx 35 cierra con una caída del 5 % pasadas las dudas*. Consultado el 7 de abril de 2025, desde <https://www.eleconomista.es/mercados-cotizaciones/noticias/13306064/04/25/la->

- hecatombe-continua-en-las-bolsas-europeas-caidas-de-mas-del-6-con-el-ibex-35-borrando-ya-los-12000-puntos.html
- Ernst, P. A., Thompson, J. R., & Miao, Y. (2017). Portfolio Selection: The Power of Equal Weight. *Working Paper*.
- Esparcia, C., Diaz, A., & Alonso, D. (2023). How important is green awareness in energy investment decisions? An environmentally-based rebalancing portfolio study. *Energy Economics*, 128, 107174. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2023.107174>
- Farinelli, S., & Tibiletti, L. (2008). Sharpe thinking in asset ranking with one-sided measures. *European Journal of Operational Research*, 185(3), 1542-1547. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2006.08.020>
- Fernández, E. (2018). *La fiebre de las criptomonedas*. Consultado el 7 de abril de 2025, desde <https://www.caixabankresearch.com/es/economia-y-mercados/mercados-financieros/fiebre-criptomonedas>
- Fortune Business Insights. (2025). *Tamaño del mercado de criptomonedas, participación y análisis de impacto de Covid-19, por componente, por tipo, por uso final y pronóstico regional, 2021–2028*. Consultado el 5 de mayo de 2025, desde <https://www.fortunebusinessinsights.com/es/industry-reports/cryptocurrency-market-100149>
- Han, W., Newton, D., Platanakis, E., Wu, H., & Xiao, L. (2024). The Diversification Benefits of Cryptocurrency Factor Portfolios: Are They There? *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 63, 469-518. <https://doi.org/10.1007/s11156-024-01260-w>
- Hrytsiuk, P., Babych, T., & Bachyshyna, L. (2019). Cryptocurrency Portfolio Optimization Using Value-At-Risk Measure. 95.
- Iberdrola. (2025). *Transición energética: Impulsamos una transición sostenible* [Consultado el 28 de mayo de 2025]. Iberdrola. Consultado el 28 de mayo de 2025, desde <https://www.iberdrola.com/sostenibilidad/transicion-energetica>
- James, N., & Menzies, M. (2023). Collective Dynamics, Diversification and Optimal Portfolio Construction for Cryptocurrencies. *Entropy*, 25, 931. <https://doi.org/10.3390/e25060931>
- Jareño, F., & Yousaf, I. (2023). Artificial intelligence-based tokens: Fresh evidence of connectedness with artificial intelligence-based equities. *International Review of Financial Analysis*, 89, 102826.
- Jawerth, N. (2020). *¿Qué es la transición a una energía limpia y cómo encaja la energía nucleoelectrica?* [Consultado el 28 de mayo de 2025]. Organismo Internacional de Energía Atómica. Consultado el 28 de mayo de 2025, desde <https://www.iaea.org/es/bulletin/que-es-la-transicion-a-una-energia-limpia-y-como-encaja-la-energia-nucleoelectrica>
- Kaplan, P. D., & Knowles, J. A. (2004). Kappa: a generalized downside risk-adjusted performance measure. *J. Perform. Meas.*, 8, 42-54. <http://w.performance-measurement.org/KaplanKnowles2004.pdf>

- Khakzar Bafruei, M., Heydari Moghadam, H., & Arab Alidousti, M. (2024). Cryptocurrencies and Risk-based Strategies Portfolio Diversification. *International Journal of Web Research*, 7(1), 33-47. <https://doi.org/10.22133/ijwr.2024.444357.1203>
- Ma, M., Bao, T., & Wen, Y. (2023). Enhancing Portfolio Performance with Crypto Tokens: a Correlation Network Analysis [Workshops Track]. *2023 IEEE 43rd International Conference on Distributed Computing Systems Workshops*.
- Malladi, R., & Fabozzi, F. J. (2017). Equal-weighted strategy: Why it outperforms value-weighted strategies? Theory and evidence. *Journal of Asset Management*, 18, 188-208. <https://doi.org/10.1057/s41260-016-0033-4>
- Maller, R. A., Durand, R. B., & Jafarpour, H. (2010). Optimal portfolio choice using the maximum Sharpe ratio. *The Journal of Risk*, 12(4), 49-73.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio selection. *Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Nasir, R. M., He, F., & Yousaf, I. (2025). Relationship of green cryptocurrencies, energy tokens, centralized and decentralized exchange tokens with crypto policy uncertainty. *Research in International Business and Finance*, 75. <https://doi.org/10.1016/j.ribaf.2024.102743>
- Nerella, A., & Badri, P. (2024). Tokenization of Real-World Assets and Its Implications for Capital Markets. *International Journal of Information and Electronics Engineering*, 14(4).
- Osman, M. B., Galariotis, E., Guesmi, K., Hamdi, H., & Naoui, K. (2023). Diversification in financial and crypto markets. *International Review of Financial Analysis*, 89, 102785. <https://doi.org/10.1016/j.irfa.2023.102785>
- Phemex. (2025). *Relación entre las criptomonedas y el mercado de valores* [Accedido el 6 de mayo de 2025]. <https://phemex.com/es/academy/relationship-between-cryptocurrencies-and-the-stock-market>
- Plyakha, Y., Uppal, R., & Vilkov, G. (2012). Why Does an Equal-Weighted Portfolio Outperform Value- and Price-Weighted Portfolios? *SSRN Electronic Journal, Abstract 2724535*. <https://ssrn.com/abstract=2724535>
- Rehman, A. (2023). *Blockchain and Real-World Assets: Will blockchain disrupt the trading of real-world assets?* [Master's thesis, Master of Business Administration, International Business Management]. Centria University of Applied Sciences.
- Santander Consumer. (2024). *Riesgos y beneficios de las criptomonedas como alternativa de inversión* [Accedido el 6 de mayo de 2025]. <https://www.santanderconsumer.es/simplefinance/blog/economia-personal/salud-financiera/post/riesgos-beneficios-criptomonedas-como-alternativa-inversion>
- Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe ratio. *J. Portfolio Manag.*, 21(1), 49-58. <https://doi.org/10.3905/jpm.1994.409501>
- Swinkels, L. (2023). Empirical evidence on the ownership and liquidity of real estate tokens. *Financial Innovation*, 9. <https://doi.org/10.1186/s40854-022-00427-5>

- Tenkam, H. M., Mba, J. C., & Mwambi, S. M. (2022). Optimization and Diversification of Cryptocurrency Portfolios: A Composite Copula-Based Approach. *Applied Sciences*, 12(13). <https://doi.org/10.3390/app12136408>
- Token.com. (2023). *Cómo gestionar la volatilidad en el mercado de los tokens*. <https://www.token.com/es/aprende/guias/mastering-the-token-market/como-gestionar-la-volatilidad-en-el-mercado-de-los-tokens/>
- Tsay, R. S. (2010). *Analysis of Financial Time Series* (3.^a ed.). Wiley-Interscience.
- Tse, Y. K., & Tsui, A. K. C. (2002). A Multivariate GARCH Model with Time-Varying Correlations. *Journal of Business and Economic Statistics*, 20(3), 351-362. <https://doi.org/10.1198/073500102288618496>
- Van der Auwera, E., Schoutens, W., Petracco Giudici, M., & Alessi, L. (2020). *Financial Risk Management for Cryptocurrencies* (1.^a ed.). Springer.
- Yahoo Finance. (2025). *S&P 500 (^GSPC) – Cotización y Datos Históricos*. Consultado el 5 de mayo de 2025, desde <https://es.finance.yahoo.com/quote/%5EGSPC/>
- Yahoo Finanzas. (2025). *Yahoo Finanzas – Cotizaciones y Datos Financieros* [Consultado el 28 de mayo de 2025]. Yahoo Finanzas. Consultado el 28 de mayo de 2025, desde <https://es.finance.yahoo.com>
- Yousaf, I., Nekhili, R., & Umar, M. (2022). Extreme connectedness between renewable energy tokens and fossil fuel markets. *Energy Economics*, 114, 106305. <https://doi.org/10.1016/j.eneco.2022.106305>